Micro-economie
Markten en prijzen

Academiejaar 2024-25

Prof. dr. Marten Ovaere

Prof. dr. Dirk Van de gaer

Dankwoord

De cursussen "Micro-economie" en "Markten en prijzen" (2 BA) werden tot en met academiejaar 2017-18, 29 jaar gedoceerd door prof. dr. Eddy Omey. De eerste 8 hoofdstukken zijn deels gebaseerd op zijn vroegere cursus. Ik ben prof. dr. Eddy Omey dankbaar om, zonder enig voorbehoud, zijn materiaal beschikbaar te stellen.

De verantwoordelijkheid voor onvolkomenheden in wat voorligt ligt uitsluitend bij mij.

Prof. dr. Dirk Van de gaer

Inhoudstafel

Inhoudstafel

H1. Inleidende beschouwingen

Dirk Van de gaer

24 september 2024

Overzicht

1.1 Inleiding

Dit hoofdstuk:

- situering van de micro-economie;
- elasticiteitsbegrip.

1.2 Economische wetenschap

Wetenschap: een geheel van systematisch verkregen, geordende en verifieerbare (naar methode en empirische bevindingen) menselijke kennis rond een bepaald onderwerp.

Economische wetenschap: het gedrag van agenten (...), hun interacties en het functioneren van de economische realiteit (productie, verdeling en consumptie van goederen en diensten).

1.2.1 Theoretische en toegepaste economie

Theoretische economie zoekt naar verbanden tussen en oorzaken van economisch gedrag door *abstracte* economische modellen op te stellen en te analyseren. Micro-economie is een onderdeel van de theoretische economie.

Toegepaste economie beroept zich op modellen die *meer context gebonden* zijn om een specifieke realiteit te analyseren en is vaak normatief van aard.

Economische wetenschap

Toegepaste economie:

- bedrijfseconomische vakken: productiebeleid, accounting, personeelsbeleid, management, marketing ...
- algemeen economische vakken: arbeidseconomie, begrotingsbeleid, monetaire economie, internationale economie, milieu-economie, publieke economie ...

$\Rightarrow$ onderscheid algemene vs bedrijfseconomie $\neq$ onderscheid theoretische economie vs toegepaste economie.

Vlaanderen: "toegepaste economie" decretaal voorbehouden voor bedrijfseconomische opleidingen.

1.2.2 Micro- en macro-economie

- Micro-economie: vertrekt van individuele agenten:
  - de agenten hebben een objectief (preferenties / winst),
  - een coördinatiemechanisme bepaalt het resultaat voor de economie als geheel (markt- vs planmechanisme).
- Macro-economie: bestudeert aggregaten (nationaal inkomen, investeringen, consumptie, economische groei) en fenomenen die hierop een invloed uitoefenen (monetair en begrotingsbeleid, werkloosheid). Dubbele aggregatie:
  - over goederen,
  - over consumenten.

Economische wetenschap

Laatste jaren: macro-economie: veel aandacht voor “micro-economische funderingen van de macro-economie”. Loslaten aggregatie assumpties:

- er zijn verschillende soorten arbeid, goederen op verschillende momenten in de tijd ...
- er zijn hoog- en laaggeschoolden, verschillende generaties ...

Bovendien worden deze goederen verhandeld op een expliciet gemodelleerde markt.

Gevolg: nutsmaximering, winstmaximering en marktvormen worden ook belangrijk in de macro-economie.

Economische wetenschap

Het verschil tussen micro- en macro-economie is vaak scherper inzake *object van studie* dan inzake methodologie.

Klassieke studie-objecten van de micro-economie zijn:

- theorie van het consumenten- en producentengedrag;
- prijsvorming van eindproducten en productiefactoren;
- algemeen evenwichtsanalyse;
- speltheorie, industriële economie, welvaartseconomie, armoede, ongelijkheid ...

Klassieke studie-objecten van de macro-economie zijn:

- macro-economische aggregaten;
- conjunctuur- en groeitheorie;
- monetaire economie;
- begrotingsbeleid ...

1.2.3 Evenwicht, comparatieve statica en dynamische analyse

Evenwicht: een situatie waarin alle aanpassingen stoppen. In een evenwicht heeft geen enkele agent een reden om zijn beslissingen te herzien (iedereen bereikt, gegeven de waarden van alle voor hem exogene variabelen, de beste bundel gegeven zijn preferenties).

Zolang de waarden van de aan het model exogene variabelen niet veranderen, blijven de waarden van de endogene variabelen constant.

Economische wetenschap

$$\Delta \text{ exogenen} \Rightarrow \Delta \text{ evenwicht.}$$

- comparatieve statica: vergelijkt evenwichtstoestanden;
- dynamische analyse:
  - beschrijft en analyseert het aanpassingspad;
  - wordt het nieuwe evenwicht bereikt? Indien ja: stabiel evenwicht, indien nee: labiel evenwicht.

1.2.4 Inductieve en deductieve methodologie

Twee methoden:

- inductieve methode: via generalisatie van empirische waarnemingen tot een verklaring van de werkelijkheid komen;
- deductieve methode: axiomas $\Rightarrow$ inzicht
  - theoretisch
  - werkelijkheid $\Rightarrow$ empirisch toetsbaar via experimenten.

Micro-economie = deductief van aard: bij het opstellen van de theorie wordt uitgegaan van diverse axioma's.

Economische wetenschap

Cruciale axioma: het rationaliteitsaxioma, d.w.z. dat de economische agent

- op consistente wijze de alternatieven ordent volgens zijn preferenties (transitiviteit);
- alle mogelijke alternatieven in overweging neemt;
- rekening houdt met alle beschikbare informatie;
- het alternatief kiest dat het beste is, gegeven zijn preferenties.

Economische wetenschap

Opmerking:

- er wordt niets inhoudelijk gezegd over deze preferenties;
- verschillende agenten kunnen verschillende preferenties hebben.

Vaak (maar niet altijd) leidt theorievorming in de (micro-) economie tot voorspelde verbanden tussen economische grootheden. Die verbanden kunnen vervolgens empirisch getoetst worden.

