考试课程　　数学实验　　　2002. 01. 15

A 卷

1. （10 分）用数值积分公式计算 (结果保留小数点后 8 位):

$$S=\int_0^{2\pi}\sqrt{1-0.15^2\sin^2\theta}\,d\theta$$

(1) 取积分步长 $h=\pi/2$, 用梯形公式计算 S=_6.24764132__。

(2) 要求相对误差为 10^{-6}, 用 Simpson 公式 S=_6.24769189__ ，Matlab 命令是：**z=quad(' sqrt(1-(0.15^2)*(sin(x).^2))',0,2*pi,1e-6)**

(1)

M 文件：

```
function y=jf(x)
y=sqrt(1-(0.15^2)*((sin(x)).^2));                %向量、矩阵运算：注意加点！!
```

梯形公式：

```
x=[0:pi/2:2*pi];
y=jf(x);
S1=trapz(x,y)
```

输出结果：

S1 =6.247641317417333

(2)

辛普森公式：

```
z2=quad(' sqrt(1-(0.15^2)*(sin(x).^2))',0,2*pi,1e-6)
```

输出结果：

z2 =6.247691887569109

2.（10 分） 在化学反应中，根据试验所得生成物的浓度与时间关系如下表 (所有计算结果保留小数点后 4 位):

时间 t	1	2	3	4	5	6	7	8
浓度 y	4.00	6.40	8.00	8.80	9.22	9.50	9.70	9.86
时间 t	9	10	11	12	13	14	15	16
浓度 y	10.00	10.20	10.32	10.42	10.50	10.55	10.58	10.60

(1) 根据上述实验数据，利用线性最小二乘原理，给出二次多项式拟合函数：
$y=4.3875+1.0660t-0.0445t^2$, 拟合的残差平方和 Q=____4.9071____。

(2) 给出经过坐标原点 (0, 0) 的三次多项式拟合函数:
y=_ $y=0.0203t^3-0.5320t^2+4.1870t$ ___。

解：(1)

```
y=[4 6.4 8 8.8 9.22 9.5 9.7 9.86 10 10.2 10.32 10.42 10.5 10.55 10.58 10.6];
x1=[1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16];
x2=x1.^2;
n=16;
m=2;
X=[ones(n,1),x1',x2'];
[b ,bint,r, rint,s]=regress(y',X)
Q=(norm(r)^2)                                    %残差向量求模的方法
```

输出结果：

```
b =4.387482142857139
     1.065966736694680
    -0.044466036414566
Q = 4.907064499299723
```

(2)拟合方程两边同时除以 x 造出常数项，使之符合拟合公式

```
x1=[1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16];
y=[4.00,6.40,8.00,8.80,9.22,9.50,9.70,9.86,10.00,10.20,10.32,10.42,10.50,10.55,10.58,10.60];
y1=y./x1;
x2=x1.^2;
n=16;
m=2;
x=[ones(n,1),x1',x2'];
[b,bint,r,rint,s]=regress(y1',x);
b,bint,s,
```

输出结果:

```
b =
    4.187027653100859
   -0.531957494151505
    0.020275878591530
```

3.（15 分）已知某切割机正常工作时，切割一段金属棒的长度服从正态分布，均值为 12 厘米，标准差为 1.2 厘米，

(1) 大量生产时，长度不超过 10 厘米或超过 15 厘米的金属棒的比例为 0.0540。

```
y1=1-normcdf(15,12,1.2)+normcdf(10,12,1.2)
y1 =0.054000017598591
```

(2) 大量生产时，金属棒长度以 93%的可能性落入的最小区间是 [9.8257 14.1743]。

```
y2=norminv(0.035,12,1.2)
y3= norminv(1-0.035,12,1.2)

y2 = 9.825707192456882
y3 =14.174292807543118
```

(3) 从一批金属棒中实际测量了 15 根的长度数据为

11.10, 12.43, 12.57, 14.50, 10.84, 14.10, 11.98, 9.88, 12.05, 13.00, 14.00, 13.00, 12.09, 8.85, 14.60

