2019/1/9 Mathcha

加法定理

 $(\alpha \pm \beta)$ に対する三角関数を、 α , β に対する三角関数で表す公式のこと。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \tag{1}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \tag{2}$$

上式の符号を反転させると、 $\alpha - \beta$ の公式になる。

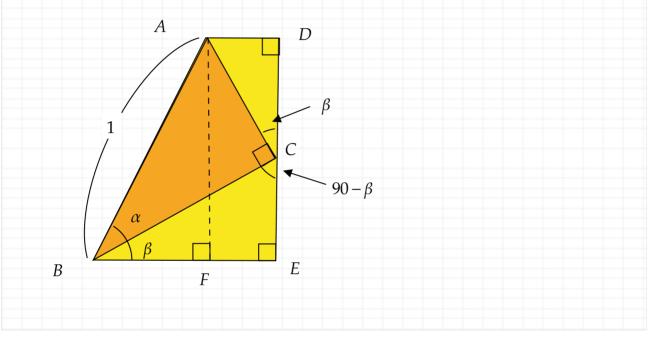
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \tag{3}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \tag{4}$$

tanの式は定式から導ける。

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \text{PE} = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$
 (5)

以下、基本となる(1)、(2)式の証明を行う。



$$AC = \sin \alpha$$

$$BC = \cos \alpha$$

$$AD = AC \sin \beta = \sin \alpha \sin \beta$$

$$CD = AC \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta$$

$$CE = BC \sin \beta = \cos \alpha \sin \beta$$

$$BE = BC \cos \beta = \cos \alpha \cos \beta$$

$$AF = CD + CE = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha + \beta)$$

$$BF = BE - AD = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta)$$

よって加法定理を示すことができる。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

https://www.mathcha.io/editor