

1. 求直线 $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ 绕 z 轴旋转所得旋转曲面的方程为 ().

A. $x^2 + y^2 = z^2 + 4(z-1)^2$

B. $x^2 + y^2 = z^2 - 4(z-1)^2$

C. $x^2 + y^2 = 4(z-1)^2$

D. $x^2 + y^2 = z^2 + (z-1)^2$

参考答案	A	对应考点	旋转曲面的方程.
------	---	------	----------

把 L 写成参数方程
$$\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases},$$

取定一个 t , 即得 L 上一点 $M(1+t, 2t, 1+t)$,
点到 z 轴的距离为

$$d = \sqrt{(t+1)^2 + 4t^2} = \sqrt{1+2t+5t^2},$$

点 M 绕 z 轴旋转得一空间圆周

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (t+1)^2 + 4t^2 \\ z = 1 + t \end{cases}.$$

消去参数 t , 得 $x^2 + y^2 = z^2 + 4(z-1)^2$,
此即所求的旋转面方程.

2. 由曲线 $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 12 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 y 轴旋转一周所得到的旋转面在点 $(0, \sqrt{3}, \sqrt{2})$ 处的指向外侧的单位法向量为 ().

A. $\frac{1}{5}\{0, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$

B. $\frac{1}{5}\{0, 1, 2\}$

C. $\frac{1}{2}\{0, 1, 1\}$

D. $\frac{1}{5}\{0, -\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$

参考解答

参考答案 A 对应考点 曲面方程

由题意可得旋转曲面方程为: $3x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 12$, 即: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{6} + \frac{z^2}{4} = 1$, 为椭球面, 又旋转面在点 $(0, \sqrt{3}, \sqrt{2})$ 上, 可以考虑在平面 yOx 上, 曲线 $\frac{y^2}{6} + \frac{z^2}{4} = 1$ 的外侧的单位法向量, $\frac{1}{3}ydy + \frac{1}{2}zdz = 0$, 所以, $\frac{dz}{dy} = -\frac{2y}{3z}$, 则法向量为 $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}, -1\right\}$, 则单位向量为: $\frac{1}{5}\{0, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}$.

3. 方程 $x^2 + z^2 = 0$ 在空间表示 ().

A. z 轴

B. 球面

C. y 轴

D. 锥面

参考答案 C 对应考点 二次曲面

由题意得 $x = z = 0$, 所以原方程在空间表示为 y 轴.

4. 通过曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ 做一柱面 Σ ，使其母线垂直于 xOy 平面，则 Σ 的方程是 ().

A. $x^2 + y^2 + 2x + y = 4$

B. $x^2 + y^2 + x + y = 4$

C. $x^2 + y^2 + 2xy = 4$

D. $x^2 + y^2 + xy = 4$

参考答案	D	对应考点
曲线方程可得柱面的母线平行于 z 轴，则由曲线表达式知： $x^2 + y^2 + (-x - y)^2 = 8$ ，即 Σ 的方程为： $x^2 + y^2 + xy = 4$		

5. 方程 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - \frac{z^2}{3} = 0$ 表示旋转曲面，它的旋转轴是 ().

A. x 轴

B. y 轴

C. z 轴

D. 直线 $x = y = z$

参考答案	C	对应考点	二次曲面
此旋转曲面称为圆锥面，可以看成是 yOz 平面上的直线 $z = \sqrt{\frac{4}{3}}y$ 绕 z 轴旋转一周所得的曲面.			

6. $16x^2 + 4y^2 - z^2 = 64$ 方程表示 ().

A. 锥面

B. 单叶双曲面

C. 双叶双曲面

D. 椭圆抛物面

参考答案	B	对应考点	二次曲面
------	---	------	------

方程变形为 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} - \frac{z^2}{64} = 1$ ，为单叶双曲面

7. 下列说法中错误的是 ().

A. $x^2 + z^2 - 4x - 4z + 4 = 0$ 表示母线平行于 y 轴的圆柱面

B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2xy - 2yz = 0$ 表示直线 $x = y = z$

C. $x^2 + y^2 = 0$ 表示原点

D. $x^2 - y^2 - z^2 = 1$ 表示双叶双曲面

参考答案	C	对应考点	二次曲面
------	---	------	------

$x^2 + y^2 = 0$ ，解得 $x = y = 0$ ，所以表示的是 z 轴上的点.

