

Analyse de Systèmes Hamiltoniens à Ports pour la génération de lois de commande par platitude différentielle : application en électroacoustique

Antoine Falaize^a, Tristan Lebrun^b, Thomas Hélie^b

01 décembre 2017

Journées Techniques de Contrôle en Vibrations, Acoustique et Musique

GIPSA-lab, Grenoble, France

<http://www.gipsa-lab.fr/colloque/JTCVAM2017/accueil.html>

^a Équipe M2N, CNRS UMR 7356 LaSIE, ULR, La Rochelle, France

^b Équipe S3AM, CNRS UMR 9912 STMS, IRCAM, UPMC, Paris, France

Problématique : contrôler la sortie d'un transducteur



Plusieurs causes de distortions¹

- suspensions mécaniques ,
- couplage fluide-structure,
- bobine à noyau ferromagnétique,
- variations de température.



1. FALAIZE, "Modélisation, simulation, génération de code et correction de systèmes multi-physiques audios : Approche par réseau de composants et formulation Hamiltonienne à Ports", 2016, §7.

Problématique : contrôler la sortie d'un transducteur



Plusieurs causes de distortions¹

- suspensions mécaniques (ici),
- couplage fluide-structure,
- bobine à noyau ferromagnétique,
- variations de température.



1. FALAIZE, "Modélisation, simulation, génération de code et correction de systèmes multi-physiques audios : Approche par réseau de composants et formulation Hamiltonienne à Ports", 2016, §7.

Présentée au CFM 2015²

1. Modèle physique structurellement passif
Systèmes Hamiltoniens à Ports³ (SHP)
2. Méthode numérique préservant la passivité → stabilité
Gradient discret⁴
3. Compensation des non-linéarités modélisées
Platitude différentielle⁵ (feedforward)
4. Correction des défauts non modélisés
Bouclage type Lyapunov (feedback)

-
2. FALAIZE et al., "Compensation of loudspeaker's nonlinearities based on flatness and port-Hamiltonian approach", 2015.
 3. MASCHKE, VAN DER SCHAFT et BREEDVELD, "An intrinsic Hamiltonian formulation of network dynamics : Non-standard Poisson structures and gyrators", 1992.
 4. ITOH et ABE, "Hamiltonian-conserving discrete canonical equations based on variational difference quotients", 1988.
 5. FLIESS et al., "Differential flatness and defect : an overview", 1993.

Modélisation (OK)

- Système = Composants + Interconnexions.
- Méthode d'analyse de graphes⁶.
- Génération automatique de la structure SHP.

Platitude (présentation d'aujourd'hui)

- Détermination automatique de la sortie plate du modèle.
- Méthode d'analyse de graphes⁷ (≠ Modélisation).
- ⇒ Loi de commande (exacte sur le modèle).

6. FALAIZE et HÉLIE, "Passive guaranteed simulation of analog audio circuits : A port-Hamiltonian approach", 2016.

7. FALAIZE, "Modélisation, simulation, génération de code et correction de systèmes multi-physiques audios : Approche par réseau de composants et formulation Hamiltonienne à Ports", 2016, §4.

Introduction

Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)

Modèle-jouet d'un haut-parleur électrodynamique

Simulation directe

Planification de trajectoire et platitude

Résultats : simulations et mesures

Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)

Représentation d'état (RE) standard

Entrée \mathbf{u} , État \mathbf{x} , Observation \mathbf{y}

$$\text{Dynamique} \quad \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{u})$$

