Econometria I

Lista de Exercícios 1

PIMES/UFPE

Problemas conceituais

1. Defina cada um dos pressupostos abaixo e determine a consequência de não serem satisfeitos:
   a. Posto cheio
   b. Linearidade
   c. Exogeneidade das variáveis dependentes
   d. Homocesdasticidade e não-autocorelação
   e. Distribuiçao normal
2. Encontre matricialmente o estimador de mínimos quadrados (MQO) da regressão

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$$

.

3. Abaixo defninimos o modelo de regresão simples como

$$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$$

   a. Mostre que este modelo pode ser escrito equivalentemente em forma matricial como $\mathbf{y} = \mathbf{X}\beta + \varepsilon$.
   b. Escreva a expressão para $\mathbf{b}$, o estimador de MQO, em termos matriciais. Verifique que esta forma é equivalente às expressões

$$\hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}$$

e

$$\hat{\beta} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

4. Defina e prove o teorema de Frisch-Waugh (1933)-Lovell (1963).

5. Na regressão de mínimos quadrados de $\mathbf{y}$ em uma constante e $\mathbf{X}$, para calcular os coeficientes de regressão em $\mathbf{X}$, podemos primeiro transformar $\mathbf{y}$ em desvios da média $\bar{\mathbf{y}}$ e, da mesma forma, transformar cada coluna de $\mathbf{X}$ em desvios da respectiva média da coluna; segundo, regredir o y transformado no X transformado sem uma constante. Se apenas transformarmos $\mathbf{y}$, obtemos o mesmo resultado? E se transformarmos apenas $\mathbf{X}$?

6. Considere o modelo $\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \mathbf{e}$ A partir das definições $SST = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$, $SSR = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ e $SSE = \mathbf{e}'\mathbf{e} = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$, responda as seguintes questões:

   a. Prove que $SST = SSR + SSE$.
   b. Suponha que a variável z é adicionada ao modelo. Mostre como podemos comparar o R^2 da primeira regresão com o da segunda.

Problemas práticos

Considere a seguinte base de dados:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 7 & 6 \\ 1 & 2 & 9 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

1. Calcule as seguintes quantidades:

   a. $\mathbf{X}'\mathbf{X}$
   b. $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$
   c. $\mathbf{b} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$
   d. O vetor de resíduos, $\mathbf{e}$
   e. O vetor $\hat{\mathbf{y}}$
   f. A matrix "geradora de resíduos", $\mathbf{M}$
   g. $\mathbf{M}\mathbf{y}$
   h. A matrix de projeção, $\mathbf{P}$
   i. $\mathbf{P}\mathbf{y}$

2. Defina a seguinte partição da matrix $\mathbf{X}$ conforme abaixo e calcule as seguintes quantidades:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 7 & 6 \\ 2 & 9 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

   a. $\mathbf{M}_1\mathbf{y}$
   b. $\mathbf{y}'\mathbf{M}_1\mathbf{y}$
   c. R^2