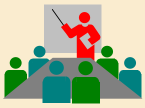
大学数学实验



实验2 数学建模初步

清 华 大 学 数 学 科 学 系

回顾：本课程基本要求

了解数学基本原理　概念准确、思路清晰；

知道主要数值算法　不讲复杂证明、不推复杂公式

→ 教师课堂辅导　同学预习复习

会用数学软件实现　实际问题的建模；软件编程的实现；

培养数学建模能力　动手、动眼、动脑

→ 同学课后实验（练习、作业）

具体要求：作业、考试…

- 平时成绩50分：独立完成书面作业 10 次
  （网络学堂提交；随机批改5次)
- 考试50分：开卷，需要使用数学软件
  （作业和考试不限定使用何种软件）
  -- 考试低于25分者，本课程总成绩不及格
- 附加分不超过5分：参加校内数学建模竞赛
- 网络学堂 http://learn.tsinghua.edu.cn (公告/作业/讨论等)

多选题　1分　　设置

关于本课程的作业和考试，下列说法正确的是：

A　每次作业可以最多3人为一组协作完成一份作业

B　每次作业必须每人独立完成

C　每次作业应该在截止时间前用邮件发给助教

D　考试为开卷考试

E　只要作业和考试成绩之和不低于60分，就能通过本课程

提交

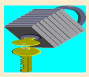
数 学 无 处 不 在 ！

- 2011/06/03 00:00　来源：
- YNET.com北青网 北京青年报

“一个貌似普通的小笼包在鼎泰丰却有一系列标准化的数字背景和极高的品质要求。5g的皮、16g的馅、18个摺，每个小笼包的误差不得超过5mg。自行研发的蒸包机可以说是鼎泰丰的另一种骄傲，它完全由电脑控制，每一笼里的蒸汽都是均匀稳定充足的。……”

- 这是什么？

实验2　内容提要



1. 什么是数学建模
2. 数学建模实例
   - 录像机计数器的用途
   - 生产计划的安排
   - 一年生植物的繁殖
   - 人口预报
3. 数学建模的基本方法、步骤及重要意义
4. 数学建模竞赛介绍

什么是数学建模？

什么是数学模型？

数学建模：“建立数学模型”（过程）

即“用数学语言/工具/结构表达的模型”（结果）

模型(model)是为了一定目的，对客观事物的一部分进行简缩、抽象、提炼出来的原型(prototype)的替代物

我们常见的模型

玩具汽车 / 火车 / 飞机; 照片… … ～实物模型

水箱中的舰艇; 风洞中的飞机… … ～物理模型

地图; 电路图; 分子结构图… … ～符号模型

模型集中反映了原型中人们需要的那一部分特征

数学模型：现实对象（原型）的数学语言描述

你碰到过的数学模型——“航行问题”

甲乙两地相距750千米，船从甲到乙顺水航行需30小时，从乙到甲逆水航行需50小时，问船的速度是多少?

解：用 x 表示船速，y 表示水速，依题意列方程组：

$$(x+y)\times 30 = 750$$
$$(x-y)\times 50 = 750$$

求解 $\Rightarrow$ $x=20$, $y=5$

答：船速是20千米/小时.

数学建模----解应用题？

可以得满分？

主观题 2分 设置

作为数学建模题的解答，

你觉得为什么不能得满分?

正常使用主观题需2.0以上版本雨课堂

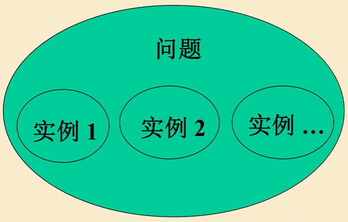
作答

主要存在两个方面的不足

- 假设：需要明确列出，并说明合理性
- 尽量一般化

问题 (Problems)

实例 (Instance)



“航行问题”建立数学模型的基本步骤

- 作出简化假设（匀速运动：船速、水速为常数）；
- 用符号表示有关量
  - 已知量(参数)：距离 $d>0$ 千米，顺水 a 小时，逆水 b 小时 ($b\geq a>0$)
  - 未知量：x, y 表示船速和水速(千米/小时，$x>y\geq 0$)
- 根据物理定律（匀速运动的距离等于速度乘以时间）列出数学式子（二元一次方程）

$$(x+y)\times a = d \qquad \text{假设顺水：速度之和}$$
$$(x-y)\times b = d \qquad \text{逆水：速度之差}$$

