Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Campus Puebla

Métodos numéricos en ingeniería

Prof. Adolfo Centeno Tellez

Proyecto Parcial 1:

Equipo: Mecatrónicos

Ricardo García Sedano A01329022

Arturo Villegas Guerra A01732781

Uziel Hernández Espejo A01733245

31 de marzo de 2020. Puebla, Puebla.

Introducción

La industria automotriz siempre va a la vanguardia tecnológica. En el primer semestre de 2019, la facturación creció a 68,472 millones de dólares. Por lo tanto, no es de impresionarse que la industria automotriz sea de las más importantes. Carreras tecnológicas como Ingeniería Automotriz, Mecatrónica o Robótica son imprescindibles para esta rama del mercado. Por esa razón, el equipo ha tomado en cuenta un problema basado en la aceleración de dos automóviles.

Este problema consistirá en una ecuación (ecuación de segundo) por el automóvil basado en su aceleración y tiempo. Resolveremos esta ecuación con tres métodos vistos en la clase de métodos numéricos: el método secante, el método bisección y el método de Newton-Raphson. Estos tres métodos consistirán en obtener una aproximación de la raíz de la ecuación de segundo grado. Tomando en cuenta que nuestra bolsa de trabajo será la industria automotriz, se decidió tomar en cuenta este problema para el proyecto de métodos númericos. Posteriormente, se tomarán temas de electrónica para la segunda parte.

Planteamiento de la problemática

Un automóvil híbrido, Tesla viaja en línea recta en un concurso. La distancia de Tesla con respecto al punto de partida está dada con respecto a la función del tiempo. Esta función es: $X_{Tesla}(t) = \alpha t + \beta t^2$, siendo $\alpha = 2.60\ m/s$ y $\beta = 1.20\ m/s^2$. Nuestro trabajo consistirá en encontrar la raíz de esta ecuación con base en los 3 métodos vistos en clase.

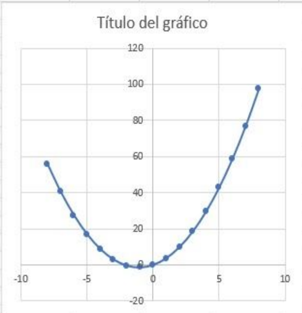
Mediante el método de bisección, obtendremos las raíces a partir de un intervalo inicial (el cual será de -3 a 2). En el caso del método secante, el cual es un algoritmo de la raíz de investigación, utilizaremos una serie de raíces de las líneas secantes para aproximar mejor la raíz de una función f. Finalmente, el método de Newton-Raphson busca un cero de la función f(x) por aproximaciones sucesivas a partir de un valor inicial x0. El valor sucesivo Xn+1 es la abscisa del punto en que la tangente a la gráfica de f(x) en Xn corta al eje Ox.

Sin embargo, el método de Bairstow no puede ser usado en este ejercicio, dado que nuestra ecuación es de grado 2. Por lo tanto, no aplica en este proyecto. Aún así, probaremos los 3 primeros métodos vistos en clase. La ecuación será resuelta en un archivo de excel mediante las fórmulas vistas en las clases. Con esto, el equipo habrá puesto en práctica lo aprendido en la clase en un asunto de la nuestras carreras.

Resultados

Método de Bisección

t	Xtesla(t)
-8	56
-7	40.6
-6	27.6
-5	17
-4	8.8
-3	3
-2	-0.4
-1	-1.4
0	0
1	3.8
2	10
3	18.6
4	29.6
5	43
6	58.8
7	77
8	97.6



