



## Lista de Exercícios de Cálculo III

### Curso de Física - 2022.2

07/02/2023

1. Mostre que se  $\lim x_n = a$  e  $\lim x_n = b$  então  $a = b$ , ou seja, uma sequência não pode convergir para dois limites distintos.
2. Mostre que a sequência com termo geral dado por  $a_n = n$  não converge.
3. A sequência  $\{a_n\} = \{1, 0, 1/2, 0, 1/3, 0, \dots, 0, 1/n, 0, \dots\}$  converge ou diverge? Justifique.

4. Mostre que

$$\lim \frac{1}{n^2} = 0.$$

5. Mostre que para qualquer  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$\lim \frac{\sin(nx)}{n} = 0.$$

6. Se  $\lim x_n = a > 0$ , mostre que existe  $n_0 \in \mathbb{N}$  tal que  $x_n > 0$  para todo  $n > n_0$ .
7. Se  $\lim x_n = a$  e  $\lim(x_n - y_n) = 0$ , mostre que  $\lim y_n = a$ .
8. Seja  $a \neq 0$ . Mostre usando a definição de limite que, se  $\lim(y_n/a) = 1$  então  $\lim y_n = a$ .
9. Uma sequência  $\{x_n\}$  é dita ser de Cauchy se dado  $\epsilon > 0$  arbitrário, pode-se obter  $n_0 \in \mathbb{N}$  tal que  $m > n_0$  e  $n > n_0$  implicam em  $|x_m - x_n| < \epsilon$ . Mostre que toda sequência convergente é de Cauchy.
10. Mostre que toda sequência de Cauchy é limitada.
11. Se  $\lim x_n = +\infty$  e  $\{y_n\}$  é limitada inferiormente, mostre que  $\lim x_n + y_n = +\infty$ .
12. Seja  $\{x_n\}$  uma sequência tal que  $x_n > 0$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ . Mostre que  $\lim x_n = 0$  se e somente se  $\lim 1/x_n = +\infty$ .