

## РЕЦЕНЗИЯ

на магистерскую диссертацию

Студента Корабельникова Алексея Алексеевича группы МЕНМ-280901

**Тема магистерской диссертации:** МНОГОМЕРНЫЙ АЛГОРИТМ  
ОВЫПУКЛЕНИЯ РОЯ ТОЧЕК, НАХОДЯЩИХСЯ В НЕОБЩЕМ ПОЛОЖЕНИИ.

### 1. Актуальность.

Методы вычислительной геометрии применяются во многих областях математики, как при обработке реальных объектов, так и при работе с абстрактными конструкциями. Одной из важных операций при этом является операция построения выпуклой оболочки роя точек. Для плоского случая имеется целый ряд весьма эффективных алгоритмов для построения выпуклой оболочки, однако с переходом в трёхмерное пространство ситуация существенно усложняется. Основная причина этого — возможность возникновения граней, которые не являются двумерными симплексами (то есть треугольниками). В этом случае требуется дополнительная работа по нахождению вершин грани. Кроме того, выявление и отсеивание точек, попавших внутрь грани, также требует дополнительных усилий.

Однако, ещё более сложным процесс овыпукления становится в пространствах размерности 4 и выше. Грани трёхмерных многогранников являются плоскими многоугольниками, к которым применимы алгоритмы на плоскости. Но в случае базовой размерности пространства 4 или более грани в свою очередь могут быть многогранниками со сложным устройством и требовать дополнительной обработки.

Алгоритмы построения выпуклой оболочки, ориентированные на случай общего положения точек — когда в любой гиперплоскости  $d$ -мерного пространства лежит не более  $(d + 1)$ -й точки исходного роя — не справляются ситуацией общего положения. На основе вершин и внутренних точек несимплициальных граней каким-то случайным образом (обусловленным порядком обработки точек) формируются симплексы, которые, чаще всего, не описывают эту грань целиком. Кроме того, в случае несимплициальных граней важная информация об их соседстве также не может быть получена при помощи алгоритма, нацеленного на случай общего положения точек.

Из вышесказанного следует важность и актуальность разработки алгоритма построения выпуклой оболочки роя точек, находящегося в необщем положении в пространстве высокой размерности.

### 2. Оригинальность и новизна полученных результатов исследования.

В настоящее время имеются две популярных библиотеки алгоритмов вычислительной геометрии, которые реализованы на языке C++ и включают в себя алгоритмы и процедуры построения выпуклой оболочки роя точек в многомерном пространстве. Первая из них — свободно распространяемая CGAL (Computational Geometry Algorithms Library, <https://www.cgal.org/>). Вторая — платная LEDA (a Library of Efficient Data types and Algorithms, <https://www.algorithmic-solutions.com/index.php/products/leda-for-c>). У последней есть бесплатный вариант, в котором, однако, отсутствует процедура овыпукления.

Однако процедуры в обеих библиотеках нацелены на общее положение роя точек и, соответственно, некорректно работают если это условие нарушается. Ещё одно ограничение этих процедур, которое следует из этого условия — симплициальность граней выпуклой оболочки. Например, если выпуклая оболочка в трёхмерном пространстве является кубом, то она гарантированно не будет корректно найдена этими процедурами.

Поэтому предложенная А.А. Корабельниковым процедура является новой.

### 3. Теоретическая и практическая значимость полученных результатов исследования.

Процедура построения выпуклой оболочки роя точек в многомерном пространстве, находящаяся в необщем положении, является важной для разного рода практических применений, например, при решении задач теории управления, дифференциальных игр, теории функций и т.п.

Кроме того, язык реализации — C# — позволяет использовать разработанную процедуру в программах, разработанных на этом языке.

### 4. Вопросы и замечания.

В целом, работа производит приятное впечатление своей законченностью, присутствуют все необходимые элементы исследования: постановка задачи, теоретическое описание процедуры, описание программной реализации структур данных и алгоритмов, результаты тестирования, оценка качества реализации и возможные пути её оптимизации.

В качестве замечания можно указать наличие тестирования лишь на модельных примерах. Было бы интересно, насколько эффективно предложенная процедура работает на данных той или иной реальной задачи. Хотя, конечно, применение библиотечных процедур в своей программе — это отдельная задача.

### 5. Общая оценка работы.

Магистерская диссертация Корабельникова Алексея Алексеевича представляет собой самостоятельное, законченное исследование, отличающееся логичностью представления материала, убедительностью выводов, грамотностью. Задачи, поставленные в начале исследования, выполнены.

Магистерская диссертация Корабельникова Алексея Алексеевича полностью соответствует требованиям, предъявляемым к сочинениям подобного жанра, и заслуживает оценки «отлично».

### Сведения о рецензенте:

Ф.И.О.: Спиридонов Арсений Александрович


Должность: младший научный сотрудник

Место работы: Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН,

Отдел вычислительных систем, Лаборатория анализа сложных систем

Уч. звание: б/з

Уч. степень: магистр математики

Подпись  / А.А. Спиридонов

Дата « 11 » июня 2020 г.

М.П.