"航行问题"建立数学模型的基本步骤(续)

- 模型求解及检验

$$(x+y)\times a = d$$
$$(x-y)\times b = d$$

$d>0$, $b\ge a>0$ ⇒

$$x=\frac{d(b+a)}{2ab}, \quad y=\frac{d(b-a)}{2ab}$$

- 模型应用：d=750, a=30, b=50
  得到具体数学解答（x=20, y=5）；
  回答原问题（船速每小时20千米/小时）。

- 模型分析：敏感性，优缺点等
  如：若d或a，b分别有1%误差，结果误差有多大？

- 敏感性分析：
  若d或a，b分别有1%误差，结果误差有多大？

$$x=\frac{d(b+a)}{2ab}, \quad y=\frac{d(b-a)}{2ab}$$

$d \to d+\delta d$, $x \to x+\delta x$　问：$\delta x/x$ 与 $\delta d/d$ 有什么关系？

⇒ $\delta x/x \approx \delta d/d$　不敏感：结果相对误差，不超过参数相对误差

$a \to a+\delta a$, $x \to x+\delta x$　问：$\delta x/x$ 与 $\delta a/a$ 有什么关系？

⇒ $\delta x = (-d/2a^2)\delta a$

不敏感

$\delta x / x = -b/(b+a)\,(\delta a/a)$

MM: 数学模型 (Mathematical Model)
数学建模(Mathematical Modeling)

数学模型

对于一个现实对象，为了一个特定目的，根据其内在规律，作出必要的简化假设，运用适当的数学工具，得到的一个数学结构。

数学建模　建立数学模型的全过程（包括表述、求解、解释、检验等）

应用题?　问题真实程度、重点和难点不同

数学建模的全过程

现实对象的信息 $\xrightarrow{\text{表述（归纳）}}$ 数学模型 $\xrightarrow{\text{求解（演绎）}}$ 数学模型的解答 $\xrightarrow{\text{解释}}$ 现实对象的解答 $\xrightarrow{\text{验证}}$ 现实对象的信息

数学软件 → 数学模型的解答

（现实世界）　（数学世界）　（技术世界）

16

数 学 建 模 实 例

例1　录像机计数器（机械式）的用途

问题：经试验，一盘录像带从头走到尾，时间用了183分30秒，计数器读数从0000变到6152.

在一次使用中录像带已经转过大半，计数器读数为4580，问剩下的一段还能否录下1小时的节目？

思考：计数器读数是均匀增长的吗?

观察：计数器读数增长越来越慢!

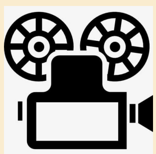
要求：不仅回答问题，而且建立计数器读数与录像带转过时间之间的关系——数学模型.

17

数 学 建 模 实 例

例1　录像机计数器（机械式）的用途

录像机/播放机

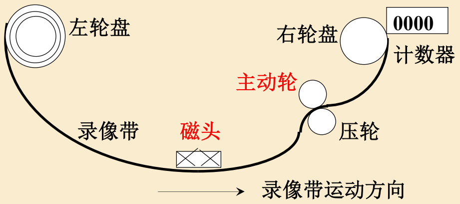


录像带

机械式计数器

18

录像机计数器的工作原理



主动轮匀速转动 → 录像带速度是常数 → 右轮盘半径增大 → 右轮转速越来越慢 → 计数器读数增长变慢

模型假设与符号

- 录像带的运动速度是常数 v；
- 计数器读数 n 与右轮盘转数 m 成正比，记 $m=kn$；
- 录像带厚度（加两圈间的空隙）为常数 w；
- 空右轮盘半径记作 r；
- 时间 $t=0$ 时读数 $n=0$.

