

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日
考 试 用

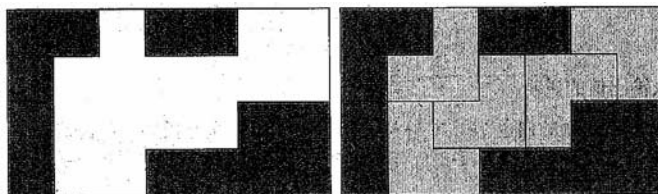
湖南大学课程考试试卷

课程名称: 算法设计与分析; 课程编码: CS05022 试卷编号: A ; 考试时间: 120 分钟

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
应得分	20	20	20	20	20						100
实得分											
评卷人											

一、盖游戏板 (20 分)

有一个 $H \times W$ 大小的游戏板, 由黑白两种单位格子组成。现要用 3 个单位格子的 L 状板块把白色格子全部覆盖掉。板块可以自由旋转, 但不能重叠、覆盖黑色格子, 或超出游戏板。下图表示游戏板及覆盖方法。



请采用分治算法计算出给定游戏有几种覆盖方法。

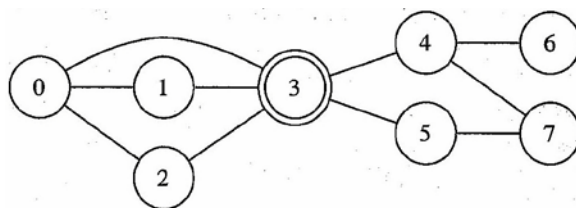
二、逃狱的韩尼拔博士 (20 分)

杀人狂魔韩尼拔博士逃狱了。通缉令发布后, 大量军警出动并实施全天候追捕, 不过狡猾的韩尼拔博士并没有落网。过了 d 天后, 束手无策的警察们拜访了有着“编程天才”之称的查理教授。查理教授对韩尼拔博士留在监狱的笔记本进行分析后, 做出了如下假设。

1. 韩尼拔博士为了避开检查, 只走山路;
2. 韩尼拔博士越狱当天选择了与监狱相邻的村子之一作为藏身之处;
3. 韩尼拔博士为了逃避追捕, 每天往一个相邻的村子逃窜。

为了验证假设, 教授找到了与监狱所在村子以山路连接的 n 个村子的地图。韩尼拔博士会按照此假设行动, 而且会随机选择一个备选村子。请采用动态规划算法计算 d 日后韩尼拔博士在各个村子的概率。

例如监狱在第三个村子, 逃狱后的韩尼拔博士会在 0、1、2、4、5 中任意选择一个村子藏身。因此, 1 天后韩尼拔博士藏身在第 0 号村子的概率是 $1/5$, 两天后藏在第 1 号村子的概率是 $1/15$ 。



三、合并字符串（20 分）

C 程序设计语言在语言层面上不支持字符串类型。C 语言中通过字符型数组表示字符串，这种数组包含一些字符，并在结尾加上`\0`（NULL）表示字符串结束。因无法获取以这种形式表示的字符串长度，所以会产生许多意想不到的问题。

比如，操作字符串的函数会莫名其妙地耗费大量操作时间。下面给出的 `strcat()` 函数能够在 `dest` 字符串后面连接 `src` 字符串。执行过程中，函数的循环语句会循环执行与两个字符串长度之和相同的次数。假设，使用此函数把两个字符串合并到一起的成本等于两个字符串的长度之和。

```
void strcat(char* dest, const char* src) {  
    // 求出 dest 的结束位置。  
    while(*dest) ++dest;  
    // 把 src 的字符逐个移到 dest 之后。  
    while(*src) *(dest++) = *(src++);  
    // 添加代表字符串结尾的\0。  
    *dest = 0;  
}
```

