

提醒：请诚信应考，考试违规将带来严重后果！

教务处填写：

年 月 日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称： 线性代数 A ； 课程编码： GE03003 ；

试卷编号： A ； 考试形式： 闭卷 ； 考试时间： 120 分钟。

题 号	1~2	3~4	5~6	7~8	9~10	11					总分
应得分	16	16	18	20	18	12					100
实得分											
评卷人											

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

学号：

姓名：

装订线（题目不得超过此线）

1. （8分）计算  $n$  阶行列式  $D_n =$

$$\begin{vmatrix} \alpha+\beta & \alpha & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \beta & \alpha+\beta & \alpha & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \beta & \alpha+\beta & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \alpha+\beta & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \beta & \alpha+\beta \end{vmatrix}.$$

2. （8分）设  $A =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
 求  $A^n$ .

湖南大学教务处

3. (8 分) 设  $A = \begin{bmatrix} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & 1 & k \end{bmatrix}$ ,  $B$  为四阶非零矩阵, 且  $AB=0$ , 求  $k$  的值.

4. (8 分) 求向量组  $\alpha_1 = (1, -1, 2, 1, 0)^T, \alpha_2 = (2, 1, 4, -2, 0)^T, \alpha_3 = (3, 0, 6, -1, 0)^T, \alpha_4 = (0, 3, 0, 0, 1)^T$  的一个最大无关组, 并把其余向量用这个最大无关组线性表示.

5. (6 分) 若矩阵  $A = \begin{bmatrix} 2-a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & a+2 \end{bmatrix}$  是正定矩阵, 求  $a$  的取值.

6. (12 分) 设  $R^3$  中的两组基为  $\alpha_1 = (1, 0, 0)^T, \alpha_2 = (1, 1, 0)^T, \alpha_3 = (1, 1, 1)^T,$

$\beta_1 = (1, -1, 0)^T, \beta_2 = (2, 1, 3)^T, \beta_3 = (3, 1, 2)^T$ , 求

(1) 由基  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  到基  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  的过渡矩阵  $A$ ;

(2) 向量  $\alpha = 2\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3$  在基  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  下的坐标.

---

7. (8 分) 求一个齐次线性方程组, 使得它的基础解系为  $\xi_1 = (0, 1, 2, 3)^T, \xi_2 = (3, 2, 1, 0)^T$ .

8. (12 分) 当  $\lambda$  取何值时, 非齐次线性方程组 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = -1 \\ \lambda x_1 + x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases}$$
 有解? 并写出无穷解时的通解.

9. (8 分) 设三阶实对称矩阵  $A$  的特征值为  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = -2$ ,  $\xi_1 = (1, -1, 1)^T$  是  $A$  的属于  $\lambda_1$  的一个特征向量, 记  $B = A^3 - 4A + E$ , 这里  $E$  为三阶单位矩阵. 求  $B$  的全部特征值和对应的特征向量.

10. (10 分) 在某地, 每年有比例为  $\frac{3}{4}$  的农村居民移居城镇, 有比例为  $\frac{1}{20}$  的城镇居民移居农村。

假设某地的总人口数不变, 且上述人口迁移的规律不变。若该地在 2000 底的农村人口和城镇人口相等, 请预测在 2019 年底该地的农村人口和城镇人口占总人口的比例分别是多少?

装订线 (题目不得超过此线)

- 
11. (12 分) 求一个正交变换  $X = QY$  , 将二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 8x_2x_3$  化成标准型, 并说明曲面  $f(x_1, x_2, x_3) = 1$  是何几何形状.