建模目的：建立时间 t 与读数 n 之间的关系

（设 v, k, w, r 为已知参数）

模型建立

建立 t 与 n 的函数关系有多种方法:

方法1. 右轮盘转动 m 圈录像带的总长度 = 它在时间 t 内移动的长度 vt

空盘半径 r ,录像带厚度 w ⇒ 第 i 圈的半径 $r+wi$

$$\sum_{i=1}^{m} 2\pi(r+wi) = vt, \quad m = kn$$

⇒ $$t = \frac{\pi wk^2}{v} n^2 + \frac{2\pi rk}{v} n$$

其中近似认为 $m(m+1)=m^2$

模型建立

方法2. 右轮盘面积的增加 = 录像带厚度乘以长度

$$\pi[(r+wkn)^2 - r^2] = wvt$$

方法3. 录像带 t 到 $t+dt$ 在右轮盘缠绕的长度 $= vdt$

$$(r+wkn)2\pi kdn = vdt$$

⇓

$$t = \frac{\pi wk^2}{v} n^2 + \frac{2\pi rk}{v} n$$

思考

$$t = \frac{\pi wk^2}{v} n^2 + \frac{2\pi rk}{v} n$$

1）如何解释观察到的现象：计数器读数增长越来越慢.

2） 3种建模方法

1. $\sum_{i=1}^{m} 2\pi(r+wi) = vt$

2. $\pi[(r+wkn)^2 - r^2] = wvt$

3. $(r+wkn)2\pi kdn = vdt$

仔细推算会发现其中有一种方法得到的结果稍有误差，是哪种方法？如何解释.

参数估计

$$t = \frac{\pi wk^2}{v} n^2 + \frac{2\pi rk}{v} n$$

为估计模型的待定参数 v, r, w, k, 一种办法是测量或调查.

常用的参数估计方法——测试分析 模型 $t = an^2 + bn$

已知 $t=183.5$, $n=6152$, 理论上再有一组 (t, n) 即可估计 a,b.

实际上，由于测试有误差，最好用足够多的数据作拟合.

现有一批测试数据：

t	0	20	40	60	80
n	0000	1153	2045	2800	3466
t	100	120	140	160	183.5
n	4068	4621	5135	5619	6152

用最小二乘法可得

$a = 2.51 \times 10^{-6}$, $b = 1.44 \times 10^{-2}$.

模型检验

应该另外测试一批数据检验模型：

$$t = an^2 + bn \quad (a = 2.51\times10^{-6}, b = 1.44\times10^{-2})$$

模型应用

回答提出的问题：由模型算得 $n = 4580$ 时 $t = 118.5$分，剩下的录像带能录 183.5-118.5 = 65分钟的节目.

揭示了“t 与 n 之间呈二次函数关系”这一普遍规律，当录像带的状态改变时，只需重新估计 a,b 即可.

多选题 2分 设置

关于本例及其建模假设或结论，说法正确的是：

- A 计数器是机械方式的计数器
- B 录像带厚度忽略不计
- C 主动轮转速、录像带速度都是常数
- D 计数器读数增加越来越快
- E 左轮转速越来越快

提交

数学建模实例

例2 生产计划的安排

问题：配件厂为装配线生产若干种产品，轮换时因更换设备要付生产准备费，产量大于需求时要付贮存费(如贷款利息). 该厂生产能力非常大，所需数量可在短时间内产出.

已知某产品日需求量100件，生产准备费5000元，贮存费每日每件1元. 试安排产品生产计划，即多少天生产一次(生产周期)，每次产量多少，使总费用最小.

要求：不只是回答问题，而且要建立生产周期、产量与需求量、准备费、贮存费之间的关系.

问题分析与思考

日需求100件，准备费5000元，贮存费每日每件1元.

- 每天生产一次，每次100件，无贮存费，准备费5000元.

每天费用5000元

- 10天生产一次，每次1000件，贮存费900+800+…+100 =4500元，准备费5000元，总计9500元.

平均每天费用950元

- 50天生产一次，每次5000件，贮存费4900+4800+…+100 =122500元，准备费5000元，总计127500元.

平均每天费用2550元

10天生产一次，平均每天费用最小吗？

问题分析与思考

- 周期短，产量小 ⇨ 贮存费少，准备费多
- 周期长，产量大 ⇨ 准备费少，贮存费多

⇨ **存在最佳的周期和产量，使总费用（二者之和）最小.**

- 这是一个优化问题，关键在建立目标函数.

显然不能用一个周期的总费用作为目标函数.

目标函数——每天总费用的平均值.

模型假设

1. 产品每天的需求量为常数 r；
2. 每次生产准备费为 c_1，每天每件产品贮存费为 c_2；
3. T 天生产一次（周期），每次生产Q件，当贮存量为零时，Q件产品立即生产出来（生产时间不计）；
4. 为方便起见，时间和产量都作为连续量处理.

