

班级\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 得分\_\_\_\_\_

[说明]

- (1) 第一、二、三题的答案直接填在试题纸上；
- (2) 第四题将数学模型、简要解题过程和结果写在试题纸上；卷面空间不够时，请写在背面；
- (3) 除非特别说明，所有计算结果小数点后保留 4 位数字。
- (4) 考试时间为 120 分钟。

一、(10 分) 某厂生产 A、B 两种产品，1 千克原料在甲类设备上用 12 小时可生产 3 件 A，可获净利润 64 元；在乙类设备上用 8 小时可生产 4 件 B，可获净利润 54 元。该厂每天可获得 55 千克原料，每天总的劳动时间为 480 小时，且甲类设备每天至多能生产 80 件 A。试为该厂制订生产计划使每天的净利润最大。

1) 以生产 A、B 产品所用原料的数量  $x_1$ 、 $x_2$  (千克) 作为决策变量，建立的数学规划模型是：

**决策变量：**

生产 A 原料  $x_1$ ；生产 B 原料  $x_2$

**目标函数：**

$$y=64*x_1+54*x_2$$

**约束条件：**

$$\begin{aligned} x_1+x_2 &\leq 55 \\ 12*x_1+8*x_2 &\leq 480 \\ 3*x_1 &\leq 80 \\ x_1,x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

**基本模型：**

$$\max(y)=64*x_1+54*x_2$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & x_1+x_2 \leq 55 \\ & 12*x_1+8*x_2 \leq 480 \\ & 3*x_1 \leq 80 \\ & x_1,x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$c=[64 \ 54];$$

$$A1=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 12 & 8 \\ 3 & 0 \end{bmatrix};$$

$$b1=[55;480;80];$$

$$v1=[0 \ 0];$$

$$[x,z,ef,out,lag]=linprog(-c,A1,b1,[],[],v1)$$

$$lag.ineqlin$$

输出结果:

$$x=10.000000004005848$$

$$44.999999993870908$$

$$z=-3.06999999925403e+003$$

$$\text{ans} =$$

33.999999998919357  
 2.500000000140441  
 0.000000000278405

2) 每天的最大净利润是\_\_3070\_\_元。若要求工人加班以增加劳动时间, 则加班费最多为每小时\_\_2.5\_\_元。若 A 获利增加到 26 元/件, 应否改变生产计划? \_\_不变\_\_

```
c=[78 54];
A1=[ 1 1;
     12 8 ;
     3 0];
b1=[55;480;80];
v1=[0 0];
[x,z,ef,out,lag]=linprog(-c,A1,b1,[],[],v1)
x = 9.9999999999999400
    45.0000000000000625
z = -3.209999999999987e+003
```

二、(10 分) 已知常微分方程组初值问题

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0, \quad y(\frac{\pi}{2}) = 2, \quad y'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{2}{\pi}.$$

试用数值方法求  $y(\frac{\pi}{6}) =$  \_\_ 1.73205 \_\_ (保留小数点后 5 位数字)。你用的 MATLAB 命令是 \_\_ode45(@ff, ts,y0)\_\_, 其精度为\_\_四阶\_\_。

%待解常微分方程组函数 M 文件源程序:

```
function dy=ff(x,y)
dy=[y(2);-y(2)./x-y(1)*(x.^2-0.25)/(x.^2)];
%应用欧拉方法和龙格-库塔方法求解该常微分方程:
ts=pi/2:-pi/12:pi/6;      !!!! 步长必须是可以整除步长区间长度的数
y0=[2,-2/pi];
[x,y]=ode45(@ff, ts,y0); %龙格-库塔方法求数值解
[x, y(:,1)]
```

输出结果:

0.523598775598299 1.732050795523993  
 三、(10 分) 已知线性代数方程组  $Ax=b$ , 其中

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 0 & 1 \\ -3 & 22 & 6 & 2 \\ 5 & -1 & 31 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 23 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \\ 4 \\ 7 \end{bmatrix},$$