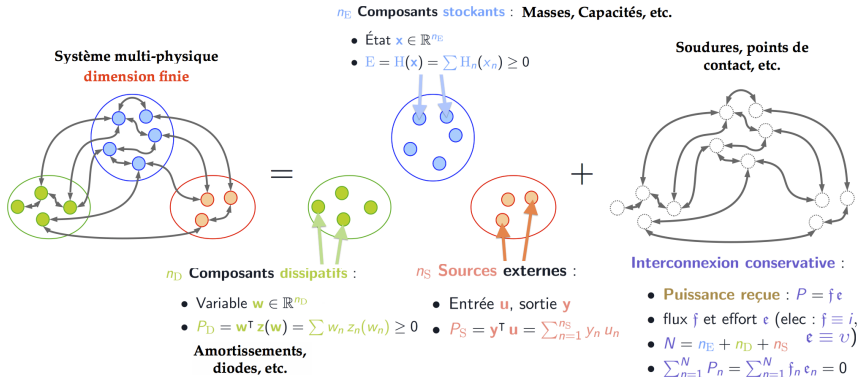
$$\text{Contrainte} \quad \emptyset = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{u})$$

$$\text{Observation} \quad \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{w}, \mathbf{u})$$

SHP : RE structurée selon les échanges de puissances

$$\begin{array}{l} \text{Stockages} \\ \text{Dissipations} \\ \text{Sources} \end{array} \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \mathbf{w} \\ \mathbf{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_{xx} & \mathbf{J}_{xw} & \mathbf{J}_{xy} \\ -\mathbf{J}_{xw}^T & \mathbf{J}_{ww} & \mathbf{J}_{wy} \\ -\mathbf{J}_{xy}^T & -\mathbf{J}_{wy}^T & \mathbf{J}_{yy} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nabla H(\mathbf{x}) \\ \mathbf{z}(\mathbf{w}) \\ \mathbf{u} \end{pmatrix}$$

Les systèmes Hamiltoniens à Ports



Structure SHP

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= (\nabla H(\mathbf{x}), \mathbf{z}(\mathbf{w}), \mathbf{u})^T, \\ \mathbf{b} &= \left(\frac{d\mathbf{x}}{dt}, \mathbf{w}, \mathbf{y} \right)^T, \\ \mathbf{b} &= \mathbf{J} \cdot \mathbf{a}, \quad (\mathbf{J} \text{ antisym.} \Rightarrow \mathbf{a}^T \mathbf{J} \mathbf{a} = 0). \end{aligned}$$

Encode le bilan de puissance

$$\begin{aligned} \mathbf{a}^T \mathbf{b} &= \nabla H^T \frac{d\mathbf{x}}{dt} + \mathbf{z}(\mathbf{w})^T \mathbf{w} + \mathbf{u}^T \mathbf{y} \\ &= \frac{dE}{dt} + P_D + P_S = 0. \end{aligned}$$

Système passif : Énergie $H \equiv$ Fonction de Lyapunov (stabilité/contrôle)

Le Haut-parleur électrodynamique

Le haut-parleur électrodynamique

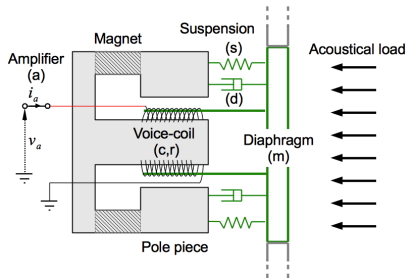


Figure 1 – Vue schématique.

Partie électrique

a source de tension

r résistance du fil

c inductance de la bobine

L f.e.m induite

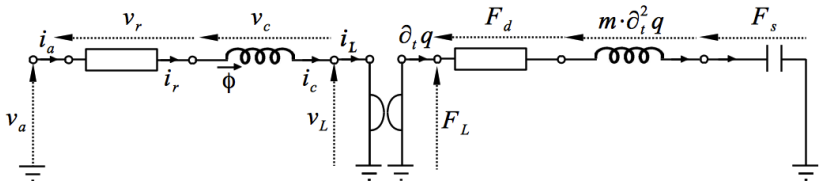


Figure 2 – Modèle électromécanique équivalent.

