基于 Matlab 的混合音频分离实验

信号与系统第二次大作业

一、实验目的

设计阶数尽可能低的数字滤波器分离混合音频信号并单独播放。本实验旨在使学生掌握利用 matlab 进行简单音频处理的方法，并加深对信号与系统理论知识的理解。

现有一采样频率为 176.4kHz 的音频片段，由两首歌曲片段分别经 45kHz 和 65kHz 余弦信号调制（调幅）后混合而成，且含均匀分布噪声。需对此音频去噪以改善恢复歌曲质量，并实现两首歌曲片段的分离和单独播放。

二、算法

两首歌曲片段分别经 45kHz 和 65kHz 余弦信号调制。因此首先需要设计合理的带通滤波器对两频率的信号进行滤波分离。然后对分离得到的信号进行解调，即可得到歌曲片段。

三、算法实现

第一步：读取混合音频片段；

第二步：设计带通滤波器。称过滤 45kHz 音频的带通滤波器为 45kHz 带通滤波器，称过滤 65kHz 音频的带通滤波器为 65kHz 带通滤波器。两带通滤波器的设计指标如下：

45kHz 带通滤波器：$f_{p1}=44kHz$，$f_{p2}=46kHz$，$f_{s1}=43kHz$，$f_{p2}=47kHz$

通带允许起伏 $-3dB$，阻带衰减 $\le -15dB$

65kHz 带通滤波器：$f_{p1}=63kHz$，$f_{p2}=67kHz$，$f_{s1}=60kHz$，$f_{p2}=70kHz$

通带允许起伏 $-3dB$，阻带衰减 $\le -15dB$

第三步：分别利用两滤波器对原始混合音频进行滤波；

第四步：对两输出音频进行相干解调。解调的方法为将信号乘以一同频率余弦函数，将信号频率搬至低频。然后利用低通滤波器分离得到最终歌曲信号。两低通滤波器的设计指标相同，如下：

$\Omega_c=5000Hz$，$\Omega_s=8000Hz$，阻带衰减$\le -15\text{dB}$，通带内允许起伏$:-3\text{dB}$

四、实验

（一）读取音频文件

利用 matlab 内置 audioread 函数读取音频文件 modulatedSong_noisy.wav 至变量 original 中，并获得采样频率 fs、音频时间 Time 以及信号长度 length。

```
% Load the original wav file
[original, fs] = audioread('modulatedSong_noisy.wav');
Time = length(original)/fs;   % get the time of the wav file
length = length(original);    % get the length of the wav file
f = fs * (0:2047)/4096;
```

然后画出原始音频的时域波形以及频谱图如 Fig.1、Fig.2 所示。

```
% Draw the original signal time domain waveform
figure(1);
plot (original);
title (‘Original Signal Time Domain Waveform’);
xlabel (‘Time’);
```

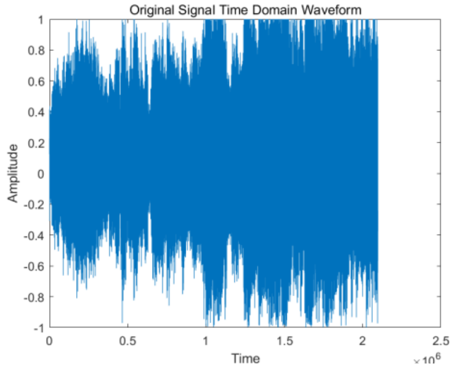

Fig.1 原始信号时域波形

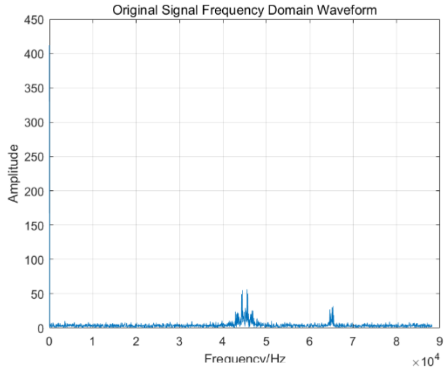

Fig.2 原始信号频谱

```
ylabel (‘Amplitude’);
% Draw the original signal Frequency Domain waveform
fft_original = fft(original, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_original = abs(fft_original); % calculate the amplitude of fft_original wav
figure (2);
plot(f, abs_fft_original (1:2048));
title('Original Signal Frequency Domain Waveform');
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Amplitude');
```

