Solução Numérica de Sistemas Lineares
Estratégias de Pivoteamento

Márcio Antônio de Andrade Bortoloti

Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas - DCET
Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

Cálculo Numérico

Eliminação de Gauss

- Considerando o Método da Eliminação de Gauss, apresentado anteriormente, vamos observar o pivô a_{11}:

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cccc|c} \boxed{a_{11}^{(0)}} & a_{12}^{(0)} & \cdots & a_{1n}^{(0)} & b_1^{(0)} \\ a_{21}^{(0)} & a_{22}^{(0)} & \cdots & a_{2n}^{(0)} & b_2^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}^{(0)} & a_{n2}^{(0)} & \cdots & a_{nn}^{(0)} & b_n^{(0)} \end{array}\right]$$

- Se o pivô for nulo ou próximo de zero deve-se trocar linhas ou colunas e estabelecer um novo pivô para a respectiva linha.
- Vamos utilizar duas estratégias de pivoteamento:
  - Estratégia de Pivoteamento Parcial
  - Estratégia de Pivoteamento Total

Eliminação de Gauss - Estratégia de Pivoteamento Parcial

Essa estratégia consiste em

- No início de cada etapa k da fase de eliminação, escolher para pivô o elemento de maior módulo entre os coeficientes

$$a_{ik}^{(k-1)}, \quad i = k, k+1, \cdots, n$$

- Trocar as linhas k e i se for necessário.

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cccccc|c} a_{11}^{(k-1)} & a_{12}^{(k-1)} & \cdots & a_{1k}^{(k-1)} & \cdots & a_{1n}^{(k-1)} & b_1^{(k-1)} \\ a_{21}^{(k-1)} & a_{22}^{(k-1)} & \cdots & a_{2k}^{(k-1)} & \cdots & a_{2n}^{(k-1)} & b_2^{(k-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{k1}^{(k-1)} & a_{k2}^{(k-1)} & \cdots & a_{kk}^{(k-1)} & \cdots & a_{kn}^{(k-1)} & b_k^{(k-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}^{(k-1)} & a_{n2}^{(k-1)} & \cdots & a_{nk}^{(k-1)} & \cdots & a_{nn}^{(k-1)} & b_n^{(k-1)} \end{array}\right]$$

Eliminação de Gauss - Estratégia de Pivoteamento Total

Essa estratégia consiste em

- No início de cada etapa k da fase de eliminação, escolher para pivô o elemento de maior módulo entre todos os elementos que ainda atuam no processo de eliminação:

$$\max_{\forall i,j \geq k} |a_{ij}^{(k-1)}| = |a_{rs}^{(k-1)}| \longleftarrow \text{ Pivô.}$$

- Trocar as linhas k e i se for necessário.

$$[A|b] = \left[\begin{array}{cccccc|c} a_{11}^{(k-1)} & a_{12}^{(k-1)} & \cdots & a_{1k'}^{(k-1)} & \cdots & a_{1n}^{(k-1)} & b_1^{(k-1)} \\ a_{21}^{(k-1)} & a_{22}^{(k-1)} & \cdots & a_{2k'}^{(k-1)} & \cdots & a_{2n}^{(k-1)} & b_2^{(k-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{k1}^{(k-1)} & a_{k2}^{(k-1)} & \cdots & a_{kk'}^{(k-1)} & \cdots & a_{kn}^{(k-1)} & b_k^{(k-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1}^{(k-1)} & a_{n2}^{(k-1)} & \cdots & a_{nk'}^{(k-1)} & \cdots & a_{nn}^{(k-1)} & b_n^{(k-1)} \end{array}\right]$$

Exercícios

1. Implementar o Método de Gauss com Estratégia de Pivoteamento Parcial.
2. Implementar o Método de Gauss com Estratégia de Pivoteamento Total.