8. 双曲面 $x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ 与平面 $y=4$ 交线为 ().

- A. 双曲线
C. 抛物线

- B. 椭圆
D. 一对相交直线

参考答案	A	对应考点	二次曲面
------	---	------	------

将 $y=4$ 代入到双曲面方程得 $x^2 - \frac{z^2}{9} = 5$ ，所以相交的曲线为双曲线.

9. 曲面 $x^2 - y^2 = z$ 在 xOz 平面上的截线方程是 ().

A. $x^2 = z$

B. $\begin{cases} y^2 = -z \\ x = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x^2 = z \\ y = 0 \end{cases}$

参考答案	D	对应考点	二次曲面
------	---	------	------

xOz 平面为 $y=0$ ，代入曲面方程得 $x^2 = z$ ，所以题目所求方程为 $\begin{cases} x^2 = z \\ y = 0 \end{cases}$.

10. 双曲面 $x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ 与 yOz 平面 ().

- A. 交于一双曲线
C. 不交

- B. 交于一对相交直线
D. 交于一椭圆

参考答案	C	对应考点	二次曲面
yOz 平面是 $x=0$, 代入到双曲面 $x^2 - \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ 中, 等式不成立, 所以双曲面与 yOz 平面不相交.			

11. 曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 与 $x^2 + y^2 = 2az (a > 0)$ 的交线是 ().

A. 抛物线

B. 双曲线

C. 圆周

D. 椭圆

参考答案	C	对应考点	二次曲面
联立 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x^2 + y^2 = 2az \end{cases}$ 解得 $z = (-1 + \sqrt{2})a$, $x^2 + y^2 = [1 - (1 - \sqrt{2})^2]a^2$, 所以交线为一个圆周.			

14. 直线 $\begin{cases} x+y+z=a \\ x+cy=b \end{cases}$ 在 yOz 平面上投影是 ().

A. $\begin{cases} (1-c)y+z=a-b \\ x=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} (1-c)z+y=a-b \\ x=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} (1+c)y+z=a+b \\ x=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} (1+c)y+z=a-b \\ x=0 \end{cases}$

参考解答

参考答案	A	对应考点	空间曲线在坐标面上的投影
------	---	------	--------------

由直线的方程, 消去 x , 可得: $\begin{cases} (1-c)y+z=a-b \\ x=0 \end{cases}$, 即为所求.

15. 曲线 $L: \begin{cases} x=2\cos t \\ y=3\sin t \\ z=t \end{cases}$ 与曲面 $S: 9x^2+4y^2+36z^2=72$ 的交点为 ().

A. $(2\cos 1, 3\sin 1, 1)$ 和 $(2\cos 1, -3\sin 1, -1)$

B. $(2\cos 1, 3\sin 1, -1)$ 和 $(2\cos 1, -3\sin 1, -1)$

C. $(2\cos 1, 3\sin 1, 1)$

D. $(2\cos 1, -3\sin 1, -1)$

参考答案	A	对应考点	空间曲线与曲面的关系
------	---	------	------------

L 代入 S 方程 $36\cos^2 t + 36\sin^2 t + 36t^2 = 72$, 解得 $t = \pm 1$, 故交点为 $(2\cos 1, 3\sin 1, 1)$ 和 $(2\cos 1, -3\sin 1, -1)$.

16. 将曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ y = x \end{cases}$ 化为参数方程是 ().

A. $\begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ y = \frac{3}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ z = 3 \sin \theta \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{2}} \cos \theta \\ y = \frac{3}{\sqrt{2}} \sin \theta \\ z = \frac{3}{\sqrt{2}} \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 \cos \theta \\ y = 3 \sin \theta \\ z = 1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta \\ y = 2 \cos \theta \\ z = 3 \sin \theta \end{cases}$

参考答案	A	对应考点
<p>消去 y, 得 $2x^2 + z^2 = 9$, 可改写为: $\frac{x^2}{(\frac{3}{\sqrt{2}})^2} + \frac{z^2}{3^2} = 1$,</p> <p>由椭圆的参数式方程得: $\begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{2}} \cos \theta, \\ y = \frac{3}{\sqrt{2}} \cos \theta, \\ z = 3 \sin \theta. \end{cases}$</p>		

17. 方程 $\begin{cases} x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36 \\ y = 1 \end{cases}$ 所表示的曲线为 ().

