

**Lista de Exercícios Equações Diferenciais**  
**Prof. Marcio Antônio de Andrade Bortoloti**  
**02/03/2022**

1. Sabe-se que a população de uma comunidade cresce a uma taxa proporcional ao número de pessoas presentes no instante  $t$ . Se a população dobrou em cinco anos, quanto levará para ela triplicar? E para quadruplicar?
2. A população de uma cidade cresce a uma taxa proporcional à população presente em um instante  $t$ . A população inicial de 500 indivíduos cresce em 15% em 10 anos. Qual será a população em 30 anos?
3. Quando um feixe de luz vertical passa por um meio transparente, a taxa segundo a qual sua intensidade  $I$  decresce é proporcional a  $I(t)$ , onde  $t$  representa a espessura do meio (em pés). Na água do mar limpa a intensidade 3 pés abaixo da superfície é 25% da intensidade inicial  $I_0$  do feixe incidente. Qual é a intensidade do feixe 15 pés abaixo da superfície?
4. O isótopo radioativo do chumbo, Pb-209, decai a uma taxa proporcional à quantidade presente no instante  $t$  e tem uma meia-vida de 3.3 horas. Se houver 1g de chumbo inicialmente, quanto tempo levará para que 90% do chumbo decaia?
5. Arqueologistas usaram pedaços de madeira queimada ou carvão encontrados em um sítio arqueológico para datar pinturas pré-históricas e desenhos nas paredes e no teto de uma caverna. Determine a idade de um pedaço de madeira queimada, se tivesse sido descoberto que 85.5% do Carbono-14 havia decaído.
6. Uma pequena barra de metal, cuja temperatura inicial é de  $20^\circ C$  é colocada em um recipiente com água fervendo. Quanto tempo levará para a barra atingir  $90^\circ C$  se sua temperatura aumentar  $2^\circ$  em 1 segundo? Quanto tempo levará para a barra atingir  $98^\circ C$ ?
7. Um tanque contém 200 litros de fluido no qual foram dissolvidos 30 gramas de sal. Uma salmoura contendo 1 grama de sal por litro é então bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 4L/min. A solução bem misturada é bombeada para fora do tanque a uma mesma taxa. Determine a quantidade de sal no tanque no instante  $t$ .
8. Um tanque está parcialmente cheio com 100 galões de um fluido no qual foram dissolvidas 10 libras de sal. Uma salmoura contendo 0.5 libra de sal por galão é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 6 gal/min. A solução bem misturada é então bombeada para fora do tanque a uma taxa de 4gal/min. Determine a quantidade de sal no tanque após 30 minutos.

9. Suponha que uma pequena bala de canhão, de 16 libras, seja atirada verticalmente para cima a uma velocidade inicial de 300 pés/s. A resposta à questão “qual é a altura atingida pela bala?” depende de se levar em consideração ou não a resistência do ar. Suponha que a resistência do ar seja ignorada. Se o sentido positivo for para cima, então o modelo governando o movimento da bala é dado por

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -g.$$

Integre a equação uma vez para mostrar que a velocidade é  $v(t) = -32t + 300$ , onde  $g = 32\text{pés}/s^2$ . Use a constatação de que  $ds/dt = v(t)$  para determinar a altura,  $s(t)$ , da bala medida a partir do solo. Ache a altura máxima atingida pela bala.

10. Repita o problema anterior, mas agora suponha que a resistência do ar seja proporcional à velocidade instantânea. É claro que a altura máxima atingida pela bala deve ser menor que a obtida no problema anterior. Mostre isso supondo que a constante de proporcionalidade seja  $k = 0.0025$ .
11. A medida que uma gota de chuva cai, ela se evapora, mantendo sua forma esférica. Supondo ainda que a taxa segundo a qual a gota evapora é proporcional à área de sua superfície e que a resistência do ar é desprezível. Mostre que a velocidade  $v(t)$  da gota de chuva é dada por

$$\frac{dv}{dt} + \frac{3(k/\rho)}{(k/\rho)t + r_0}v = g,$$

onde  $\rho$  é densidade da água,  $r_0$  é o raio da gota em  $t = 0$ ,  $k < 0$  é a constante de proporcionalidade e o sentido positivo é considerado para baixo. Determine  $v(t)$  se a gota cair do repouso. Se  $r_0 = 0.01$  pés e se  $r = 0.007$  pés, 10 segundos depois que a gota cai de uma nuvem, determine o tempo no qual a gota se evapora completamente.

12. Um dia começou a nevar pesada e constantemente. Um removedor de neve começou a trabalhar ao meio-dia, percorrendo 2 milhas na primeira hora e 1 milha na segunda hora. Quando começou a nevar?