

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A2; 课程编码: GE03026 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	总分
应得分	16	16	16	16	16	20	100
实得分							
评卷人							

1. 设 $z(x, y)$ 满足 $\frac{\partial z}{\partial x} = -\sin y + \frac{1}{1-xy}$, $z(1, y) = \sin y$, 求 $z(x, y)$. (8 分)

2. 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^4}{x^2 + y^4}$. (8分)

3. 求经过直线 $L: \begin{cases} x+1=0, \\ 3y+2z+2=0, \end{cases}$ 而且与点 $A(4,1,2)$ 的距离等于 3 的平面方程. (8 分)

4. 设 $u = f(x, y, z)$, 其中 $x = r \cos \theta \sin \varphi$, $y = r \sin \theta \sin \varphi$,

$z = r \cos \varphi$, f 可微, 若 $\frac{f'_x}{x} = \frac{f'_y}{y} = \frac{f'_z}{z}$, 证明 u 仅为

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 的函数. (8 分)

5. 已知曲线 $L: \begin{cases} x^2 + y^2 - 2z^2 = 0, \\ x + y + 3z = 5, \end{cases}$ 求 L 上距离 xoy 平面最远的点和最近的点. (8 分)

6. 证明平面 $lx + my + nz = p$ 与二次曲面 $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ 相切的条件为 $\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C} = p^2$. (8 分)

7. 计算下列二重积分: $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy + \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy.$ (8 分)

8. 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$, 其中 Ω 是两球体:

$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ 与 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$ 的公共部分. (8 分)

9. 计算曲线积分 $\int_L (12xy + e^y) dx + (xe^y - \cos y) dy$, 其中 L 是由点 $A(-1, 1)$ 沿曲线 $y = x^2$ 到点 $O(0, 0)$, 再沿 x 轴到点 $B(2, 0)$ 的路径. (8 分)

10. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} 2x dy dz + (z + 2)^2 dx dy$, 其中 Σ 为下半球

$z = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$, 取上侧. (8 分)

11. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!} x^n$ 的收敛区间与和函数. (10 分)

12. (1) 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{1}{n} - \ln(1 + \frac{1}{n})]$ 的敛散性;

(2) 若记 $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln(1 + n)$, 证明数列 $\{x_n\}$ 收敛;

(3) 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln n} (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n})$. (10 分)