现在想利用此函数随机组合 n 个字符串。“随机”是指，可以把 {al, go, spot} 这 3 个字符串按照 `spotalog`、`alspotgo` 等方式进行合并。不过，不同合并顺序产生的成本会有所差别。例如，先合并 al 和 go ($2+2=4$)，然后再合并 spot ($4+4=8$)，就会产生 12 的成本。而合并 al 和 spot ($2+4=6$)，然后再合并 go ($4+4=8$)，则会产生 14 的成本。

给出 n 个字符串的长度时，请用**贪心算法**求出合并时产生的最小成本。

四、古语词典（20 分）

考古爱好者伊利诺伊·琼斯在芝加哥近郊发现了古代文明遗迹，其中包括古语词典。词典中的单词虽然以英文小写字母组成，但词典中的词语顺序与现代英语完全不同。考古队想要知道，这些单词是以非词典顺序的其他顺序组成，还是字母顺序与英语不同。

伊利诺伊·琼斯进行了大胆假设：该古语只是字母顺序与英语不同，词典中的单词依然以字典顺序排列。现在假定此假设为真，想从单词目录中找出字母顺序。

假如，有 5 个单词 `gg`、`kia`、`lotte`、`lg`、`hanwha` 按顺序记录于词典中。那么，为了

使 gg 记录在 kia 的前面，古语中的 g 必须在 k 前面。同理，k 在 l 前面，l 在 h 前面。为了使 lotte 记录在 lg 的前面，o 应当在 g 的前面。由此可知，5 个字母的相对顺序应当为 o、g、k、l、h。

给出词典中的单词目录时，请采用**回溯算法**计算此古语的字母顺序。

五、排序游戏（20 分）

给出整数数组时，翻转连续子区间的操作就是翻转运算。例如，将数组{3, 4, 1, 2}中的区间{4, 1, 2}进行翻转，就能得到数组{3, 2, 1, 4}。现在想利用翻转运算排列无重复元素的整数数组，请采用**分支限界算法**计算最少翻转次数。例如，翻转数组{3, 4, 1, 2}的{3, 4}和{1, 2}后整体翻转，就能通过 3 次翻转运算完成排序。而先翻转{4, 1, 2}再翻转{3, 2, 1}，就能通过两次翻转运算完成排序。

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 算法分析与设计 H; 课程编码: CS05052 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

所有题目的答案请写在答题纸上, 试卷上的答案一律不记分!

一、单项选择题(本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分), 在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的, 错选、多选或未选均无分。

1. Strassen 矩阵乘法是利用 () 实现的算法。
A、分治策略 B、动态规划法 C、贪心法 D、回溯法
2. 动态规划算法的基本要素为 ()
A. 最优子结构性质与贪心选择性质
B. 重叠子问题性质与贪心选择性质
C. 最优子结构性质与重叠子问题性质
D. 预排序与递归调用
3. 常见的两种分支限界法为 ()
A. 广度优先分支限界法与深度优先分支限界法
B. 队列式 (FIFO) 分支限界法与堆栈式分支限界法
C. 排列树法与子集树法
D. 队列式 (FIFO) 分支限界法与优先队列式分支限界法
4. 背包问题的贪心算法所需的计算时间为 ()
A、 $O(n^2)$ B、 $O(n \log n)$
C、 $O(2^n)$ D、 $O(n)$
5. 在对问题的解空间树进行搜索的方法中, 一个活结点最多有一次机会成为活结点的是 ()。
A、回溯法 B、分支限界法

专业班级:

学号:

姓名:

C、回溯法和分支限界法

D、回溯法求解子集树问题

6. 解决活动安排问题，最好用（ ）算法

A、分治法

B、贪心法

C、动态规划

D、穷举法

7. 回溯法的效率不依赖于以下哪一个因素？（ ）

A、产生 $x[k]$ 的时间

B、满足显约束的 $x[k]$ 值的个数

C、问题的解空间的形式

D、计算上界函数 bound 的时间

8. 下列哪种随机算法得出的解不一定正确的是？（ ）

A、蒙特卡罗算法

B、拉斯维加斯算法

C、舍伍德算法

D、三者都不是

9. 舍伍德算法的特点，错误的是（ ）。

A、一定能得到一个解

B、不一定能得到正确的解

C、是一种概率算法

D、以上都不对

10. 下列算法中通常以深度优先方式系统搜索问题解的是（ ）。

A、分治法

B、动态规划法

C、贪心法

D、回溯法

二、简答题(本大题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分)。

1. 请根据所学算法设计内容，简要描述你对“问题同构”的理解，并举例说明。

2. 请解释什么是最优子结构性质，并举例哪些算法设计思想要求问题具有最优子结构性质。

3. 请根据自己的理解，举例说明拉斯维加斯算法和蒙特卡罗算法的特点。

三、算法应用题(本大题共 4 小题，每小题 8 分，共 32 分)

1. 设有 $n=2^k$ 个运动员要进行循环赛，现设计一个满足以下要求的比赛日程表：

①每个选手必须与其他 $n-1$ 名选手比赛各一次；

②每个选手一天至多只能赛一次；

③循环赛要在最短时间内完成。

请完成以下两个问题：

(1) 如果 $n=2^k$ ，循环赛最少需要进行几天？

(2) 当 $n=2^2=4$ 时，请画出循环赛日程表。

2. 对于矩阵连乘所需最少数乘次数问题，其递推关系式为：

$$m[i, j] = \begin{cases} 0 & i = j \\ \min_{i \leq k < j} \{m[i, k] + m[k+1, j] + p_{i-1}p_kp_j\} & i < j \end{cases}$$

其中 $m[i, j]$ 为计算矩阵连乘 $A_i \dots A_j$ 所需的最少数乘次数， p_{i-1} 为矩阵 A_i 的行数，

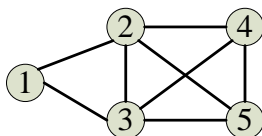
p_i 为矩阵 A_i 的列数。现有四个矩阵，其中各矩阵维数分别为：

A_1	A_2	A_3	A_4
10×100	100×5	5×50	50×10
$p_0 \times p_1$	$p_1 \times p_2$	$p_2 \times p_3$	$p_3 \times p_4$

请根据递推关系，计算出矩阵连乘积 $A_1A_2A_3A_4$ 所需要的最少数乘次数（请给出两个表格分别表示最小乘法次数 $m[i, j]$ 和最佳断点 $s[i, j]$ ）。

3. 最大团问题：给定无向图 $G=(V, E)$ ，其中 V 是非空顶点集， E 是边集。如果 $U \subseteq V$ ，且对任意两个顶点 $u, v \in U$ 有 $(u, v) \in E$ ，则称 U 是 G 的完全子图。 G 的完全子图 U 是 G 的团。 G 的最大团是指 G 的最大完全子图。已知如图所示的无向图，用回溯法求解该图的最大团。请完成以下两个问题：

(1) 画出搜索树；(2) 画出最大团。



4. 已知待排序序列 $A=<10, 5, 2, 13, 9, 1, 7, 6>$ ，采用归并排序法进行排序，画出合并排序的过程示意图。

四、算法设计题(本大题共 1 小题，共 20 分)

【提示：算法设计题，请先用文字阐述算法设计思想，然后用伪代码的形式给出算法，最后进行算法时间复杂度分析】

1. 最长上升子序列问题：对于给定的一个序列 (a_1, a_2, \dots, a_N) ， $1 \leq N \leq 1000$ 。

我们可以得到一些递增上升的子序列 $(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{ik})$ ，这里 $1 \leq i1 < i2 < i3 < \dots < ik \leq N$ 。比如，对于序列 $(1, 7, 3, 5, 9, 4, 8)$ ，有它的一些上升子序列，如 $(1, 7)$ ， $(3, 4, 8)$ 等等。这些子序列中最长的长度是 4，比如子序列 $(1, 3, 5, 8)$ 。请完成如下任务：对于给定的序列，求出其最长上升子序列的长度。要求写出算法设计思想、递推函数的公式表达、关键伪代码及时间复杂度。