（二）设计带通滤波器并进行滤波

45kHz 和 65kHz 带通滤波器的具体设计分别见附录 Section 1 以及 Section 2。

```
% 45kHz band pass filter
c_45 = [0.0005,0,-0.0014,0,0.0014,0,-0.0005];
d_45 = [1.0000,0.1824,2.6883,0.3268,2.4144,0.1470,0.7236];
[H_45,F_45] = freqz(c_45,d_45,4096,fs);
% 65kHz band pass filter
b_65 = [4.670669486554073e-03,0, -9.341338973108146e-03,0,4.670669486554073e-03];
a_65 = [1.0000,2.579623390365959,3.465091698701277,2.330009599091112,8.162659773170391e-01];
[H_65,F_65] = freqz(b_65,a_65,4096,fs);
```

然后做出两个带通滤波器的幅度响应以及相位响应，分别如 Fig.3、Fig4、Fig.5、Fig.6 所示。

```
[H_65,F_65] = freqz(b_65,a_65,4096,fs);
```

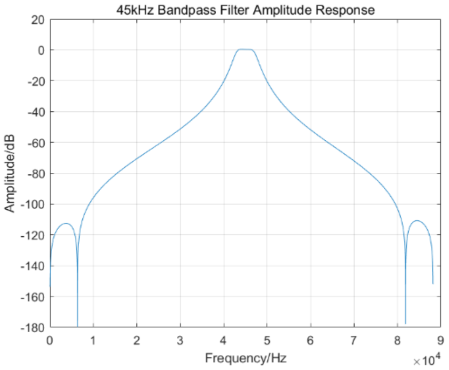

Fig.3 45kHz 带通滤波器幅度响应

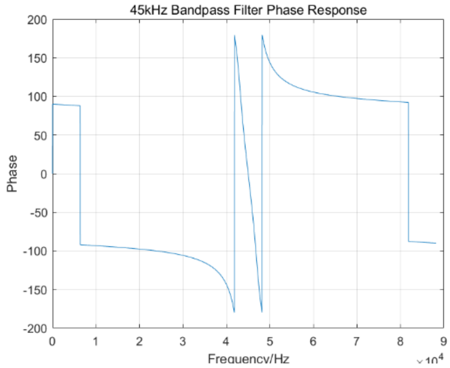

Fig.4 45kHz 带通滤波器相位响应

```
% Draw the amplitude response of the 45kHz filter
figure(3);
plot(F_45, 20*log10(abs(H_45)));
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Amplitude/dB');
title('45kHz Bandpass Filter Amplitude Response');
grid on;
% Draw the phase response of the 45kHz filter
figure(4);
pha = angle(H_45) * 180 / pi;
plot(F_45, pha);
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Phase');
title('45kHz Bandpass Filter Phase Response');
grid on;
% Draw the amplitude response of the 65kHz filter
figure(5);
plot(F_65, 20*log10(abs(H_65)));
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Amplitude/dB');
title('65kHz Bandpass Filter Amplitude Response');
grid on;
% Draw the phase response of the 65kHz filter
figure(6);
pha = angle(H_65) * 180 / pi;
plot(F_65, pha);
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Phase');
title('65kHz Bandpass Filter Phase Response');
 grid on;
```