1.2.5 Empirische toetsing

Theoretisch model: abstractie: de invloed van een beprekt aantal factoren wordt nagegaan; de andere factoren worden constant gehouden.

$\Rightarrow$ Empirische toetsing van het model: deze andere factoren moeten eveneens constant gehouden worden.

Voorbeeld 1. Temperatuur en aggregatietoestand in de fysica.

Temperatuur (A) $\rightarrow$ aggregatietoestand (vast, vloeibaar, gas) stof (B)
Tegelijkertijd: luchtdruk (C) $\rightarrow$ aggregatietoestand stof (B).

Toetsing van het eerste verband: in een labo de invloed van de temperatuur op de aggregatietoestand onderzoeken en tijdens het experiment de luchtdruk constant houden. •

Economische wetenschap: analoge probleemstelling.

De laatste decennia: werken via experimenten waarbij men tracht een situatie te creëren die zoveel mogelijk andere factoren constant houdt.

Voorbeeld 2. Veilingen en marktevenwicht.

Chamberlain (1948, J Pol E): experimenteel opzet.

Vraag: veilingen: tenderen prijs en verhandelde hoeveelheid naar hun evenwichtswaarden in een perfect concurrentiële markt?

Economische wetenschap

Experiment: een groep studenten wordt verdeeld in twee:

- groep 1: kopers: krijgen een kaart, met daarop de maximale prijs waartegen ze één eenheid van een goed kunnen kopen;
- groep 2: verkopers: krijgen een kaart met daarop de minimale prijs waartegen ze één eenheid van een goed kunnen verkopen.

Economische wetenschap

Vervolgens

- elke student gaat op zoek naar iemand om een koop mee te sluiten;
- komen een koper en verkoper elkaar tegen, dan onderhandelen ze over de prijs;
- is er een akkoord, dan wordt dit publiek meegedeeld;
- na een vooraf bepaalde tijd sluit de markt.

Het spel wordt verscheidene keren gespeeld (leereffecten), waarbij het toeval bepaalt welke kaart elke student bij elke sessie krijgt.

De onderzoekers weten welke kaarten uitgedeeld zijn en kunnen de perfect competitieve evenwichtsprijs en -hoeveelheid berekenen.

Economische wetenschap

Belangrijkste besluiten:

- transacties gebeuren tegen uiteenlopende prijzen;
- de gemiddelde prijs ligt wat onder de perfect competitieve evenwichtsprijs;
- het aantal afgesloten transacties ligt wat hoger dan in het perfect competitieve evenwicht.

Economische wetenschap

Al met al: beperkte afwijkingen van het competitieve evenwicht.

Oorzaak van afwijkingen (Chamberlain): als een koper en verkoper tot een akkoord gekomen zijn treden ze uit de markt, en kunnen door een andere verkoper / koper niet meer benaderd worden om een akkoord te sluiten, zelfs als dit voor beiden voordelig is.

Vernon Smith (1962 J Pol E; 1965, J pol E) werkte varianten op het experiment van Chamberlain uit. •

Economische wetenschap

Andere empirische toetsingsmethode: *gerandomiseerde controleproeven*: lukrake toewijzing van deelnemers aan

- controlegroep: krijgt geen (of placebo) behandeling;
- behandelde groep: krijgt een behandeling.

Bij voldoend grote steekproef zal de invloed van andere factoren op de gemiddelde uitkomst van beide groepen even groot zijn.

Test: vergelijk de gemiddelde uitkomst van de controlegroep en behandelde groep.

Economische wetenschap

Deze methode is de standaard methode in de medische wetenschap:

- testen van medicatie;
- behandelde groep krijgt medicatie, controle groep niet (placebo);
- test: vergelijk de gemiddelde resultaten (genezing?) van beide groepen.

De methode wordt meer en meer gebruikt in de economische wetenschap.

Voorbeeld 3. Gerandomiseerde controleproeven in de economische wetenschap.

Voorwaardelijke monetaire transferten:

- basisidee: indien kinderen een bepaalde minimale tijd aanwezig zijn op school (bijvoorbeeld 85 %), dan krijgt de familie (criterium: arm) hiervoor een geldbedrag uitgekeerd;
- meestal stijgt het bedrag naarmate de kinderen ouder worden (typisch tot op het einde van het primair of secundair onderwijs);
- reden: kinderen worden op jonge leeftijd thuis gehouden van school (werken op arbeidsmarkt of thuis);
- komen veel voor in landen met een laag of gemiddeld inkomensniveau.

Het gaat hier soms over grootschalige projecten. De meest bestudeerden en grootsten zijn:

- Mexico: Progresa (1997) - Oportunidades (2002) - Prospera (2013). In 2010 namen 5.8 miljoen families deel ; goed voor 1/4 van de Mexicaanse bevolking en werd er ongeveer 4.8 miljard USD aan cash verdeeld;
- Brazilië: Bolsa familia (2003). In 2015 namen 14 miljoen families deel; het budget voor het programma bedroeg meer dan 9 miljard USD.

Economische wetenschap

Implementatie in Mexico:

- eerste golf: in sommige gemeenten wel en niet in andere;
- toeval bepaalde in welke gemeenten het programma werd geïmplementeerd en in welke niet;
- gezinnen in gemeenten waarin het systeem werd geïmplementeerd = de behandelde groep; anderen zijn de controle groep.

Resultaat (na 1 jaar): de fractie van de kinderen die na hun diploma van lager onderwijs zich inschreven in het secundaire onderwijs verhoogde door het programma van 40% naar 52%. •

Economische wetenschap

Vaak: experimenteren ligt moeilijk in de economische wetenschap:

- ethische redenen (gaat over mensen);
- praktische redenen - voorbeeld: basismodel van consumentengedrag:
  - prijs (A) $\uparrow$ vraag consument (B) $\downarrow$;
  - inkomen (C) $\uparrow$ vraag consument (B) $\uparrow$;
  - (B) en (C) veranderen tegelijkertijd.

$\Rightarrow$ geen laboratoriumomstandigheden.

