

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе
А. А. Воронов
17 июня 2024 г.

ПРОГРАММА

по дисциплине: **Аналитическая геометрия**

по направлению подготовки: **03.03.01 «Прикладная математика и физика»,**
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»,
09.03.04 «Программная инженерия»,
11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника»,
16.03.01 «Техническая физика»,
19.03.01 «Биотехнология»

физтех-школы: **ФАКТ, ФЭФМ, ФПМИ, ФБМФ, ФРКТ, ВШПИ**
кафедра: **высшей математики**

курс: 1

семестр: 1

лекции — 30 часов

Экзамен — 1 семестр

практические (семинарские)

занятия — 30 часов

лабораторные занятия — нет

ВСЕГО АУДИТОРНЫХ ЧАСОВ — 60

Самостоятельная работа:
теор. курс — 18 часов

Программу составили:

к. ф.-м. н., доцент А. Н. Бурмистров
к. ф.-м. н., доцент О. К. Подлипский
к. ф.-м. н., доцент О. Г. Подлипская
к. ф.-м. н., доцент Д. А. Степанов
к. п. н., доцент Д. А. Терёшин
к. ф.-м. н., доцент И. А. Чубаров

Программа принята на заседании кафедры
высшей математики 11 апреля 2024 г.

Заведующий кафедрой
д. ф.-м. н., профессор

Г. Е. Иванов

1. Направленные отрезки и векторы, линейные операции над ними. Свойства линейных операций. Коллинеарность и компланарность векторов. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Связь линейной зависимости с коллинеарностью и компланарностью векторов. Базис, координаты вектора в базисе. Действия с векторами в координатах.
2. Определения общей декартовой и прямоугольной (ортонормированной) системы координат. Матрица перехода и ее основное свойство. Изменение координат вектора при замене базиса. Изменение координат точки при переходе к новой системе координат. Формулы перехода от одной прямоугольной системы координат на плоскости к другой.
3. Скалярное произведение и его свойства. Ортогональные проекции. Выражение скалярного произведения в координатах, выражение в ортонормированном базисе. *Матрица Грама*¹. Формулы для определения расстояния между точками и угла между векторами.
4. Ориентация на плоскости и в пространстве. Смешанное и векторное произведения векторов, их свойства и геометрический смысл. Выражение смешанного и векторного произведений через координаты векторов. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Формула двойного векторного произведения. Биортогональный (взаимный) базис.
5. Алгебраические линии и поверхности, их порядок. Теорема об инвариантности порядка линии на плоскости (поверхности в пространстве) при переходе к новой декартовой системе координат.
6. Векторные и координатные формы уравнения прямой на плоскости и в пространстве. Условия параллельности (или совпадения), перпендикулярности прямых на плоскости, заданных в координатной форме. *Пучок прямых на плоскости*² Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве. Расстояние между двумя прямыми в пространстве.
7. Векторные и координатные формы уравнения плоскости. Условия параллельности (или совпадения) плоскостей, заданных в координатной форме. Расстояние от точки до плоскости в пространстве и расстояние между параллельными плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. *Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых*³. *Связка и пучок плоскостей*⁴.

¹Для потоков О.Г. Подлипской, Д.А. Степанова и И.А. Чубарова.

²Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

³Для потоков О.Г. Подлипской и И.А. Чубарова.

⁴Для потока А.Н. Бурмистрова.

8. Алгебраические линии второго порядка на плоскости, их классификация. Приведение уравнения линии второго порядка к каноническому виду. Центр линии второго порядка, центральные и нецентральные линии.
9. Эллипс, гипербола и парабола, их свойства. Касательные к эллипсу, гиперболе и параболе. *Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярной системе координат*⁵.
10. *Асимптотические направления и диаметры линий второго порядка*.⁶
11. *Цилиндрические и конические поверхности*⁷. Поверхности вращения. Эллипсоид, гиперболоиды, параболоиды и конус второго порядка, их основные свойства. Прямолинейные образующие.
12. Отображения и преобразования плоскости. Произведение (композиция) отображений. Взаимно однозначное отображение, обратное отображение. Линейные преобразования плоскости. Координатное представление линейных преобразований плоскости.
13. Аффинные преобразования плоскости и их основные свойства. Геометрический смысл модуля и знака определителя аффинного преобразования плоскости. Аффинная классификация линий второго порядка. Ортогональные преобразования плоскости и их свойства. Разложение аффинного преобразования плоскости в произведение ортогонального преобразования и двух сжатий. *Понятие о группе преобразований*⁸.
14. Алгебраические операции с матрицами. *Элементарные преобразования матриц*⁹. Обратная матрица.
15. Определение детерминанта. Свойства детерминанта. Миноры, алгебраические дополнения. Детерминант произведения матриц. Правило Крамера. Критерий обратимости. Формула для элементов обратной матрицы.

