Exercícios

Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ dada por

$$T(x, y, z) = (z, x - y, -z).$$

1. Determine uma base do núcleo de T.
2. Determine a dimensão da imagem de T.
3. T é sobrejetora? Justifique.

Exercícios

Seja P_3 o cojunto dos polinômios de grau menor que ou igual a 3, e $T : P_3 \to P_3$ dada por $T(f) = f'$.

1. Mostre que P_3 é um espaço vetorial de dimensão 4.
2. Mostre que T é uma transformação linear.
3. Determine o núcleo e a imagem de T e encontre uma base para cada um desses subespaços.

Exercícios

Seja $D : P_3 \to P_3$ dada por $D(f) = f''$. Mostre que D é linear e deternine uma base para o núcleo de D.

Exercícios

Seja $A : V \to V$ uma aplicação linear. Para quaisquer $u \in \text{Kern}(A)$, mostre que $Au \in \text{Kern}(A)$.

Exercícios

Encontre números a, b, c e d de modo que a transformação $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $A(x, y) = (ax + by, cx + dy)$ tenha como núcleo a reta $y = 3x$.

Exercícios

Prove que a transformação linear $C : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $C(x, y) = (x + y, x - y)$ é sobrejetora.

Exercícios

Seja $T : V \to V$ uma transformação linear. Mostre que $T^2 = 0$ (transformação linear nula) se, e somente se $\mathrm{Im}(T) \subset \mathrm{Kern}(T)$.

Exercícios

Seja $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma transformação linear. Sabendo que $f(1,1) = 3$ e $f(2,3) = 1$, calcule $f(1,0)$ e $f(0,1)$.

Exercícios

Se a transformação linear $A : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ é injetiva então $\dim \operatorname{Im}(A) = m$. Verdadeiro ou falso?

Exercícios

Se a transformação linear $A : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$ é sobrejetora então $\dim \mathrm{Kern}(A) = m - n$. Verdadeiro ou falso?

Exercícios

Seja $A : E \to F$ uma transformação linear. Se os vetores $Av_1, \cdots, Av_m \in F$ são L.I., prove que $v_1, \cdots, v_m \in E$ também são L.I.

Exercícios

Dada a transformação linear $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$. Sabe-se que $A(-1, 1) = (1, 2, 3)$ e $A(2, 3) = (1, 1, 1)$ Determine a matriz de A relativa às bases canônicas do $\mathbb{R}^2$ e $\mathbb{R}^3$.