Iteracción	Xa	Xb	Xr	F(Xa)	F(b)	F(Xr)	F(Xa)*F(Xr)	Ea%
0	-3	2	-0.5	3	10	-1	-3	
1	-3	-0.5	-1.75	3	-1	-0.875	-2.625	-0.0071429
2	-3	-1.75	-2.375	3	-0.875	0.59375	1.78125	-0.0026316
3	-2.375	-1.75	-2.0625	0.59375	-0.875	-0.2578125	-0.1530762	-0.0015152
4	-2.375	-2.0625	-2.21875	0.59375	-0.2578125	0.1386719	0.0823364	-0.0007042
5	-2.21875	-2.0625	-2.140625	0.1386719	-0.2578125	-0.0668945	-0.0092764	-0.000365
6	-2.21875	-2.140625	-2.1796875	0.1386719	-0.0668945	0.0340576	0.0047228	-0.0001792
7	-2.1796875	-2.140625	-2.1601563	0.0340576	-0.0668945	-0.0168762	-0.0005748	-9.042E-05
8	-2.1796875	-2.1601563	-2.1699219	0.0340576	-0.0168762	0.0084763	0.0002887	-4.5E-05
9	-2.1699219	-2.1601563	-2.1650391	0.0084763	-0.0168762	-0.0042286	-3.584E-05	-2.255E-05
10	-2.1699219	-2.1650391	-2.1674805	0.0084763	-0.0042286	0.0021167	1.794E-05	-1.126E-05
11	-2.1674805	-2.1650391	-2.1662598	0.0021167	-0.0042286	-0.0010577	-2.239E-06	-5.635E-06
12	-2.1674805	-2.1662598	-2.1668701	0.0021167	-0.0010577	0.000529	1.12E-06	-2.817E-06
13	-2.1668701	-2.1662598	-2.1665649	0.000529	-0.0010577	-0.0002645	-1.399E-07	-1.409E-06
14	-2.1668701	-2.1665649	-2.1667175	0.000529	-0.0002645	0.0001322	6.996E-08	-7.042E-07
15	-2.1667175	-2.1665649	-2.1666412	0.0001322	-0.0002645	-6.612E-05	-8.744E-09	-3.521E-07
16	-2.1667175	-2.1666412	-2.1666794	0.0001322	-6.612E-05	3.306E-05	4.372E-09	-1.761E-07
17	-2.1666794	-2.1666412	-2.1666603	3.306E-05	-6.612E-05	-1.653E-05	-5.465E-10	-8.803E-08
18	-2.1666794	-2.1666603	-2.1666698	3.306E-05	-1.653E-05	8.265E-06	2.733E-10	-4.402E-08
19	-2.1666698	-2.1666603	-2.1666651	8.265E-06	-1.653E-05	-4.133E-06	-3.416E-11	-2.201E-08
20	-2.1666698	-2.1666651	-2.1666675	8.265E-06	-4.133E-06	2.066E-06	1.708E-11	-1.1E-08
21	-2.1666675	-2.1666651	-2.1666663	2.066E-06	-4.133E-06	-1.033E-06	-2.135E-12	-5.502E-09
22	-2.1666675	-2.1666663	-2.1666669	2.066E-06	-1.033E-06	5.166E-07	1.067E-12	-2.751E-09
23	-2.1666669	-2.1666663	-2.1666666	5.166E-07	-1.033E-06	-2.583E-07	-1.334E-13	-1.375E-09
24	-2.1666669	-2.1666666	-2.1666667	5.166E-07	-2.583E-07	1.291E-07	6.671E-14	-6.877E-10
25	-2.1666667	-2.1666666	-2.1666666	1.291E-07	-2.583E-07	-6.457E-08	-8.339E-15	-3.439E-10
26	-2.1666667	-2.1666666	-2.1666667	1.291E-07	-6.457E-08	3.229E-08	4.17E-15	-1.719E-10
27	-2.1666667	-2.1666666	-2.1666667	3.229E-08	-6.457E-08	-1.614E-08	-5.212E-16	-8.597E-11
28	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	3.229E-08	-1.614E-08	8.071E-09	2.606E-16	-4.298E-11
29	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	8.071E-09	-1.614E-08	-4.036E-09	-3.257E-17	-2.149E-11
30	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	8.071E-09	-4.036E-09	2.018E-09	1.629E-17	-1.075E-11
31	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	2.018E-09	-4.036E-09	-1.009E-09	-2.036E-18	-5.373E-12
32	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	2.018E-09	-1.009E-09	5.045E-10	1.018E-18	-2.687E-12
33	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	5.045E-10	-1.009E-09	-2.522E-10	-1.272E-19	-1.343E-12
34	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	5.045E-10	-2.522E-10	1.261E-10	6.362E-20	-6.716E-13
35	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	1.261E-10	-2.522E-10	-6.306E-11	-7.953E-21	-3.358E-13
36	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	1.261E-10	-6.306E-11	3.153E-11	3.976E-21	-1.679E-13
37	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	3.153E-11	-6.306E-11	-1.576E-11	-4.97E-22	-8.395E-14
38	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	3.153E-11	-1.576E-11	7.883E-12	2.485E-22	-4.198E-14
39	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	7.883E-12	-1.576E-11	-3.942E-12	-3.107E-23	-2.099E-14
40	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	7.883E-12	-3.942E-12	1.971E-12	1.554E-23	-1.049E-14
41	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	1.971E-12	-3.942E-12	-9.85E-13	-1.941E-24	-5.247E-15
42	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	1.971E-12	-9.85E-13	4.921E-13	9.698E-25	-2.624E-15
43	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	4.921E-13	-9.85E-13	-2.46E-13	-1.211E-25	-1.312E-15
44	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	4.921E-13	-2.46E-13	1.235E-13	6.075E-26	-6.559E-16
45	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	1.235E-13	-2.46E-13	-6.217E-14	-7.676E-27	-3.279E-16
46	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	1.235E-13	-6.217E-14	3.109E-14	3.838E-27	-1.64E-16
47	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	3.109E-14	-6.217E-14	-1.51E-14	-4.694E-28	-8.199E-17
48	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	3.109E-14	-1.51E-14	7.105E-15	2.209E-28	-4.099E-17
49	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	7.105E-15	-1.51E-14	0	0	-2.05E-17
50	-2.1666667	-2.1666667	-2.1666667	7.105E-15	-1.51E-14	0	0	0

