诚信应考,考试作弊将带来严重后果！

考试中心填写：

____年___月___日

考　试　用

湖南大学课程考试试卷

课程名称：线性代数 A；课程编码：GE03003 试卷编号：A；考试时间：120 分钟

题　号	1~3	4~5	6~7	8	9~10						总分
应得分	30	20	20	12	18						100
实得分											
评卷人											

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

学号：

姓名：

装订线（题目不得超过此线）

湖南大学教务处考试中心

1.（10 分）计算 4 阶行列式 $D_4=\begin{vmatrix}1&1&1&1\\1&2&-1&4\\2&-3&-1&-5\\3&1&2&11\end{vmatrix}$.

2.（10 分）计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix}a_1&1&1&\cdots&1\\1&a_2&1&\cdots&1\\1&1&a_3&\cdots&1\\\vdots&\vdots&\vdots&&\vdots\\1&1&1&\cdots&a_n\end{vmatrix}$，其中 $\prod_{i=1}^{n}(a_i-1)\neq 0$.

3.（10 分）已知 A、B 为三阶矩阵，且满足 $2A^{-1}B = B - 4E$，其中 E 是三阶单位矩阵.

（1）证明：矩阵 $A - 2E$ 可逆；

（2）若 $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，求矩阵 A.

湖南大学课程考试试卷

4.（10 分）已知矩阵 $A=PQ$，其中 $P=\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix}$，$Q=\begin{bmatrix}2 & -1 & 2\end{bmatrix}$，求矩阵 A,A^n，其中 n 为正整数.

装订线（题目不得超过此线）

5.（10 分）求向量组 $\alpha_1=(1,-1,2,4)^T,\alpha_2=(0,3,1,2)^T,\alpha_3=(3,0,7,14)^T$, $\alpha_4=(1,-2,2,0)^T,\alpha_5=(2,1,5,10)^T$ 的一个最大无关组，并把其余向量用这个最大无关组线性表示.

湖南大学教务处考试中心

6.（10 分）在 R^3 中，由基 $\alpha_1=(1,0,0)^T,\alpha_2=(1,1,0)^T,\alpha_3=(1,1,1)^T$ 到基 β_1,β_2,β_3 的过渡矩阵为 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，求

（1）由基 β_1,β_2,β_3 所构成的矩阵 $[\beta_1,\beta_2,\beta_3]$；

（2）向量 $\alpha=-\alpha_1-2\alpha_2+5\alpha_3$ 在基 β_1,β_2,β_3 下的坐标.

7.（10 分）已知四阶方阵 $A=[\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4]$，这里 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 均为 4 维列向量，其中 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，$\alpha_1=2\alpha_2-\alpha_3$，如果 $\beta=\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4$，求线性方程组 $AX=\beta$ 的通解.

湖南大学课程考试试卷

8.（12 分）设矩阵 $A=\begin{bmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & x \\ y & -24 & 13 \end{bmatrix}$，已知 A 有三个线性无关的特征向量，$\lambda=1$ 是 A 的二重特征值。试求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 为对角形矩阵，并写出其对角形矩阵.

装订线（题目不得超过此线）

湖南大学教务处考试中心

9.（6 分） 设 A 是 n 阶正定矩阵，E 是 n 阶单位矩阵，证明：$E+A$的行列式大于 1.

10. （12 分）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=(1-a)x_1^2+(1-a)x_2^2+2x_3^2+2(1+a)x_1x_2$ 的秩为 2.

（1）求 a 的值；

（2）求正交变换 $X=QY$，把 $f(x_1,x_2,x_3)$ 化成标准形；

（3）二次曲面 $f(x_1,x_2,x_3)=1$是何几何形状.