Modèle de Thiele et Small

Partie électrique

a source de tension

r résistance du fil

c inductance de la bobine

L f.e.m induite

Partie mécanique

m masse eq.

s force de rappel

d amortissement

L force de Laplace

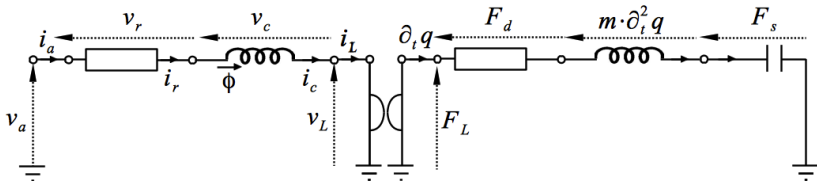


Figure 2 – Modèle électromécanique équivalent.

Partie électrique

a source de tension

r résistance du fil

c inductance de la bobine

L f.e.m induite

Partie mécanique

m masse eq.

s force de rappel

d amortissement

L force de Laplace

$$\begin{aligned}v_a(t) &= R_r \cdot i_a(t) + L \cdot \frac{di_a(t)}{dt} + B\ell \cdot \frac{dq(t)}{dt}, \\m \cdot \partial_t^2 q(t) &= B\ell \cdot i_a(t) - R_d \cdot \frac{dq(t)}{dt} - F_s(q).\end{aligned}$$

$F_s(q)$: Force de rappel de la suspension \rightsquigarrow Non linéaire

Thiele et Small

Force de rappel linéaire de raideur k_0 :

$$F_k(x) \equiv F_{lin}(x) = k_0 x.$$

Thiele et Small

Force de rappel linéaire de raideur k_0 :

$$F_k(x) \equiv F_{lin}(x) = k_0 x.$$

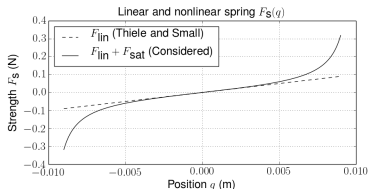
Dans ce travail

Saturation en position (phénoménologique) :

$$\begin{aligned} F_k(x) &= F_{lin}(x) + F_{sat}(x) \\ F_{sat}(x) &= k_s \frac{4}{4-\pi} \left(\tan\left(\frac{\pi \cdot x}{2 \cdot x_{sat}}\right) - \frac{\pi \cdot x}{2 \cdot x_{sat}} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Le terme non linéaire F_{sat} ne s'exprime pas autours de l'origine $q = 0$.

Suspension non linéaire



Dans ce travail

Saturation en position (phénoménologique) :

$$\begin{aligned} F_k(x) &= F_{lin}(x) + F_{sat}(x) \\ F_{sat}(x) &= k_s \frac{4}{4-\pi} \left(\tan\left(\frac{\pi \cdot x}{2 \cdot x_{sat}}\right) - \frac{\pi \cdot x}{2 \cdot x_{sat}} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Le terme non linéaire F_{sat} ne s'exprime pas autours de l'origine $q = 0$.

La matrice de connexion est obtenue à partir des lois de Kirchhoff et de Newton appliquées à

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= [v_c, m \frac{d^2q}{dt^2}, \frac{dq}{dt}]^T, & \nabla H(\mathbf{x}) &= [i_c, \frac{dq}{dt} F_s]^T \\ \mathbf{w} &= [i_r, \frac{dq}{dt}]^T, & \mathbf{z} &= [v_r, F_d]^T \\ \mathbf{y} &= i_a, & \mathbf{u} &= v_a\end{aligned}\quad (2)$$

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_{xx} &= \begin{pmatrix} 0 & -Bl & 0 \\ +Bl & 0 & -1 \\ 0 & +1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_{xw} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_{xy} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \mathbf{J}_{ww} &= 0, \quad \mathbf{J}_{wy} = 0, \quad \mathbf{J}_{yy} = 0.\end{aligned}\quad (3)$$

Méthode numérique dédiée aux SHP (Gradient discret⁸)

- Préserve la structure passive des SHP à temps discret
- Garantit la stabilité du schéma numérique (même dans le cas non linéaire)

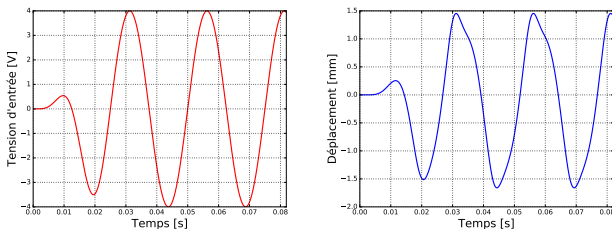


Figure 2 – Gauche : Tension v_a (V). Droite : Position q (m).

