

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A(2) ; 课程编码: GE03026 试卷编号: A ; 考试时间: 120 分钟

题 号	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	总分
应得分	16	14	20	16	16	18	100
实得分							
评卷人							

1. (8 分)已知单位向量 \vec{OA} 的三个方向角相等, 点 B 与点 $M(1,-3,2)$ 关于点 $N(-1,2,1)$ 对称, 求 $\vec{OA}\times\vec{OB}$.

2. (8 分) 求直线 $L: \begin{cases} x+y-z-1=0, \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$ 在平面 $\pi: x+y+z=0$ 上的投影
直线 L_0 的方程, 并求 L_0 绕 z 轴旋转一周所成的曲面方程.

专业班级:

学号:

姓名:

装订线 (题目不得超过此线)

3. (8 分)求下列极限, 若不存在, 说明理由.

$$(1) \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow a}} \left(1 - \frac{1}{2x}\right)^{\frac{x^2}{x+y}};$$

$$(2) \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x+y}.$$

4. (6 分) 设 $\varphi(u)$ 可导且 $\varphi(0)=1$, 二元函数 $z = \varphi(x+y)e^{xy}$ 满足

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \text{ 求 } \varphi(u).$$

5. (10 分) 设 $z = yf(x^2y, \frac{y}{x})$, 其中 f 具有连续的二阶偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

6. (10 分) 已知函数 $z = f(x, y)$ 的全微分 $dz = 2x dx - 2y dy$, 并且 $f(1, 1) = 2$. 求

$f(x, y)$ 在椭圆域 $D = \{(x, y) | x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$ 上的最大值和最小值.

7. (8 分) 计算 $\int_1^2 dx \int_{\sqrt{x}}^x \sin \frac{\pi x}{2y} dy + \int_2^4 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \sin \frac{\pi x}{2y} dy$.

8. (8 分) 计算 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z) dv$, 其中 Ω 是由曲线 $\begin{cases} x=0, \\ y^2=2z \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而成的曲面与平面 $z=4$ 围成的空间区域.

9. (8 分) 计算曲线积分 $\oint_L \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$, 其中 (1) L 是圆周

$(x+2)^2 + (y-3)^2 = 1$, 逆时针方向; (2) L 是圆周 $x^2 + y^2 = 1$, 逆时针方向.

10. (8 分) 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} [(-6xy - y)\cos\alpha + (3y^2 - 1)\cos\beta + 3x^2\cos\gamma] dS$,

其中 Σ 是锥面 $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ 在 xoy 平面的上方部分, $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ 为锥面上侧法线的方向余弦.

11. (10 分)将 $f(x) = x \cdot \arctan x - \ln \sqrt{1+x^2}$ 展成 x 的幂级数.

12. (8 分) 求常数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{n!}$ 的和.