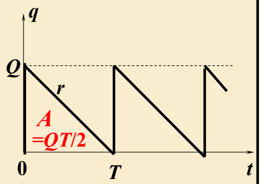
建模目的

设 r, c_1, c_2 已知，求T, Q 使每天总费用的平均值最小.

模型建立

贮存量表示为时间的函数 $q(t)$

t=0生产Q件，$q(0)=Q$, $q(t)$以需求速率r递减，$q(T)=0$.



$\Rightarrow$ $Q = rT$

一周期贮存费为 $c_2\int_0^T q(t)dt = c_2\frac{QT}{2}$

一周期总费用 $\tilde{C} = c_1 + c_2\frac{QT}{2} = c_1 + c_2\frac{rT^2}{2}$

每天总费用平均值（目标函数） $C(T) = \frac{\tilde{C}}{T} = \frac{c_1}{T} + \frac{c_2 rT}{2}$

模型求解

求 T 使 $C(T) = \frac{c_1}{T} + \frac{c_2 rT}{2} \to Min$

$\frac{dC}{dT} = 0 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2c_1}{rc_2}}$ $Q = rT = \sqrt{\frac{2c_1 r}{c_2}}$

结果解释

定性分析 $c_1\uparrow \Rightarrow T,Q\uparrow$ $c_2\uparrow \Rightarrow T,Q\downarrow$ $r\uparrow \Rightarrow T\downarrow,Q\uparrow$

敏感性分析 参数c_1,c_2,r的微小变化对T,Q的影响

T对c_1的(相对)敏感度 $S(T,c_1) = \frac{\Delta T/T}{\Delta c_1/c_1} \approx \frac{dT}{dc_1}\frac{c_1}{T} = \frac{1}{2}$ c_1增加1%, T增加0.5%

$S(T,c_2)=-1/2$, $S(T,r)=-1/2$ c_2或r增加1%, T减少0.5%

模型应用

$T = \sqrt{\frac{2c_1}{rc_2}}$ $Q = rT = \sqrt{\frac{2c_1 r}{c_2}}$

- 回答原问题 c_1=5000, c_2=1，r=100

$\Rightarrow$ T=10(天), Q=1000(件), C=1000(元)

思考: 为什么与前面计算的C=950元有差别?

- 用于订货供应情况: 每天需求量 r，每次订货费 c_1，每天每件贮存费 c_2，T天订货一次(周期)，每次订货Q件，当贮存量降到零时，Q件立即到货.

经济批量订货公式（EOQ公式）

不允许缺货的存贮模型 **推广：允许缺货**

数学建模实例

例3 一年生植物的繁殖

问题：一年生植物春季发芽，夏天开花，秋季产种。没有腐烂、风干、被人为掠去的那些种子可以活过冬天，其中一部分能在第二年春季发芽，然后开花、产种，另一部分虽未发芽，但如又能活过一个冬天，则一部分可在第三年发芽、开花、产种，如此继续.

建立数学模型研究植物数量的变化规律，及它能够一直繁殖下去的条件.

问题分析与模型假设

- 一年生植物只能活一年，假设种子只要能在春季发芽，植物就能开花、产种，其数量变化完全依赖于种子发芽的情况.
- 设一棵植物平均产种数为c, 种子能够活过一个冬天(一岁)的比例为b, 一岁的种子在来年春季发芽的比例为a_1，未能发芽的那些种子又活过一个冬天的比例仍为b, 两岁的种子在春季发芽的比例为a_2.
- 种子最多能够活过两个冬天.

模型建立

x_k~第k年的植物数量 x_k与x_{k-1}和x_{k-2}有关

$x_k = a_1 bcx_{k-1} + a_2 b(1-a_1)bcx_{k-2}$, $k = 2,3,\cdots$

设今年(k=0)种下并成活的数量为x_0

$x_1 = a_1 bcx_0$

记 $p=-a_1bc$, $q=-a_2b(1-a_1)bc$

$x_1 + px_0 = 0$, $x_k + px_{k-1} + qx_{k-2} = 0$, $k = 2,3,\cdots$

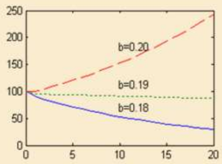
二阶 (线性) 常系数差分方程

模型求解　$p=-a_1bc,\ q=-a_2b(1-a_1)bc$

$$x_1+px_0=0,\quad x_k+px_{k-1}+qx_{k-2}=0,\quad k=2,3,\cdots$$

设c=10，a_1=0.5，a_2=0.25，b=0.18～0.20，x_0=100

k	x_k (b=0.18)	x_k (b=0.19)	x_k (b=0.20)
0	100	100	100
1	90	95	100
2	85	95	105
3	80	94	110
…	…	…	…
18	33	88	221
19	31	88	232
20	30	87	243



对不同的b，x_k的变化规律有较大差别.