Economische wetenschap

Economische wetenschap: werkt vaak met geregistreerd gedrag (meestal via enquêtes)

- heel veel omstandigheden wijzigen terzelfdertijd;
- oplossing: gebruik van statistische technieken om de andere omstandigheden toch constant te houden;
- econometrie is de deelwetenschap van de economie die zich richt op het ontwerpen van betrouwbare statistische methoden, aangepast aan de aard van de data waarover de onderzoeker beschikt (discrete /continue data; cross-sectie / tijdsreeks / panel data ...).

1.3 Elasticiteitsbegrip

1.3.1 Inleiding

Twee economische variabelen X en Y, weergegeven door de functie $Y(X) = \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$. Twee vragen:

- de richting van de relatie?
- de intensiteit van het verband?

Eerste suggestie (als de functie afleidbaar is): kijk naar $\frac{\partial Y(X)}{\partial X}$.

Elasticiteitsbegrip

Immers,

- $\frac{\partial Y(X)}{\partial X} > 0 \Rightarrow$ positief verband;
- $\frac{\partial Y(X)}{\partial X} < 0 \Rightarrow$ negatief verband;
- $\left|\frac{\partial Y(X)}{\partial X}\right|$ intensiteit van het verband.

Beschouw, bijvoorbeeld, de vraagcurve $X(p) = 30 - 3p$. In dat geval is

$$\frac{\partial X}{\partial p} = -3 \text{ en } \left|\frac{\partial X}{\partial p}\right| = 3.$$

De eerste afgeleide heeft echter een aantal tekortkomingen.

Elasticiteitsbegrip

1. Eerste afgeleide: afhankelijk van de meeteenheid.

Voorbeeld 4. Afgeleide en meeteenheid.

De vraag naar een goed uitgedrukt per kilogram:

$$X(p) = 10 - p.$$

$Z = \frac{1}{2}X$: de vraag naar het goed per twee kilogram:

$$Z(p) = 5 - \frac{1}{2}p.$$

Dezelfde vraag, maar

$$\frac{\partial X(p)}{\partial p} = -1 \text{ terwijl } \frac{\partial Z(p)}{\partial p} = -1/2,$$

Zelfde teken, andere intensiteit. ●

2. Eerste afgeleide: verschillende conclusies bij dezelfde relatieve wijzigingen.

Voorbeeld 5. Afgeleide en relatieve veranderingen.

De vraag naar X en Y, uitgedrukt in dezelfde eenheden (Vb kg).

$$X(p_x) = 10 - p_x \text{ en } Y(p_y) = 5 - \frac{1}{2}p_y.$$

De vraag naar beide goederen voor 2 prijzen

$X(8)=2$	$Y(8)=1$
$X(4)=6$	$Y(4)=3$

Beide gevallen: halvering prijzen $\Rightarrow$ vraag verdrievoudigt.
Maar absolute waarde eerste afgeleide ... ●

Elasticiteitsbegrip

3. Eerste afgeleide: niet geschikt voor vergelijkingen tusen goederen die in verschillende eenheden worden gemeten.

Voorbeeld 6. Afgeleide Elasticiteit en eenheid.

- X in kilogram;
- Q in liter.

$$X(p_x) = 10 - p_x \text{ en } Q(p_q) = 10 - 2p_q.$$

$\Rightarrow$

$$\left|\frac{\partial X(p_x)}{\partial p_x}\right| = 1 \text{ en } \left|\frac{\partial Q(p_q)}{\partial p_q}\right| = 2.$$

Is een reactie van 2 liter groter dan de reactie van 1 kilogram? •

Elasticiteitsbegrip

Oplossing: alles uitdrukken in relatieve veranderingen.

Niet $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$.

Wel: procentuele veranderingen:

$$e_X^Y = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta X}{X}},$$

de elasticiteit van Y met betrekking tot X.

De elasticiteit is een dimensieloos of onbenoemd getal.

Voorbeeld 7. Elasticiteit is dimensieloos.

$p_x \uparrow$: 200 Eur $\rightarrow$ 220 Eur $\Rightarrow X \downarrow$ 100 kg $\rightarrow$ 95 kg.

$$e_{p_x}^{X} = \frac{\frac{\Delta X}{X}}{\frac{\Delta p_x}{p_x}} = \frac{\frac{-5 \text{ kg}}{100 \text{ kg}}}{\frac{+20 \text{ euro}}{200 \text{ euro}}} = \frac{-0.05}{0.10} = -0.5,$$

een dimensieloos getal. ●

1.3.2 Definitie

We vertrekken van de discrete definitie van de elasticiteit.

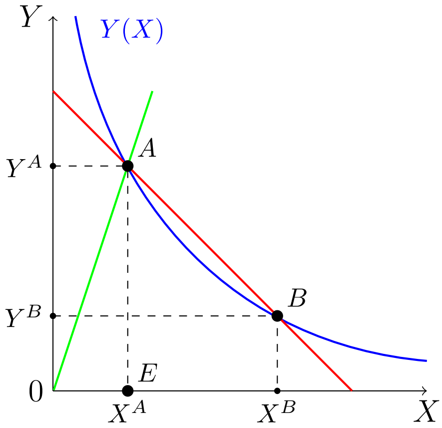
Definitie: Boogelasticiteit.

Wanneer we gaan van het punt $A = (X^A, Y^A)$ naar een punt $B = (X^B, Y^B)$ op de grafiek van een functie $Y(X) : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$, dan is de boogelasticiteit in het punt A, $e_X^Y(A)$, gelijk aan $\frac{\Delta Y}{Y^A} = \frac{Y^B - Y^A}{Y^A}$, de procentuele verandering in Y gedeeld door $\frac{\Delta X}{X^A} = \frac{X^B - X^A}{X^A}$, de procentuele verandering in X:

$$e_X^Y(A) = \frac{\frac{\Delta Y}{Y^A}}{\frac{\Delta X}{X^A}} = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\frac{X^A}{Y^A} = \frac{Y^B - Y^A}{X^B - X^A}\frac{X^A}{Y^A}.$$

Volgende slide: $Y(X)$, grafische interpretatie van de boogelasticiteit.

