

Laurea Triennale in Informatica

Calcolo Numerico

Autovalori (esercizi facoltativi da svolgere in Matlab)

1. Si consideri la matrice A (blocco di Jordan 10 per 10) ottenuta con il comando seguente

$$A = \text{diag}(\text{ones}(1, 9), 1) + \text{eye}(10).$$

Si consideri la matrice perturbata B t.c. $B = A + E$, con E matrice con elementi tutti nulli escluso $E(10, 1) = 10^{-10}$.

- Calcolare gli autovalori di A e B . Confrontarli puntualmente e in norma per mezzo dei comandi $VA = \text{eig}(A)$, $VB = \text{eig}(B)$, $\text{norm}(B - A)/\text{norm}(A)$ e $\text{norm}(VB - VA)/\text{norm}(VA)$
 - Si ripeta l'esercizio per la coppia di matrici $A^t A$ e $B^t B$.
2. Dato un grafo G con n nodi, la matrice simmetrica A_G di dimensione $n \times n$ tale che $(A_G)_{i,j} = 1$ se il nodo i è connesso al nodo j , e $(A_G)_{i,j} = 0$ se il nodo i non è connesso al nodo j , viene detta matrice di incidenza del grafo G .
- Costruire la matrice di incidenza A_G relativa all'esempio delle ferrovie lombarde riportato in figura.
 - Sia $D = \text{diag}(g_1, \dots, g_n)$, dove g_i è il numero di archi connessi al nodo i . Calcolare la matrice $A_G \cdot D^{-1}$ e i suoi autovalori.
 - Si verifichi come la componente m dell'autovettore corrispondente all'autovalore dominante (ossia di modulo massimo) dia una stima "dell'importanza" del nodo m . Tale calcolo è alla base del procedimento con cui vengono ordinati i risultati dai più comuni motori di ricerca in Internet.

3. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 5 \\ 6 & -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

- Applicare alla matrice il metodo delle potenze, usando $(1, 1, 1)^t$ e $(3, 10, 4)^t$ come vettori iniziali, osservando il diverso comportamento.
- Approssimare l'autovalore di massimo modulo anche con il metodo delle potenze inverse, utilizzando una qualunque stima dell'autovalore stesso; confrontare la velocità di convergenza rispetto al punto a).

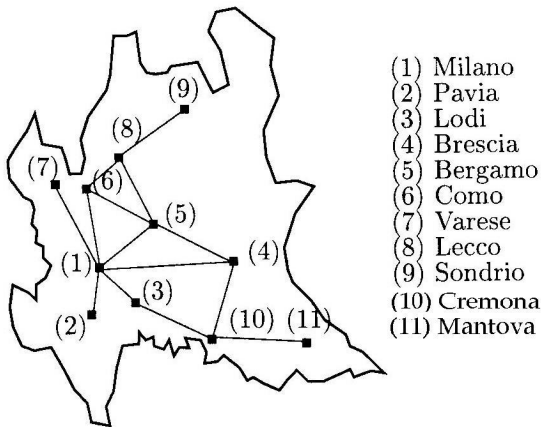


Fig. 6.2. Rappresentazione schematica delle connessioni ferroviarie per la sola Lombardia