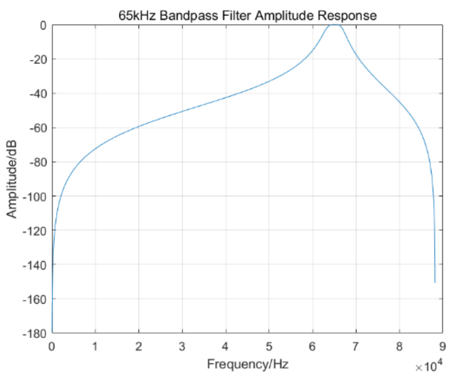

Fig.5 65kHz 带通滤波器幅度响应

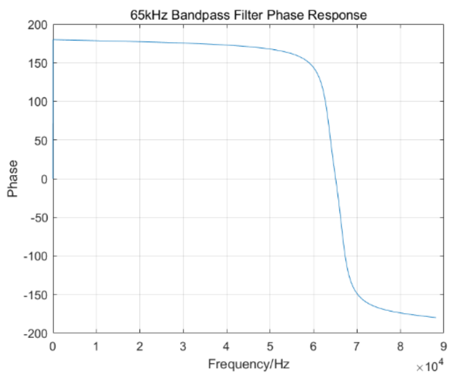

Fig.6 45kHz 带通滤波器相位响应

对输入信号进行滤波，得到滤波后的中间信号。

```
% 45kHz signal through the buttord filter
output_first_song = filter(c_45,d_45,original);
% 65kHz signal through the buttord filter
```

```
output_second_song = filter(b_65, a_65,original);
```

绘出输出信号的频谱，如 Fig.7、Fig.8 所示：

```
% Draw the 45kHz Signal after Bandpass Filter Frequency Domain waveform
fft_output_first_song = fft(output_first_song, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_output_first_song = abs(fft_output_first_song);
figure (7);
plot(f, abs_fft_output_first_song (1:2048));
title('45kHz Signal after Bandpass Filter Frequency Domain Waveform');
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Amplitude');
grid on;
% Draw the 65kHz Signal after Bandpass Filter Frequency Domain waveform
fft_output_second_song = fft(output_second_song, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_output_second_song = abs(fft_output_second_song);
figure (8);
plot(f, abs_fft_output_second_song (1:2048));
title('65kHz Signal after Bandpass Filter Frequency Domain Waveform');
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Amplitude');
grid on;
```

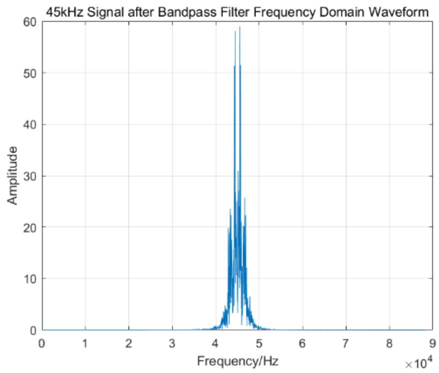

Fig.7 45kHz 带通滤波器滤波后信号频谱

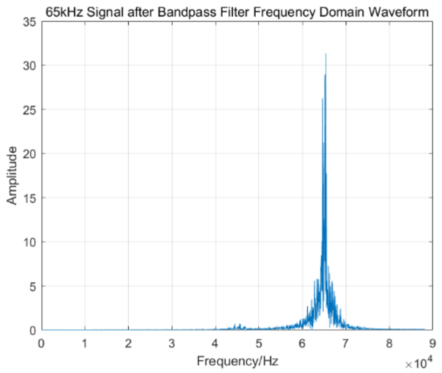

Fig.8 65kHz 带通滤波器滤波后信号频谱

（三）解调

首先利用同频率的相干余弦信号将信号频率搬至低频区。

```
% Demodulation of the 45kHz signal
n=0:length-1;
cos_signal = cos(n * 2 * pi * 45000 / fs);
middle_original_45 = output_first_song .* cos_signal';
middle_original_45 = middle_original_45 - mean(middle_original_45);
% Demodulation of the 65kHz signal
n=0:length-1;
cos_signal = cos(n * 2 * pi * 65000 / fs);
middle_original_65 = output_second_song .* cos_signal';
middle_original_65 = middle_original_65 - mean(middle_original_65);
```