Figuur: Boogelasticiteit



$$e_X^Y(A) = \frac{Y^B - Y^A}{X^B - X^A}\frac{X^A}{Y^A}.$$

Elasticiteitsbegrip

Puntelasticiteit: laat $\Delta X \to 0$.

Definitie: Puntelasticiteit.

De puntelasticiteit van een functie $Y(X) : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ in een punt $A = (X^A, Y^A)$ is

$$\varepsilon_X^Y(A) = \lim_{\Delta X \to 0} e_X^Y = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\frac{\Delta Y}{Y^A}}{\frac{\Delta X}{X^A}} = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X} \frac{X^A}{Y^A} = \frac{\partial Y}{\partial X} \frac{X^A}{Y^A},$$

waarbij de afgeleide geëvalueerd wordt in het punt A. Aangezien $X > 0$ en $Y > 0$ is een equivalente definitie

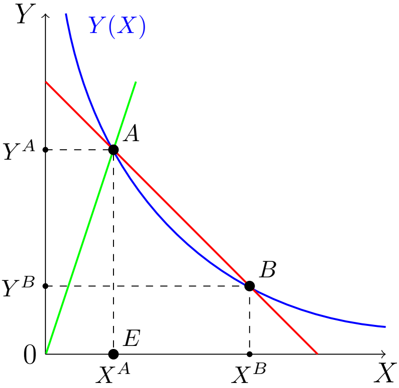
$$\varepsilon_X^Y(A) = \frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(X)}, \tag{1}$$

waarbij de afgeleide geëvalueerd wordt in het punt A

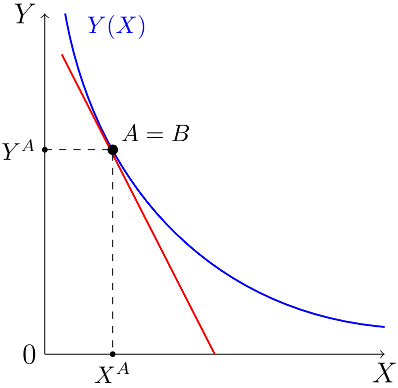
Elasticiteitsbegrip

Grafisch: vorige figuur: A en B zullen samenvallen.

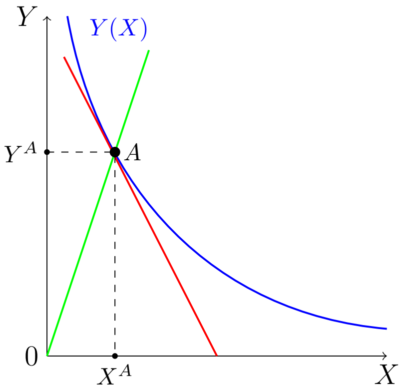
Figuur: Boogelasticiteit



Figuur: Puntelasticiteit



Figuur: Puntelasticiteit



Discrete verandering van A naar B wordt vervangen door de helling van de raaklijn aan de blauwe curve in A;

$$\varepsilon_X^Y(A) = \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X^A}{Y^A} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial X}}{\frac{Y^A}{X^A}}.$$

De verhouding $\frac{Y^A}{X^A}$ is de helling van de voerstraal (de groene rechte) door A.

Elasticiteitsbegrip

Bijgevolg geldt volgend theorema.

Theorema: De elasticiteit ε_X^Y, de raaklijn en de voerstraal.

De elasticiteit ε_X^Y in een bepaald punt is gelijk aan de helling van de raaklijn aan $Y(X)$ in dat punt gedeeld door de helling van de voerstraal door dat punt.

Elasticiteitsbegrip

Het volgend theorema wordt verderop in de cursus eveneens gebruikt.

Theorema: De elasticiteit ε_X^Y en de verhouding $Y(X)/X$.

De elasticiteit ε_X^Y is kleiner (groter) dan één als en slechts als de verhouding Y/X afneemt (toeneemt) als X toeneemt.

Bewijs.

$$\frac{\partial(\frac{Y(X)}{X})}{\partial X} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{1}{X} - \frac{Y}{X^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial Y}{\partial X} < \frac{Y}{X} \Leftrightarrow \underbrace{\frac{\frac{\partial Y}{\partial X}}{\frac{Y}{X}}}_{\varepsilon_X^Y} < 1.$$

$\square$

Elasticiteitsbegrip

Aangezien Y/X de helling van de voerstraal is hebben we de volgende gevolgtrekking.

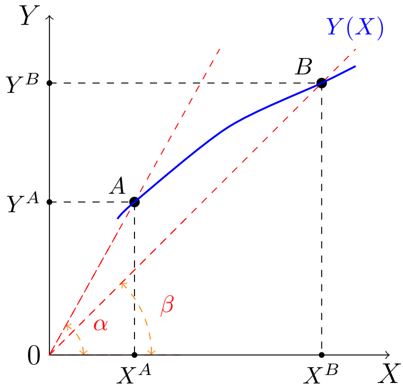
Gevolgtrekking: De elasticiteit ε_X^Y en de helling van de voerstraal.

De elasticiteit ε_X^Y is kleiner (groter) dan één als en slechts als de helling van de voerstraal afneemt (toeneemt) als X toeneemt.

We illustreren dit theorema op de volgende slide.

Elasticiteitsbegrip

Figuur: Grootte elasticiteit en helling voerstraal



- $X \uparrow$ van X^A naar $X^B \Rightarrow$ van A naar B op $Y(X)$;
- helling voerstraal door $B <$ helling voerstraal door A;
- theorema: $\varepsilon_X^Y < 1$

1.3.3 Kenmerken van de elasticiteitscoëfficiënt

1. Dimensieloos of onbenoemd getal.

$\Rightarrow$

- onafhankelijk van de meeteenheid;
- vergelijkbaar voor verschillende goederen;
- beoordeelt gelijke relatieve veranderingen gelijk.

Elasticiteitsbegrip

2. $\varepsilon_X^Y = \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X}{Y}$: het teken wordt bepaald door $\frac{\partial Y}{\partial X}$.