问：在显著性水平 α=0.05 时，这批金属棒长度的标准差是否为 1.2 厘米（ 否 ）；你采用的是以下哪种检验： z 检验， t 检验， χ^2 检验， F 检验 （ χ^2 检验 ）

H0：$\sigma^2=\sigma_0^2$；H1：$\sigma^2\neq\sigma_0^2$

```
y=[11.10, 12.43, 12.57, 14.50, 10.84, 14.10, 11.98, 9.88, 12.05, 13.00, 14.00,
13.00, 12.09, 8.85, 14.60];
n=length(y);
k=(n-1)*var(y)/(1.2^2)                          %χ2 分布检验方差
alpha=0.05;
k1=chi2inv(alpha/2,n-1)
k2=chi2inv(1-alpha/2,n-1)
h=ktest(y,1.2,0.05,0)
```

输出结果：

```
k1 =5.628726103039731
k2 =26.118948045037371
k =26.981453703703703
h=1
```

```
%方差假设检验程序 M 文件：
function [h]=ktest(x,s0,alpha,tail)
n=length(x);
k=(n-1)*var(x)/(s0^2)                          %χ2 分布检验方差
if tail==0
```

```
        k1=chi2inv(alpha/2,n-1)
        k2=chi2inv(1-alpha/2,n-1)
        if k>=k1&k<=k2
                h=0;
        else
                h=1;
        end
end
if tail==1
        k0=chi2inv(1-alpha,n-1)
        if k<=k0
                h=0;
        else
                h=1;
        end
end
if tail==-1
        k0=chi2inv(alpha,n-1)
        if k>=k0
                h=0;
        else
                h=1;
        end
end
```

输出结果：

k1 =5.628726103039731

k2 =26.118948045037371

k =26.981453703703703

(3) 在显著性水平 α=0.05 时，利用上面的 15 个数据检验这批金属棒长度的均值是否为 12 厘米（是）。

方差已知，z 检验！

```
y=[11.10, 12.43, 12.57, 14.50, 10.84, 14.10, 11.98, 9.88, 12.05, 13.00, 14.00, 13.00, 12.09, 8.85, 14.60];
[h,sig,ci] =ztest(y,12,1.2)
```

输出结果：

h = 0

4. （15 分） 某饮料公司拥有甲、乙两家饮料厂，都能生产 A、B 两种牌号的饮料。甲饮料厂生产 A 饮料的效率为 8 吨/小时，生产 B 饮料的效率为 10 吨/小时；乙饮料厂生产 A 饮料的效率为 10 吨/小时，生产 B 饮料的效率为 4 吨/小时。甲饮料厂生产 A 饮料和 B 饮料的成本分别为 1000 元/吨和 1100 元/吨；乙饮料厂生产 A 饮料和 B 饮料的成本分别为 850 元/吨和 1000 元/吨。现该公司接到一生产订单，要求生产 A 饮料 1000 吨，B 饮料 1600 吨。假设甲饮料厂的可用生产能力为 200 小时，乙饮料厂的生产能力为 120 小时。

（1） 请你为该公司制定一个完成该生产订单的生产计划，使总的成本最小（要求建立相应的线性规划模型，并给出计算结果）。

（2） 由于设备的限制，乙饮料厂如果生产某种牌号的饮料，则至少要生产该种牌号的饮料 300 吨。此时上述生产计划应如何调整（给出简要计算步骤）？

解：(1)

决策变量：

甲 A：x11；甲 B：x12

乙 A：x21；乙 B：x22

目标函数：

Z=1000*x11+1100*x12+850*x21+1000*x22

约束条件：

x11/8+x12/10≤200

x21/10+x22/4≤120

x11+x21 =1000

x12+x22 =1600

基本模型：

min(z)= 1000*x11+1100*x12+850*x21+1000*x22

s.t. x11/8+x12/10≤200

x21/10+x22/4≤120

x11+x21 =1000

x12+x22 =1600

x11,x12,x21,x22 ≥0

优化源程序：

```
c=[1000 1100 850 1000];
A1=[1/8    1/10      0    0;
      0    0    1/10    1/4];
A2=[ 1    0    1    0 ;
      0    1    0    1 ];
b1=[200;120];
b2=[1000;1600];
v1=[0 0 0 0];
[x,z,ef,out,lag]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,v1)
```