为了设计合适的低通滤波器，首先画出以上信号的频谱，如 Fig.9、Fig.10 所示。

```
% Draw the 45kHz signal time after Bandpass Filter Frequency Waveform
```

```
fft_middle_45 = fft (middle_original_45, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_middle_45 = abs(fft_middle_45);
figure(9);
plot (f, abs_fft_middle_45 (1:2048));
title ('45kHz Signal after Bandpass Filter Frequency Domain Waveform');
xlabel ('Frequency/Hz');
ylabel ('Amplitude');
grid on;
% Draw the 65kHz signal time after Bandpass Filter Frequency Waveform
fft_middle_65 = fft (middle_original_65, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_middle_65 = abs(fft_middle_65);
figure(10);
plot (f, abs_fft_middle_65 (1:2048));
title ('65kHz Signal after Bandpass Filter Frequency Domain Waveform');
xlabel ('Frequency/Hz');
ylabel ('Amplitude');
grid on;
```

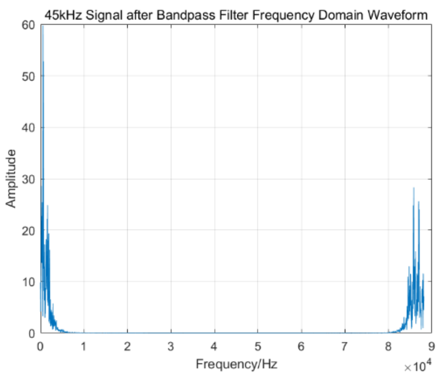

Fig.9 45kHz 带通滤波器滤波后信号频谱

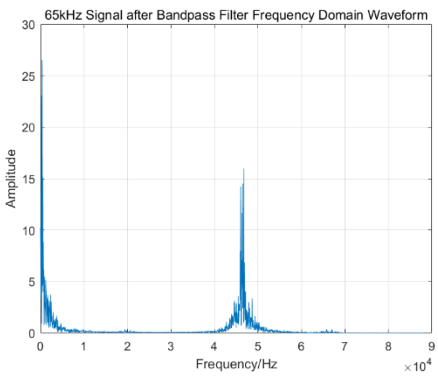

Fig.10 45kHz 带通滤波器滤波后信号频谱

观察绘出的频谱图，可见所需信号频率范围在 0-5000Hz 左右，由此设计低通滤波器的指标，并计算。两个低通滤波器的设计指标相同。具体计算过程见附录 Section 3。

```
% Design Low Pass Filter for The 45kHz Signal
b_45=[5.994320231034189e-05,2.397728092413676e-04,3.596592138620514e-04,2.397728092413676e-04,5.994320231034189e-05];
a_45=[1.0000, -3.512958673247569, 4.653998866041075, -2.753805161156560, 6.137240596000196e-01];
[H_45, F_45] = freqz(b_45,a_45,1000,fs);
% Design Low Pass Filter for The 65kHz Signal
b_65=[5.994320231034189e-05,2.397728092413676e-04, 3.596592138620514e-04, 2.397728092413676e-04, 5.994320231034189e-05];
a_65=[1.0000, -3.512958673247569, 4.653998866041075, -2.753805161156560, 6.137240596000196e-01];
[H_65, F_65] = freqz(b_65,a_65,1000,fs);
```

绘出两个相同低通滤波器的幅度相应与相位响应，如 Fig.11、Fig.12 所示。

```
% Draw The Amplitude Response of The 45kHz Lowpass Filter
figure(11);
plot(F_45, 20*log10(abs(H_45)));
xlabel('Frequency/Hz');
```

```
ylabel('Amplitude/dB');
title('45kHz Lowpass Filter Amplitude Response');
grid on;
% Draw The Phase Response of The 45kHz Lowpass Filter
figure(12);
pha = angle(H_45) * 180 / pi;
plot(F_45, pha);
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Phase');
title('45kHz Lowpass Filter Phase Response');
grid on;
% Draw The Amplitude Response of The 65kHz Lowpass Filter
figure(13);
plot(F_65, 20*log10(abs(H_65)));
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Amplitude/dB');
title('65kHz Lowpass Filter Amplitude Response');
grid on;
% Draw The Phase Response of The 65kHz Lowpass Filter
figure(14);
pha = angle(H_65) * 180 / pi;
plot(F_65, pha);
xlabel('Frequency/Hz');
ylabel('Phase');
title('65kHz Lowpass Filter Phase Response');
grid on;
```

