



**Министерство науки и высшего образования Российской
Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э.
Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)**

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 3

Тема Построение и программная реализация алгоритма многомерной интерполяции
табличных функций.

Студент Алахов А.Г.

Группа ИУ7-42Б

Оценка (баллы) _____

Преподаватель Градов В.М.

Москва.
2021 г

Цель работы. Получение навыков владения методами интерполяции таблично заданных функций с помощью кубических сплайнов.

1 Исходные данные

1. Таблица функции с количеством узлов N. Задаётся с помощью формулы $y = x^2$ в диапазоне [0..10] с шагом 1.
2. Значение аргумента x в первом интервале, например, при $x=0.5$ и в середине таблицы, например, при $x=5.5$. Сравнить с точным значением.

2 Код программы

Код программы представлен на листингах 1-2.

Листинг 1. functions.py

```
from math import fabs

def copy_table(table):
    new = []
    for i in table:
        new.append(i[:])

    return new

def newton(table, x, n):
    n += 1
    func_table = copy_table(table)

    i = 0
    while func_table[i][0] < x and i < len(func_table):
        i += 1

    left_part = right_part = n // 2
    if n % 2:
        if (x - func_table[i - 1][0]) - (func_table[i][0] - x) <= 0.000001:
            left_part += 1
        else:
            right_part += 1

    if i + right_part > len(func_table):
        left_part += i + right_part - len(func_table)

    start = max(i - left_part, 0)

    for j in range(1, n):
        for i in range(start + n - 1, start + j - 1, -1):
            func_table[i][1] = ((func_table[i][1] - func_table[i - 1][1]) /
                                (func_table[i][0] - func_table[i - j][0]))

    result = 0
    for i in range(start, start + n):
        mult = func_table[i][1]
```

```

        for j in range(start, i):
            mult *= (x - func_table[j][0])
        result += mult

    return result

def spline(table, x):
    N = len(table) - 1
    h = [0, table[1][0] - table[0][0]]
    kci = [0, 0, 0]
    etta = [0, 0, 0]

    for i in range(2, N + 1):
        h.append(table[i][0] - table[i - 1][0])

        f = 3 * ((table[i][1] - table[i-1][1]) / h[i] -
                 (table[i - 1][1] - table[i-2][1]) / h[i-1])

        kci.append(-h[i] / (h[i-1] * kci[i] + 2*(h[i-1] + h[i])))
        etta.append((f - h[i-1] * etta[i]) /
                    (h[i-1] * kci[i] + 2*(h[i-1] + h[i])))

    c = [0, 0]
    for i in range(N - 1, 0, -1):
        c.insert(0, kci[i+1] * c[0] + etta[i+1])
    c.insert(0, 0)

    a = [0]
    b = [0]
    d = [0]
    for i in range(1, N + 1):
        a.append(table[i-1][1])
        b.append((table[i][1] - table[i - 1][1]) / h[i] - h[i] * (c[i+1] +
2*c[i])/3)
        d.append((c[i+1] - c[i]) / (3*h[i]))

    for i in range(N):
        if table[i][0] <= x and table[i+1][0] > x:
            pos = i + 1
            break

    return (a[pos] + b[pos] * (x - table[pos-1][0]) + c[pos] *
            (x - table[pos-1][0])**2 + d[pos] * (x - table[pos-1][0])**3)

```

Листинг 2. main.py

```

from functions import *

def main():
    func_table = []

    for i in range(11):
        func_table.append([i, i**2])

    x = 0.5

    print('Заданная таблица:\n\
| X | Y(x) |')
    for i in func_table:
        print('{:3d}|{:4d}|'.format(i[0], i[1]))

```

```

    print('\nЗаданный аргумент: X =', x)

    print('Результат интерполяции кубическим сплайном:
{:.6f}'.format(spline(func_table, x)))
    print('Точное значение: {:.2f}'.format(x**2))
    print('Результат интерполяции полиномом Ньютона 3-ей степени:
{:.6f}'.format(neuton(func_table, x, 3)))

if __name__ == "__main__":
    main()

```

3 Результаты работы

1. Значения $y(x)$ при заданных x , сравнение результатов интерполяции кубическим сплайном и полиномом Ньютона 3-ей степени.

Заданная таблица:

X	Y(x)
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

Заданный аргумент: X = 0.5

Результат интерполяции кубическим сплайном: 0.341509

Точное значение: 0.25

Результат интерполяции полиномом Ньютона 3-ей степени: 0.250000

Заданный аргумент: X = 5.5

Результат интерполяции кубическим сплайном: 30.248113

Точное значение: 30.25

Результат интерполяции полиномом Ньютона 3-ей степени: 30.250000

4 Вопросы при защите лабораторной работы

1. Получить выражения для коэффициентов кубического сплайна, построенного на двух точках.

$c = 0$, т.к. дано всего 2 точки

$a = x_0$

$b = (y_1 - y_0) / (x_1 - x_0)$

$d = 0$

2. Выписать все условия для определения коэффициентов сплайна, построенного на 3-х точках.

1-2) Условия совпадения значений 1-го многочлена и интерполируемой функции в 0 и 1 точках

3-4) Условия совпадения значений 2-го многочлена и интерполируемой функции в 1 и 2 точках

5-6) Равенство в точке 1 первой и второй производных, вычисляемых по коэффициентам на соседних участках

7-8) Условие равенства второй производной нулю в точках 0 и 2

3. Определить начальные значения прогоночных коэффициентов, если принять, что для коэффициентов сплайна справедливо $C_1 = C_2$.

Из условия: $c_1 = \xi * c_2 + \eta$, получаем: $\xi = 1, \eta = 0$

4. Написать формулу для определения последнего коэффициента сплайна C_N , чтобы можно было выполнить обратный ход метода прогонки, если в качестве граничного условия задано $kC_{N-1} + mC_N = p$, где k, m и p - заданные числа.

Из условия: $C_{N-1} = \xi_N * C_N + \eta_N$, получаем: $C_N = (p - k * \eta_N) / (k * \xi + m)$