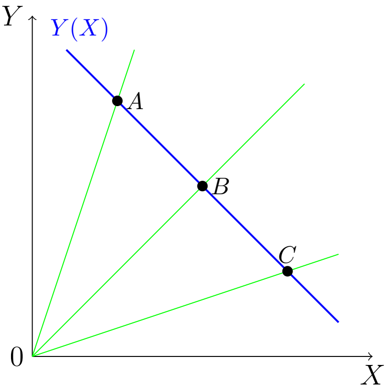
Reden: $X, Y > 0$.

3. Algemeen: $\varepsilon_X^Y = \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X}{Y}$ verschilt van punt tot punt.

Dit wordt geïllustreerd op volgende slide.

Elasticiteitsbegrip

Figuur: Elasticiteit lineaire functie



- De blauwe curve is een rechte $\Rightarrow \frac{\partial Y(X)}{\partial X}$ is een negatieve constante, gelijk in alle punten op die rechte.
- Helling voerstraal door $A >$ helling voerstraal door $B >$ helling voerstraal door C.

$\Rightarrow$ Theorema:

$$0 > \varepsilon_X^Y(A) > \varepsilon_X^Y(B) > \varepsilon_X^Y(C).$$

Elasticiteitsbegrip

Belangrijke klasse van iso-elastische functies: machtsfuncties.

Definitie: Machtsfunctie.

Een functie $Y(X) : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ is een machtssfunctie als en slechts als ze kan geschreven worden als

$$Y(X) = aX^b, \tag{2}$$

met a en b constanten en $a > 0$.

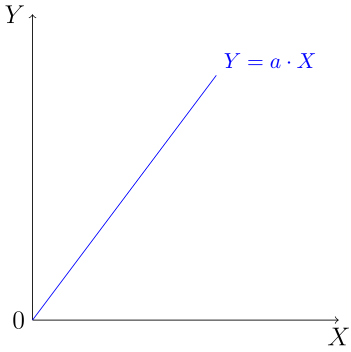
Voor deze functie is

$$\begin{aligned} \varepsilon_X^Y &= \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X}{Y} = abX^{b-1}\frac{X}{aX^b} \\ &\Updownarrow \\ \varepsilon_X^Y &= bX^{b-1+1-b} = bX^0 = b. \end{aligned}$$

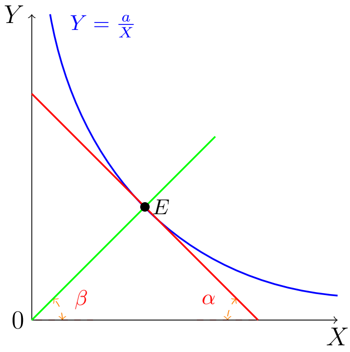
De volgende slides tonen de speciale gevallen $b = 1$, $b = -1$, $b = 0$ en nog één andere iso-elastische functie.

Elasticiteitsbegrip

Figuur: Elasticiteit is 1

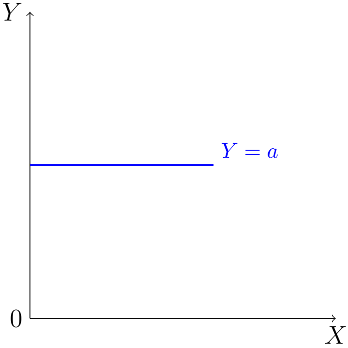


Figuur: Elasticiteit is -1

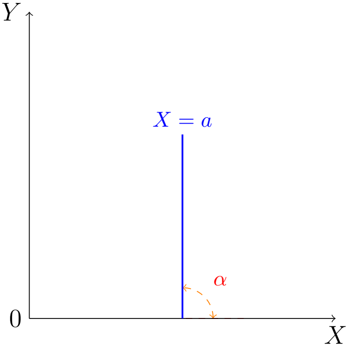


Elasticiteitsbegrip

Figuur: Elasticiteit is nul



Figuur: Elasticiteit is oneindig



Elasticiteitsbegrip

Alternatieve definitie voor de puntelasticiteit: de dubbele logaritmische afgeleide (kan omdat $Y, X > 0$):

$$\varepsilon_X^Y(A) = \frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(X)},$$

met de afgeleide geëvalueerd in het punt A. Dit is equivalent aan de vorige definitie:

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(X)} = \frac{\partial \ln(Y)}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial \ln(X)} = \frac{1}{Y}\frac{\partial Y}{\partial X}X = \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X}{Y}.$$

Voor graadsfuncties $Y(X) = aX^b$

$$Y = aX^b \Leftrightarrow \ln(Y) = \ln(a) + b \cdot \ln(X)$$

$$\Rightarrow \varepsilon_X^Y(A) = \frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(X)} = b.$$

Elasticiteitsbegrip

Economisten: gebruiken de elasticiteit om de intensiteit van de relatie $Y(X)$ in een bepaald punt te meten: de relatie $Y(X)$ is in een bepaald punt A

- volkomen elastisch $\Leftrightarrow \left|\varepsilon_X^Y(A)\right| = \infty$;
- volkomen inelastisch $\Leftrightarrow \left|\varepsilon_X^Y(A)\right| = 0$;
- (relatief) elastisch $\Leftrightarrow \left|\varepsilon_X^Y(A)\right| > 1$;
- (relatief) inelastisch $\Leftrightarrow \left|\varepsilon_X^Y(A)\right| < 1$.

1.3.4 Grafische afleiding van de elasticiteit

Theorema: Grafische afleiding van de elasticiteit.

De puntelasticiteit van $Y(X) : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ in een punt E kan gevonden worden door de raaklijn te bepalen aan de functie $Y(X)$ in dat punt E, en

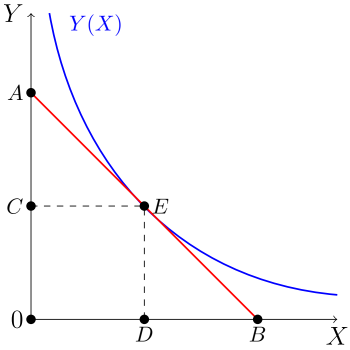
(i) de verhouding te nemen tussen, enerzijds, de afstand van het punt E tot het snijpunt van de raaklijn en de verticale as en, anderzijds, de afstand van het punt E tot het snijpunt van de raaklijn en de horizontale as, en

(ii) deze verhouding te vermenigvuldigen met 1 (-1) als de helling van de raaklijn positief (negatief) is.