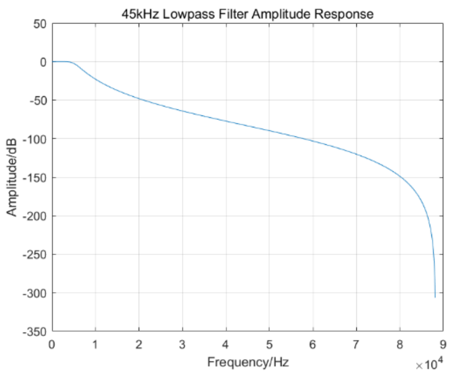

Fig.11 低通滤波器幅度响应

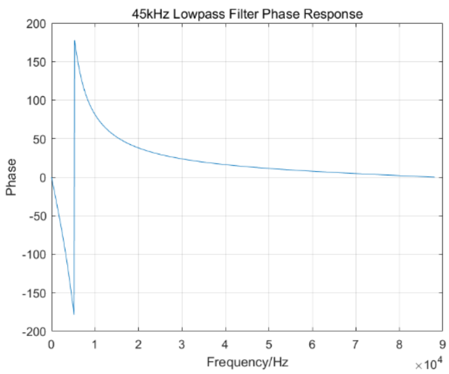

Fig.12 低通滤波器相位响应

对中间信号进行低通滤波，得到最终的输出信号，即歌曲信号，并进行保存：

```
% Draw the amplitude response of the 45kHz filter
% 45kHz signal through the buttord lowpass filter
output_song_45 = filter(b_45,a_45,middle_original_45);
% 65kHz signal through the buttord lowpass filter
output_song_65 = filter(b_65,a_65,middle_original_65);
% Save The Output Songs
%sound(output_song_45,fs);
```

```
sound(output_song_65,fs);
audiowrite('45kHz_song.wav',output_song_45,fs);
audiowrite('65kHz_song.wav',output_song_65,fs);
```

（四）最终输出分析

分别绘出两个歌曲片段的时域波形以及频谱，分别如 Fig13、Fig14、Fig15、Fig16 所示。

```
% Draw The 45kHz Output Song Time Domain Waveform
figure(15);
plot(output_song_45);
title ('Output 45kHz Song Time Domain Waveform');
xlabel ('Time');
ylabel ('Amplitude');
% Draw the 45kHz Output Song Frequency Domain Waveform
fft_output_45 = fft (output_song_45, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_output_45 = abs(fft_output_45); % calculate the amplitude of fft_original wav
figure (16);
plot (f, abs_fft_output_45 (1:2048));
```

