1. 设向量 $\boldsymbol{a}=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}-7\boldsymbol{k}$ 的终点坐标为 $(2, 1, 7)$，则( ).

A. $\boldsymbol{a}$的起点坐标为 $(-2, 3, 1)$

B. $\boldsymbol{a}$的长为 8

C. $\boldsymbol{a}$与x轴的夹角为 $\alpha=\frac{\pi}{3}$

D. $\boldsymbol{a}$的方向余弦为 $\cos\alpha=\frac{4}{9}$, $\cos\beta=-\frac{4}{9}$, $\cos\gamma=-\frac{7}{9}$

参考答案	D	对应考点	向量的模与方向余弦

$\boldsymbol{a}$的起点坐标为 $(2-4, 1-(-4), 7-(-7))=(-2, 5, 14)$，

$\boldsymbol{a}$的模为 $\sqrt{4^2+4^2+7^2}=9$；

所以 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦为 $\cos\alpha=\frac{4}{9}$, $\cos\beta=-\frac{4}{9}$, $\cos\gamma=-\frac{7}{9}$，

$\boldsymbol{a}$与x轴的夹角为 $\alpha=\arcsin\frac{4}{9}$.

2. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$为非零向量，λ是实数，则下列命题中错误的是( ).

A. 由 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$ 得 $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$方向相同

B. 由 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|-|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 得 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

C. 由 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ 得 $\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$平行

D. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 与 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 未必相等

参考解

参考答案	D	对应考点	向量的数量积

若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $a\cdot b=0$，所以 $a^2+2a\cdot b+b^2=a^2-2a\cdot b+b^2$ 即 $(a+b)^2=(a-b)^2$，所以则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 与 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 相等.

3. 设向量$\vec{a}\neq 0$，$\vec{b}\neq 0$，则下面结论中正确者为( ).

A. $\vec{a}\times\vec{b}=0$是$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直的充要条件

B. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$是$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件

C. $\vec{a}$与$\vec{b}$的对应坐标成比例是$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件

D.若$\vec{a}=\lambda\vec{b}$（λ是常数），则$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

参考答案	C	对应考点	向量的数量积；向量的向量积

$\vec{a}\times\vec{b}=0$是$\vec{a}$与$\vec{b}$平行的充要条件；
$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$是$\vec{a}$与$\vec{b}$垂直的充要条件；
若$\vec{a}=\lambda\vec{b}$（λ是常数），则$\vec{a}\times\vec{b}=0$.

4. 设向量$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$满足$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$，则必有( ).

A. $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$

B. $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$

C. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$

D. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$

参考答案	C	对应考点	向量的数量积

$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})^2=(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2$，解得$-2a\cdot b=2a\cdot b$，即有$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$.

5. 设向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$满足 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=0$, 且 $|\boldsymbol{a}|=3$, $|\boldsymbol{b}|=4$, $|\boldsymbol{c}|=5$, 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}=$ ( ).

A. -20　　B. 25　　C. -25　　D. 20

参考答案	C	对应考点	向量的数量积

$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=0$，则 $a+b=-c,(a+b)^2=c^2$，可得 $ab=\frac{1}{2}(c^2-a^2-b^2)$，

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}+\boldsymbol{c}\cdot\boldsymbol{a}=a\cdot b+(b+a)\cdot c=a\cdot b-c^2=-\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}=-25$.

6. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$为任意非零向量，下列结论中正确的是 ( ).

A. $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=0$

B. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$满足 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

C. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$满足 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\le|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|$

D. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$共线的充要条件是 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=0$

参考答案	C	对应考点	向量的数量积；向量的向量积

$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=-2a\times b$；

$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}\neq\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$；$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|\cos\theta\le|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|$；

$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$共线的充要条件是 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=0$.

7. 已知点$A(5,\ -1,\ 4)$, $B(2,\ 3,\ -1)$, $C(1,\ 1,\ 1)$,则$\angle ABC=$ ( ).

