计算方法（数学实验）试题（第 2 组） 2000.6.22

班级__________ 姓名______________ 学号______________

说明：（1）1，2 题必做，答案直接填在试题纸上；

（2）3，4 题任选 1 题，将简要解题过程和结果写在试题纸上；

（3）解题程序以网络作业形式提交，文件名用英文字母。

1. 设 $y''(x) - y(x)\sin x = 0,\ y(0) = 1,\ y'(0) = 0,$ 用数值解法算出 $y(1)$=____1.1635___,你用的方法是____龙格-库塔方法_____，调用的 Matlab 命令是：

ts=0:0.1:2;

y0=[1,0];

[x,y]=ode45(@cwf, ts,y0); ode45(@cwf, ts,y0)

算法精度为___4 阶_______。

%待解常微分方程组函数 M 文件源程序：

```
function dy=cwf(x,y)
dy=[y(2);y(1)*sin(x)];
```

%应用欧拉方法和龙格-库塔方法求解该常微分方程：

```
ts=0:0.1:2;
y0=[1,0];
[x,y]=ode45(@cwf, ts,y0); %龙格-库塔方法求数值解
[x, y(:,1)]
```

输出结果：

1.000000000000000 1.163536347595370

注意：ode45/23 的步长必须从常微分方程的初值初开始，该命令默认为初值是在步长的起点赋值。

以下为错误程序：

```
ts=-1:0.01:2;
y0=[1,0];
[x,y]=ode45(@cwf, ts,y0);
[x, y(:,1)]
```

$$\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$$

2. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ 未知，现用一容量 n=25 的样本 x 对 μ 作区间估计。若已算出样本均值 $\bar{x} = 16.4$，样本方差 $s^2 = 5.4$，作估计时你用的随机变量是__$\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$__，这个随机变量服从的分布是_____t(n-1)_____，在显著性水平 0.05 下 μ 的的置信区间为[15.441,17.359]. 若已知样本 $x = (x_1,\cdots x_n)$，对 μ 作区间估计，调用的 Matlab 命令是：

[mu, sigma, muci, sigmaci]=normfit(x,alpha) 不可省略其他项!!

3.　小型火箭初始质量为 1200 千克，其中包括 900 千克燃料。火箭竖直向上发射时燃料以 15 千克/秒的速率燃烧掉，由此产生 40000 牛顿的恒定推力。当燃料用尽时引擎关闭。设火箭上升的整个过程中，空气阻力与速度平方成正比，比例系数记作 k。火箭升空过程的数学模型为

$$m\ddot{x} = -k\dot{x}^2 + T - mg,\quad 0 \le t \le t_1,\quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

其中 $x(t)$ 为火箭在时刻 *t* 的高度，*m*=1200-15*t* 为火箭在时刻 *t* 的质量，*T*（=30000 牛顿）为推力，*g* (=9.8 米/秒 ^{2})为重力加速度, t_1 (=900/15=60 秒)为引擎关闭时刻。

今测得一组数据如下（*t*~时间（秒），*x* ~高度（米），*v*~速度（米/秒））：

t	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	1070	1270	1480	1700	1910	2140	2360	2600	2830	3070	3310
v	190	200	210	216	225	228	231	234	239	240	246

现有两种估计比例系数 k 的方法：

1．用每一个数据(*t*,*x*,*v*)计算一个 *k* 的估计值（共 11 个），再用它们来估计 *k*。

2．用这组数据拟合一个 *k*。

请你分别用这两种方法给出 *k* 的估计值，对方法进行评价，并且回答，能否认为空气阻力系数 *k*=0.5（说明理由）。

1

```
x=[190 200 210 216 225 228 231 234 239 240 246];
n=length(x);
h=1;
r(:,1)=(-3*x(:,1)+4*x(:,2)-x(:,3))/2/h;
for i=2:n-1
    r(:,i)=(x(:,i+1)-x(:,i-1))/2/h;
end
r(:,n)=(x(:,n-2)-4*x(:,n-1)+3*x(:,n))/2/h;
r;
t=[10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20];
T=40000;g=9.8;
for p=1:11
    m=1200-15*t(p);
    k(p)=(T-m*g-m*r(p))/x(p)^2;
end
k
```