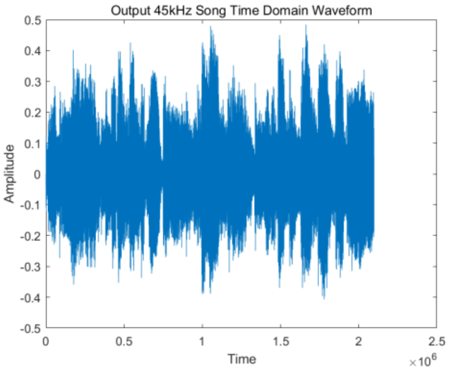

Fig.13 45kHz 歌曲时域波形

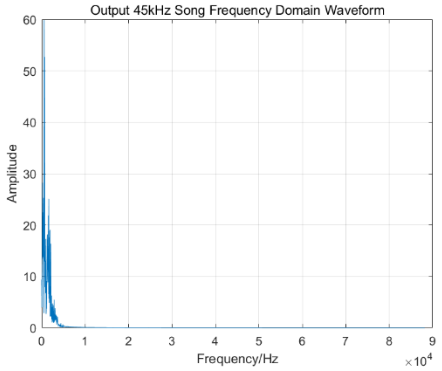

Fig.14 45kHz 歌曲频谱

```
title ('Output 45kHz Song Frequency Domain Waveform');
xlabel ('Frequency/Hz');
ylabel ('Amplitude');
grid on;
% Draw The 65kHz Output Song Time Domain Waveform
figure(17);
plot(output_song_65);
title ('Output 65kHz Song Time Domain Waveform');
xlabel ('Time');
ylabel ('Amplitude');
grid on;
% Draw the 65kHz Output Song Frequency Domain Waveform
fft_output_65 = fft (output_song_65, 4096); % fast fourier transform
abs_fft_output_65 = abs(fft_output_65); % calculate the amplitude of fft_original wav
figure (18);
plot (f, abs_fft_output_65 (1:2048));
```

```
title ('Output 65kHz Song Frequency Domain Waveform');
xlabel ('Frequency/Hz');
ylabel ('Amplitude');
grid on;
```

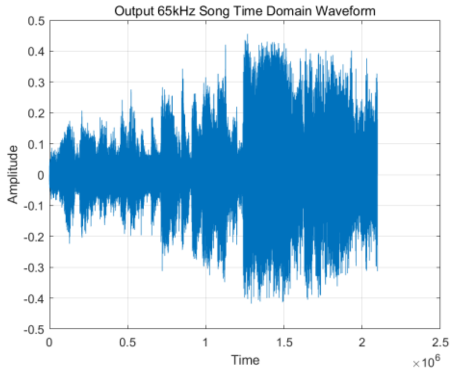

Fig.15 65kHz 歌曲时域波形

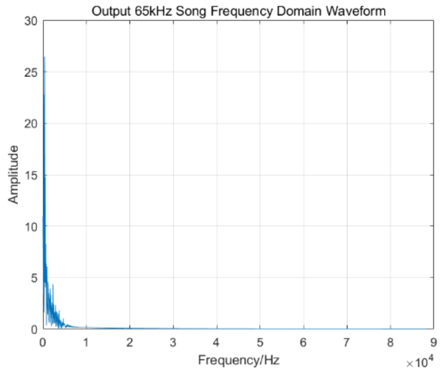

Fig.16 65kHz 歌曲时域波形

五、结果分析

如 Fig.2 所示，原始信号的频谱在 45kHz 与 65kHz 附近存在两个突出的峰，这是因为两首歌曲片段分别经 45kHz 和 65kHz 余弦信号的调制（调幅）后混合在一起形成的。除此以外，在其他频率上存在均匀分布的小幅度信号，这是均匀分布的噪声。

以对 45kHz 信号的分析为例。如 Fig.7 所示，距离 45kHz 较远的信号均被大幅度抑制，基本只剩 45kHz 左右的信号。可见看出，设计的带通滤波器起到了良好的效果。在解调第一步乘以频率为 45kHz 的余弦信号后，信号的频谱如 Fig.9 所示。可见，信号被搬至频率约为 0-4000Hz 的位置。再经低通滤波器后，输出信号的时域波形与频谱如 Fig.13 和 Fig.14 所示。可见，经低通滤波器后，高频信号被过滤掉，而低频信号得以完整保留下来。播放解调后的信号，非常清晰。

65kHz 信号的处理过程同理，不加详述。

六、问题讨论

根据上述实验结果，滤波得到了很好的效果，旋律和歌词都十分得清晰。但是仔细聆听，还是能听到强度非常小的噪声，歌曲在细节上也存在损失。因此，是否还有提升滤波效果的空间。因此，我们提出一下方案。

