Econometria I

Lista de Exercícios 1 (Gabarito)

PIMES/UFPE

Problemas conceituais

1. A resposta a estas questões podem ser encontradas no Greene, cap. 2 (8a edição)

   a. Greene, pag. 20

   b. Greene, pag. 17

   c. Greene, pag. 22

   d. Greene, pag. 23

   e. Greene, pag. 25

2. A resposta a esta questão pode ser encontrada no Greene, cap.3 (8a edição), pag. 29.

3. a. A equação de regressão para cada observação pode ser escrita como

$$y_1 = \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{21} + \cdots \beta_k x_{k1} + \varepsilon_1$$

$$y_2 = \beta_1 x_{12} + \beta_2 x_{22} + \cdots \beta_k x_{k2} + \varepsilon_1$$

$$\vdots$$

$$y_n = \beta_1 x_{1n} + \beta_2 x_{2n} + \cdots \beta_k x_{kn} + \varepsilon_1$$

```
Em termos matriciais, temos

![](/Users/henriquefonseca/Desktop/temp/Rmarkdown-practice/henriqueveras.github.io/files/Econo


b.
```

```
![](/Users/henriquefonseca/Desktop/temp/Rmarkdown-practice/henriqueveras.github.io/files/Econom
```

```
Então, a estimativa do parâmetro $\beta$ é dado por
```

```
![](/Users/henriquefonseca/Desktop/temp/Rmarkdown-practice/henriqueveras.github.io/files/Econom
```

```
A estimativa do parâmetro $\alpha$ é dado por
```

```
![](/Users/henriquefonseca/Desktop/temp/Rmarkdown-practice/henriqueveras.github.io/files/Econom
```

4. A resposta a esta questão pode ser encontrada no Greene, cap.3 (8a edição), pag. 36.

5. Na regressão $\mathbf{y}$ em $\mathbf{i}$ e $\mathbf{X}$, os coeficientes de $\mathbf{X}$ são $\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{M^0X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{M^0y}$. $\mathbf{M}^0 = \mathbf{I} - \mathbf{i}(\mathbf{i}'\mathbf{i})^{-1}\mathbf{i}'$ é a matriz que transforma as observações em desvios em relação à média das colunas. Como $\mathbf{M}^0$ é idempotente e simétrica, podemos escrever a equação anterior como $[(\mathbf{X}'\mathbf{M^0}')(\mathbf{M^0X})]^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{M^0}')(\mathbf{M^0y})$, o que implica que a regressão de $\mathbf{M^0y}$ em M^0X produz os coeficientes de inclinação por mínimos quadrados. Caso somente $\mathbf{X}$ seja transformado em desvios, teríamos $[(\mathbf{X}'\mathbf{M^0}')(\mathbf{M^0X})]^{-1}(\mathbf{X}'\mathbf{M^0}')\mathbf{y}$ mas, obviamente, é idêntico ao caso anterior. Entretanto, caso somente $\mathbf{y}$ seja transformado, o resultado é $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{M^0y}$, o qual é muito provavelmente diferente.

6. a.

$$
\begin{aligned}
TSS &= \sum_{i=1}(y_i - \bar{y})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i + \hat{y}_i - \bar{y})^2 \\
&= \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 + 2\sum_{i=1}^{N}(e_i)(\hat{y}_i - \bar{y}) \\
&= \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 - 2\bar{y}\Big(\sum_{i=1}^{N}(e_i)\Big) + 2\sum_{i=1} e_i\hat{y}_i \\
&= \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2 - 2\bar{y}\Big(\sum_{i=1}^{N}(e_i)\Big) + 2\sum_{i=1} e_i x_i'\beta \\
&= \sum_{i=1}^{N}(y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{y})^2
\end{aligned}
$$

b. A resposta a esta questão pode ser encontrada no Greene, cap.3 (8a edição), pag. 45.

Problemas práticos

1. Com base nos dados fornecidos, as quantidades solicitadas são

   a. $\mathbf{X}'\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 4 & 14 & 21 \\ 14 & 70 & 72 \\ 21 & 72 & 137 \end{bmatrix}$

   b. $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{bmatrix} 1.9687221 & -0.181411975 & -0.206434316 \\ -0.1814120 & 0.047810545 & 0.002680965 \\ -0.2064343 & 0.002680965 & 0.037533512 \end{bmatrix}$

   c. $\mathbf{b} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0.92046470 \\ 1.33869526 \\ 0.07506702 \end{bmatrix}$

   d. $\mathbf{e} = \begin{bmatrix} -0.4253798 \\ 0.2582663 \\ -0.2734584 \\ 0.4405719 \end{bmatrix}$

   e. $\hat{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 6.425380 \\ 10.741734 \\ 4.273458 \\ 2.559428 \end{bmatrix}$

f. $\mathbf{M} = \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' = \begin{bmatrix} 0.3503128 & -0.2126899 & 0.2252011 & -0.3628239 \\ -0.2126899 & 0.1291332 & -0.1367292 & 0.2202860 \\ 0.2252011 & -0.1367292 & 0.1447721 & -0.2332440 \\ 0.3628239 & 0.2202860 & -0.2332440 & 0.3757819 \end{bmatrix}$

g. $\mathbf{My} = \begin{bmatrix} -0.4253798 \\ 0.2582663 \\ -0.2734584 \\ 0.4405719 \end{bmatrix}$

h. $\mathbf{P} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}' = \begin{bmatrix} 0.6496872 & 0.2126899 & -0.2252011 & 0.3628239 \\ 0.2126899 & 0.8708668 & 0.1367292 & -0.2202860 \\ -0.2252011 & 0.1367292 & 0.8552279 & 0.2332440 \\ 0.3628239 & -0.2202860 & 0.2332440 & 0.6242181 \end{bmatrix}$

i. $\mathbf{Py} = \begin{bmatrix} 6.425380 \\ 10.741734 \\ 4.273458 \\ 2.559428 \end{bmatrix}$

2. Com a partição sendo $\mathbf{M}_1 = \mathbf{M}^0$, temos

a. $\mathbf{M}_1\mathbf{y} = \mathbf{y} - \bar{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$

b. $\mathbf{y}'\mathbf{M}_1\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = 0^2 + 5^2 + (-2)^2 + (-3)^2 = 38$

c. $R^2 = 1 - \frac{\mathbf{e}'\mathbf{e}}{\mathbf{y}'\mathbf{M}^0\mathbf{y}} = 1 - \frac{0.5165326}{38} = 0.01359296\}$