8. ITOH et ABE, "Hamiltonian-conserving discrete canonical equations based on variational difference quotients", 1988 ; LOPES, HÉLIE et FALAIZE, "Explicit second-order accurate method for the passive guaranteed simulation of port-Hamiltonian systems.", 2015.

Platitude et planification de trajectoire : Le principe

Si il existe $n_\mu = \dim(\mathbf{u})$ variables indépendantes μ telles que

$$\mu = \varphi_\mu(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \frac{d\mathbf{u}}{dt}, \dots, \frac{d^p \mathbf{u}}{dt^p}),$$

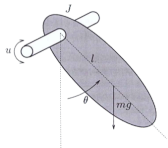
$$\mathbf{x} = \varphi_x(\mu, \frac{d\mu}{dt}, \dots, \frac{d^n \mu}{dt^n}),$$

$$\mathbf{u} = \varphi_u(\mu, \frac{d\mu}{dt}, \dots, \frac{d^m \mu}{dt^m}),$$

Alors pour toute trajectoire admissible $\mu^* : t \mapsto \mu^*(t)$

$$\mathbf{x}^* = \varphi_x(\mu^*, \frac{d\mu^*}{dt}, \dots, \frac{d^n \mu^*}{dt^n})$$

$$\mathbf{u}^* = \varphi_u(\mu^*, \frac{d\mu^*}{dt}, \dots, \frac{d^m \mu^*}{dt^m})$$



Exemple : $u(t) = J \frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + mgl \sin \theta(t)$

Variable plate : θ

On souhaite suivre la trajectoire $\theta^*(t)$

Commande : $u^*(t) = J \frac{d^2 \theta^*(t)}{dt^2} + mgl \sin \theta^*(t)$

- Qui est $\mu (= \varphi_\mu)$?
- Qui est φ_x ?
- Qui est φ_u ?

Principe

- sortie plate $0 \equiv$ base de la chaîne d'intégration
- On cherche un diagramme de Hasse \rightarrow arbre si le système est plat

Hypothèses

$$(H1) \dim(\mathbf{u}) = \dim(\mathbf{y}) = 1,$$

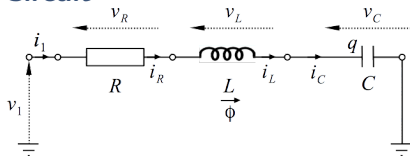
$$(H2) \mathbf{H}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n_E} H_i(x_i) \text{ et } \mathbf{z}(\mathbf{w}) = (z_1(w_1), \dots, z_{n_D}(w_{n_D}))^T,$$

$$(H3) \text{ lois constitutives bijectives } (H_n''(x_n) > 0 \text{ et } z_m'(w_m) > 0).$$

Ici : illustration sur le RLC

Méthode par analyse de graphe : le RLC

Circuit



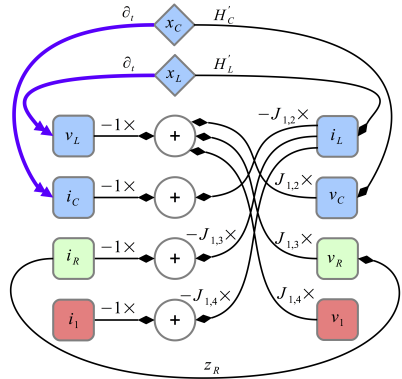
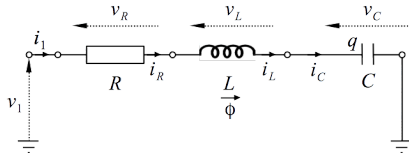
SHP

