



Lista de Exercícios de Matemática Básica

Curso de Agronomia - 2022.2

07/02/2023

1. Dados os intervalos $A = [-1, 3)$, $B = [1, 4]$, $C = [2, 3)$, $D = (1, 2]$ e $E = (0, 2]$. Diga se 0 pertence a $((A \setminus B) \setminus (C \cap D)) \setminus E$. Lembre-se que, se X e Y são conjuntos então $X \setminus Y$ é o conjunto dos elementos $x \in X$ tais que $x \notin Y$.
2. Considere todos os intervalos da forma $\left[0, \frac{1}{n}\right]$, com $n \in \mathbb{N}$. Existe um número comum a todos esses intervalos? E se forem tomados os intervalos abertos?
3. Mostre que $\sqrt{2}$ não é um número racional.
4. Resolva as equações e inequações a seguir.
 - a) $|x - 1| = 4$
 - b) $|x + 1| < 2$
 - c) $|x - 1| < |x - 5|$
 - d) $|x - 2| + |x + 4| = 8$
 - e) $|x - 2| + |x + 4| = 1$
5. Sejam a e b números reais não negativos. Mostre que

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 < \frac{a^2+b^2}{2}.$$

6. A escala V de temperatura foi feita com base nas temperaturas máxima e mínima em Vitória da Conquista. A correspondência com a escala Celsius é a seguinte:

$^{\circ}V$	$^{\circ}C$
0	9
100	40

Em que temperatura ferve a água na escala V ?

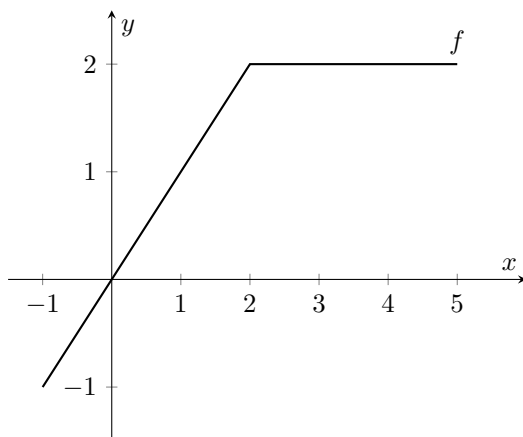
7. Uma caixa d'água de 1000 litros tem um furo no fundo por onde escoar água a uma vazão constante. Ao meio dia de certo dia ela foi cheia e, às 6 da tarde desse dia, só tinha 850 litros. Quando ficará pela metade?
8. Determine os valores de reais de x que satisfazem:
 - a) $2x + 3 - (x - 1) < x + 1$
 - b) $2x + 3 - (x - 1) < x + 5$
 - c) $\min\{x + 1, 5 - x\} > 2x - 3$

- d) $\min\{x + 1, 5 - x\} < 2x$
- e) $\min\{2x - 1, 6 - x\} = x$
- f) $2|x + 1| - |1 - x| \leq x + 2$

9. Resolva a inequação

$$\frac{1}{2x + 1} < \frac{1}{1 - x}.$$

- 10. Faça o gráfico da função $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = -x + 1$. Essa função é injetora? E sobrejetora?
- 11. Mostre que se $f : A \rightarrow B$ é uma função linear então $f(0) = 0$.
- 12. Determine a imagem da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \max\{x - 1, 10 - 2x\}$.
- 13. Dado o gráfico da função f abaixo, obtenha, em cada caso, o gráfico da função g .



- a) $g(x) = f(x) - 1$
- b) $g(x) = f(x - 1)$
- c) $g(x) = f(-x)$
- d) $g(x) = 2f(x)$
- e) $g(x) = f(2x)$
- f) $g(x) = |f(x)|$
- g) $g(x) = f(|x|)$
- h) $g(x) = \max\{f(x), 0\}$

- 14. Discuta o número de soluções da equação $|x - 2| = ax + b$ em função dos parâmetros a e b .
- 15. Considere a equação $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$. Mostre que suas soluções, x_1 e x_2 , são dadas por

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- 16. Estude o sinal da função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x^2 - 4x - 1$. Faça o mesmo com $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, dada por $g(x) = -x^2 + x - 2$.
- 17. Determine o domínio e faça o gráfico da função

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}.$$

- 18. Encontre os valores máximo e mínimo assumidos pela função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ em cada um dos intervalos a seguir: $[1, 4]$ e $[6, 10]$.

19. Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$. Mostre que

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

Mais geralmente, mostre que se $0 < \alpha < 1$ então

$$f(\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2) < \alpha f(x_1) + (1 - \alpha)f(x_2).$$

Interprete graficamente esta propriedade.

20. Faça o gráfico de:

a) $f(x) = |x^2| - |x| + 1$

b) $f(x) = |x^2 - x|$

21. Resolva a inequação $x^4 + x^2 - 10 > 0$.

22. Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia exigiu de cada passageiro R\$ 800,00 mais R\$ 10,00 por cada lugar vago. Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa é máxima?