- A. 曲线是平面 $y = 1$ 截椭球面 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ 而得的椭圆 $\begin{cases} x^2 + 9z^2 = 32 \\ y = 1 \end{cases}$
- B. 曲线是平面 $y = 1$ 截椭球面 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ 而得的椭圆 $\begin{cases} x^2 + 9z^2 = 32 \\ y = -1 \end{cases}$
- C. 曲线是平面 $y = 1$ 截椭球面 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ 而得的椭圆 $\begin{cases} x^2 + 9z^2 = 16 \\ y = 1 \end{cases}$
- D. 曲线是平面 $y = 1$ 截椭球面 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ 而得的椭圆 $\begin{cases} x^2 + 3z^2 = 32 \\ y = 1 \end{cases}$

参考解答

参考答案 A 对应考点 曲线方程.

曲线是平面 $y = 1$ 截椭球面 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36$ 而得的椭圆 $\begin{cases} x^2 + 9z^2 = 32 \\ y = 1 \end{cases}$ 。

它在平面 $y = 1$ 上, 椭圆中心在点 $(0, 1, 0)$ 处, 长、短半轴分别与 x 轴和 z 轴平行, 其长分别为 $4\sqrt{2}$ 与 $\frac{4}{3}\sqrt{2}$ 。

18.

假定直线 L 在 yOz 平面上的投影方程为 $\begin{cases} 2y-3z=1 \\ x=0 \end{cases}$, 而在 zOx 平面上的投影方程为 $\begin{cases} x+z=2 \\ y=0 \end{cases}$, 则直线 L 在 xOy 面上的投影方程为 ().

A. $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ z=0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ z=0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ z=0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x+5y=7 \\ z=0 \end{cases}$

参考解答 

参考答案	A	对应考点
<p>依题设, 所求直线 L 方程为 $\begin{cases} 2y-3z=1 \\ x+z=2 \end{cases}$,</p> <p>消去 z, 得到直线在 xOy 面上的投影直线方程为 $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ z=0 \end{cases}$.</p>		

19.

螺旋线 $x = a\cos\theta, y = a\sin\theta, z = b\theta$ 在 xOz 坐标面上的投影曲线的直角坐标方程为 ().

A.
$$\begin{cases} x = a\cos(z/b) \\ y = 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 2a\cos(z/b) \\ y = 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = -a\cos(z/b) \\ y = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = -2a\cos(z/b) \\ y = 0 \end{cases}$$

参考答案

A

对应考点

曲线方程的参数方程，曲线方程的投影方程.

由螺旋线的第三个方程解出 $\theta = z/b$ ，代入第一个方程得到母线平行于 y 轴的投影柱面：

$$x = a\cos(z/b),$$

故螺旋线在 xOz 面上的投影曲线方程为

$$\begin{cases} x = a\cos(z/b) \\ y = 0 \end{cases}.$$

20. 平面 $3x - 5z + 1 = 0$ ().

- A. 平行于 zOx 平面

B. 平行于 y 轴

C. 垂直于 y 轴

D. 垂直于 x 轴

参考答案	B	对应考点	平面及其方程
平面法向量为 $\{3, 0, -5\}$ 垂直于 y 轴，所以平面平行于 y 轴.			

21. 适合哪一组条件的平面是存在且唯一的 ().

- A. 过一已知点，且与两条已知异面直线平行

B. 垂直于已知平面，且经过一已知直线

C. 与两条已知直线垂直，又经过一已知点

D. 过一已知点，并与另一已知直线平行

参考解答

参考答案	A	对应考点	面及其方程
过一已知点，且与两条已知异面直线平行；过此点分别作两异面直线的平行线，所得到两条直线所在的平面即为所求，是唯一的.			

