**Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey**

**Campus Puebla**

**Métodos numéricos en ingeniería**

**Prof. Adolfo Centeno Tellez**

# Proyecto Final: Circuito RL

**Equipo: Mecatrónicos**

**Ricardo García Sedano A01329022**

**Arturo Villegas Guerra A01732781**

**Uziel Hernández Espejo A01733245**

**15 de junio de 2020. Puebla, Puebla.**

# Introducción

La realización de este proyecto está basado en el desarrollo de un problema de un circuito RL. Este circuito eléctrico incluye una resistencia y una bobina. Se escogió este tema, debido a que el circuito RL es importante, y está tiene diversas aplicaciones en la vida diaria de la humanidad. Por ejemplo, los circuitos RL son utilizados para los electroimanes o el sistema de encendido de un automóvil: se logra que la bobina del circuito RL proporcione una subida repentina de tensión tan grande que provoca una chispa en la bujía que está conectada en paralelo a dicha bobina, ya que el inductor puede cambiar la corriente rápidamente. Esto es básicamente una aplicación del teorema.

En el documento, usted encontrará la aplicación de los cuatro métodos en el circuito. Es necesario obtener el valor de la corriente en el circuito RL. Para el desarrollo de este problema, se utilizará excel y MATLAB para resolver el problema.

# Planteamiento de la problemática

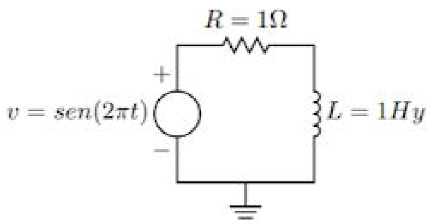
Un circuito RL es un circuito eléctrico que contiene una resistencia y una bobina en serie. Se dice que la bobina se opone transitoriamente al establecimiento de una corriente en el circuito. La ecuación diferencial que rige el circuito es la siguiente:

$$U = L\frac{di}{dt} + R_t \cdot i$$

dónde:

- U es la tensión en los bornes de montaje, en V.
- $i$ es la intensidad de corriente eléctrica en A.
- L es la inductancia de la bobina en H.
- $R_t$ es la resistencia total del circuito en Ω.

En el problema a resolver, se necesitará encontrar el valor de la corriente en el siguiente circuito RL hasta un segundo con un paso de un cuarto de segundo:



## Resultados

- *Método de Euler*

El método de Euler consiste en encontrar iterativamente la solución de una ecuación diferencial de primer orden y sus valores iniciales conocidos para un rango de valores. Se pueden obtener los valores de la solución partiendo de un valor inicial $X_0$ y avanzando con un paso “h” de la siguiente manera:

$$Y_{k+1} = Y_k + h \cdot f(X_k, Y_k)$$

Donde $Y_{k+1}$ es solución de la ecuación diferencial y $f(X_k, Y_k)$ es la ecuación diferencial en función de las variables independientes, ya que $f(X_k, Y_k)$ = m=( $\frac{dy}{dx}$ ). Por lo tanto, se define $f(X_k, Y_k)$. Al sustituirlo, se puede expresar la ecuación de la recta de la siguiente manera

- *Método de Heun*

Conocido también como el método de Euler mejorado, Este método consiste en resolver ecuaciones diferenciales de primer orden y conocido el valor inicial. En este caso, lo que se realiza es un promedio entre el valor obtenido por Euler y otro obtenido a partir de la aproximación del valor de la función en el punto siguiente, también por Euler.

$$Y_{k+1} = Y_k + \frac{h}{2}\left[f(X_k, Y_k) + f(X_{k+1}, Y_{k+1})\right]$$

El método de Heun es un método implícito. Esto significa que $Y_{k+1}$ está definido en función de sí mismo. Por lo tanto, salvo que f sea lineal en Y, se necesita resolver una ecuación no lineal. Para arreglar este inconveniente, una posibilidad es calcular un valor previo $Y_{k+1}$ y, a partir de él, determinar $Y_{k+1}$. Tenemos así que Heun es un ejemplo de los llamados métodos multipaso predictor-corrector.

- Predicción: $Y^*_{k+1} = Y_k + hf(X_k, Y_k)$
- Corrección: $Y_{k+1} = Y_k + \frac{h}{2}\left[f(X_k, Y_k) + f(X_{k+1}, Y_{k+1})\right]$

para k = 0, 1, . . . , n − 1. En este método, las predicciones se calculan aplicando el método de Euler.

- *Método de Ralston*

En este método, se calcula la pendiente en un punto inicial ($X_i, Y_i$). Por lo tanto, se utiliza la siguiente expresión:

$$Y_{i+1} = Y_i + [\tfrac{1}{3}k_1 + \tfrac{2}{3}k_2]h$$

Tal como se puede observar en la última expresión, está es parecida a la utilizada en el método de Euler. Sin embargo, la diferencia radica en que los términos entre paréntesis son una corrección a la pendiente que se utiliza para aproximar $Y_{i+1}$. En este caso, $k_1$ y $k_2$ son las pendientes evaluadas en dos puntos distintos del intervalo $(X_{i+1}, X_i)$. Estas son representadas por:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$
$$k_2 = f(x_i + \tfrac{3}{4}h, y_i + \tfrac{3}{4}k_1 h)$$

Las expresiones anteriores representan a las ecuaciones diferenciales evaluadas en los puntos $f(x_i, y_i)$ y $f(x_i + \tfrac{3}{4}h, y_i + \tfrac{3}{4}k_1 h)$.

- *Método de Runge-Kutta (Cuarto Orden)*

Este es el método más usual en la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales. Se puede ver como resultado de la aplicación de la regla de Simpson como fórmula de cuadratura numérica. Para determinar cada elemento de la sucesión $\{x_k\}$ se realizan cuatro estimaciones previas:

1. $k_1 = f(x_i, y_i)$
2. $k_2 = f(x_i + \tfrac{1}{2}h, y_i + \tfrac{1}{2}k_1 h)$
3. $k_3 = f(x_i + \tfrac{1}{2}h, y_i + \tfrac{1}{2}k_2 h)$
4. $k_4 = f(x_i + \tfrac{1}{2}h, y_i + \tfrac{1}{2}k_3 h)$

Por lo tanto, se define:

$$x_{k+1} = x_k + \tfrac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Aunque se necesite cuatro cálculos previos al cálculo de la aproximación en cada punto, el método de Runge-Kutta es un método explícito de un paso.

## Conclusiones

En conclusión, el proyecto final fue un éxito. El equipo logró aplicar los 4 métodos en un ejercicio de circuitos RL. Esto es importante, ya que contribuye al conocimiento de nuestra carrera. El proyecto presentó un desafío importante para el equipo, dado que la pandemia del COVID-19 ha hecho difícil que todos los integrantes seamos capaces de organizarnos. Sin embargo, a pesar de la situación, el equipo pudo obtener los resultados esperados. El proyecto fue una excelente idea para combinar lo aprendido en la clase junto con la carrera de todos los integrantes, y esto hace adquirir conocimiento en los campos de las Tecnologías y Electrónica.