

Corso di Laurea in Informatica

Calcolo Numerico

Aritmetica di macchina e stabilità numerica

I seguenti esercizi vanno svolti in linguaggio C o C++, giustificando tutti i risultati ottenuti.

Attenzione: i dati dell'esercizio 1 variano da gruppo a gruppo, come descritto di seguito. In fase di consegna, la relazione dovrà indicare chiaramente i componenti del gruppo in ordine alfabetico e i rispettivi numeri di matricola. *Qualunque discrepanza rispetto ai dati effettivamente usati comporterà una penalizzazione.*

1. Si consideri il numero di matricola del primo componente, in ordine alfabetico, del gruppo; si indichi con d_0 e d_1 , rispettivamente, l'ultima e la penultima cifra di tale numero di matricola. Posto $a = (d_0 + 1) \cdot 10^i$, con $i = 0, 1, \dots, 6$, $b = (d_1 + 1) \cdot 10^{20}$, $c = -b$, eseguire i seguenti calcoli in aritmetica di macchina a doppia precisione, cioè utilizzando variabili di tipo double:

- $(a + b) + c$
- $a + (b + c)$

2. Fissato l'intero positivo N , si consideri la funzione

$$f_N(x) = \sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!},$$

che rappresenta il polinomio di Taylor di centro $x_0 = 0$ e grado N per la funzione $f(x) = e^x$; implementare un programma che permetta di calcolare $f_N(x)$ per il punto x e il grado N dati in input.

Assumendo che il polinomio di Taylor approssima sempre meglio la funzione al crescere di N , considerare i due algoritmi ed i casi numerici seguenti, confrontando i risultati ottenuti con i valori restituiti dalla funzione `exp` della libreria ANSI `math.h`, tramite distanza relativa e assoluta.

- Algoritmo 1: determinare un'approssimazione di $f(x)$ per il punto $x = 0.5$ ed il punto $x = 30$, valutando $f_N(x)$ per $N = 3, 10, 50, 100, 150$. Ripetere l'esercizio considerando il punto $x = -0.5$ ed il punto $x = -30$.
 - Algoritmo 2: Osservando che per tale funzione $f(-x) = f(x)^{-1}$, determinare una approssimazione di $f(x)$ per $x = -0.5$ e $x = -30$ nel modo seguente: valutare $f_N(+0.5)$ e $f_N(+30)$ per $N = 3, 10, 50, 100, 150$ e, successivamente, calcolarne il reciproco.
3. Implementare un programma che determina la precisione di macchina eps , ossia il valore positivo $eps = 2^{-d}$, dove d è il più grande intero positivo tale che $1 + 2^{-d} > 1$ in aritmetica di macchina; calcolarne il valore sia in singola che in doppia precisione.