若方程组右端项有小扰动  $\delta b = [0,0,0,0.1]'$ , 试根据误差估计式估计  $\frac{\|\delta x\|_1}{\|x\|_1} \leq$  \_\_0.0743\_\_  
 (  $x, \delta x$  分别表示原问题的解和右端项小扰动后对应的解的变化量); 若取初值  $x^{(0)} = [0,0,0,0]'$ , 则用高斯-赛德尔迭代法求解  $Ax=b$  时,  $x^{(5)} =$ \_(1.7160, 0.3926, -0.1306, 0.1381)\_; 对本题而言, 此迭代方法是否收敛\_\_是\_\_, 原因是\_\_谱半径  $\rho(B)=0.397<1$ \_\_。

线性代数方程组解的误差分析:

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq \|A^{-1}\| \cdot \|A\| \cdot \frac{\|\delta b\|}{\|b\|} = \text{cond}(A) \cdot \frac{\|\delta b\|}{\|b\|}$$

故其误差上限为:

A=[5 -7 0 1 ; -3 22 6 2 ; 5 -1 31 -1 ; 2 1 0 23];

b=[6 3 4 7];

db=[0 0 0 0.1];

d=cond(A,1)\*norm(db,1)/norm(b,1)

输出结果:

d =0.074339065208930

A=[5 -7 0 1 ; -3 22 6 2 ; 5 -1 31 -1 ; 2 1 0 23];

D=diag(diag(A));

%从稀疏矩阵 A 中提取 D

L=-tril(A,-1);

%从稀疏矩阵 A 中提取 L

U=-triu(A,1);

%从稀疏矩阵 A 中提取 U

b=[6 3 4 7]';

%设定方程组右端项向量

x= zeros(4,1);

%设定方程组初始向量

m= inv(D-L)\*U;

n= inv(D-L)\*b;

%高斯-赛德尔迭代法

for j2=1:5

    y=m\*(x(:,j2));

    for i=1:4

        x(i,j2+1)=y(i,:)+n(i,:);

    end

end

t2=x(:,end)

%输出迭代法最终结果

j2

输出结果:

t2 =

1.715972347226445

0.392646824062879

-0.130571100623047

0.138061238325401

判敛:

lamda=eig(inv(D-L)\*U)

pubanjing=max(abs(lamda))

输出结果:

pubanjing =0.396832340862002

四、(20 分) 炮弹射击的目标为一椭圆形区域, 在 X 方向半轴长 110m, Y 方向半轴长 90m. 当瞄准目标的中心发射炮弹时, 在众多随机因素的影响下, 弹着点服从以目标中心为均值的二维正态分布, 设弹着点偏差的均方差在 X 方向和 Y 方向分别为 70m 和 50m. 今测得一组弹着点的横纵坐标如下:

X	-6.3	-71.6	65.6	-79.2	-49.7	-81.9	74.6	-47.6	-120.8	56.9
Y	28.9	1.6	61.7	-68	-41.3	-30.5	87	17.3	-17.8	1.2
X	100.9	47	9.7	-60.1	-52.7	86	80.6	-42.6	56.4	15.2
Y	-12.6	39.1	85	32.7	28.1	-9.3	-4.5	5.1	-32	-9.5

1) 根据这组数据对 X 方向和 Y 方向的均值和均方差进行假设检验(设显著性水平为 0.05)。

均值假设检验:

H0:  $\mu=0$ ; H1:  $\mu \neq 0$ ;

x=[-6.3 -71.6 65.6 -79.2 -49.7 -81.9 74.9 -47.6 -120.8 56.9 100.9 47 9.7 -60.1 -52.7 86 80.6 -42.6 56.4 15.2];

y=[28.9 1.6 61.7 -68 -41.3 -30.5 87 17.3 -17.8 1.2 -12.6 39.1 85 32.7 28.1 -9.3 -4.5 5.1 -32 -9.5];

h1=ztest(x,0,70)

h2=ztest(y,0,50)

输出结果:

h1 =0

h2 =0

方差假设检验:

H0:  $\sigma^2=\sigma_0^2$ ; H1:  $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ ;

x=[-6.3 -71.6 65.6 -79.2 -49.7 -81.9 74.9 -47.6 -120.8 56.9 100.9 47 9.7 -60.1 -52.7 86 80.6 -42.6 56.4 15.2];

y=[28.9 1.6 61.7 -68 -41.3 -30.5 87 17.3 -17.8 1.2 -12.6 39.1 85 32.7 28.1 -9.3 -4.5 5.1 -32 -9.5];

function [h]=ktest(x,s0,alpha,tail)

n=length(x);

k=(n-1)\*var(x)/(s0^2)

% $\chi^2$  分布检验方差

if tail==0

    k1=chi2inv(alpha/2,n-1)

    k2=chi2inv(1-alpha/2,n-1)

    if k>=k1&k<=k2

        h=0;

    else

        h=1;

    end

end

if tail==1

    k0=chi2inv(1-alpha,n-1)

    if k<=k0

        h=0;

    else

        h=1;

    end

end

if tail==-1

    k0=chi2inv(alpha,n-1)

    if k>=k0

        h=0;

    else

        h=1;

    end

h1=ktest(x,70,0.05,0)

h2=ktest(y,50,0.05,0)

输出结果:

h1 =0

h2 =0

2) 根据这组数据给出随机变量 X 和 Y 相关系数的一个点估计。

相关系数点估计:

x=[-6.3 -71.6 65.6 -79.2 -49.7 -81.9 74.9 -47.6 -120.8 56.9 100.9 47 9.7 -60.1 -52.7 86 80.6 -42.6 56.4 15.2];

y=[28.9 1.6 61.7 -68 -41.3 -30.5 87 17.3 -17.8 1.2 -12.6 39.1 85 32.7 28.1 -9.3 -4.5 5.1 -32 -9.5];

r=corrcoef(x,y)

输出结果:

r= 0.313412305102197

3) 用蒙特卡罗方法求炮弹落在椭圆形区域内的概率（取 10000 个数据点；请附程序）。

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\frac{x^2}{\sigma_x^2} - 2r\frac{xy}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right]\right\}$$

%炮弹命中椭圆形区域概率源程序：

```
a=110;
b=90;
sx=70;
sy=50;
r=0.3134123;
z=0;
n=10000;
x=unifrnd(-a,a,1,n);
y=unifrnd(-b,b,1,n);
for i=1:n
    if (x(i)^2)/(a^2)+y(i)^2/(b^2)<=1
        u=exp(-0.5/(1-r^2)*(x(i)^2/sx^2-2*r*x(i)*y(i)/(sx*sy)+y(i)^2/sy^2));
        z=z+u;
    end
end
P=4*a*b*z/(2*pi*sx*sy*sqrt(1-r^2)*n)
输出结果：
P =

    0.761272218724379
```

考试课程 数学实验

2005.6.15 下午

班级\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_ 得分\_\_\_\_\_

[说明]

- (1) 第一、二、三题的答案直接填在试题纸上；
- (2) 第四题将数学模型、简要解题过程和结果写在试题纸上；卷面空间不够时，请写在背面；
- (3) 除非特别说明，所有计算结果小数点后保留 4 位数字。
- (4) 考试时间为 120 分钟。

一、(10 分) 某厂生产 A、B 两种产品，1 千克原料在甲类设备上用 12 小时可生产 3 件 A，可获净利润 64 元；在乙类设备上用 8 小时可生产 4 件 B，可获净利润 56 元。该厂每天可获得 55 千克原料，每天总的劳动时间为 480 小时，且甲类设备每天至多能生产 80 件 A。试为该厂制订生产计划使每天的净利润最大。

- 1) 以生产 A、B 产品所用原料的数量  $x_1$ 、 $x_2$  (千克) 作为决策变量，建立的数学规划模型是：
- 2) 每月的最大净利润是\_\_\_\_\_元。若要求工人加班以增加劳动时间，则加班费最多为每小时\_\_\_\_\_元。若 A 获利增加到 27 元/件，应否改变生产计划？\_\_\_\_\_