Литература

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2018.
2. Умнов А. Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. — Москва : МФТИ, 2011, <http://www.umnov.ru>.
3. Чезалов В. И. Лекции по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Москва : МФТИ, 2000.
4. Кострикин А. И. Введение в алгебру. Ч. 1. Основы алгебры. Ч. 2. Линейная алгебра. — Москва : Физматлит, 2005.

⁵Для потоков Д.А. Терёшина и И.А. Чубарова.

⁶Для всех, кроме потоков Д.А. Степанова и Д.А. Терёшина.

⁷Для всех, кроме потока Д.А. Терёшина.

⁸Для всех, кроме потоков А.Н. Бурмистрова и Д.А. Терёшина.

⁹Для всех, кроме потока И.А. Чубарова.

ЗАДАНИЯ

Литература

1. Беклемишева Л. А., Беклемишев Д. В., Петрович А. Ю., Чубаров И. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. — Санкт-Петербург : Издательство «Лань», 2023. (цитируется — С)

Замечания

1. Задачи с подчеркнутыми номерами рекомендовано разобрать на семинарских занятиях.
2. Задачи, отмеченные *, являются необязательными.

ПЕРВОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 30 сентября – 05 октября)

I. Матрицы и определители 2-го и 3-го порядков. Системы линейных уравнений. Правило Крамера

С: 14.4(5, 6); 14.7(4, 6, 11); 14.10(1)*; 15.2(1, 3); 15.5(1, 2, 11, 14); 15.11(3, 4, 7); 15.22(1)*.

Т.1. Пусть все элементы квадратной вещественной матрицы третьего порядка отличны от нуля. Доказать, что все 6 произведений в определителе этой матрицы не могут быть одного знака.

Т.2. Найти все квадратные матрицы второго порядка, перестановочные с любой квадратной матрицей второго порядка.

С: 17.1(2, 4); 17.2(4).

II. Векторы

С: 1.5; 1.7; 1.10; 1.15; 1.21; 1.23; 1.30(1, 2); 1.37*; 1.35; 1.50*.

III. Замена базиса и системы координат

С: 4.5; 4.10; 4.19; 4.23*; 4.27*.

IV. Скалярное, векторное и смешанное произведения

С: 2.7(4); 2.10(1, 2); 2.11*; 2.22; 2.27(3); 2.30; 2.32; 2.42*; 3.2(2); 3.6; 3.9; 3.12; 3.13(1, 2); 3.19(2); 3.21; 3.24*; 3.26(3)*; 3.32.

Т.3. При каком λ векторы

$$\mathbf{a} = (1, 1, 1), \mathbf{b} = (2, 0, 1), \mathbf{c} = (3, 1, \lambda),$$

образуют базис?

Т.4. Решить уравнение $[a, [a, x]] = x + a$ относительно неизвестного вектора x , считая вектор a известным.

Рекомендации по решению

первого домашнего задания по неделям

1 неделя	С: 14.4(5, 6); 14.7(4, 6, 11); 14.10(1)*; 15.2(1, 3); 15.5(1, 2, 11, 14); 15.11(3, 4, 7); 15.22(1); Т.1; Т.2; 17.1(2,4); 17.2(4).
2 неделя	С: 1.5; 1.7; 1.10; 1.15; 1.21; 1.23; 1.30(1, 2); 1.37*; 1.35; 1.50*.
3 неделя	С: 4.5; 4.10; 4.19; 4.23*; 4.27* 2.7(4); 2.10(1, 2); 2.11*; 2.22; 2.27(3); 2.30; 2.32; 2.42*.
4 неделя	С: 3.2(2); 3.6; 3.9; 3.12; 3.13(1, 2); 3.19(2); 3.21; 3.24*; 3.26(3)*; 3.32; Т.3; Т.4.

37 + 9*

ВТОРОЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 04–09 ноября)

I. Прямая на плоскости

С: 5.1(1, 2, 3); 5.4(1); 5.8(1, 2, 5); 5.11; 5.16; 5.19; 5.24; 5.37; 5.54; 5.56*.

II. Плоскость и прямая в пространстве

С: 6.1(1, 3, 5); 6.2(1, 2, 3); 6.3(2); 6.4(1); 6.10(3, 4); 6.11(3, 5, 9); 6.15; 6.18(1); 6.21(2); 6.26*; 6.37*; 6.68(2); 6.74(1, 2, 3, 4, 5).