22. 若平面 $x + 2y - kz = 1$ 与平面 $y - z = 3$ 成 $\frac{\pi}{4}$ 角, 则 $k = ()$.

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $-\frac{1}{4}$

D. $-\frac{3}{4}$

参考答案	A	对应考点	两平面的夹角
------	---	------	--------

$$n_1 = \{1, 2, -k\}, n_2 = \{0, 1, -1\}, \text{ 则: } \cos \frac{\pi}{4} = \frac{|2+k|}{\sqrt{1+4+k^2}\sqrt{1+1}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

解得: $k = \frac{1}{4}$.

23. 过点 $M_0(2, 9, -6)$ 且与连接坐标原点及点 M_0 的线段 OM_0 垂直平面方程是 ().

A. $2x + 9y - 6z - 121 = 0$

B. $2x + 9y - 6z + 121 = 0$

C. $2x + 9y - 6z - 124 = 0$

D. $2x + 9y - 6z - 124 = 0$

参考答案	A	对应考点	平面及其方程
------	---	------	--------

注意到 $\overrightarrow{OM_0}$ 即为所求平面的法向量, 由

$$\vec{n} = \overrightarrow{OM_0} = \pm \{2, 9, -6\},$$

根据点法式平面方程, 所求平面方程为

$$\pm [2(x-2) + 9(y-9) - 6(z+6)] = 0, \text{ 即 } 2x + 9y - 6z - 121 = 0.$$

24. 平面 $19x - 4y + 8z + 21 = 0$ 和 $19x - 4y + 8z + 42 = 0$ 之间的距离等于 ().

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

参考答案	A	对应考点	两平面间的距离
------	---	------	---------

由于: $\frac{19}{19} = \frac{-4}{-4} = \frac{8}{8} = 1$, 这两平面平行, 又 $\frac{21}{42} = \frac{1}{2}$, 因此相差一个单位, 得两平面间距离为 1.

25. 两平面 $-x + 2y - z + 1 = 0, y + 3z - 1 = 0$ 的位置关系为 ().

A. 两平面相交, 夹角为 $\theta = \arccos \frac{1}{\sqrt{60}}$

B. 两平面相交, 夹角为 $\theta = \frac{\pi}{6}$

C. 两平面相交, 夹角为 $\theta = \frac{\pi}{3}$

D. 两平面平行

参考答案	A	对应考点	两平面的夹角.
------	---	------	---------

$$\vec{n}_1 = \{-1, 2, -1\}, \vec{n}_2 = \{0, 1, 3\}$$

$$\text{且} \quad \cos \theta = \frac{|-1 \times 0 + 2 \times 1 - 1 \times 3|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{60}},$$

故两平面相交, 夹角为 $\theta = \arccos \frac{1}{\sqrt{60}}$.

26. 已知平面 $Ax + By + Cz + D = 0$ 过点 $(k, k, 0)$ 与 $(2k, 2k, 0)$, $k \neq 0$ 且垂直于 xOy 平面, 则其系数满足 ().

A. $A = -B, C = D = 0$

B. $B = -C, A = D = 0$

C. $C = -A, B = D = 0$

D. $C = A, B = D = 0$

参考解答

参考答案	A	对应考点	两平面的夹角
<p>两点代入平面方程得 $\begin{cases} Ak + Bk + D = 0 \\ 2Ak + 2Bk + D = 0 \end{cases}$ 可得 $\begin{cases} D = 0 \\ A = -B \end{cases}$, 平面又垂直于 xOy 平面, 所以 $C = 0$, 即系数满足 $A = -B, C = D = 0$.</p>			

27. 两平面 $2x - y + z - 1 = 0, -4x + 2y - 2z - 1 = 0$ 的位置关系为 ().

A. 两平面平行但不重合

B. 两平面重合

C. 两平面相交, 夹角为 $\theta = \arccos \frac{1}{\sqrt{60}}$

D. 两平面相交, 夹角为 $\theta = \arccos \frac{2}{\sqrt{60}}$

参考答案	A	对应考点	两平面的夹角.
<p>$\vec{n}_1 = \{2, -1, 1\}, \vec{n}_2 = \{-4, 2, -2\}$ 且 $\frac{2}{-4} = \frac{-1}{2} = \frac{1}{-2},$ 又 $M(1, 1, 0) \in \Pi_1, M(1, 1, 0) \notin \Pi_2$, 故两平面平行但不重合.</p>			

28. 已知三角形的顶点为点 $A(2, 1, 5)$, $B(0, 4, -1)$ 和 $C(3, 4, -7)$, 通过点 $M(2, -6, 3)$ 作一平面 π , 使 π 平行于 $\triangle ABC$ 所在平面, 则方程为 ().

