

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年__月__日
考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 概率统计 A; 课程编码: GE03004 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1~10	11	12	13	14	15	16	17			总分
应得分	30	10	10	10	10	10	10	10			100
实得分											
评卷人											

注: 闭卷考试, 可使用不带存储功能的计算器。参考数据

$\Phi(0.5)=0.6915$, $\Phi(1)=0.8413$, $\Phi(1.5)=0.9332$, $\Phi(1.28)=0.9$, $\Phi(1.645)=0.95$,
 $\Phi(2)=0.9772$, $t_{0.1}(8)=1.3968$, $t_{0.05}(8)=1.8595$, $t_{0.025}(8)=2.3060$, $t_{0.1}(9)=1.3830$,
 $t_{0.05}(9)=1.8331$, $t_{0.025}(9)=2.2622$, $t_{0.1}(10)=1.3722$, $t_{0.05}(10)=1.8125$,
 $t_{0.025}(10)=2.2281$, $\chi^2_{0.975}(9)=2.7$, $\chi^2_{0.95}(9)=3.325$, $\chi^2_{0.05}(9)=16.919$, $\chi^2_{0.025}(9)=19.023$,
 $\chi^2_{0.975}(10)=3.247$, $\chi^2_{0.95}(10)=3.940$, $\chi^2_{0.05}(10)=18.307$, $\chi^2_{0.025}(10)=20.483$

一、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 从 0, 1, 2, ..., 9 中任选 2 个数, 则最小数为 3 的概率为_____.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 用 Y 表示 X 的 3 次独立

重复观察中事件 $\{X \leq \frac{1}{2}\}$ 出现的次数, 则 $P\{Y=2\}=_____$.

3. 若随机变量 X 服从参数为 λ 的指数分布, 且 $P\{X \leq 1\} = \frac{1}{2}$, 则 $\lambda = _____$.

4. 设随机变量 $X_i \sim \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{bmatrix}, i=1,2$, 且满足条件 $P\{X_1 + X_2 = 0\} = 1$, 则

$P\{X_1 = X_2\} = _____$.

5. 设随机变量 X 服从泊松分布, 且 $3P\{X=1\} + 2P\{X=2\} = 4P\{X=0\}$, 则

$E(X^2) = _____$.

6. 设 $X_i (i = 1, 2, \dots, 50)$ 是相互独立的随机变量, 它们都服从参数为 0.02 的泊松分布,

利用中心极限定理计算 $P\{\sum_{i=1}^{50} X_i \geq 2\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布, 则来自总体 X 的简单随机样本 (X_1, X_2, \dots, X_n) 的密度函数 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, (X_1, X_2, \dots, X_n) 为样本, \bar{X} 与 S^2 分别是样本均值与样本方差,

则 $Y = n(\frac{\bar{X} - \mu}{S})^2$ 服从的分布是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 设 (X_1, X_2, \dots, X_n) 为来自二项分布总体 $B(n, p)$ 的简单随机样本, \bar{X} 与 S^2 分别是样本均值和样本方差, 若 $\bar{X} + kS^2$ 为 np^2 的无偏估计量, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 对正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ (σ 未知), 欲检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$ (μ_0 已知), 其使用的检验统计量为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、计算题 (每题 10 分, 共 70 分)

11. 设 X 服从 $(0, 2)$ 上的均匀分布, $Y = 2X^2 + 1$, 求 Y 的密度函数 $f_Y(y)$ 。

12. 有甲、乙、丙三个外形完全相同的盒子，甲盒中装有 14 个黑球，6 个白球，乙盒中装有 5 个黑球，25 个白球，丙盒中装有 8 个黑球，42 个白球，现从三个盒子中任取一个，再从中任取一球。求：

- (1) 取到的球是黑球的概率；
- (2) 如果取到的是黑球，它是来自甲盒的概率。

13. 设 $W = (aX + 3Y)^2$, $E(X) = E(Y) = 0$, $D(X) = 4$, $D(Y) = 16$, $\rho_{XY} = -0.5$, 求当 a 取什么值时, $E(W)$ 取得最小值, 并求其最小值。

14. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} Ax, 0 < x < 1, 0 < y < x, \\ 0, \text{ 其他,} \end{cases}$ 求:

- (1) 常数 A ;
- (2) X, Y 的边缘密度函数;
- (3) X 与 Y 是否相互独立。

15. 设总体 $X \sim B(3, p)$, 其中 $0 < p < 1$ 为未知参数, 利用总体的如下 5 个样本值: 0, 2, 1, 2, 3, 求 p 的矩估计值和最大似然估计值。

16. 设一批零件的长度 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ, σ^2 均未知, 现随机从这批零件中抽取 9 件进行测试, 求得样本平均值 $\bar{x} = 50 \text{ mm}$, 样本标准差 $s = 1.1 \text{ mm}$, 求总体均值 μ 的置信区间 (置信度为 0.90)。

-
17. 某工厂正常生产时，排出的污水中动植物油油的浓度 $X \sim N(10,1)$ ，今阶段性抽取 10 个水样，测得平均浓度为 10.8 (mg/L)，标准差为 1.2 (mg/L)，问该工厂生产是否正常？（显著性水平 $\alpha = 0.05$ ）。