

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 概率统计 A; 课程编码: GE03004; 编号: A; 考试时间: 120 分钟

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线 (题目不得超过此线)

学号:

湖南大学教务处考试中心

姓名:

题 号	一	二	三	四							总分
应得分	36	4	30	30							100
实得分											
评卷人											

注: 闭卷考试, 可使用不带存储功能的计算器。

参考数据

$$\Phi(1.96)=0.975, \Phi(1.645)=0.95, t_{0.05}(15)=1.7531, \\ t_{0.025}(15)=2.1315, t_{0.05}(16)=1.7459, t_{0.025}(16)=2.1199,$$

一、填空题 (每小题 4 分, 共 36 分)

1. 已知 $P(A)=P(B)=P(C)=\frac{1}{4}, P(AB)=0, P(AC)=P(BC)=\frac{1}{8}$, 则

A, B, C 全不发生的概率为_____.

2. 从 $(0,1)$ 中随机地抽取两个数 x 和 y , 则满足条件 $xy < \frac{1}{4}$ 的概率是_____.

3. 设 $f_1(x)$ 是标准正态分布的概率密度函数, $f_2(x)$ 是 $[-1,3]$ 上均匀分布的

概率密度函数, 且 $f(x)=\begin{cases} af_1(x), & x \leq 0 \\ bf_2(x), & x > 0 \end{cases} (a > 0, b > 0)$ 为概率密度函数,

则 a, b 应满足的关系式为_____.

4. 设两个独立的随机变量 X 和 Y 的分布律分别为

$\begin{pmatrix} X \\ P \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} Y \\ P \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0.4 & 0.6 \end{pmatrix}$, 则 $Z=X+Y$ 的分布律为

-
5. 设离散型随机变量 X 的取值是在三次独立试验中事件 A 发生的次数，如果在这些试验中事件 A 发生的概率相同，并且已知 $E(X) = 0.9$ ，则 $D(X) =$ _____.
6. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望分别为 -2 和 2，方差分别为 1 和 4，而相关系数为 -0.5，则根据切比雪夫不等式 $P\{|X + Y| \geq 6\} \leq$ _____.
7. 设 (X_1, X_2, X_3, X_4) 为取自正态总体 $X \sim N(0, 2^2)$ 的一组简单随机样本，令 $Y = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$ ，若 Y 服从 χ^2 分布，则 $a =$ _____, $b =$ _____.
8. 设 X 和 Y 相互独立且都服从 $N(0, 2^2)$ ，而 (X_1, X_2, X_3, X_4) 和 (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4) 分别是来自总体 X 和 Y 的简单随机样本，则统计量 $U = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2}}$ 服从的分布是_____.
9. 设总体 X 的方差为 1，据来自 X 的容量为 16 的简单随机样本，测得均值为 5，则 X 的期望的置信度近似等于 0.95 的置信区间为_____.

二、论述题（4 分）

10. 请说明参数的区间估计与假设检验的联系。

三、计算题（每小题 10 分，共 30 分）

11. 袋中有 12 个球，其中有 9 个新的，第一次比赛时从中任取 3 个用，比赛后仍放回袋中，第二次比赛再从袋中任取 3 个，求：

- (1) 第二次取出的球都是新球的概率；
- (2) 又已知第二次取出的球都是新球，第一次取到的都是新球的概率。

12. 假设随机变量 X 的绝对值不大于 1， $P\{X = -1\} = \frac{1}{8}$, $P\{X = 1\} = \frac{1}{4}$ ，在

事件 $(-1 < x < 1)$ 出现的条件下， X 在 $(-1, 1)$ 内的任一子区间上取值的条件

概率与该子区间的长度成正比。试求：

- (1) X 的分布函数；
- (2) X 取负值的概率。

13. 设随机向量 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + Axy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求:

(1) 常数 A ;

(2) (X, Y) 的两个边缘分布的密度函数;

(3) 概率 $P\{X + Y < 1\}$ 。

四、计算题（每小题 10，共 30 分）

14. 假设随机向量 (X, Y) 在矩形 $G = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$ 上服从均匀

分布。记 $U = \begin{cases} 0, & X \leq Y, \\ 1, & X > Y, \end{cases} V = \begin{cases} 0, & X \leq 2Y, \\ 1, & X > 2Y, \end{cases}$ ，求：

- (1) U 和 V 的联合分布；
- (2) U 和 V 的相关系数 ρ 。

15. 设 X 服从 $(0, \theta) (\theta > 0)$ 上的均匀分布， (X_1, X_2, \dots, X_n) 是取自总体 X 的样本，求 θ 的矩估计量和最大似然估计量，并讨论两个估计量的无偏性。

16. 某食品厂用自动灌装机灌装某种饮料，每灌标准重量为 500ml，方差为 6^2 ，每隔一段时间需要检验机器的工作情况。现抽取 9 灌，测得其重量（单位：ml）：495, 510, 505, 498, 503, 492, 512, 497, 506，假设重量服从正态分布，根据以往的经验，方差没有变化。试问该机器是否工作正常？（显著性水平 $\alpha=0.05$ ）