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_L}{dt} \\ \frac{dx_C}{dt} \\ w_R \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_L(x_L) \\ H'_C(x_C) \\ z_R(w_R) \\ u \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Méthode par analyse de graphe : le RLC

1. Graphe d'initialisation

Circuit



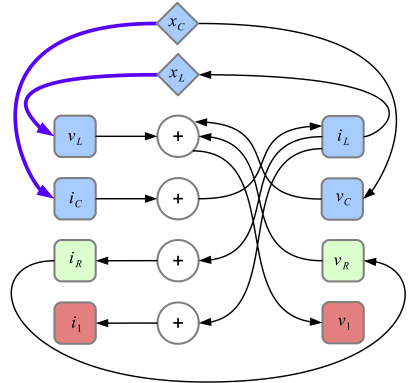
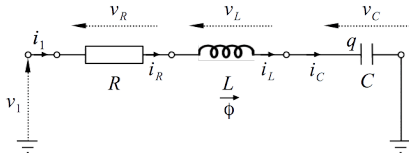
SHP

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_L}{dt} \\ \frac{dx_C}{dt} \\ w_R \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_L(x_L) \\ H'_C(x_C) \\ z_R(w_R) \\ u \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Méthode par analyse de graphe : le RLC

2. Graphe solution

Circuit

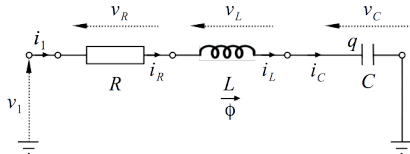


SHP

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_L}{dt} \\ \frac{dx_C}{dt} \\ w_R \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_L(x_L) \\ H'_C(x_C) \\ z_R(w_R) \\ u \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Méthode par analyse de graphe : le RLC

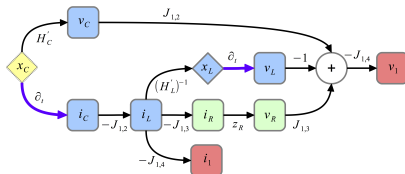
Circuit



SHP

$$\begin{pmatrix} \frac{dx_L}{dt} \\ \frac{dx_C}{dt} \\ w_R \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H'_L(x_L) \\ H'_C(x_C) \\ z_R(w_R) \\ u \end{pmatrix}. \quad (6)$$

3. Diagramme de Hasse



Application au haut-parleur

- sortie plate \equiv position de la membrane

- $\mu = \varphi_{\mu}(x_3)$

- $x = \varphi_x(\mu, \frac{d\mu}{dt}, \frac{d^2\mu}{dt^2}) = \begin{pmatrix} \frac{L}{Bl} \left(M \cdot \frac{d^2\mu}{dt^2} + A \cdot \frac{d\mu}{dt} + F_S(\mu) \right) \\ M \cdot \frac{d\mu}{dt} \\ \mu \end{pmatrix}$

Expression analytique de l'entrée $v_{\text{ampli}} = u$

$$u = \varphi_u\left(\mu, \frac{d\mu}{dt}, \frac{d^2\mu}{dt^2}, \frac{d^3\mu}{dt^3}\right) = \frac{M \cdot L}{Bl} \cdot \frac{d^3\mu}{dt^3} + \frac{A L + R M}{Bl} \cdot \frac{d^2\mu}{dt^2} + \left(F'_S(\mu) + \frac{L + R A}{Bl} + Bl\right) \cdot \frac{d\mu}{dt} + \frac{R}{Bl} F_S(\mu).$$

Simulation directe

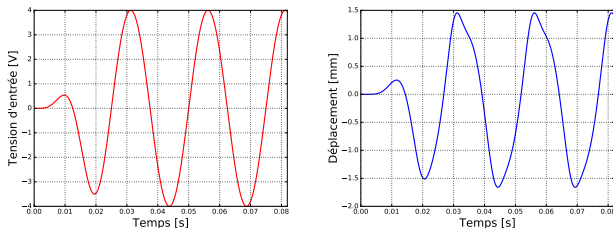


Figure 3 – Gauche : Tension v_a (V). Droite : Position q (m).