A. $6x + 10y + 3z + 39 = 0$

B. $2x + 3y + 4z - 7 = 0$

C. $3x + 2y - z + 18 = 0$

D. $4y - x + z - 10 = 0$

参考答案 

参考答案	A	对应考点	平面及其方程
<p>考察三角形所在平面 $\vec{AB} = \{-2, 3, -6\}$, $\vec{AC} = \{1, 3, -12\}$, 所以 $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \{-18, -30, -9\}$, 且过点 $A(2, 1, 5)$ 所以该平面为</p> <p>$6(x-2) + 10(y-1) + 3(z-5) = 0$, 整理得 $6x + 10y + 3z - 37 = 0$, 所以平面 π 的方程设为</p> <p>$6x + 10y + 3z + D = 0$, 代入点 $M(2, -6, 3)$ 解得 $D = 39$, 所以 π 的方程为 $6x + 10y + 3z + 39 = 0$.</p>			

29. 经过两平面 $4x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 5y - z + 2 = 0$ 的交线作平面 π , 并使 π 与 y 轴平行, 则平面 π 的方程为 ().

A. $14x - 21z - 3 = 0$

B. $21x - 14z + 3 = 0$

C. $21x + 14z - 3 = 0$

D. $21x + 14z + 3 = 0$

参考答案 

参考答案	C	对应考点	平面束
<p>经过两平面 $4x - y + 3z - 1 = 0$, $x + 5y - z + 2 = 0$ 的交线方程 $\begin{cases} 4x - y + 3z - 1 = 0 \\ x + 5y - z + 2 = 0 \end{cases}$ 通过此直线的平面束方程为</p> <p>$4x - y + 3z - 1 + \lambda(x + 5y - z + 2) = 0$, 即 $(4 + \lambda)x + (5\lambda - 1)y + (3 - \lambda)z - 1 + 2\lambda = 0$</p> <p>该平面与 y 轴平行, 则有 $5\lambda - 1 = 0$, $\lambda = \frac{1}{5}$, 所以平面方程为 $21x + 14z - 3 = 0$.</p>			

30. 平行于平面 $6x + y + 6z + 5 = 0$ 而与三个坐标面所围成的四面体体积 V 为一个单位的平面方程为 ().

A. $6x + y + 6z = 6$

B. $6x + y - z = 1$

C. $x - y + 6z = 6$

D. $6x - 3y + z = 5$



参考答案	A	对应考点	平面的截距式方程.
<p> $\frac{x}{1} + \frac{y}{6} + \frac{z}{1} = 1$ 解 设平面方程为 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$, $\therefore V = 1$, $\therefore \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} abc = 1$. 由所求平面与已知平面平行得 $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c}$, 向量平行的充要条件 令 $\frac{1}{6a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{6c} = t \rightarrow a = \frac{1}{6t}, b = \frac{1}{t}, c = \frac{1}{6t}$. 由 $1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6t} \cdot \frac{1}{t} \cdot \frac{1}{6t} \rightarrow t = \frac{1}{6}$. $\therefore a = 1, b = 6, c = 1$. 所求平面方程为 $\frac{x}{1} + \frac{y}{6} + \frac{z}{1} = 1$, 即 $6x + y + 6z = 6$. </p>			

31. 已知两直线的方程分别为 $L_1: \frac{x}{-7} = \frac{y-\frac{27}{7}}{-2} = \frac{z+\frac{9}{7}}{10}$; $L_2: x=y-1 = \frac{z+3}{-1}$ 则 ().