Elasticiteitsbegrip

Grafisch:

Figuur: Grafische afleiding elasticiteit

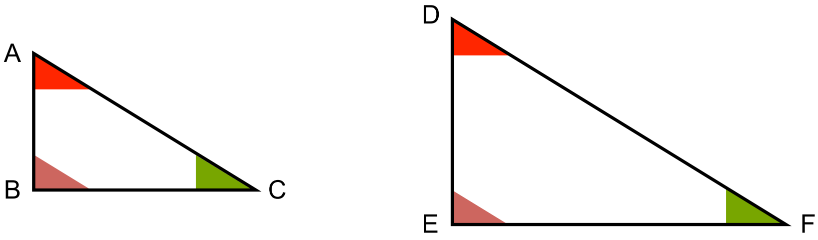


$$\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(E, A)}{d(E, B)}$$

Bewijs: eigenschap van gelijkvormige driehoeken nodig.

Gelijkvormige driehoeken: driehoeken waarvan de hoeken 2 aan 2 gelijk zijn, zoals in de volgende figuur.

Figuur: Gelijkvormige driehoeken

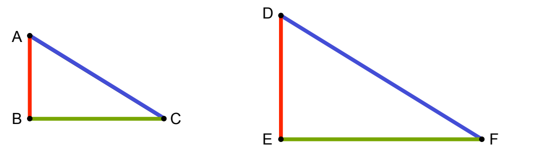


Notatie: $\Delta\ ABC \sim \Delta\ DEF$.

Elasticiteitsbegrip

Lemma: gelijkvormige driehoeken

Als $\Delta\ ABC \sim \Delta\ DEF$ dan geldt dat de verhouding tussen de lengte van 2 overeenkomstige zijden voor alle zijden gelijk is. Gegeven de driehoeken in de volgende figuur



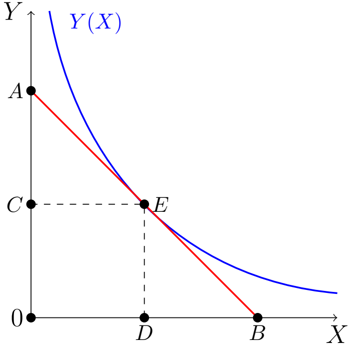
geldt derhalve dat

$$\frac{d(A,B)}{d(D,E)} = \frac{d(B,C)}{d(E,F)} = \frac{d(A,C)}{d(D,F)},$$

waarbij de notatie "$d(V,W)$" staat voor de afstand (de lengte van het lijnstuk) tussen de punten "V", en "W", met V en $W \in \{A,B,C,D,E,F\}$.

Bewijs van het theorema grafische afleiding elasticiteit.

Figuur: Grafische afleiding elasticiteit



$$\varepsilon_X^Y(E) = \frac{\partial Y}{\partial X}\frac{X}{Y} = -\frac{d(A,0)}{d(B,0)}\frac{d(D,0)}{d(C,0)}.$$

$\Delta \;\; 0AB \sim \Delta \;\; CAE \Rightarrow$

$$\frac{d(A,0)}{d(A,C)} = \frac{d(B,0)}{d(E,C)} \Rightarrow \frac{d(A,0)}{d(B,0)} = \frac{d(A,C)}{d(E,C)}$$

zodat

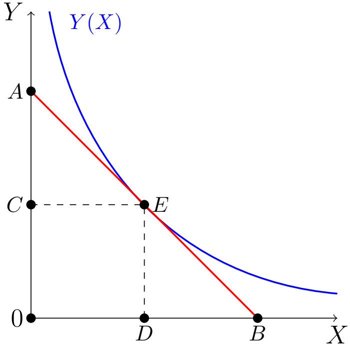
$$\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(A,C)}{d(E,C)}\frac{d(D,0)}{d(C,0)}.$$

Bovendien $d(D,0) = d(E,C)$, zodat

$$\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(A,C)}{d(C,O)}$$

Elasticiteitsbegrip

Figuur: Grafische afleiding elasticiteit



$d(C,0) = d(E,D)$, zodat uit de vorige uitdrukking volgt

$$\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(A,C)}{d(E,D)}.$$

$\Delta \; CEA \sim \Delta \; DBE \Rightarrow$

$$\frac{d(A,C)}{d(E,D)} = \frac{d(E,A)}{d(E,B)}.$$

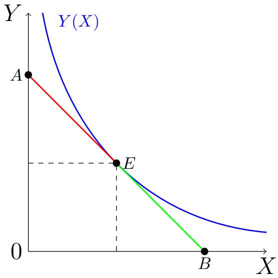
Bijgevolg

$$\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(E,A)}{d(E,B)}.$$

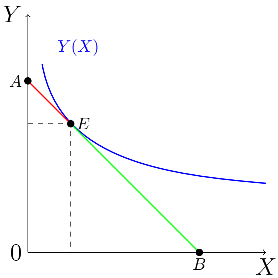
Elasticiteitsbegrip

We gebruiken het theorema om de elasticiteit in te schatten van de volgende dalende functies: $\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(E,A)}{d(E,B)}$.