五、论述题(本大题共 1 小题，共 10 分)

1. 请根据本课程的学习及自己的体会，谈谈算法在解决实际问题中的作用。

温馨提示：本试卷共五道大题。请务必将答案填在答题纸上。

湖南大学课程考试试卷答题纸

课程名称： 算法分析与设计 H； 课程编码： CS05052 试卷编号： A； 考试时间： 120 分钟

所有题目的答案请写在答题纸上，试卷上的答案一律不记分！

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
应得分											
实得分											
评卷人											

专业班级：

学号：

姓名：

提醒：请诚信应考，考试违规将带来严重后果！

教务处填写：

____年____月____日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称：____算法分析与设计 H____；课程编码：____CS05052____；

试卷编号：____A____；考试形式：____闭卷____；考试时间：____120____分钟。

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
应得分											100
实得分											
评卷人											

(请在答题纸内作答！)

一、单项选择题（每小题 2 分，共计 10 分）

- 1、贪心算法不能解决下列哪个问题（ ）
A.最优装载问题 B.0-1 背包问题 C.哈夫曼编码问题 D.最小生成树问题
- 2、备忘录方法是下列哪种算法的变形。（ ）
A.分治法 B.动态规划法 C.贪心法 D.回溯法
- 3、使用分治法求解不需要满足的条件是（ ）。
A. 子问题必须是一样的 B. 子问题不能够重复
C. 子问题的解可以合并 D. 原问题和子问题使用相同的方法解
- 4、下面关于 NP 问题说法正确的是（ ）
A. NP 问题都是不可能解决的问题 B. NP 完全问题是 P 类问题的子集
C. P 类问题包含在 NP 类问题中 D. NP 类问题包含在 P 类问题中
- 5、蒙特卡罗算法是（ ）的一种。
A、分支界限算法 B、回溯算法 C、贪心算法 D、随机化算法

二、简答题（每小题 5 分，共计 20 分）

- 1、动态规划算法的两个基本要素是什么？
- 2、请回答：(1)优先队列式分支限界法中活结点表采用什么数据结构实现？(2)简单描述优先队列插入算法基本思想。
- 3、解下列递推方程：

$$\begin{cases} x(n) = 3x(n-1), & \text{当 } n > 1 \text{ 时} \\ x(1) = 4, & \text{当 } n = 1 \text{ 时} \end{cases}$$

4、请填写下列程序中空缺部分（背包问题的贪心算法）

```
void Knapsack(int n,float M,float v[],float w[],float x[])
{
    Sort(n,v,w);
    int i;
    for (i=1;i<=n;i++) x[i]=0;
    float c=M;
    for (i=1;i<=n;i++) {
        if (w[i]>c) break;
        x[i]=1;
        (1) _____;
    }
    (2) _____;
}
```

三、算法应用题（每小题 7 分，共计 35 分）

1. 请画出 $n=4$, $m=3$ 时图的 m 着色问题的解空间树（ n 是图中的顶点个数， m 是可用颜色个数）

2. 已知输入为 8 个整数构成的序列：(10, -2, 15, -6, 13, -5, 6, 8)。请列出用动态规划法求解最大子段和问题的递推式，并求解该输入时的最大子段和及相应子段。