37

模型求解　二阶差分方程 $x_k+px_{k-1}+qx_{k-2}=0$的解析解

一阶差分方程 $x_k=ax_{k-1}$ 的解：$x_k=a^kx_0$

- 将形如 $x_k=\lambda^k$ 的解代入二阶差分方程
- $\lambda^2+p\lambda+q=0$　～ 特征方程
- $\lambda_{1,2}=\dfrac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$　～ 特征根

差分方程的解　$x_k=c_1\lambda_1^k+c_2\lambda_2^k,\quad k=0,1,2,\cdots$

常数c_1, c_2由x_0, x_1确定

38

模型求解　$x_k+px_{k-1}+qx_{k-2}=0$　$x_k=c_1\lambda_1^k+c_2\lambda_2^k$

$$\lambda_{1,2}=\frac{a_1bc\pm\sqrt{(a_1bc)^2+4a_2(1-a_1)b^2c}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{30}}{2}b$$

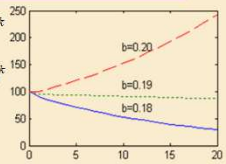
c=10，a_1=0.5，a_2=0.25，b=0.18～0.20，x_0=100

$b=0.18,\ x_k=95.64(0.943)^k+4.36(-0.043)^k$

$b=0.20,\ x_k=95.65(1.0477)^k+4.35(-0.0477)^k$

$|\lambda_{1,2}|<1$时$x_k\to 0$ $(k\to\infty)$

$|\lambda_{1,2}|>1$时$x_k\to\infty$ $(k\to\infty)$



植物能够一直繁殖下去的条件为 $b>0.191$

39

多选题 2分　设置

$$x_1+px_0=0,\quad x_k+px_{k-1}+qx_{k-2}=0,\quad k=2,3,\cdots$$

$(x_0>0;\ p, q<0)$　$\lambda^2+p\lambda+q=0$　$\lambda_{1,2}=\dfrac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$

对于以上二阶常系数差分方程，说法正确的是：

A 当$|\lambda_1|<1$ 或 $|\lambda_2|<1$时$x_k\to 0$ $(k\to\infty)$

B 当$|\lambda_1|<1$ 且 $|\lambda_2|<1$时$x_k\to 0$ $(k\to\infty)$

C 当$|\lambda_1|>1$ 且 $|\lambda_2|>1$时$x_k\to\infty$ $(k\to\infty)$

D 当$|\lambda_1|>1$ 或 $|\lambda_2|>1$时$x_k\to\infty$ $(k\to\infty)$

提交

40

数 学 建 模 实 例

例4　人口预报

世界人口增长概况

年	1625	1830	1930	1960	1974	1987	1999
人口(亿)	5	10	20	30	40	50	60

中国人口增长概况

年	1908	1933	1953	1964	1982	1990	1995	2000
人口(亿)	3.0	4.7	6.0	7.2	10.3	11.3	12.0	13.0

研究变化规律　**作出数量预报**　**控制过快增长**

41

常用的计算公式　今年人口 x_0, 年增长率 r

k年后人口　$x_k=x_0(1+r)^k$

指数增长模型（马尔萨斯1798年提出）

基本假设：人口(相对)增长率 r 是常数

$x(t)$ ~时刻t的人口　$\dfrac{x(t+\Delta t)-x(t)}{x(t)}=r\Delta t$

$\dfrac{dx}{dt}=rx,\ x(0)=x_0$　$x(t)=x_0e^{rt}$

$$x(t)=x_0(e^r)^t\approx x_0(1+r)^t$$

随着时间增加，人口按指数规律无限增长.