- A. L_1 与 L_2 平行, 但不重合
 B. L_1 与 L_2 仅有一个交点
 C. L_1 与 L_2 重合
 D. L_1 与 L_2 是异面直线

参考解答

参考答案 B 对应考点 两直线的夹角

L_1 的方向向量为 $\{-7, -2, 10\}$, L_2 的方向向量为 $\{1, 1, -1\}$, 所以两直线不平行,
 $-7 \cdot 1 + (-2) \cdot 1 + 10 \cdot (-1) \neq 0$, 所以也不垂直, 可以解得有一交点为 $(4, 5, -7)$, 所以 L_1 与 L_2 仅有一个交点.

32. 过点 $(0, -3, 2)$ 且与两点 $P_1(3, 4, -7)$, $P_2(2, 7, -6)$ 的连线平行的直线的对称式方程为 ().

- A. $\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$
 B. $\frac{x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$
 C. $\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{1}$
 D. $\frac{x}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-1}$

参考答案 A 对应考点 空间直线的方程

$\overrightarrow{P_1P_2} = \{-1, 3, 1\}$, 由题意可知所求直线的方向向量也为: $\{-1, 3, 1\}$,
 又点 $(0, -3, 2)$ 在直线上, 则对称式方程为: $\frac{x}{-1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{1}$.

33.

设有两直线 $L_1: \begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$, $L_2: \begin{cases} 2x-y+z-1=0 \\ x+y-z+1=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: x+y+z=0$, 则在 π 上且与直线 L_1 和 L_2 相交的直线方程为 ().

A. $x=y=z$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y-\frac{1}{2}}{2} = \frac{z+\frac{1}{2}}{-3}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y+\frac{1}{2}}{2} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-3}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$

参考答案

参考答案	C	对应考点	直线及其方程
$L_1: \begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$, $L_2: \begin{cases} 2x-y+z-1=0 \\ x+y-z+1=0 \end{cases}$ 与平面交点分别为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1)$ 和 $(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 两点所确定的直线 $\frac{x}{1} = \frac{y+\frac{1}{2}}{2} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-3}$ 即为所求.			

34. 空间直线 $\frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-5}$ 与平面 $4x+3y+3z+1=0$ 的位置关系是 ().

- A. 互相垂直
B. 互相平行
C. 不平行也不垂直
D. 直线在平面上

参考答案	B	对应考点	直线与平面的夹角
3·4+1·3-5·3=0, 所以是相互平行的.			

35. 方程组 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ 在空间解析几何中表示 ().

- A. 两条平行直线
B. 两条相交直线
C. 圆
D. 椭圆

参考答案	A	对应考点	空间直线的方程
把 $y=2$ 代入 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, 得到: $x = \pm \frac{2\sqrt{5}}{3}$, 则可知: 方程组表示的是两条都平行于 z 轴, 且分别过点 $(\frac{2\sqrt{5}}{3}, 2), (-\frac{2\sqrt{5}}{3}, 2)$ 的平行直线			

36. 设有直线 $l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+8}{1}$ 与 $l_2: \begin{cases} x-y=6 \\ 2y+z=3 \end{cases}$, 则 l_1 与 l_2 的夹角为 ().
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

参考答案 C 对应考点 直线的夹角

两直线的方向向量分别为 $\{1, -2, 1\}$ 和 $\{1, 1, -2\}$,

所以可得 $\cos\theta = \frac{|1-2-2|}{\sqrt{1+1+4} \cdot \sqrt{1+1+4}} = \frac{1}{2}$, 夹角为 $\theta = \frac{\pi}{3}$.

37. 过点 $(3, 1, -2)$ 且通过直线 $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ 的平面方程为 ().

- A. $8x - 9y - 22z - 59 = 0$ B. $8x - 9y + 2z - 43 = 0$
C. $x - y - 2z - 9 = 0$ D. $8x - 19y + 22z - 59 = 0$

参考答案 

参考答案 A 对应考点 直线与平面的位置关系

设 $A(3, 1, -2)$, $B(4, -3, 0)$, 已知直线方向向量为 \vec{s} , 所求平面为 Π , 再设 $P(x, y, z)$ 为平面 Π 上任意一点, 参见示意图.