4. Inter-Trade 公司由中国大陆、菲律宾购买无商标的纺织品，运到香港或台湾地区进行封装和标签后，再运到美国和法国销售。已知两地间的运费如下（美元/吨）：

	中国大陆	菲律宾	美国	法国
香港地区	55	72	160	190
台湾地区	67	58	150	210

现 Inter-Trade 公司从中国大陆和菲律宾分别购得 90 吨和 45 吨无标品。假设封装与标签不改变纺织品的重量，台湾只有封装和标签 65 吨的能力，

A. 若美国市场需要有标品 80 吨，法国市场需要有标品 55 吨，试给该公司制订一个运费最少的运输方案。

B. 若美国市场的需求量增至 100 吨，法国市场的需求量增至 60 吨，已知美国市场和法国市场的基本售价分别为每吨 4000 美元和 6000 美元，而当供应量不能满足需求时，其售价为基本售价加上短缺费用，设短缺费用为每吨 2000 美元乘以 *k*，其中 *k* 为当地短缺量(市场需求量减去供应量)占市场需求量的比例。试为该公司制订一个盈利最大的运输方案，并给

出盈利额（假设从中国大陆和菲律宾购买无标品的价格均为 2000 美元/吨，在香港和台湾地区封装和标签的费用均为 500 美元/吨）。

解：

A

决策变量：

大陆-香港-美国：x111；大陆-香港-法国：x112

大陆-台湾-美国：x121；大陆-台湾-法国：x122

菲律宾-香港-美国：x211；菲律宾-香港-法国：x212

菲律宾-台湾-美国：x221；菲律宾-台湾-法国：x222

目标函数：

Z=(55+160)*x111+(55+190)*x112+(67+150)*x121+(67+210)*x122+(72+160)*x211+(72+190)*x212+(58+150)*x221+(58+210)*x222

约束条件：

x111+x112+x121+x122=90

x211+x212+x221+x222=45

x111+x121+x211+x221=80

x112+x122+x212+x222=55

x121+x122+x221+x222≤65

基本模型：

min(z)=(55+160)*x111+(55+190)*x112+(67+150)*x121+(67+210)*x122+(72+160)*x211+(72+190)*x212+(58+150)*x221+(58+210)*x222

s.t.
x111+x112+x121+x122=90
x211+x212+x221+x222=45
x111+x121+x211+x221=80
x112+x122+x212+x222=55
x121+x122+x221+x222≤65
x111,x112,x121,x122 ,x211,x212,x221,x222≥0

```
c=[215 245 217 277 232 262 208 268];
A1=[   0    0    1    1    0    0    1    1];
A2=[   1    1    1    1    0    0    0    0   ;
       0    0    0    0    1    1    1    1   ;
       1    0    1    0    1    0    1    0   ;
       0    1    0    1    0    1    0    1   ];
b1=[65];
b2=[90;45;80;55];
v1=[0 0 0 0 0 0 0 0];
[x,z,ef,out,lag]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,v1)
```

输出结果：

```
x =
   35.0000
   55.0000
    0.0000
    0.0000
    0.0000
```

0.0000

45.0000

0.0000

z =   3.0360e+004

优化方案：

大陆-香港-美国：35；大陆-香港-法国：55

大陆-台湾-美国：0；大陆-台湾-法国：0

菲律宾-香港-美国：0；菲律宾-香港-法国：0

菲律宾-台湾-美国：45；菲律宾-台湾-法国：0

最小运费：30360 美元；

B：显然，最大盈利量是在两地销售时均不供过于求时取得的

决策变量：

大陆-香港-美国：x111；大陆-香港-法国：x112

大陆-台湾-美国：x121；大陆-台湾-法国：x122

菲律宾-香港-美国：x211；菲律宾-香港-法国：x212

菲律宾-台湾-美国：x221；菲律宾-台湾-法国：x222

目标函数：

Y=

(4000+2000*(100-x111-x121-x211-x221)/100)* (x111+x121+x211+x221)+ (6000+2000*(60-x112-x122-x212-x222)/60)*(x112+x122+x212+x222)-(2000+500)*(x111+x112+x121+x122+x211+x212+x221+x222)-((55+160)*x111+(55+190)*x112+(67+150)*x121+(67+210)*x122+(72+160)*x211+(72+190)*x212+(58+150)*x221+(58+210)*x222)