42

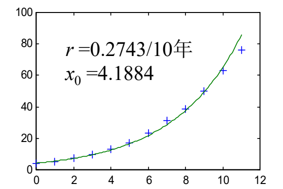
指数增长模型

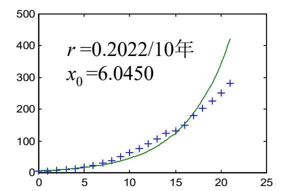
$x(t) = x_0 e^{rt}$

参数估计(r, x_0)　　专家估计；利用实际数据作拟合

$y = \ln x,\ a = \ln x_0 \rightarrow y = rt + a$　线性最小二乘法

美国1790年至1900年数据　　美国1790年至2000年数据





指数增长模型结果分析

- 能描述十九世纪以前美国人口的增长.
- 与19世纪以前欧洲一些地区人口统计数据吻合.
- 适用于19世纪后迁往加拿大的欧洲移民后代.
- 可用于短期人口增长预测.
- 不符合19世纪后美国及其它地区人口增长规律.
- 不能预测较长期的人口增长过程.

原因：人口增长到一定数量后，增长率r 逐渐下降.

阻滞增长模型(Logistic模型)

人口增长到一定数量后，增长率下降的原因：

资源、环境等因素对人口增长的阻滞作用

且阻滞作用随人口数量增加而变大 ⇨ r是x的减函数

假设 $r(x) = r - sx\ (r, s > 0)$ ⇨ $r(x_m) = 0$ ⇨ $s = \dfrac{r}{x_m}$

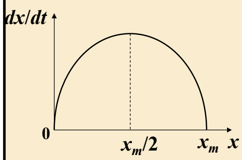
x_m~人口容量（资源、环境能容纳的最大数量）
Carrying capacity（承载能力）

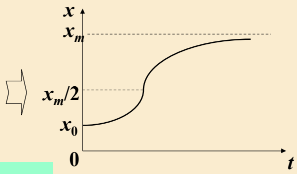
r ~内禀增长率(x很小时)
Intrinsic rate of natural increase

$$r(x) = r\left(1 - \frac{x}{x_m}\right)$$

阻滞增长模型(Logistic模型)

$$\frac{dx}{dt} = rx \quad \Rightarrow \quad \frac{dx}{dt} = r(x)x = rx\left(1 - \frac{x}{x_m}\right)$$





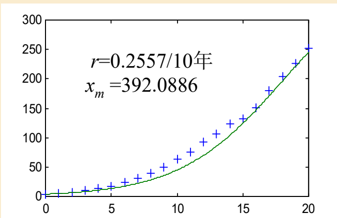
$$x(t) = \frac{x_m}{1 + \left(\frac{x_m}{x_0} - 1\right)e^{-rt}}$$

$x(t)$~S形曲线，
x增加先快后慢

阻滞增长模型参数估计(r, x_m)

$$\frac{dx}{dt} = r(x)x = rx\left(1 - \frac{x}{x_m}\right) \Rightarrow \frac{dx/dt}{x} = r - sx, \quad s = \frac{r}{x_m}$$

美国1790年至1990年数据



线性最小二乘法

（去掉了部分异常数据）

模型检验

用模型计算2000年美国人口，与实际数据比较

$$x(2000) = x(1990) + \Delta x = x(1990) + rx(1990)[1 - x(1990)/x_m]$$

⇨ $x(2000) = 274.5$　实际为 281.4×10⁶　**误差2.5%**

模型应用——预报美国2010年的人口

加入2000年人口数据后重新估计模型参数

⇨ r=0.2490, x_m=434.0　⇨ $x(2010)$=306.0×10⁶

美国人口普查局2010年12月21日公布：截止到2010年4月1日美国人口总数为3.087亿.

预报误差不到1%！

多选题 2分 设置

Logistic（逻辑斯谛）人口模型的基本假设包括：

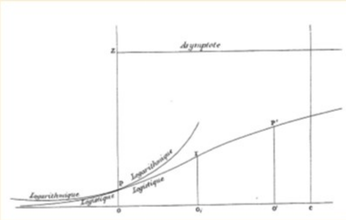
- A 人口增长率与人口数量无关
- B 人口增长率随人口数量增加而增加
- C 人口增长率随人口数量增加而下降
- D 人口总数量存在一个最大值（有限的正数）
- E 人口总数量可以趋于无穷大

提交

Why named “logistic”?