由三向量共面, 得 $\overrightarrow{AP}, \overrightarrow{AB}, \vec{s} = 0$, 即 $\begin{vmatrix} x-3 & y-1 & z+2 \\ 1 & -4 & 2 \\ 5 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0$,

展开为 $8x - 9y - 22z - 59 = 0$, 此即为所求平面 Π 的方程.

38. 设有两直线 $L_1: \begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$, $L_2: \begin{cases} 2x-y+z-1=0 \\ x+y-z+1=0 \end{cases}$ 及平面 $\pi: x+y+z=0$, 则在 π 上且与直线 L_1 和 L_2 相交的直线方程为 ().

A. $x=y=z$

B. $\frac{x}{1} = \frac{y-\frac{1}{2}}{2} = \frac{z+\frac{1}{2}}{-3}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y+\frac{1}{2}}{2} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-3}$

D. $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{1}$

参考答案 

参考答案	C	对应考点	直线及其方程
$L_1: \begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y+z+1=0 \end{cases}$, $L_2: \begin{cases} 2x-y+z-1=0 \\ x+y-z+1=0 \end{cases}$ 与平面交点分别为 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1)$ 和 $(0, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, 两点所确定的直线 $\frac{x}{1} = \frac{y+\frac{1}{2}}{2} = \frac{z-\frac{1}{2}}{-3}$ 即为所求.			

39. 直线 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$, 平面 $\Pi: x-y+2z=3$, 求直线与平面的夹角为 ().

A. $\arcsin \frac{7}{3\sqrt{6}}$

B. $\arcsin \frac{7}{\sqrt{6}}$

C. $\arccos \frac{7}{\sqrt{6}}$

D. $\arcsin \frac{\sqrt{5}}{3}$

参考解答

参考答案	A	对应考点	直线与平面的夹角.
------	---	------	-----------

$$\begin{aligned} \vec{n} &= \{1, -1, 2\}, \vec{s} = \{2, -1, 2\}, \\ \sin \varphi &= \frac{|Am + Bn + Cp|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2} \cdot \sqrt{m^2 + n^2 + p^2}} \\ &= \frac{|1 \times 2 + (-1) \times (-1) + 2 \times 2|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{9}} = \frac{7}{3\sqrt{6}}. \\ \therefore \quad \varphi &= \arcsin \frac{7}{3\sqrt{6}} \text{ 为所求夹角.} \end{aligned}$$

40. 点 $(-1, 2, 0)$ 在平面 $x+2y-z+1=0$ 上的投影为 ().

A. $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

B. $\left(-\frac{5}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

C. $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$

D. $\left(-\frac{25}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$

参考答案	A	对应考点	直线在平面上的投影
------	---	------	-----------

过点 P 作平面 Π 的垂线，垂足即为点 P 在平面 Π 上的投影。

如图，平面的法向量 $\vec{n} = \{1, 2, -1\}$ 即为平面垂线的方向向量 \vec{s} ，

于是过题设点的垂线方程为 $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ ；

为求垂足的坐标，将其改写为参数式：

$$x = t - 1, \quad y = 2t + 2, \quad z = -t.$$

代入平面方程得 $(t-1) + 2(2t+2) - (-t) + 1 = 0$

$$\Rightarrow t = -\frac{2}{3} \Rightarrow x = -\frac{5}{3}, \quad y = \frac{2}{3}, \quad z = \frac{2}{3},$$

故所求投影为 $\left(-\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

41. 直线 $\begin{cases} x+y+3z=0 \\ x-y-z=0 \end{cases}$ 与平面 $x-y-z+1=0$ 的夹角为 ().

A. 0

B. $\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{\pi}{4}$

参考答案

A

对应考点

直线与平面的夹角.

先求该直线的方向向量 \vec{s} .

$$\because \vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = \{2, 4, -2\} = 2\{1, 2, -1\},$$

$$\therefore \sin \varphi = \frac{|1 \times 1 - 1 \times 2 - 1 \times (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-1)^2} \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 0,$$

故该直线与所给平面的夹角为零.

注: 本题 $\vec{n} = \{1, -1, -1\}$, 也可直接由 $\vec{n} \cdot \vec{s} = 0$, 得 $\vec{s} \perp \vec{n}$, 从而直线与平面的夹角为零.