En este primer método, debemos realizar una tabulación de nuestra ecuación. De esta manera, obtenemos nuestra gráfica. Mediante un análisis visual, debemos checar en que parte Y cruza con X. De esta manera, escogemos nuestros dos valores iniciales de Xa y Xb. Obtenemos a Xr que será primordial en este proceso. Obteniendo esto, realizamos en excel nuestra tabla resolviendo todo lo que se nos pide ahí. Esto es el resultado de Xa en la ecuación (F(Xa)), el resultado de Xb en la ecuación (F(Xb)) y el resultado de Xr en la ecuación (F(Xr)). Al final, multiplicamos a F(Xa)*F(Xr).Todo esto en la iteración cero. En la siguiente iteración, agregaremos una condición en Xa y Xb. En Xa, si el resultado de F(Xa)*F(Xr) es mayor a cero, Xa obtendrá el valor de Xr de la anterior iteración, sino obtendrá el valor de Xa de la anterior iteración.

Realizamos los pasos anteriormente explicado, y lo aplicamos en las siguientes iteraciones. Lo importante aquí es obtener un porcentaje de error igual a cero. De esta manera, obtendremos una mejor aproximación de nuestras raíces. Al final, el resultado es -2.1666667 de nuestra ecuación, y la cual es nuestra raíz aproximada.

Método Secante

Método de la secante:XTesla(t) = 2.60t+1.20t^2

Iteración	Xi	(Xi-Xi-1)	f(Xi)	f(Xi-Xi-1)	EA
0	-3				
1	2	5	10	3	5
2	-5.1428571	-7.1428571	18.3673469	10	7.14285714
3	10.5365854	15.6794425	160.618679	18.3673469	15.6794425
4	-7.1673708	-17.703956	43.0102804	160.618679	17.7039561
5	-13.641841	-6.4744706	187.851015	43.0102804	6.47447058
6	-5.2447846	8.39705676	19.3728784	187.851015	8.39705676
7	-4.2792281	0.9655565	10.8481585	19.3728784	0.9655565
8	-3.0505062	1.22872189	3.23538949	10.8481585	1.22872189
9	-2.5283054	0.52220078	1.09719981	3.23538949	0.52220078
10	-2.2603411	0.26796435	0.2540833	1.09719981	0.26796435
11	-2.1795868	0.08075428	0.03379262	0.2540833	0.08075428
12	-2.1671991	0.01238772	0.00138458	0.03379262	0.01238772
13	-2.1666698	0.00052924	8.2035E-06	0.00138458	0.00052924
14	-2.1666667	3.1544E-06	2.0153E-09	8.2035E-06	3.1544E-06

En el método de la secante volvemos a elegir nuestros dos puntos iniciales (X0 y X1). En esta ecuación son -3 y 2. En la iteración 1, debemos restar a X1 menos X0. Esto es (Xi-Xi-1). Ahí obtenemos nuestro primer valor. Después debemos sustituir los valores de Xi en nuestra ecuación. De esta manera obtenemos a F(Xi). En el siguiente cuadro, debemos obtener el valor de (Xi-Xi-1) en la ecuación. Obtendremos a F((Xi-Xi-1)). Obtenemos nuestro error aproximado (mediante la función de excel ABS), debemos minimizar el error hasta que el valor sea menor a 0.001.