3. 请对如下活动集合给出最大相容活动子集。请用贪心算法针对如下活动进行安排。只需写出或画出计算过程及结果，无需编写算法伪代码。

活动序号	1	2	3	4	5	6	7	8
开始时间	1	12	25	27	36	46	38	50
结束时间	23	28	35	43	50	57	60	65

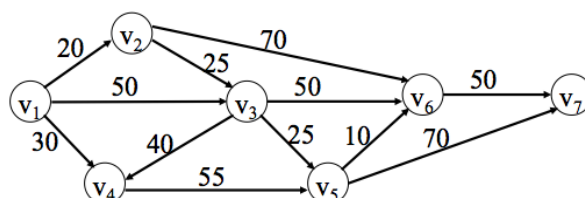
4. 请用分治法设计一个 $n=8$ 时的循环赛日程表。

要求：设计一个满足以下要求的比赛日程表：

- (1)每个选手必须与其他 $n-1$ 个选手各赛一次；
- (2)每个选手一天只能赛一次；
- (3)循环赛一共进行 $n-1$ 天。

5. 请用优先队列式分支限界法对下图求解从 v_1 到 v_7 的最短路径。

请给出搜索树及优先级队列，以及最短路径和长度。



四、算法设计题（共 2 题，第 1 题 20 分，第 2 题 15 分，共 35 分）

1. 设有一批 n 个集装箱要装上艘载重量为 c 的轮船，其中集装箱 i 的重量为 w_i 。找出一种最优装载方案，将轮船尽可能装满，即在装载体积不受限制的情况下，将尽可能重的集装箱装上轮船。

（1）请设计回溯算法求解该问题，分析其时间复杂度。（本小题 14 分，要求先说明剪枝策略，写出伪代码，然后分析复杂度）

（2）考虑 $n=5$ 和 $c=10$ ，且 5 个集装箱的重量分别为 7,2,6,5,4，请根据上述算法画出解空间搜索树。（6 分）

2. 有 n 个矩形，每个矩形可以用 a,b 来描述，表示长和宽。矩形 $X(a,b)$ 可以嵌套在矩形 $Y(c,d)$ 中当且仅当 $a<c, b<d$ 或者 $b<c, a<d$ （相当于旋转 90 度）。例如 $(1,5)$ 可以嵌套在 $(6,2)$ 内，但不能嵌套在 $(3,4)$ 中。请设计一个动态规划算法选出尽可能多的矩形排成一行，使得除最后一个矩形外，每一个矩形都可以嵌套在下一个矩形内。（本题 15 分，请先给出算法思路和递推式，再写伪代码，分析复杂度）

输入：

第一行是一个正数 $N(0<N)$ ，表示测试数据组数，

每组测试数据的第一行是一个正整数 n ，表示该组测试数据中含有矩形的个数($n\leq 1000$)。

随后的 n 行，每行有两个数 $a,b(0<a,b<100)$ ，表示矩形的长和宽。

输出：

每组测试数据都输出一个数，表示最多符合条件的矩形数目，每组输出占一行

样例输入：

```
1
10
1 2
2 4
5 8
6 10
7 9
3 1
5 8
12 10
9 7
2 2
```

样例输出：

```
5
```

1. 算法设计题：【本题 15 分】

一个 n 元数组 $A[1 \cdots n]$ ，如果某个元素的数量超过 $n/2$ 个，称其为数组的主元素。假设比较两个元素大小的时间不是常数，但判定两个元素是否相等的时间是常数，要求对于给定数组 A ，设计算法判定其是否有主元素，如果有，找到该元素。请采用分治法，设计时间复杂性不大于 $O(n \log n)$ 的算法。

请先简述算法思路【5 分】，再写核心伪代码【8 分】，最后分析算法复杂度【2 分】。

2. 算法应用题：动态规划法求解矩阵链连乘问题【本题共 15 分】

(1) 已知 5 个矩阵的维数分别为 $A_1: 3 \times 15$, $A_2: 15 \times 10$, $A_3: 10 \times 5$, $A_4: 5 \times 10$, $A_5: 10 \times 20$ 。请用动态规划法求 $A[1, 5]$ 最小乘法次数。请给出递推式、 M 矩阵（记录最小乘法次数）、 S 矩阵（记录最佳断点位置），并给出最终的最优加括号方式。【8 分】

