



**1ª Lista de Exercícios de Fundamentos de Matemática Elementar I**  
**Prof. Márcio Antônio de Andrade Bortoloti**

1. Cada uma das afirmações seguintes pode ser formulada na forma “ Se ... , então”. Reescreva cada uma das sentenças a seguir na forma “Se  $A$ , então  $B$ ”.
  - (a) O produto de um inteiro ímpar e um inteiro par é par.
  - (b) O quadrado de um inteiro ímpar é ímpar.
  - (c) O quadrado de um número primo não é primo.
  - (d) O produto de dois inteiros negativos é negativo (Naturalmente, isso é falso!)
2. É um erro comum confundir as duas afirmações seguintes:
  - (a) Se  $A$ , então  $B$ .
  - (b) Se  $B$ , então  $A$ .

Encontre duas condições  $A$  e  $B$  tais que a afirmação (a) seja verdadeira, mas a afirmação (b) seja falsa.

3. Considere as duas afirmações:

- (a) Se  $A$ , então  $B$ .
- (b) (não  $A$ ) ou  $B$ .

Sob que circunstância essas afirmações são verdadeiras? Quando são falsas? Explique por que essas afirmações são, em essência, idênticas.

4. Considere as duas afirmações:

- (a)  $A$  se e somente se  $B$ .
- (b) (não  $A$ ) se e somente se (não  $B$ ).

Sob que circunstância essas afirmações são verdadeiras? Quando são falsas? Explique por que essas afirmações são, em essência, idênticas.

5. Considere um triângulo equilátero cujos lados têm comprimentos  $a = b = c = 1$ . No que, nesse caso,  $a^2 + b^2 \neq c^2$ . Explique por que isso não constitui uma violação do Teorema de Pitágoras.
6. Prove que a soma de dois inteiros ímpares é par.
7. Prove que a soma de um inteiro ímpar e um inteiro par é ímpar.
8. Prove que o produto de dois inteiros pares é par.
9. Prove que o produto de um inteiro ímpar e um inteiro par é par.

10. Prove que o produto de dois inteiros ímpares é ímpar.
11. Suponha que lhe peçam que prove uma afirmação do tipo “Se  $A$  ou  $B$ , então  $C$ ”. Explique por que é preciso provar (a) “Se  $A$ , então  $C$ ” e também que (b) “Se  $B$ , então  $C$ ”. Por que não é suficiente apenas provar a parte (a) ou a parte (b)?
12. Suponha que lhe peçam que prove uma afirmação do tipo “ $A$  se e somente se  $B$ ”. O método padrão consiste em provar tanto  $A \rightarrow B$  como  $B \rightarrow A$ . Considere a seguinte estratégia alternativa de prova: prove ambos  $A \rightarrow B$  e  $(\text{não } A) \rightarrow (\text{não } B)$ . Explique por que essa prova é válida.
13. **Refute:** Se  $a$  e  $b$  são inteiros, com  $a|b$ , então  $a \leq b$ .
14. Considere o polinômio  $n^2 + n + 41$ . Calcule o valor desse polinômio para  $n = 1, 2, \dots, 10$ . Note que todos os números calculados são primos. **Refute:** Se  $n$  é um inteiro positivo, então  $n^2 + n + 21$  é primo.
15. **Refute:** Dois triângulos retângulos têm a mesma área se e somente se os comprimentos das hipotenusas são iguais.