Simulation corrigée

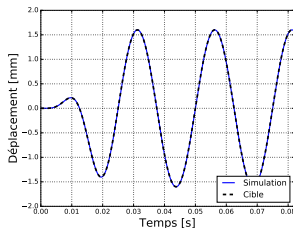
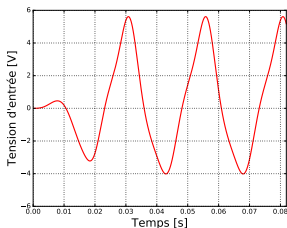


Figure 3 – Gauche : Tension v_a (V). Droite : Position q (m).

En pratique : thèse de **Tristan Lebrun**

Mesure directe

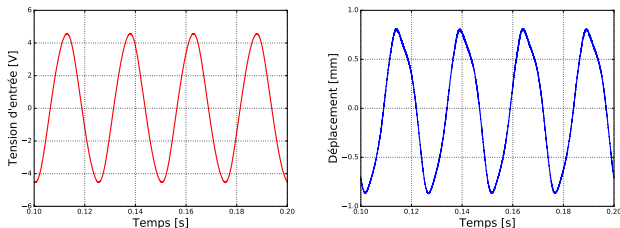


Figure 3 – Gauche : Tension v_a (V). Droite : Position q (m).

Mesure corrigée

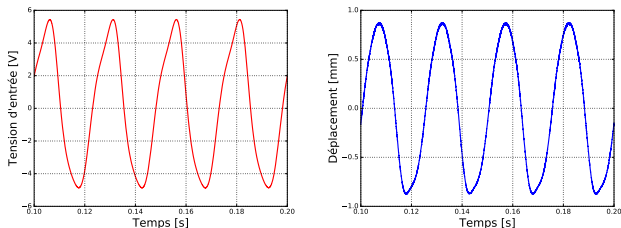


Figure 3 – Gauche : Tension v_a (V). Droite : Position q (m).

Analyse matricielle

- Hypothèses : SHP séparé par blocs et sous forme échelonnée réduite.
- 1 algorithme⁹.

9. FALAIZE, "Modélisation, simulation, génération de code et correction de systèmes multi-physiques audios : Approche par réseau de composants et formulation Hamiltonienne à Ports", 2016, §4.

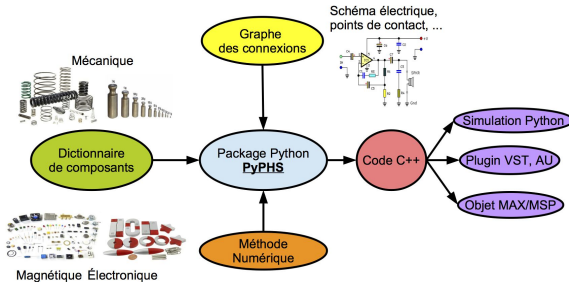
Contribution

Deux algorithmes pour analyser formellement la platitude d'un SHP.

Perspectives

1. Estimation de paramètres pour les SHP $\stackrel{?}{\Rightarrow}$ Formalisation.
2. Raffinement du contrôleur $\stackrel{?}{\Rightarrow}$ IDA-PBC¹⁰.
3. Platitude d'ordre > 0 .

10. ORTEGA et al., "Interconnection and damping assignment passivity-based control of port-controlled Hamiltonian systems", 2002.



Paradigme : Les Systèmes Hamiltoniens à Ports (SHP)

- Approche en réseau, structure SHP commune à de très nombreux systèmes.
- Garantit la **passivité** des modèles et des simulations (méthodes numériques dédiées).
- Calculs symboliques \Rightarrow **manipulation/optimisation/ génération**.
- Code c++ \equiv **modèle physique numérique passif optimisé**.

Présentation de la librairie ce lundi 04/12/2017 15h30 à l'IRCAM (Paris)¹¹

11. Streaming <http://videos.ircam.fr/>

12. CEA-CNRS-INRIA Logiciel Libre <http://www.cecill.info/>

Merci de votre attention