=

(4000+20*(100-x111-x121-x211-x221))* (x111+x121+x211+x221)+ (6000+200*(60-x112-x122-x212-x222)/6)*(x112+x122+x212+x222) -(215*x111+245*x112+217*x121+ 277*x122+232*x211+262*x212+208*x221+268*x222) -337500

约束条件：

x111+x112+x121+x122=90

x211+x212+x221+x222=45

x111+x121+x211+x221≤100

x112+x122+x212+x222≤60

x121+x122+x221+x222≤65

基本模型：

max(y)=(4000+20*(100-x(1)-x(3)-x(5)-x(7)))*(x(1)+x(3)+x(5)+x(7))+(6000+200*(60-x(2)-x(4)-x(6)-x(8))/6)*(x(2)+x(4)+x(6)+x(8)) -(215*x(1)+245*x(2)+217*x(3)+ 277*x(4)+232*x(5)+262*x(6)+208*x(7)+268*x(8)) -337500

s.t. x(1)+x(2)+x(3)+x(4)=90

x(5)+x(6)+x(7)+x(8)=45

x(1)+x(3)+x(5)+x(7)≤100

x(2)+x(4)+x(6)+x(8)≤60

x(3)+x(4)+x(7)+x(8)≤65

x(1),x(2),x(3),x(4), x(5),x(6),x(7),x(8)≥0

优化程序(非线性)：

```
function y=max(x)
y=-((4000+20*(100-x(1)-x(3)-x(5)-x(7)))*( x(1)+x(3)+x(5)+x(7))+(6000+200*(60-x(2)-x(4)-x(6)-
x(8))/6)*( x(2)+x(4)+x(6)+x(8)) -(215*x(1)+245*x(2)+217*x(3)+
277*x(4)+232*x(5)+262*x(6)+208*x(7)+268*x(8)) -337500)


x0=[10 10 10 10 10 10 10 10];
A1=[  0   0   1   1   0   0   1   1;
      1   0   1   0   1   0   1   0;
      0   1   0   1   0   1   0   1];
A2=[  1   1   1   1   0   0   0   0 ;
     0   0   0   0   1   1   1   1   ];
b1=[65 100 60];
b2=[90 45];
v1=[0 0 0 0 0 0 0 0];
[x,z,ef,out,lag]=fmincon(@max1,x0,A1,b1,A2,b2,v1)
```

输出结果：

```
x =     30.0000     60.0000        0       0.0000     -0.0000       0.0000     45.0000       0.0000
z =     -329490
```

优化方案：

大陆-香港-美国：30；大陆-香港-法国：60

大陆-台湾-美国：0；大陆-台湾-法国：0

菲律宾-香港-美国：0；菲律宾-香港-法国：0

菲律宾-台湾-美国：45；菲律宾-台湾-法国：0

最大盈利：329490 美元；

计算方法（数学实验）试题（第 2 组） 2000.6.22

答案

1. 设 $y''(x)-y(x)\sin x=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,$ 用数值解法算出 $y(1)$= **1.1635** ，设 $y''(x)+y(x)\cos x=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0,$ 用数值解法算出 $y(1)$= **0.5721,** 你用的方法是 **Runge-Kutta** ，调用的 Matlab 命令是 **`ode45('filename',[0,1],[1,0])`**， 算法精度为 **4** 阶。

2． 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，σ 未知，现用一容量 n=25 **(20)** 的样本 x 对 μ 作区间估计。若已算出样本均值 $\bar{x}=16.4$ **(14.3)** ，样本方差 $s^2=5.4$ **(4.5)**，作估计时你用的随机变量是 $\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$， 这个随机变量服从的分布是 **t（n-1）**，在显著性水平 0.05 下μ的的置信区间为 [15.441，17.359] (**[13.3072 15.2928])** **.** 若已知样本 $x=(x_1,\cdots x_n)$，对 μ 作区间估计，调用的 Matlab 命令是[mu, sigma, muci, sigmaci]=normfit(x, alpha)。