A. $\dfrac{3\pi}{4}$　　B. $\dfrac{\pi}{4}$　　C. $\dfrac{\pi}{2}$　　D. $\dfrac{3\pi}{2}$

参考答案	B	对应考点	向量间夹角的计算

$\overrightarrow{BA}=\{3,\ -4,\ 5\}$, $\overrightarrow{BC}=\{-1,\ -2,\ 2\}$,

$$\cos\angle ABC=\frac{-3+8+10}{\sqrt{9+16+25}\sqrt{1+4+4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$，则$\angle ABC=\dfrac{\pi}{4}$.

8. 已知点$A(1,\ 4,\ -5)$, $B(-3,\ 2,\ -3)$, $C(-1,\ -4,\ 6)$,则$\angle ABC=$ ( ).

A. $2\pi-\arccos\dfrac{1}{\sqrt{6}}$　　B. $\pi-\arccos\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

C. $\arccos\dfrac{1}{\sqrt{6}}$　　D. $2\arccos\dfrac{1}{\sqrt{6}}$

参考答案	B	对应考点	向量间夹角的计算

$\overrightarrow{BA}=\{4,\ 2,\ -2\}$, $\overrightarrow{BC}=\{2,\ -6,\ 9\}$，$\cos\angle ABC=\dfrac{8-12-18}{\sqrt{16+4+4}\sqrt{4+36+81}}=\dfrac{-22}{2\sqrt{6}\cdot 11}=-\dfrac{1}{\sqrt{6}}$,

则$\angle ABC=\ \pi-\arccos\dfrac{1}{\sqrt{6}}$.

9. 已知$M_1(1,-1,2)$，$M_2(3,3,1)$和$M_3(3,1,3)$，则同时与$\overrightarrow{M_1M_2}$、$\overrightarrow{M_2M_3}$垂直的单位向量( ).

A. $\left\{\frac{\pm 3}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}}\right\}$

B. $\left\{\frac{\pm 3}{\sqrt{17}},\frac{2}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}}\right\}$

C. $\left\{\frac{\pm 3}{\sqrt{17}},\frac{\mp 1}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}}\right\}$

D. $\left\{\frac{\pm 5}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}}\right\}$

参考答案	A	对应考点	求向量积，向量积的性质.

记该向量为$\pm\vec{c}^{\circ}$，由

$$\overrightarrow{M_1M_2}=\{2,4,-1\},\ \overrightarrow{M_2M_3}=\{0,-2,2\}$$

得$\vec{c}=\overrightarrow{M_1M_2}\times\overrightarrow{M_2M_3}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & 4 & -1\\ 0 & -2 & 2\end{vmatrix}=\{6,-4,-4\}$，

$$\pm\vec{c}^{\circ}=\pm\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}=\pm\frac{\pm\{6,-4,-4\}}{\sqrt{6^2+(-4)^2+(-4)^2}}=\left\{\frac{\pm 3}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}},\frac{\mp 2}{\sqrt{17}}\right\}.$$

10. 设$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$均为非零向量，其中任意两个向量不共线，但$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{c}$共线，$\vec{b}+\vec{c}$与$\vec{a}$共线，则有( ).

A. $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$

B. $\vec{a}+2\vec{b}-\vec{c}=0$

C. $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}=0$

D. $\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}=0$

参考答案	A	对应考点	向量共线，数量积.

$\vec{b}+\vec{c}=-\vec{a}$由$\vec{a}+\vec{b}$与$\vec{c}$共线，$\vec{b}+\vec{c}$与$\vec{a}$共线，有

$$\vec{a}+\vec{b}=\lambda\vec{c}，\vec{b}+\vec{c}=\mu\vec{a}\quad（\lambda，\mu为常数），$$

以上两式相减得$\vec{a}-\vec{c}=\lambda\vec{c}-\mu\vec{a}$，即$(1+\mu)\vec{a}=(1+\lambda)\vec{c}$.