III. Линии второго порядка

С: 7.25(3, 8); 7.28; 7.34*; 7.38(4, 7); 7.41(1); 7.49(2)*; 7.54(1, 2, 3); 7.56*; 7.62(2, 4); 8.1(2, 5, 6); 8.3(2); 8.7(3); 8.9(1, 3); 8.13; 8.23*; 8.24(2); 8.25(3); 8.27*; 8.28(3, 6); 9.1(6); 9.4(1, 3, 10); 9.13(1); 9.15(2); 9.17*.

Рекомендации по решению

второго домашнего задания по неделям

1 неделя	С: 5.1(1, 2, 3); 5.4(1); 5.8(1, 2, 5); 5.11; 5.16; 5.19; 5.24; 5.37; 5.54; 5.56*; 6.1(1, 3, 5); 6.2(1, 2, 3); 6.3(2); 6.4(1); 6.10(3, 4).
2 неделя	С: 6.11(3, 5, <u>9</u>); 6.15; 6.18(1); 6.21(2); 6.26*; 6.37*; 6.68(2); 6.74(1, 2, 3, 4, 5).
3 неделя	С: 7.25(3, 8); 7.28; 7.34*; 7.38(4, 7); 7.41(1); 7.49(2)*; 7.54(1, 2, 3); 7.56*; 7.62(2, 4).
4 неделя	С: 8.1(2, 5, 6); 8.3(2); 8.7(3); 8.9(1, 3); 8.13; 8.23*; 8.24(2); 8.25(3); 8.27*; 8.28(3, 6); 9.1(6); 9.4(1, 3, 10); 9.13(1); 9.15(2); 9.17*.

38 + 9*

ТРЕТЬЕ ЗАДАНИЕ

(срок сдачи 09–14 декабря)

I. Поверхности второго порядка

С: 10.3(3, 7, 9); 10.9(2, 3, 6); 10.16; 10.23^{*}; 10.32; 10.42; 10.46(3); 10.65(1); 10.81; 10.82.

Т.1. Будет ли линия пересечения двух поверхностей второго порядка линией второго порядка?

II. Аффинные преобразования плоскости

С: 12.28(1, 2^{*}, 3); 12.32; 12.38(2); 12.39(2); 12.40(1, 3); 12.43(5); 12.53(1, 2, 5, 8^{*}); 12.55(11)^{*}; 12.69(1, 4); 12.82 (для преобразования 12.81(Z, 9)).

III. Определители n -го порядка

С: 14.12(1, 2); 14.21(2, 9, 13^{*}); 14.22(2); 14.23(6, 9, 11, 18); 14.24(3, 5, 7); 14.33^{*}.

Т.2^{*}. Найдите наибольшее значение определителя 4-го порядка, у которого все элементы равны 1 или -1.

IV. Операции с матрицами. Обратная матрица

С: 15.11(2, 4); 15.18(2); 15.22(2, 5); 15.23(1)^{*}; 15.24(1, 3, 4); 15.45(2, 7, 9); 15.54(3); 15.56^{*}; 15.65(4, 5, 6^{*}).

Т.3^{*}. Опишите такие обратимые (вещественные) матрицы A порядка n , что все элементы как матрицы A , так и обратной матрицы A^{-1} неотрицательны.

Рекомендации по решению

третьего домашнего задания по неделям

1 неделя	С: 10.3(3, 7, 9); 10.9(2, 3, 6); 10.16; 10.23 [*] ; <u>10.32</u> ; 10.42; 10.46(3); 10.65(1); 10.81; 10.82; Т.1.
2 неделя	С: 12.28(1, 2 [*] , 3); <u>12.32</u> ; 12.38(2); 12.39(2); 12.40(1, 3); 12.43(5); 12.53(1, 2, 5, 8 [*]); 12.55(11) [*] ; 12.69(1, 4); 12.82 (для преобразования 12.81(<u>7</u> , 9)).
3 неделя	С: 14.12(1, 2); 14.21(2, 9, 13 [*]); 14.22(2); 14.23(6, 9, 11, <u>18</u>); 14.24(3, 5, 7); 14.33 [*] ; Т.2 [*] .
4 неделя	С: 15.11(2, 4); 15.18(2); 15.22(2, 5); 15.23(1); 15.24(1, 3, 4); 15.45(2, 7, 9); 15.54(3); 15.56 [*] ; 15.65(<u>4</u> , 5, 6); Т.3 [*] .

32 + 9*