- **历史文献**

Verhulst P-F. Recherchesmathématiques sur la loi d’accroissement de la population. Nouveaux Mémoires de l’Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Bruxelles, 1845, 18: 1–38. （法文）



数学建模的基本方法

- **机理分析** 根据对客观事物特性的认识，找出反映内部机理的数量规律。
- **测试分析** 将对象看作“黑箱”,通过对量测数据的统计分析，找出与数据拟合最好的模型。
- **二者结合** 用机理分析建立模型结构,用测试分析确定模型参数。

机理分析没有统一的方法，主要通过实例研究(Case Studies)来学习。以下建模主要指机理分析。

数学建模的一般步骤

模型准备 → 模型假设 → 模型构成 → 模型求解 → 模型分析 → 模型检验 → 模型应用

模型准备：

了解实际背景 **明确建模目的**

搜集有关信息 **掌握对象特征**

形成一个比较清晰的‘问题’

数学建模的一般步骤

模型假设：

针对问题特点和建模目的

作出合理的、简化的假设

在合理与简化之间作出折中

模型构成：

用数学的语言、符号描述问题

发挥想象力 **使用类比法**

尽量采用简单的数学工具

数学建模的一般步骤

模型求解：**各种数学方法、软件和计算机技术**

模型分析：**如结果的误差分析、统计分析、模型对数据的稳定性分析**

模型检验：**与实际现象、数据比较，检验模型的合理性、适用性**

模型应用

数学建模的重要意义

数学建模越来越受到人们的重视：

- 电子计算机的出现及飞速发展；
- 数学以空前的广度和深度向一切领域渗透。

1. 在一般工程技术领域数学建模仍然大有用武之地；
2. 在高新技术领域数学建模几乎是必不可少的工具；
3. 数学进入一些新领域，为数学建模开辟了许多处女地。

55

数学建模的重要意义

- 分析与设计
- 预报与决策
- 控制与优化
- 规划与管理

如虎添翼

数学建模 ↔ 计算机技术

→ 知识经济

56

怎样学习数学建模

数学建模与其说是一门技术，不如说是一门艺术

技术大致有章可循　艺术无法归纳成普遍适用的准则

想象力　洞察力　判断力

- **学习、分析、评价、改进别人作过的模型**
- **亲自动手，认真作几个实际题目**

数学技术≈数学建模＋科学计算

57

数学建模竞赛简介

投票 最多可选1项　设置

你听说或参加过数学建模竞赛吗？

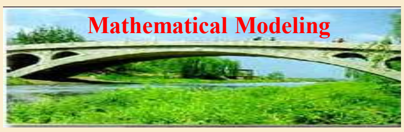
- A 没听说过，更没参加过
- B 听说过，但没参加过
- C 参加过至少一次竞赛

提交

数学建模竞赛(MCM)简介

Mathematical Contest in Modeling

实际问题



数学

- 美国大学生数学建模竞赛(MCM/ICM)
- 中国大学生数学建模竞赛(CUMCM)
- 竞赛内容与形式简介

竞赛内容与形式

内容 • 赛题：工程、管理中经过简化的实际问题

• 答卷：一篇包含问题分析、模型假设、建立、求解(通常用计算机)、结果分析和检验等的论文

形式 • 3名大学生组队，在3天("美赛"4天)内完成

• 可使用任何"死"材料(图书/互联网/软件等), 但不得与队外任何人讨论（包括上网讨论）

标准 假设的合理性，建模的创造性，结果的正确性，表述的清晰性。

宗旨 创新意识 团队精神 重在参与 公平竞争

(美国大学生)数学建模竞赛/交叉学科竞赛

简称"美赛"：MCM/ICM

http://www.comap.com

• 1985年2月15日首次举行，70所学校90个队成功参赛

• 2021年：约20国 26000多队注册参赛，中国～98%

• 各类比例： （2018年及以前比例较高）

• 获奖：O (<1%); F (~2%); M (~10%); H (~20%)

• 其他：S（成功）; US（不成功）; DQ（违规）

全国大学生数学建模竞赛（"国赛"）:CUMCM

http://www.mcm.edu.cn   http://cumcm.cnki.net

• 1992年中国工业与应用数学学会(CSIAM)创办(每年9月)

• 2022年1606校/校区54257队报名参赛

• 非数学专业学生约80%(其中约10%来自非理工类专业)

• 赛题和优秀答卷刊登于当年《工程数学学报》增刊
（专家点评刊登于当年/次年《数学建模及其应用》）

• 全国奖: 本科1等~300, 2等~1200;专科1等~50, 2等~200
总比例～4% (其中1等＜1%)