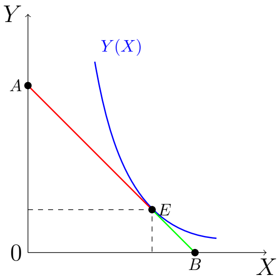
Figuur: Elasticiteit ongeveer -1



Figuur: Elasticiteit > -1



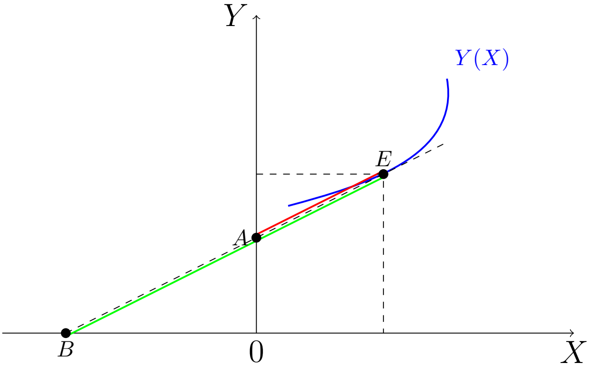
Figuur: Elasticiteit < -1



Elasticiteitsbegrip

We gebruiken het theorema om de elasticiteit in te schatten van de volgende stijgende functie: $\varepsilon_X^Y(E) = \frac{d(E,A)}{d(E,B)}$.

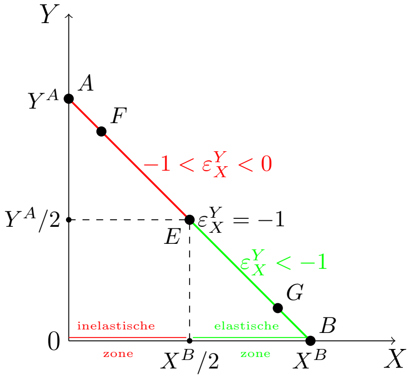
Figuur: Elasticiteit stijgende functie $\varepsilon_X^Y(E) = 1/2$



Lineair dalende functie:

$$\varepsilon_X^Y(E) = -\frac{d(E,A)}{d(E,B)}.$$

Figuur: Grafische afleiding elasticiteit lineair dalende functie

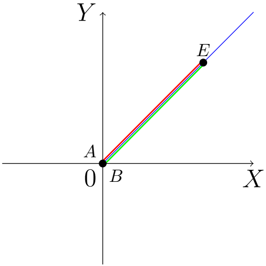


Elasticiteitsbegrip

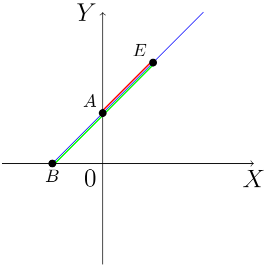
Lineair stijgende functie:

$$\varepsilon_X^Y(E) = \frac{d(E, A)}{d(E, B)}.$$

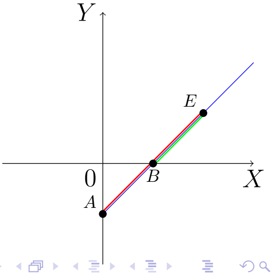
Figuur: $\varepsilon_X^Y = 1$



Figuur: $0 < \varepsilon_X^Y < 1$



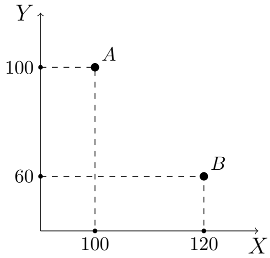
Figuur: $\varepsilon_X^Y > 1$



1.3.5 Discrete observaties: boogelasticiteit

Stel: er bestaat een relatie $Y(X)$, maar we hebben slechts 2 observaties: $A = (X^A, Y^A)$ en $B = (X^B, Y^B)$.

Figuur: Boogelasticiteit twee observaties



Hoe de elasticiteit van de onbekende relatie $Y(X)$ inschatten?

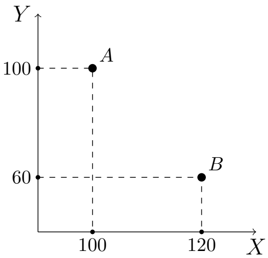
Elasticiteitsbegrip

Hoe de elasticiteit van de onbekende relatie $Y(X)$ inschatten?

(1) Zonder veronderstelling over het verband tussen X en Y: via definitie boogelasticiteit.

Voorbeeld 8. Berekenen boogelasticiteit 1.

Figuur: Boogelasticiteit twee observaties



- in A, van A naar B:

$$e_X^Y(A) = \frac{Y^B - Y^A}{X^B - X^A}\frac{X^A}{Y^A} = \frac{60-100}{120-100}\frac{100}{100} = \frac{-40}{20} = -2.$$

- in B, van B naar A:

$$e_X^Y(B) = \frac{Y^A - Y^B}{X^A - X^B}\frac{X^B}{Y^B} = \frac{100-60}{100-120}\frac{120}{60} = \frac{40}{-20}2 = -4$$

Elasticiteitsbegrip

We krijgen 2 verschillende waarden. Compromis: volgende vuistregel:

$$e_X^Y = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \frac{\frac{1}{2}\left[X^A + X^B\right]}{\frac{1}{2}\left[Y^A + Y^B\right]},$$

Equivalent met de vuistregel:

$$e = \frac{Y^A - Y^B}{X^A - X^B} \frac{X^A + X^B}{Y^A + Y^B}.$$

Voorbeeld 9. Berekenen boogelasticiteit 2.

Vuistregel

$$e_X^Y = -\frac{40}{20} \frac{\frac{1}{2}[100 + 120]}{\frac{1}{2}[100 + 60]} = -2\frac{11}{8} = -\frac{11}{4} = -2.75$$

Equivalente formule

$$e = \frac{100 - 60}{100 - 120} \frac{100 + 120}{100 + 60} = \frac{40}{-20} \frac{220}{160} = -2\frac{11}{8} = -\frac{11}{4} = -2.75$$

-

Elasticiteitsbegrip

Alternatief: verband opleggen tussen X en Y. Meestal: iso-elastisch.

$$e_X^Y(A) = \frac{\ln(Y^B) - \ln(Y^A)}{\ln(X^B) - \ln(X^A)} \text{ en } e_X^Y(B) = \frac{\ln(Y^A) - \ln(Y^B)}{\ln(X^A) - \ln(X^B)}.$$

Voorbeeld 10. Berekenen boogelasticiteit 3.