方案一：通过调节滤波器的设计指标，寻找使滤波效果最佳的滤波器。这种方法易于理解，但是调节过程非常繁琐，也难以在数值上度量滤波效果。

方案二：在带通滤波前，先解调，再通过滤波器分离目标信号与其他信号。

方案三：由于音频本身存在均匀分布的噪声，因此可以在处理的第一步通过局部均值等方法达到光滑滤波的效果。

这些方案都有待于进一步探索。

Appendix

Section 1 45kHz 带通滤波器求解

指标：$f_{p1}=44kHz$，$f_{p2}=46kHz$，$f_{s1}=43kHz$，$f_{p2}=47kHz$，通带允许起伏 $-3dB$，阻带衰减 $\leq -15dB$

下面进行求解：

$\Omega_{p1}=2\pi\times 43000rad/s$，$\Omega_{p2}=2\pi\times 47000rad/s$，$\Omega_{s1}=2\pi\times 41000rad/s$，$\Omega_{s2}=2\pi\times 49000rad/s$

(1) 求归一化带通滤波器频率：

取通带宽度为参考频率：$\Omega_r=\Omega_{p2}-\Omega_{p1}=2\pi\times 4000rad/s$

$\lambda_{p1}=\Omega_{p1}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 43000}{2\pi\times 4000}=\frac{43}{4}$，　$\lambda_{p2}=\Omega_{p2}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 47000}{2\pi\times 4000}=\frac{47}{4}$，　$\lambda_{s1}=\Omega_{s1}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 41000}{2\pi\times 4000}=\frac{41}{4}$

$\lambda_{s2}=\Omega_{s2}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 49000}{2\pi\times 4000}=\frac{49}{4}$，　$\lambda_0=\sqrt{\lambda_{p1}\lambda_{p2}}=\frac{\sqrt{43\times 47}}{4}$

(2) 求低通原型各归一化频率：

$\Omega'_{p1}=\frac{{\lambda_{p1}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{p1}}=0.5$，　$\Omega'_{p2}=\frac{{\lambda_{p2}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{p2}}=1$，　$\Omega'_{s1}=\frac{{\lambda_{s1}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{s1}}=2.0732$，　$\Omega'_{s2}=\frac{{\lambda_{s2}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{s2}}=1.9388$

(3) 求低通原型系统函数$H_{a1}(s')$：

取$\Omega'_{s2}=1.9388$，则有：

$$|H_{a1}(j\Omega'_{s2})|=\frac{1}{\sqrt{1+(1.9338)^{2N}}}=10^{-\frac{15}{20}}$$

$$\mathrm{N}=\frac{\lg(10^{1.5}-1)}{2\lg(1.9338)}=2.58$$

取N = 3，查表得：

$$H_{a1}(s')=\frac{1}{(s')^3+2(s')^2+2s'+1}$$

(4) 求带通滤波器的$H_a(s)$：

将关系式$s'=\frac{s^2+(\Omega_0)^2}{s(\Omega_{p2}-\Omega_{p1})}=\frac{s^2+\Omega_{p1}\Omega_{p2}}{s(\Omega_{p2}-\Omega_{p1})}$代入$H_{a1}(s')$，并整理得$H_a(s)$。通过冲击不变法求得系统函数$H_a(z)$

$$H_a(z)=\frac{0.0005-0.0014z^{-1}+0.0014z^{-2}-0.0005z^{-3}}{1+0.1824z^{-1}+2.6883z^{-2}+0.3268z^{-3}+2.4144z^{-4}+0.1470z^{-5}+0.7236z^{-6}}$$

此即为所涉及巴特沃斯带通滤波器的传递函数。

Section 2　65kHz 带通滤波器求解

指标：$f_{p1}=63kHz$，$f_{p2}=67kHz$，$f_{s1}=60kHz$，$f_{p2}=70kHz$，通带允许起伏 $-3dB$，阻带衰减 $\le -15dB$

下面进行求解：

$\Omega_{p1}=2\pi\times 63000rad/s$，$\Omega_{p2}=2\pi\times 67000rad/s$，$\Omega_{s1}=2\pi\times 60000rad/s$，$\Omega_{s2}=2\pi\times 70000rad/s$