3. 在用数值积分计算 $\int_{-1}^{1}e^{-x^2+2x}dx$ （$\int_{-2}^{3}e^{-x^2+x}dx$）时，若要求误差至少是 2 阶的，你用的计算公式是 Simpson 公式 (梯形公式)，调用的 Matlab 命令是 quad('fun',-1,1), （y=f(x), trapz(x,y)），算出的数值为 2.3978 (2.2750) ；若用蒙特卡罗的均值估计法，你设定的近似公式是 $\dfrac{2}{n}\sum f(2u_i-1),u_i\sim U[0,1]$，（$\dfrac{5}{n}\sum f(0.5+2.5(2u_i-1)),u_i\sim U[0,1]$） Matlab 实现时你选定的随机数个数是______，计算的结果为______________________。

4. 小型火箭初始质量为 **900 千克**，其中包括 **600 千克**燃料.

1) 11 个 k= 0.4313 0.4005 0.3815 0.4043 0.4193 0.3984 0.3949 0.3912 0.3961 0.4035 0.4135 平均值 0.4032

2）1 个 k =0.4022 （无常数项）

接受 k=0.4 (p=0.4681, k 置信区间 [0.3938 0.4125])

拟合一次式（用 m 除)：常数项：-0.6070 （置信区间[-3.8653 2.6513]），
一次项： 0.3944（置信区间[0.3517 0.4372]）
stat = 0.9798 435.5734 0.0000

拟合一次式（不用 m 除)：常数项：-1046.86（置信区间[-4299 2205]）
一次项： 0.3816（置信区间[0.3168 0.4464]）
stat= 0.95175 177.53 0.0000

小型火箭初始质量为 **1200 千克**，其中包括 **900 千克**燃料。

1) 11 个 k= 0.5321 0.4877 0.4953 0.4847 0.4811 0.5294 0.5193 0.4923 0.4919 0.4832 0.3888 平均值 0.4896

2）1 个 k =0.4821（无常数项）

接受 k=0.5 (p=0. 3894, k 置信区间 [0.4639 0.5153])

拟合一次式（用 m 除)：常数项：-5.6373 （置信区间[-13.4576 2.1829]），
一次项： 0.3775（置信区间[0.2299 0.5252]）
stat = 0.7880 33.4574 0.0003

拟合一次式（不用 m 除）：常数项：-6365.6（置信区间[-15866.7　3135.3]）
一次项：0.3603（置信区间[0.1732　0.5473]）
stat=　0.6783　18.98　0.0018

5.

A	中国大陆	菲律宾	美国	法国
香港地区	55	72	160	190
台湾地区	67	58	150	210

B	中国大陆	菲律宾	美国	法国
香港地区	50	70	150	180
台湾地区	60	50	130	200

xij:从 i 国购买无标品到 j 地区的量，yij:从 i 地区运有标品到 j 国家的量。
x=[x11　x12　x21　x22　y11　y12　y21　y22]
1) Min c*x'
s.t.　x11+x12=90
　　x21+x22=45
　　y11+y21=80
　　y12+y22=55
　　x11+x21=y11+y12
　　x12+x22=y21+y22
　　x12+x22<=(A 65　B 60)
　　x,y>=0.
A　c=[55　67　72　58　160　190　150　210]
结果：x=[90　0　0　45　35　55　45　0　]　cost=30360
B　c=[50　60　70　50　150　180　130　200]
结果：x=[75　15　0　45　20　55　60　0　]　cost=27600

2)　max　(4000+2000(100-y11-y21)/100)(y11+y21)
　　+(6000+2000(60-y12-y22)/60)(y12+y22)- –c*x'- (2000+500)*(90+45)
s.t.　x11+x12=90
　　x21+x22=45
　　x11+x21=y11+y12
　　x12+x22=y21+y22
　　y11+y21<=100
　　y12+y22<=60
　　x12+x22<=(A 65　B 60)
　　x,y>=0.
A 结果：　x= [90　0　0　45　30　60　45　0]　income=329490
B 结果：　x= [75　15　0　45　15　60　60　0]　income=332250