• 赛区奖：1/3～1/2 (北京赛区～1/3)

"美赛"2021年竞赛题目

MCM：A/B/C	A: Power Profile of a Cyclist (骑车人的体力)
	B: Water and Hydroelectric Power Sharing
	C: Trading Strategies （如黄金、比特币）
ICM：D/E/F	D: Data Paralysis? Use Our Analysis!
	E: Forestry for Carbon Sequestration
	F: All for One and One (Space) for All！(行星)

"国赛"(CUMCM)近年部分赛题

19年："同心协力鼓"； 机场出租车的策略；

20年："炉温曲线"； "穿越沙漠"；

21年：'FAST'主动反射面的形状调节；
中药材的鉴别；

22年：海浪能量估计；
无人机的无源定位;…

竞赛的反响（一例）

IBM 中国研究中心: Business Analysis Optimization

Job Requirements:

1、PhD M.S. in mathematics, statistics, computer science, industrial engineering management science etc.
2、Self-motivated, responsible, able to wk independently under tight deadline willing to wk under pressure.
3、Skill in applied mathematics, including mathematical programming, statistics, data mining, simulation etc.
4、Knowledge in supply chain logistics strategy modeling, simulation, planning optimization.
5、Strong interest basic knowledge about industry trends, technologies, solutions in analytics optimization.
6、Experience in ERP/SCM/CRM system SCM consulting practice is a plus.
7、Award in highly regarded mathematical modeling contest is a plus.
8、Experience in eclipse, Java, architecture design is a plus.

--March 26, 2009, http://www.vyoung.com.cn/job/comp/jobinfo.asp?selectedid=1514

Anotehr Example: CityUHK

香港城市大学管理科学系招生

- 招募对象：计算机，自动化，数学等相关专业的本科生或研究生
- 拟入学时间：2012年9月　　就读项目：全日制博士
- 预期学制：4年（以学士学位入学），3年（以硕士学位入学）
- 申请条件：1.平均分(GPA)85分及以上；2. 托福成绩92 分（internet-based 网考）或者IELTS 7分以上；3. 以下同学可放宽成绩要求：已有国际国内期刊发表论文者；国家或国际数学建模比赛获奖者；ACM程序设计竞赛获奖者；
- 奖学金：……

Anotehr Example: 中国石化

来源：http://www.sinopecgroup.com/group/xwzx/gsyw/20141008/news_20141008_349411402938.shtml

中国石化为优秀毕业生就业开绿色通道

- "优才引进"计划即对在行业内、国内乃至国际上有较高专业水准和公信度的大赛中获得过一等奖及以上奖项，以及连续两年获得国家奖学金的优秀毕业生，通过资格审查后不用参加统一初选考试，经招聘单位对在校表现等综合考察，符合岗位需要直接作为拟录用人选进行公示，且不占招聘单位引进指标。
- 据悉，国际国内知名竞赛包括：美国大学生数学建模竞赛、全国大学生（研究生）数学建模竞赛、全国大学生机械创新设计竞赛、全国大学生结构设计竞赛、"挑战杯"全国大学生课外学术科技作品竞赛、全国石油工程设计大赛、全国化工设计竞赛等7项竞赛。

清华与数学建模活动

国内较早开设数学模型课的少数高校之一(1983)

国内最早编辑出版《数学模型》中文教材的高校(1987)

国内最早参加美国MCM竞赛的三所高校之一(1989年)

多次获得美国MCM / ICM 最高奖 (outstanding)

2000年全国大学生数学建模竞赛"网易杯"

数风流人物，还看今朝！

每年的部分数学建模竞赛活动

校赛 (每年4-5月)

国赛CUMCM (每年9月)

美赛MCM/ICM (每年2月前后)

深圳杯 (每年4-8月)

行业赛（如电工杯、泰迪杯）

地区赛 (如华东、华中) (每年4-6月)

网络赛（良莠不齐）

网上课程

http://cumcm.icourses.cn/

爱课程 iCourse 中国高校数学建模课程中心

视频公开课　资源共享课　MOOC 课程　SPOC 课程

实验练习

实验目的　通过解决简化的实际问题，学习初步的数学建模方法，培养建模意识。

实验内容　本实验不交作业，自己练习

特别是熟悉软件的用法