二、(10 分) 已知常微分方程组初值问题

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0, y(\frac{\pi}{2}) = 2, y'(\frac{\pi}{2}) = -\frac{2}{\pi}$$

试用数值方法求  $y(\frac{\pi}{8}) =$  \_\_\_\_\_ (保留小数点后 5 位数字)。你用的 MATLAB 命令是 \_\_\_\_\_，其精度为 \_\_\_\_\_。

三、(10 分) 已知线性代数方程组  $Ax=b$ ，其中

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -7 & 0 & 1 \\ -3 & 22 & 6 & 2 \\ 5 & -1 & 31 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & 23 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix},$$

若方程组右端项有小扰动  $\delta b = [0,0,0,0.1]'$ ，试根据误差估计式估计  $\frac{\|\delta x\|_1}{\|x\|_1} \leq$  \_\_\_\_\_  
 (  $x, \delta x$  分别表示原问题的解和右端项小扰动后对应的解的变化量)；若取初值  $x^{(0)} = [0,0,0,0]'$ ，则用高斯 - 赛德尔迭代法求解  $Ax=b$  时， $x^{(5)} =$  \_\_\_\_\_；对本题而言，此迭代方法是否收敛 \_\_\_\_\_，原因是 \_\_\_\_\_。

四、(20 分) 炮弹射击的目标为一椭圆形区域，在 X 方向半轴长 100m，Y 方向半轴长 80m。当瞄准目标的中心发射炮弹时，在众多随机因素的影响下，弹着点服从以目标中心为均值的二维正态分布，设弹着点偏差的均方差在 X 方向和 Y 方向分别为 70m 和 50m。今测得一组弹着点的横纵坐标如下：

X	-6.3	-71.6	65.6	-79.2	-49.7	-81.9	74.6	-47.6	-100.8	56.9
Y	28.9	1.6	61.7	-68	-41.3	-30.5	87	17.3	-17.8	1.2
X	100.9	47	9.7	-60.1	-52.7	86	80.6	-42.6	56.4	15.2
Y	-12.6	39.1	85	32.7	28.1	-9.3	-4.5	5.1	-32	-9.5

- 1) 根据这组数据对 X 方向和 Y 方向的均值和均方差进行假设检验(设显著性水平为 0.05)。
- 2) 根据这组数据给出随机变量 X 和 Y 相关系数的一个点估计。
- 3) 用蒙特卡罗方法求炮弹落在椭圆形区域内的概率(取 10000 个数据点；请附程序)。

A 卷（班级-姓名-学号-得分）

$$\begin{aligned} \max \quad & 64x_1 + 54x_2 \\ & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ \text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 \leq 55 \\ & 3x_1 \leq 80 \end{aligned}$$

一、1)  $x_1, x_2 \geq 0$                       （如果进一步要求  $3x_1$  和  $4x_2$  为非负整数，不扣分）

2) 3070 元, 2.5 元; 不变

二、1.73203(或 1.73205), ode23(或 ode45), 3 级 2 阶(或 5 级 4 阶)

（不写 3 级(或 5 级) 不扣分; 个别同学可能用其他命令, 则结果相应略有变化)

三、0.0743, [1.7160, 0.3926, -0.1306, 0.1381]', 收敛, 谱半径为 0.3968<1

（不写出谱半径的具体数值不扣分, 但写错要扣分）

四、1) 对均值做的假设为

$H_0: u = 0, H_1: u \neq 0$  (X,Y 方向相同)    X,Y 方向均接受  $H_0$

对 X 方向的方差做的假设为

$H_0: \sigma_x^2 = 4900, H_1: \sigma_x^2 \neq 4900$  （如果做单侧检验, 可不扣分） 接受  $H_0$

对 Y 方向的方差做的假设为

$H_0: \sigma_y^2 = 2500, H_1: \sigma_y^2 \neq 2500$  （如果做单侧检验, 可不扣分） 接受  $H_0$

2) 相关系数的点估计为 0.313 （用 `r=corrcoef(x,y)` 命令）

3) 大约 0.76, 结果具有随机性

[附]主要程序示例:

%1)~2)

```
x=[-6.3 -71.6 65.6 -79.2 -49.7 -81.9 74.6 -47.6 -120.8(%B-100.8) 56.9 100.9 47
9.7 -60.1 -52.7 86 80.6 -42.6 56.4 15.2];
```

```
h1=ztest(x,0,70), %x 方向均值检验
```

```
y=[28.9 1.6 61.7 -68 -41.3 -30.5 87 17.3 -17.8 1.2 -12.6 39.1 85 32.7 28.1 -9.3
-4.5 5.1 -32 -9.5];
```

```
h2=ztest(y,0,50), %Y 方向均值检验
```

```
r=corrcoef(x,y)        %相关系数的点估计
```

```
pause
```

```
n=20;
```

```
alpha=0.05;
```

```
sx2=var(x),sx0=70;
```

```
chi2=(n-1)*sx2/(sx0^2)
```

```
chi2alpha=chi2inv(1-alpha,n-1)
```

```
if chi2<=chi2alpha H0=0
```

```
else H0=1
```

```
end
```

```
sy2=var(y),sy0=50;
```

```
chi2=(n-1)*sy2/(sy0^2)
```

```
chi2alpha=chi2inv(1-alpha,n-1)
```

```
if chi2<=chi2alpha H0=0
```

```
else H0=1
```

```
end
```

```
%3)
```

```
a=0.7;b=0.5;m=0;z=0;
```

```
p=0.313;c=1.1;d=0.9;%A
```

```
%    p=0.311;c=1; d=0.8; %B
```

```
n=10000;
```

```

for i=1:n
    x=2*rand(1,2)-1;
    y=0;
    if x(1)^2+x(2)^2<=1

y=exp(-0.5/(1-p*p)*(c^2*x(1)^2/a^2+d^2*x(2)^2/b^2-2*p*c*d*x(1)*x(2)/a/b));
        z=z+y;
        m=m+1;
    end
end
P=4*c*d*z/2/pi/a/b/sqrt(1-p*p)/n,m

```

**B 卷**（班级-学号-姓名）

$$\begin{array}{ll}
 \max & 64x_1 + 56x_2 \\
 & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\
 s.t. & x_1 + x_2 \leq 55 \\
 & 3x_1 \leq 80
 \end{array}$$

- 一、1)  $x_1, x_2 \geq 0$                       2) 3160 元; 2 元; 不变  
 二、1.53077 (或 1.53073), 龙格-库塔方法 ode23(或 ode45), 3 级 2 阶(或 5 级 4 阶)  
 三、0.0826, [2.3416, 0.5359, -0.2961, -0.0095]', 收敛, 谱半径为 0.3968<1  
 四、1)同 A 卷。2)0.311; 3) 大约 0.69, 结果具有随机性

评分标准:

- 一、1)5 分(每个式子一分), 2)前两空每空 2 分, 最后一空 1 分。  
 二、第一空 6 分, 后两空每空 2 分。  
 三、第一空 3 分, 中间一空 5 分, 最后两空每空 1 分。  
 四、1)8 分 (4 个检验每个 2 分); 2) 2 分;  
 3) 10 分 (看程序及结果分析: 积分表达式 2 分, 程序 5 分, 结果 3 分)

考试课程    **数学实验**                      参考答案与评分标准                      2005.6.15

**A 卷**（班级-姓名-学号-得分）

$$\begin{array}{ll}
 \max & 64x_1 + 54x_2 \\
 & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\
 s.t. & x_1 + x_2 \leq 55 \\
 & 3x_1 \leq 80
 \end{array}$$

