

提醒：请诚信应考，考试违规将带来严重后果！

教务处填写：

年 月 日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称： 线性代数 A ； 课程编码： GE03003 ；

试卷编号： A ； 考试形式： 闭卷 ； 考试时间： 120 分钟。

题 号	1~2	3~4	5~6	7~8	9~10	11~12				总分
应得分	12	14	18	22	16	18				100
实得分										
评卷人										

1. (6 分) 设 $A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & -4 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$, A_{ij} 为 A 中的元素 a_{ij} 对应的代数余子式,

求 $-A_{41} - 2A_{42} + 3A_{43} + 4A_{44}$ 的值.

2. (6 分) 计算 n 行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & \alpha & \beta \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha & \beta & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha & \beta & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \beta & 0 & \cdots & 0 & 0 & \alpha \end{vmatrix}$.

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

学号：

姓名：

装订线（题目不得超过此线）

湖南大学教务处

3. (6 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -7 & 2 \end{pmatrix}$, 求 A 的逆矩阵 A^{-1} .

4. (8 分) 设向量组 $\alpha_1 = (1, -1, 2, 3)^T$, $\alpha_2 = (3, 0, 4, -2)^T$, $\alpha_3 = (3, 0, 1, 0)$,
 $\alpha_4 = (1, 2, 1, -1)$, 判断 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 能否构成 R^4 空间的基, 并说明理由.

5. (8 分) 设 $\alpha = (1, -2, 5)^T$, $\beta = (2, 1, 1)^T$, $A = \alpha\beta^T$, 求 A^5 .

6. (10 分) 设向量组 $\alpha_1 = (1, 4, 1, 0)^T$, $\alpha_2 = (2, 1, -1, -3)^T$,

$\alpha_3 = (1, 0, -3, -1)^T$, $\alpha_4 = (0, 2, -6, 3)^T$, 求向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ 的秩,
并求它的一个最大无关组.

7. (10 分) 已知 R^3 的两组基分别为 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 0, -1)^T$, $\alpha_3 = (1, 0, 1)^T$,

$\beta_1 = (1, 2, 1)^T$, $\beta_2 = (2, 3, 4)^T$, $\beta_3 = (3, 4, 3)^T$, (1) 求由基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 到基 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$

的过渡矩阵 A ; (2) 求向量 $\eta = (1, 0, 0)^T$ 在基 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 下的坐标.

8. (12 分) 讨论 λ 为何值时, 非齐次方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ -x_1 + \lambda x_2 - x_3 = -\lambda, \\ -x_1 - x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2. \end{cases} \quad (1) \text{ 无解?}$$

(2) 有唯一解? (3) 有无穷多解? 并求无穷多解时的通解.

9. (8 分) 设三阶矩阵 A 的特征值分别为 $2, 1, -1$, 令 $B = f(A) = A^2 + 3A - 5E$, 求 B 的所有特征值, 并求 B 的行列式 $|B|$.

装订线
(题目不得
超过此线)

10. (8 分) 设三阶矩阵 A 的特征值分别为 $6, 3, 3$, 特征值 6 对应的特征向量为 $p_1 = (1, -1, 1)^T$, 特征值 3 对应的特征向量分别为 $p_2 = (-1, 0, 1)^T$, $p_3 = (1, 2, 1)^T$. 求矩阵 A .

11. (12 分) 设二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^2 + 5x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 + 6x_1x_3 - 6x_2x_3$.

(1) 求此二次型对应矩阵的特征值; (2) 求正交变换 $x = Py$, 使二次型 f 化为标准型.

12. (6 分) 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, E 为 n 阶单位矩阵, 且 $B = \lambda E + A^T A$, 证明: 当 $\lambda > 0$ 时, 二次型 $x^T Bx$ 为正定二次型.