SageMath

Guia de referencia rápida: Cálculo

Adaptado de William Stein Versão do Sage: 9.2

http://wiki.sagemath.org/quickref

GNU Free Document License, extend for your own use Adaptação: Rogério T.C.

Constantes e funções pré-definidas

Constantes: $\pi = \text{pi}$ $e = \text{e} = \exp(1)$ i = I = i $\infty = \text{oo} = \text{infinity}$ $\ln(2) = \log(2) = \log 2$

Aproximação: pi.n(digits=18) = 3.14159265358979324

Funções: sin cos tan sec csc cot sinh cosh tanh cosh tanh sech csch coth log ln exp sqrt ...

Funções e variáveis simbólicas

Criar variáveis simbolicas:

Use * para multiplicação e ^ ou ** para exponenciação: $2x^5 + \sqrt{2}\cos(x) = 2*x^5 + \text{sqrt(2)*cos(x)}$

Definindo funções simbólicas:

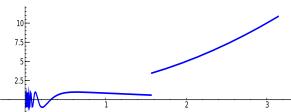
$$f(a,b,theta) = a + b*theta^2$$

Função simbólica não determinada:

Função definida por partes:

$$f(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & 0 < x < \pi/2 \\ x^2 + 1, & \pi/2 < x < \pi \end{cases}$$

 $\texttt{piecewise}([[(0,pi/2), \sin(1/x)], [(pi/2,pi), x^2+1]])$



Limitando domínio de variável simbólica:

assume(x>2)

assume(x, 'real')

Verificando o que já foi assumido:

assumptions()

Eliminando o que já foi assumido:

forget(x>2)
forget()

Manipulação simbólica

Sendo f uma função ou expressão simbólica:

Expandir: f.expand(), f.expand_rational()

Fatorar: f.factor()

 $(x^3-y^3).factor() \Rightarrow (x^2+xy+y^2)(x-y)$

Limites

$$\begin{split} &\lim_{x\to a} f(x) = \text{limit}(f(\mathbf{x}), \ \mathbf{x}=\mathbf{a}) \\ &\quad \quad \text{limit}(\sin(\mathbf{x})/\mathbf{x}, \ \mathbf{x}=\mathbf{0}) \\ &\lim_{x\to a^+} f(x) = \text{limit}(f(\mathbf{x}), \ \mathbf{x}=\mathbf{a}, \ \text{dir='plus'}) \\ &\quad \quad \text{limit}(1/\mathbf{x}, \ \mathbf{x}=\mathbf{0}, \ \text{dir='plus'}) \\ &\lim_{x\to a^-} f(x) = \text{limit}(f(\mathbf{x}), \ \mathbf{x}=\mathbf{a}, \ \text{dir='minus'}) \\ &\quad \quad \text{limit}(1/\mathbf{x}, \ \mathbf{x}=\mathbf{0}, \ \text{dir='minus'}) \end{split}$$

Derivadas

$$\frac{d}{dx}(f(x)) = \operatorname{diff}(f(x), x) \text{ ou } f.\operatorname{diff}(x)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(f(x, y)) = \operatorname{diff}(f(x, y), x)$$
Exemplo:
$$\operatorname{diff}(x*y + \sin(x^2) + e^{-x}, x)$$

Integrais

$$\int f(x)dx = \operatorname{integral}(f,x) \text{ ou } f.\operatorname{integrate}(x)$$

$$\operatorname{integral}(x*\cos(x^2), x)$$

$$\int_a^b f(x)dx = \operatorname{integral}(f,x,a,b)$$

$$\operatorname{integral}(x*\cos(x^2), x, 0, \operatorname{sqrt}(\operatorname{pi}))$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \operatorname{numerical_integral}(f(x),a,b)[0]$$

$$\operatorname{Exemplo:} \operatorname{assume}(x>0)$$

$$\operatorname{numerical_integral}(x*\cos(x^2),0,1)[0]$$

Expansão em série de Taylor

Polinômio de Taylor de grau n em torno de a:

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k = \mathsf{taylor}(\texttt{f},\texttt{x},\texttt{a},\texttt{n})$$
 Exemplo:
$$\mathsf{taylor}(1/\mathsf{sqrt}(1+\texttt{x}), \texttt{x}, \texttt{0}, \texttt{5})$$

Séries (finitas ou infinitas)

$$\sum_{k=0}^{n} f(k) = \operatorname{sum}(f(k),k,0,n)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} f(k) = \operatorname{sum}(f(k),k,1,\infty)$$
Exemplos:
$$\operatorname{sum}(k^2,k,1,n) \Rightarrow \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{(2n+1)(n+1)n}{6}$$

 $sum(1/k^2, k, 1, 00) \Rightarrow \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$

Cálculo de várias variáveis

Gradiente: f.gradient() or f.gradient(vars)
 (x^2+y^2).gradient([x,y])
Hessiana: f.hessian()
 (x^2+y^2).hessian()
Matrix jacobiana: jacobian(f, vars)
 jacobian(x^2 - 2*x*y, (x,y))

Equações e relações

Relações:

$$\begin{array}{lll} f = g; \; f \; == \; g, & f \neq g; \; f \; != \; g, \\ f \leq g; \; f \; <= \; g, & f \geq g; \; f \; >= \; g, \\ f < g; \; f \; < \; g, & f > g; \; f \; > \; g \\ \end{array}$$

Resolvendo equações, inequações e sistemas

$$\begin{split} f &= g \colon & \text{solve}(\mathbf{f} == \mathbf{g}, \ \mathbf{x}), \\ f &\leq g \colon & \text{solve}(\mathbf{f} <= \mathbf{g}, \ \mathbf{x}), \\ \begin{cases} f &= 0 \\ g &= 0 \end{cases} & \text{solve}([\mathbf{f} == 0, \ \mathbf{g} == 0], \ \mathbf{x}, \mathbf{y}) \\ \text{Exemplo: solve}([\mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 == 1, \ (\mathbf{x} - 1)^2 + \mathbf{y}^2 == 1], \mathbf{x}, \mathbf{y}) \end{split}$$

Gráficos básicos

```
2D: (para opções e exemplos consulte plot?) plot(f(x),(x,xmin,xmax),opções) parametric_plot((f(t),g(t)),(t,tmin,tmax),opções) polarplot(f(t),(t,tmin,tmax),opções) line([(x1,y1),(x2,y2)...,(xn,yn)],opções) text("texto",(x,y),options) 3D: plot3d(f(x,y),(x,xmin,xmax),(y,ymin,ymax),opções) parametric_plot3d((f,g,h),(u,umin,umax),(v,vmin,vmax),opções) line3d([(x1,y1,z1),...,(xn,yn,zn)],opções) text3d("texto",(x,y,z),opções)
```