

Econometria I

Lista de Exercícios 2

PIMES/UFPE

Problemas conceituais

1. Prove que o estimador de MQO é não-viesado se os pressupostos básicos são satisfeitos.
2. Deduza algebricamente a variância do estimador de MQO
3. Suponha que a produtividade média do trabalhador nas empresas industriais (*avgprod*) dependa de dois fatores, a média de horas de treinamento (*avgtrain*) e a habilidade média do trabalhador (*avgabil*):

$$avgprod = \beta_0 + \beta_1 avgtrain + \beta_2 avgabil + \varepsilon$$

- a. Assuma que esta equação satisfaz os pressupostos básicos do modelo de regressão linear.
 - a. Suponha que as empresas cujos trabalhadores têm uma habilidade inferior à média recebem treinamento para proporcionar formação. Discuta o efeito da omissão de *avgabil* no estimador de MQO de β_1 . O viés será para cima ou para baixo? Explique sua resposta.
 - b. Disseram que você pode obter o estimador de β_1 executando a regressão:

$$avgprod = \beta_1 avgtrain^* + u$$

onde $avgtrain^*$ é obtido executando uma regressão de *avgtrain* em um intercepto e *avgabil*. Discuta esta afirmação.

4. Defina e prove o teorema de Gauss-Markov.
5. Um pesquisador regrida separadamente uma variável dependente y em dois conjuntos diferentes de variáveis independentes:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \varepsilon_i$$

$$y_i = \gamma_0 + \gamma_1 z_{i1} + \gamma_2 z_{i2} + \eta_i$$

onde as variáveis independentes em cada conjunto são relacionadas da seguinte forma:

$$z_{i1} = x_{i1} - 2x_{i2}$$

$$z_{i2} = x_{i1} + 4x_{i2}$$

- a. Em notação matricial, mostre que \mathbf{Z} é uma combinação linear das colunas de \mathbf{X} , i.e.,

$$\mathbf{Z} = \mathbf{XA}$$

O que significa \mathbf{A} ? A matrix \mathbf{A} é invertível? Note que responder a esta pergunta não requer a inversão mecânica de uma matriz três por três.

- b. Como $\hat{\beta}$ e $\hat{\gamma}$ se relacionam? Seja $\hat{\mathbf{y}}^z$ os valores ajustados da regressão de \mathbf{y} em \mathbf{Z} e $\hat{\mathbf{y}}^x$ o vetor análogo, mas para a regressão de \mathbf{y} em \mathbf{X} . Prove que $\hat{\mathbf{y}}^z = \hat{\mathbf{y}}^x$.
6. Mostre algebricamente que o estimador de MQO é consistente sob os pressupostos básicos do modelo.
7. Defina eficiência assintótica.
8. Considere o modelo de regressão simples $y_i = \mu + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \sim N[0, \sigma^2]$. Prove que a média amostral é consistente e assintoticamente normalmente distribuída.
9. Calcule algebricamente a variância do erro de previsão.
10. Mostre que estimador da variância do termo de erro, dado por $e'e/(n-k)$, é um estimador consistente.

Problemas práticos

Os seguintes momentos amostrais para $x = [1, x_1, x_2, x_3]$, foram calculados a partir de 100 observações produzidas usando um gerador de números aleatórios:

$$\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 100 & 123 & 96 & 109 \\ 123 & 252 & 125 & 189 \\ 96 & 125 & 167 & 146 \\ 109 & 189 & 146 & 168 \end{bmatrix}, \mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 460 \\ 810 \\ 615 \\ 712 \end{bmatrix}, \mathbf{y}'\mathbf{y} = 3924$$

O verdadeiro modelo gerando estes dados é $y = x_1 + x_2 + x_3 + \varepsilon$.

1. Calcule as correlações simples entre os regressores.
2. Calcule os coeficientes de mínimos quadrados ordinários na regressão de y em uma constante x_1 , x_2 e x_3 .
3. Encontre o intervalo de confiança para o coeficiente estimado da variável x_1 . Assuma $\alpha = 0.1$. Quais pressupostos do modelo de regressão linear devem ser satisfeitos para que possamos encontrar tal intervalo?
4. Encontre o intervalo de confiança para o coeficiente estimado da variável x_2 . Assuma $\alpha = 0.05$.
5. Encontre o intervalo de confiança para o coeficiente estimado da variável x_3 . Assuma $\alpha = 0.01$.
6. Os regressores são obviamente mal colineares. Qual é a variável causando o problema? Explique.