(2) 请画出该最佳连乘方式所对应的语法树。【3 分】

(3) 已知矩阵链连乘与凸多边形最优三角剖分是同构问题，请画出上述矩阵连乘及最佳连乘方式所对应的凸 6 边形 $\{v_0, v_1, \dots, v_5\}$ 的最优三角剖分，以及该三角剖分的语法树（请在凸多边形内直接画），并指出凸多边形的边与弦分别对应矩阵链连乘的哪个部分。【4 分】

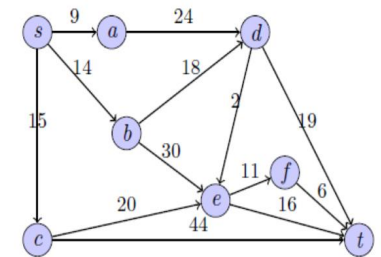
3. 算法应用与对比【本题共 12 分】。已知由 8 个整数构成的序列：(12, -4, 7, -5, 16, -4, 8, 7)。

(1) 请用分治法求最大子段和。【请给出分解与合并的具体步骤及最后的子段及子段和，4 分】

(2) 请用动态规划法求最大子段和。【请给出递推式、计算过程及最后的子段及子段和，4 分】

(3) 请根据该题，对比分治法与动态规划法的异同。【请给出共不少于 4 个异同点，4 分】

4. 算法应用与对比【本题共 18 分】。已知有向图如右侧所示：



(1) 请用 Dijkstra 单源最短路径算法求解从 s 到其它 7 个顶点的最短路径。【请列表计算并给出最终最短路径及长度，7 分】。

(2) 若去掉方向，将该图改为无向图，请用 Prim 算法求解最小生成树并给出其边权之和。【3 分】

(3) 请根据该例，对比 Dijkstra 和 Prim 算法的异同。【请给出共不少于 4 个异同点，4 分】

(4) 已知动态规划法又称“填表法”，Dijkstra 单源最短路径算法也填了表格，请问 Dijkstra 算法是动态规划算法吗？为什么？【4 分】

5. 算法应用题：利用分支限界法求解背包问题。【本题共 10 分】

(1) 已知一个固定容量的背包 $v=10$ 和 4 个物品，每个物品有其重量和价值，重量分别为 (2, 3, 4, 7)，价值分别为 (1, 3, 5, 9)。如果每个物品只能拿 1 个或不拿，请利用优先队列式分支限界法求不超过背包容量的前提下可获得的最大价值，设计剪枝函数，画出解空间搜索树，写出最优解。【5 分】

(2) 已知一个固定容量的背包 $v=13$ 和 4 个物品。每个物品有其重量和价值，重量分别为 (2, 3, 4, 7)，价值分别为 (1, 3, 5, 9)。如果每个物品可以拿 2 个、1 个或不拿，利用队列式分支限界法求不超过背包容量的前提下可获得的最大价值，设计剪枝函数，画出解空间搜索树，写出最优解。【5 分】

6. 算法设计题：【本题 20 分】。给定 n 个正整数 W_i 和一个正整数 m ，在这 n 个正整数中找出一个子集，使得子集中的正整数之和等于 m 。

(1) 请设计一个回溯算法求解该问题。要求写出算法思想【3 分】，设计剪枝函数【4 分】，写出核心代码【6 分】。

(2) 有 6 个正整数 (2, 4, 9, 7, 5, 1)，要求利用上述算法求出子集的正整数之和为 12。请画出解空间搜索树【5 分】，写出最优解【2 分】。

7. 合并排序算法。【本题共 10 分】

```
public static void mergeSort(Comparable a[], int left, int right)
{
    if (left < right) {
        //至少有 2 个元素
        int i = (left + right) / 2; //取中点
        ①; //处理左子段
        ②; //处理右子段
        merge(a, b, left, i, right); //合并到数组 b
        copy(a, b, left, right); //复制回数组 a
    }
}
```

(1) 请填写程序中空缺部分；【4 分】；(2) 写出该算法的时间复杂度的递归方程和求解过程。【6 分】