En X2, debemos utilizar la siguiente fórmula:

$$x_2 = x_1 - \left[\frac{f(x_1)(x_0 - x_1)}{f(x_0) - f(x_1)} \right]$$

Una vez realizado esto, debemos realizar las mismas operaciones que en las iteraciones anteriores. Una vez hecho esto, y encontrando un valor en el cual el porcentaje de error sea menor a 0.001, obtenemos nuestra raíz aproximada. En este caso, nuestra raíz aproximada fue -2.1666667. El mismo resultado que obtuvimos en el método anterior. Finalmente, pasaremos al siguiente método.

Método de Newton-Raphson

Método de Newton-Raphson:XTesla(t) = 2.60t+1.20t^2

Iteracción	Xi	f(Xi)	f'(Xi)	f(Xi)/f'(Xi)
0	-3	3	-4.6	-0.6521739
1	-2.3478261	0.51039698	-3.0347826	-0.1681824
2	-2.1796437	0.03394238	-2.6311449	-0.0129002
3	-2.1667435	0.0001997	-2.6001843	-7.68E-05
4	-2.1666667	7.0782E-09	-2.6	-2.722E-09
5	-2.1666667	0	-2.6	0
6	-2.1666667	0	-2.6	0

El método de Newton-Raphson consiste en encontrar aproximaciones de los ceros o raíces de una función real. También puede ser usado para encontrar el máximo o mínimo de una función, encontrando los ceros de su primera derivada. Para la realización de este método, tomamos a nuestra X0 como el valor inicial de -3, ya que este fue nuestro primer valor inicial. Por supuesto, entre -3 y 2, la curva corta a X. Debemos sustituir el valor de X0 en la ecuación para obtener a F(Xi).

Lo interesante ahora es derivar la ecuación, y obtener a F'(Xi). En este caso, volvemos a sustituir el valor de X0 en la derivada. Una vez hecho esto, debemos dividir F(Xi)/F'(Xi). Obteniendo este valor, debemos seguir realizando las iteraciones hasta que el resultado de F(Xi)/F'(Xi) sea menor a 0.00001. Sin embargo, para obtener a X1, debemos usar la siguiente fórmula:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$

Después de obtener a X1, volvemos a realizar los pasos mencionados hasta que el resultado de F(Xi)/F'(Xi) sea menor a 0.00001 (Que es el porcentaje de error). Sin embargo, al seguir iterando nuestro problema, llegamos a cero, y obtuvimos la raíz de la siguiente ecuación, la cual es -2.166667. Tomando en cuenta que el resultado es el mismo que en los anteriores métodos, y que el porcentaje de error es igual a cero, el resultado es correcto.

Conclusiones

Habiendo resuelto el problema a tratar y con los diferentes métodos analizados se puede concluir que estos métodos pueden tener diversas aplicaciones en diferentes campos de la ciencia lo cual nos puede servir para resolver problemas complejos, estos métodos principalmente se usan con problemas muy elaborados y las herramientas de la programación nos proporcionan una manera más eficaz y eficiente de resolver, cabe recalcar que estos métodos suelen tener poco margen de error ya que son hechos por una computadora y es por esto que son muy efectivos al aplicarlos a diversos problemas que podamos tener ya sea en la escuela y/o trabajo.

También es importante decir que estos métodos dependen totalmente de un humano para ser programados, así que pueden ocurrir errores al momento de ser ejecutado, no porque la computadora no hizo su trabajo, sino porque se programó de una manera errónea, se debe tener sumo cuidado ya que son muy usados en trabajos para la industria y una pérdida por un error de programación no sería bien visto por nadie.