



3ª Lista de Exercícios de Fundamentos de Matemática Elementar I

Prof. Márcio Antônio de Andrade Bortoloti

1. Seja $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a > 0$. Mostre que

$$f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}.$$

Mais geralmente, mostre que se $0 < \alpha < 1$, então

$$f(\alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2) < \alpha f(x_1) + (1 - \alpha)f(x_2).$$

Interprete geometricamente esta propriedade.

2. Um avião de 100 lugares foi fretado para uma excursão. A companhia exigiu de cada passageiro R\$ 800,00 mais R\$ 10,00 por cada lugar vago. Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa será máxima?
3. Encontre os valores máximo e mínimo assumidos pela função $f(x) = x^2 - 4x + 3$ em cada um dos intervalos seguintes: $[1, 4]$ e $[6, 10]$.
4. Determine explicitamente os coeficientes a , b e c de $f(x) = ax^2 + bx + c$ em função dos valores $f(0)$, $f(1)$ e $f(2)$.
5. Resolva a inequação $x^4 + x^2 - 20 > 0$.
6. Mostre que a equação $\sqrt{x} + m = x$ possui uma raiz se $m > 0$, duas raízes quando $-1/4 < m \leq 0$, uma raiz para $m = -1/4$ e nenhuma raiz caso $m < -1/4$.
7. Prove que se a, b, c são inteiros ímpares, as raízes de $y = ax^2 + bx + c$ não são racionais.
8. Um grupo de alunos, ao realizar um experimento no laboratório de Física, fez diversas medidas de um certo comprimento. O instrutor os orientou no sentido de tomar a média aritmética dos valores encontrados como o valor a ser adotado. Este procedimento pode ser justificado do modo abaixo.

Sejam x_1, x_2, \dots, x_n os valores encontrados. É razoável que o valor adotado seja escolhido de modo que o erro incorrido pelas diversas medições seja o menor possível. Em geral, este erro é medido através do chamado desvio quadrático total, definido por

$$d(x) = (x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + \dots + (x - x_n)^2.$$

Mostre que $d(x)$ é minimizado por

$$x = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$