- in A, van A naar B:

$$e_X^Y(A) = \frac{\ln(Y^B) - \ln(Y^A)}{\ln(X^B) - \ln(X^A)} = \frac{\ln(60) - \ln(100)}{\ln(120) - \ln(100)} = \frac{-0.5109}{0.1823} = -2.8025.$$

- in B, van B naar A:

$$e_X^Y(B) = \frac{\ln(Y^A) - \ln(Y^B)}{\ln(X^A) - \ln(X^B)} = \frac{\ln(100) - \ln(60)}{\ln(100) - \ln(120)} = \frac{0.5109}{-0.1823} = -2.8025.$$

Twee keer dezelfde waarde; geen compromis nodig. ●

1.3.6 Elasticiteit van een curve

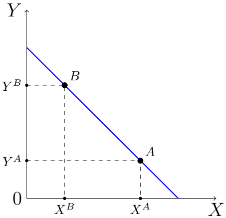
Uitspraak "curve 1 is elastischer dan curve 2" is alleen zinvol indien beide curven inso-elastisch zijn en de (constante) elasticiteit van curve 1 groter is dan van curve 2.

Soms zegt men dat een steile curve elastischer is dan een vlakke. Deze uitspraak in niet gerechtvaardigd, want de elasticitet van een curve die niet iso-elastisch is verschilt van punt tot punt.

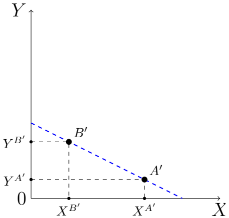
Volgende slide: 2 rechten, deze in het linkerpaneel is steiler dan deze in het rechterpaneel, maar de absolute waarde van de elasticiteit $e_X^Y(B) = 1/3$ is kleiner dan de absolute waarde van de elasticiteit $e_X^Y(A') = 3$

Elasticiteitsbegrip

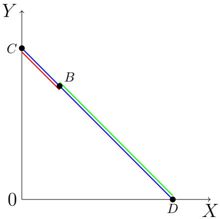
Figuur: Steile rechte



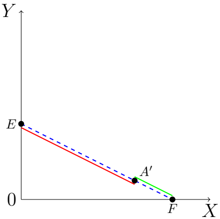
Figuur: Vlakke rechte



Figuur: Elasticiteit in B



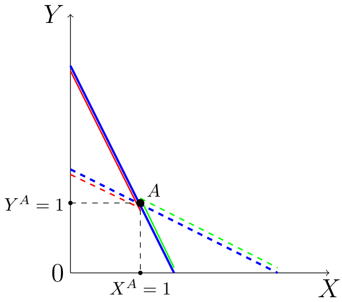
Figuur: Elasticiteit in A'



Elasticiteitsbegrip

Niet iso-elastische curven kunnen wel vergeleken worden in een gemeenschappelijk punt op basis van de helling van de raaklijn.

Figuur: Elasticiteit van curve door een gemeenschappelijk punt



De elasticiteit in het punt A is

$$\varepsilon_X^Y(A) = \frac{\Delta Y}{\Delta X}\frac{X^A}{Y^A},$$

en in een gemeenschappelijk punt is $\frac{X^A}{Y^A}$ onveranderd. Enkel $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ bepaalt de hoogte van de elasticiteit.

1.3.8 Voorbeelden van elasticiteiten

Inkomens- en prijselasticiteit van de vraag naar energie

Gao, Peng en Smyth (2021): evolutie van de inkomens- en prijselasticiteit van de vraag naar energie

- afname van de inkomenselasticiteit van de vraag naar energie (van 0.8 naar 0.6) - Kyoto protocol, 1997
- toename van de prijselasticiteit van de vraag naar energie (-0.1 naar -0.3) - substitutie mogelijkheden

Elasticiteitsbegrip

Elasticiteit van het belastbare inkomen.

Belastbaar inkomen $Z(1-\tau)$ met τ de marginale belastingvoet. Definieer

$$\varepsilon_{1-\tau}^{Z} = \frac{\partial Z(1-\tau)}{\partial(1-\tau)} \frac{1-\tau}{Z(1-\tau)}.$$

Aangezien het aannemelijk is dat $\frac{\partial Z(1-\tau)}{\partial(1-\tau)} > 0$, $\tau > 0$ en $Z > 0$ is $\varepsilon_{1-\tau}^{Z} > 0$.

Voor de betaalde belasting door het individu $T = \tau \cdot Z(1-\tau)$ geldt

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = Z + \tau \frac{\partial Z(1-\tau)}{\partial(1-\tau)} \frac{\partial(1-\tau)}{\partial \tau} = \left[1 - \frac{\tau}{1-\tau}\varepsilon_{1-\tau}^{Z}\right] Z.$$

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} > 0 \Leftrightarrow \varepsilon_{1-\tau}^{Z} < \frac{1-\tau}{\tau} \Leftrightarrow \tau\varepsilon_{1-\tau}^{Z} < 1-\tau$$
$$\Leftrightarrow \tau\left[1+\varepsilon_{1-\tau}^{Z}\right] < 1 \Leftrightarrow \tau < \frac{1}{1+\varepsilon_{1-\tau}^{Z}}$$

Elasticiteitsbegrip

Schatting van $\varepsilon^{Z}_{1-\tau}$ van Gruber en Saez (2002) voor de Verenigde Staten:

1. De gemiddelde elasticiteit (over alle huishoudens heen) is ongeveer 0.4
2. De elasticiteit is verschillend naargelang het belastbare inkomen:
    - $Z > 100000$ USD $\Rightarrow \varepsilon^{Z}_{1-\tau} \sim 0.57$
    - $Z < 100000$ USD $\Rightarrow \varepsilon^{Z}_{1-\tau} \leq 0.18$

Implicaties: een verhoging van de marginale belastingvoet verhoogt de belastingopbrengsten zolang

- Gemiddelde: $\tau < 1/1.4 = 0.71$
- Boven 100000 USD: $\tau < 1/1.57 = 0.654$

De vrees dat een toename van de marginale belastingvoet leidt tot een daling van de belastingopbrengsten blijkt ongegrond.