VaR Back Testing

- VaR at p
    - Binomial distribution with mean $\mathrm{n} \times \mathrm{p}$, variance $\mathrm{n} \times \mathrm{p} \times (1-\mathrm{p})$
    - $\mathrm{Z}_{\text{score}} = \frac{x - n \times p}{\sqrt{n \times p \times (1-p)}}$
- Hypothesis Test at p_{t} (two sided)
    - $\mathrm{p} = 95\% \rightarrow \mathrm{z} = 1.96$

分析

- 单个：一个异常被接受的**概率**（Z-score）
    - 假定：给定**一个**异常次数 x，改变实验次数n，求接受概率。
    - 结论：n 增加， Z-score 减小，向左边拒绝域移动，**越容易**被拒绝
    - 核心：一个异常次数在拒绝域中的相对位置
- 总体：所有能被接受的异常的区间（就是**置信区间**的相对大小）
    - 问题：给定实验次数n， 寻找能被接受或者拒绝的区间。
    - 结论：n增加，置信区间减小，拒绝域大增加，越容易拒绝。
    - 核心：拒绝域本身的相对大小
    - 求解：
        - 置信区间临界值 $\mathrm{u} \pm \mathrm{z} \times \mathrm{s} = \mathrm{n} \times \mathrm{p} \pm \mathrm{z} \times \sqrt{n \times p \times (1-p)}$
        - 置信区间范围 （上限-下限）
            - $2 \times \mathrm{z} \times \mathrm{s} = 2 \times \mathrm{z} \times \sqrt{n \times p \times (1-p)}$
        - 总体区间是n（上限是n， 下限是 0）
        - 相对置信区间（置信区间/总体区间）
            - $2 \times \mathrm{z} \times \frac{\sqrt{n \times p \times (1-p)}}{\mathrm{n}} = 2 \times \mathrm{z} \times \frac{\sqrt{p \times (1-p)}}{\sqrt{n}}$