输出结果：

```
x =1.0e+003 *

    0.0000
    1.5200
    1.0000
    0.0800
z = 2.6020e+006
```

优化方案：

甲 A：0；甲 B：1520

乙 A：1000；乙 B：80

最小成本：2602000

(2)

(i)乙只生产 A，不生产 B：

```
c=[1000 1100 850];
A1=[1/8    1/10      0    ;
      0    0    1/10    ];
A2=[ 1    0    1      ;
      0    1    0      ];
b1=[200;120];
b2=[1000;1600];
v1=[0 0 300];
[x,z,ef,out,lag]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,v1)
```

输出结果：
x =   1.0e+003 *

```
    0.0000
    1.6000
    1.0000
```

z =   2.6100e+006

(ii) 乙只生产 B，不生产 A：

```
c=[1000 1100 1000];
A1=[1/8    1/10      0;
       0    0    1/4];
A2=[ 1    0      0 ;
       0    1    1 ];
b1=[200;120];
b2=[1000;1600];
v1=[0 0 300 ];
[x,z,ef,out,lag]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,v1)
```

输出结果：
ef=2

无法完成生产任务！

(ii) 乙同时生产 B，A：

```
c=[1000 1100 850 1000];
A1=[1/8    1/10      0    0;
       0    0    1/10    1/4];
A2=[ 1    0    1    0 ;
       0    1    0    1 ];
b1=[200;120];
b2=[1000;1600];
v1=[0 0 300 300];
[x,z,ef,out,lag]=linprog(c,A1,b1,A2,b2,v1)
```

输出结果：
x =   1.0e+003 *

```
    0.5500
    1.3000
    0.4500
    0.3000
```

z =   2.6625e+006

最佳方案：

甲 A：0；甲 B：1600

乙 A：1000；乙 B：0

最小成本：2610000

考试课程　　数学实验　　　2002. 01. 15

B 卷

1.（10 分）用数值积分公式计算（结果保留小数点后 8 位）：

$$S=\int_0^{2\pi}\sqrt{1-0.3^2\sin^2\theta}\,\mathrm{d}\theta$$

(1)取积分步长 $h=\pi/2$，用梯形公式计算 S=________________________________。

(2)要求相对误差为 10^{-6}, 用 Simpson 公式 S=________________________________，Matlab 命令是________________________.

2. （10 分） 在化学反应中, 根据试验所得生成物的浓度与时间关系如下表 (所有计算结果保留小数点后 4 位):

时间 t(分)	1	2	3	4	5	6	7	8
浓度 y	3.70	6.10	7.60	8.50	9.00	9.40	9.60	9.86
时间 t(分)	9	10	11	12	13	14	15	16
浓度 y	10.00	10.20	10.32	10.42	10.50	10.55	10.58	10.60

(1) 根据上述实验数据，利用线性最小二乘原理，给出二次多项式拟合函数 y=__________________________, 拟合的残差平方和 Q=__________________。

(2)给出经过坐标原点 (0, 0) 的三次多项式拟合函数:

y=____。

3. (15 分)已知某切割机正常工作时，切割一段金属棒的长度服从正态分布，均值为 12 厘米，标准差为 1.8 厘米，

（1) 大量生产时，长度不超过 10 厘米或超过 15 厘米的金属棒的比例为 ____________。

（2) 大量生产时，金属棒长度以 93%的可能性落入的最小区间是 ________________。

（3) 从一批金属棒中实际测量了 14 根的长度数据为

11.10, 12.43, 12.57, 14.50, 10.84, 14.10, 11.98, 11.88, 12.05, 13.00, 14.00, 13.00, 12.09, 8.85