(1) 求归一化带通滤波器频率：

取通带宽度为参考频率：$\Omega_r=\Omega_{p2}-\Omega_{p1}=2\pi\times 4000rad/s$

$\lambda_{p1}=\Omega_{p1}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 63000}{2\pi\times 4000}=\frac{63}{4}$，　$\lambda_{p2}=\Omega_{p2}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 67000}{2\pi\times 4000}=\frac{67}{4}$，　$\lambda_{s1}=\Omega_{s1}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 60000}{2\pi\times 4000}=15$

$\lambda_{s2}=\Omega_{s2}/\Omega_r=\frac{2\pi\times 70000}{2\pi\times 4000}=17.5$，　$\lambda_0=\sqrt{\lambda_{p1}\lambda_{p2}}=\frac{\sqrt{63\times 47}}{4}$

(2) 求低通原型各归一化频率：

$\Omega'_{p1}=\frac{{\lambda_{p1}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{p1}}=-1$，　$\Omega'_{p2}=\frac{{\lambda_{p2}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{p2}}=1$，　$\Omega'_{s1}=\frac{{\lambda_{s1}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{s1}}=-2.5875$，　$\Omega'_{s2}=\frac{{\lambda_{s2}}^2-{\lambda_0}^2}{\lambda_{s2}}=2.425$

(3) 求低通原型系统函数$H_{a1}(s')$：

取$\Omega'_{s2}=2.425$，则有：

$$|H_{a1}(j\Omega'_{s2})|=\frac{1}{\sqrt{1+(2.425)^{2N}}}=10^{-\frac{15}{20}}$$

$$\mathrm{N}=\frac{\lg(10^{1.5}-1)}{2\lg(2.425)}=1.93$$

取N = 2，查表得：

$$H_{a1}(s')=\frac{1}{(s')^2+\sqrt{2}s'+1}$$

(4) 求带通滤波器的$H_a(s)$:

将关系式$s' = \frac{s^2+(\Omega_0)^2}{s(\Omega_{p2}-\Omega_{p1})} = \frac{s^2+\Omega_{p1}\Omega_{p2}}{s(\Omega_{p2}-\Omega_{p1})}$代入$H_{a1}(s')$，求得$H_a(s)$，最终通过冲击不变法求得系统函数$H_a(z)$:

$$H_a(z) = \frac{(4.670669486554073e-03)-(9.341338973108146e-03)z^{-1}-(4.670669486554073e-03)z^{-2}}{1+2.579623390365959z^{-1}+3.465091698701277z^{-2}+2.330009599091112z^{-3}+(8.162659773170391e-01)z^{-4}}$$

此即为所涉及巴特沃斯带通滤波器的传递函数。

Section 3 低通滤波器求解

两低通滤波器的设计指标相同，如下:

$\Omega_c = 5000Hz$，$\Omega_s = 8000Hz$，阻带衰减$\leq -15\mathrm{dB}$，通带内允许起伏:$-3\mathrm{dB}$

(1) 求阶数 N，将两组数据代入方程式:

$$|H_a(j\Omega_s)| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_c}\right)^{2N}}}$$

则有:

$$\mathrm{N} = 0.5\log_{\left(\frac{\Omega_s}{\Omega_c}\right)}(10^{1.5}-1) = 3.64$$

(2) 求滤波器系统函数

取 N=4，查表得 N=4 的巴特沃斯多项式，即可写出$H_a(s')$，再经解归一化，即令$\frac{s}{\Omega_c} = s'$代入得到$H_a(s)$:

$$H_a(s') = \frac{1}{s'^4+2.6131s'^3+3.4142s'^2+2.6131s'+1}$$

最终通过冲击不变法求得系统函数$H_a(z)$:

$$H_a(z) = \frac{5.994320231034189e-05-2.397728092413676e-04z^{-1}+3.596592138620514e-04z^{-2}-2.397728092413676e-04z^{-3}+2.397728092413676e-04z^{-4}+5.994320231034189e-05z^{-5}}{1-3.512958673247569z^{-1}+4.63998866041075z^{-2}-2.753805161156560z^{-3}+0.6137240596000196z^{-4}}$$