加法定理

$(\alpha \pm \beta)$に対する三角関数を、α,βに対する三角関数で表す公式のこと。

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \qquad (1)$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta \qquad (2)$$

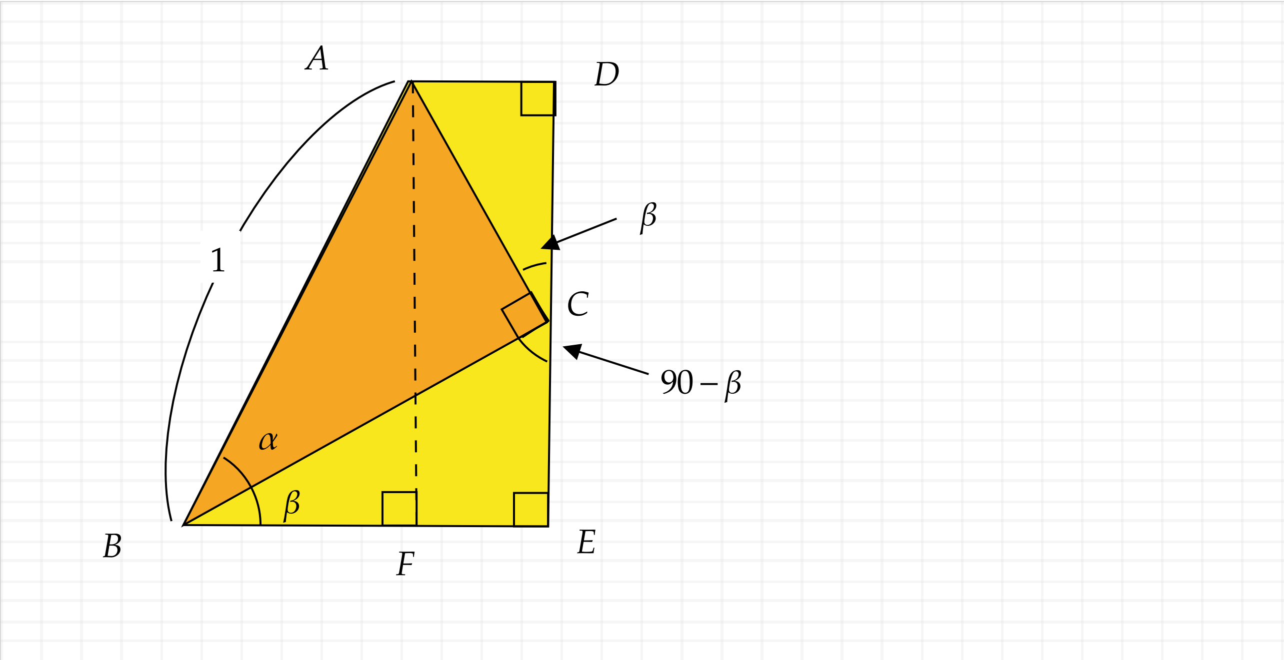
上式の符号を反転させると、$\alpha-\beta$の公式になる。

$$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \qquad (3)$$
$$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta \qquad (4)$$

tanの式は定式から導ける。

$$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \text{中略} = \frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} \qquad (5)$$

以下、基本となる(1)、(2)式の証明を行う。



$$AC = \sin\alpha$$
$$BC = \cos\alpha$$
$$AD = AC\sin\beta = \sin\alpha\sin\beta$$
$$CD = AC\cos\beta = \sin\alpha\cos\beta$$
$$CE = BC\sin\beta = \cos\alpha\sin\beta$$
$$BE = BC\cos\beta = \cos\alpha\cos\beta$$
$$AF = CD + CE = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta = \sin(\alpha+\beta)$$
$$BF = BE - AD = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta = \cos(\alpha+\beta)$$

よって加法定理を示すことができる。

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$