问：在显著性水平 α=0.05 时，这批金属棒长度的标准差是否为 1.8 厘米（ ）；你采用的是以下哪种检验： z 检验， t 检验， χ^2 检验， F 检验 （ ）

（4) 在显著性水平 α=0.05 时，利用上面的 14 个数据检验这批金属棒长度的均值是否为 12 厘米（ ）。

4．（15 分）某饮料公司拥有甲、乙两家饮料厂，都能生产 A、B 两种牌号的饮料。甲饮料厂生产 A 饮料的效率为 8 吨/小时，生产 B 饮料的效率为 10 吨/小时；乙饮料厂生产 A 饮料的效率为 10 吨/小时，生产 B 饮料的效率为 4 吨/小时。甲饮料厂生产 A 饮料和 B 饮料的成本分别为 1000 元/吨和 1100 元/吨；乙饮料厂生产 A 饮料和 B 饮料的成本分别为 850 元/吨和 1000 元/吨。现该公司接到一生产订单，要求生产 A 饮料 2000 吨，B 饮料 3200 吨。假设甲饮料厂的可用生产能力为 400 小时，乙饮料厂的生产能力为 240 小时。

（1）请你为该公司制定一个完成该生产订单的生产计划，使总的成本最小（要求建立相应的线性规划模型，并给出计算结果）。

（2）由于设备的限制，乙饮料厂如果生产某种牌号的饮料，则至少要生产该种牌号的饮料 300 吨。此时上述生产计划应如何调整（给出简要计算步骤）？

考试课程　　数学实验　　　2002.01.15

A 卷（姓名　学号）答案

1.（1）6.24764132　　（2）6.24769187　quad (' f ',0,2*pi,1e-6)

2.（1）$y=-0.0445t^2+1.0660t+4.3875$；　Q=4.9071；

（2）$y=0.0203t^3-0.5320t^2+4.1870t$

3.（1）0.0540

（2）[9.8257　14.1743]

(3)　标准差不为 1.2 厘米；c。

（4）均值为 12 厘米。

4.

（1）　设甲饮料厂生产 A 饮料 x1 吨，生产 B 饮料 x2 吨；乙饮料厂生产 A 饮料 x3 吨，生产 B 饮料 x4 吨, 则可建立如下模型：

$$
\begin{aligned}
\text{Min } z &= 1000x1 + 1100\,x2 + 850x3 + 1000x4 \\
\text{s.t.}\quad & x1 + x3 = 1000 \\
& x2 + x4 = 1600 \\
& x1/8 + x2/10 <= 200 \\
& x3/10 + x4/4 <= 120 \\
& x1, x2, x3, x4 >= 0
\end{aligned}
$$

解得：x =（0，1520，1000，80）, z =　2602000

（2）当 x3　=0 时，无解；

当 x3 >=300, x4 = 0 时，解得：x =（0，　1600，　1000，　0）, z = 2610000 (最优解);

当 x3 >=300, x4 >=300 时，解得：x =（550，1300，450，300）, z =　2662500.

B 卷（学号　姓名）答案

1.（1）6.13848104　（2）6.13933386　quad (' f ',0,2*pi,1e-6)

2.（1）$y=-0.0470t^2+1.1360t+3.9256$；　Q=4.2513；

（2）$y=0.0178t^3-0.4774t^2+3.9046t$

3．(1) 0.1811

（2）[8.7386　15.2614]

(3) 标准差为 1.2 厘米；b。

（4）均值为 12 厘米。

4. （1）解为：x =（0，3040，2000，160）, z =　5204000

（2）当 x3　=0 时，无解；

当 x3 >=300, x4 = 0 时，解得：x =（0，　3200，　2000，　0）, z = 5220000 (最优解);

当 x3 >=300, x4 >=300 时，解得：x =（350，2900，1650，300）, z =　5242500.