- 一、1)  $x_1, x_2 \geq 0$                       (如果进一步要求  $3x_1$  和  $4x_2$  为非负整数, 不扣分)  
 2) 3070 元, 2.5 元; 不变  
 二、1.73203(或 1.73205), ode23(或 ode45), 3 级 2 阶(或 5 级 4 阶)  
 (不写 3 级(或 5 级)不扣分; 个别同学可能用其他命令, 则结果相应略有变化)  
 三、0.0743, [1.7160, 0.3926, -0.1306, 0.1381]', 收敛, 谱半径为 0.3968<1  
 (不写出谱半径的具体数值不扣分, 但写错要扣分)  
 四、1) 对均值做的假设为  
 $H_0: u = 0, H_1: u \neq 0$  (X,Y 方向相同)    X,Y 方向均接受  $H_0$   
 对 X 方向的方差做的假设为  
 $H_0: \sigma_x^2 = 4900, H_1: \sigma_x^2 \neq 4900$  (如果做单侧检验, 可不扣分)    接受  $H_0$



对 Y 方向的方差做的假设为

$H_0: \sigma_y^2 = 2500, H_1: \sigma_y^2 \neq 2500$  (如果做单侧检验, 可不扣分) 接受  $H_0$

2) 相关系数的点估计为 0.313 (用 `r=corrcoef(x,y)` 命令)

3) 大约 0.76, 结果具有随机性

[附] 主要程序示例:

```
%1)~2)
x=[-6.3 -71.6 65.6 -79.2 -49.7 -81.9 74.6 -47.6 -120.8(%B-100.8) 56.9 100.9 47
9.7 -60.1 -52.7 86 80.6 -42.6 56.4 15.2];
h1=ztest(x,0,70), %x 方向均值检验
y=[28.9 1.6 61.7 -68 -41.3 -30.5 87 17.3 -17.8 1.2 -12.6 39.1 85 32.7 28.1 -9.3
-4.5 5.1 -32 -9.5];
h2=ztest(y,0,50), %Y 方向均值检验
r=corrcoef(x,y) %相关系数的点估计
pause
n=20;
alpha=0.05;
sx2=var(x),sx0=70;
chi2=(n-1)*sx2/(sx0^2)
chi2alpha=chi2inv(1-alpha,n-1)
if chi2<=chi2alpha H0=0
else H0=1
end
sy2=var(y),sy0=50;
chi2=(n-1)*sy2/(sy0^2)
chi2alpha=chi2inv(1-alpha,n-1)
if chi2<=chi2alpha H0=0
else H0=1
end
%3)
a=0.7;b=0.5;m=0;z=0;
p=0.313;c=1.1;d=0.9;%A
% p=0.311;c=1; d=0.8; %B
n=10000;
for i=1:n
    x=2*rand(1,2)-1;
    y=0;
    if x(1)^2+x(2)^2<=1

y=exp(-0.5/(1-p*p)*(c^2*x(1)^2/a^2+d^2*x(2)^2/b^2-2*p*c*d*x(1)*x(2)/a/b));
        z=z+y;
        m=m+1;
    end
end
P=4*c*d*z/2/pi/a/b/sqrt(1-p*p)/n,m
```

**B 卷** (班级-学号-姓名)

$$\begin{array}{ll} \max & 64x_1 + 56x_2 \\ & 12x_1 + 8x_2 \leq 480 \\ s.t. & x_1 + x_2 \leq 55 \\ & 3x_1 \leq 80 \end{array}$$

一、1)  $x_1, x_2 \geq 0$

2) 3160 元; 2 元; 不变

二、1.53077 (或 1.53073), 龙格-库塔方法 ode23(或 ode45), 3 级 2 阶(或 5 级 4 阶)

三、0.0826, [2.3416, 0.5359, -0.2961, -0.0095]', 收敛, 谱半径为 0.3968 < 1

四、1)同 A 卷。2)0.311; 3) 大约 0.69, 结果具有随机性

评分标准:

一、1)5 分(每个式子一分), 2)前两空每空 2 分, 最后一空 1 分。

二、第一空 6 分, 后两空每空 2 分。

三、第一空 3 分, 中间一空 5 分, 最后两空每空 1 分。

四、1)8 分 (4 个检验每个 2 分); 2) 2 分;

3) 10 分 (看程序及结果分析: 积分表达式 2 分, 程序 5 分, 结果 3 分)