因此$\vec{a}$，$\vec{c}$不共线，且均为非零向量，故有$1+\mu=0$，$1+\lambda=0$，即

$$\mu=-1，\lambda=-1，$$

所以

$$\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}（或\vec{b}+\vec{c}=-\vec{a}），$$

从而$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=0$.

11. 设向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 两两夹角都为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\boldsymbol{a}|=4$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $|\boldsymbol{c}|=6$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=$ ( ).

A. 10　　B. 2　　C. 0　　D. 1

参考答案	A	对应考点	向量的数量积

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4\cdot 2\cdot\cos\frac{\pi}{3}=4$, $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=6$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=12$,

$$\begin{aligned}|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|^2=|(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}|^2&=|\boldsymbol{a}|^2+|\boldsymbol{b}|^2+|\boldsymbol{c}|^2+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}+2\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}\\&=16+4+36+8+12+24\\&=100.\end{aligned}$$

则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}|=10$

12. 设 $\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{k}$ 是基本单位向量，下列等式中正确的是 ( ).

A. $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{k}=\boldsymbol{j}$　　B. $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=\boldsymbol{k}$

C. $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{j}$　　D. $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}$

参考答案	C	对应考点	向量的数量积；向量的向量积

由向量积的性质可得 $\boldsymbol{i}\times\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\times\boldsymbol{j}=0$.

13. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$为非零向量，且满足 $(\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b})\perp(7\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})$, $(\boldsymbol{a}-4\boldsymbol{b})\perp(7\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})$，且 $\boldsymbol{a}$与 $\boldsymbol{b}$的夹角 $\theta=$ ( ).

A. 0　　B. $\frac{\pi}{2}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

参考答案	C	对应考点	向量的数量积

因为 $(\vec{a}+3\vec{b})\perp(7\vec{a}-5\vec{b})$，所以 $(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(7\vec{a}-5\vec{b})=0$，即

$$7|\vec{a}|^2-15|\vec{b}|^2+16\vec{a}\cdot\vec{b}=0. \qquad (1)$$

又 $(\vec{a}-4\vec{b})\perp(7\vec{a}-2\vec{b})$，所以 $(\vec{a}-4\vec{b})\cdot(7\vec{a}-2\vec{b})=0$，即

$$7|\vec{a}|^2+8|\vec{b}|^2-30\vec{a}\cdot\vec{b}=0. \qquad (2)$$

解联立方程 (1)，(2)得 $|\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2=2\vec{a}\cdot\vec{b}$.

所以 $\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1}{2}$，即 $\theta=\frac{\pi}{3}$.

14. 设 $\boldsymbol{a}=\sqrt{3}\{1,\ -1,\ 2\}$, $\boldsymbol{b}=\{2,\ -1,\ 3\}$, 则 $|(4\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(8\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})|=$ ( ).

A. 8　　B. 6　　C. 12　　D. 10

参考答案	C	对应考点	向量的向量积

$$|(4\boldsymbol{a}-3\boldsymbol{b})\times(8\boldsymbol{a}-5\boldsymbol{b})|=|32a\times a-20a\times b-24b\times a+15b\times b|=|4a\times b|=12.$$

15. 已知$A(1, 0, 1)$，$B(2, 3, -1)$，$C(-1, 2, 0)$，则三角形ABC的面积为 ( ).

A. $\frac{5}{2}\sqrt{11}$　　B. $\frac{3}{2}\sqrt{11}$　　C. $\frac{5}{2}\sqrt{10}$　　D. $\frac{3}{2}\sqrt{10}$

参考答案	D	对应考点	向量的向量积

$\overrightarrow{AB}=\{1, 3, -2\}, \overrightarrow{AC}=\{-2, 2, -1\}$，

$$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\sin A=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|=\frac{1}{2}|\{1, 5, 8\}|=\frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

16. 已知点$M_1(1, -1, 2)$，$M_2(3, 3, 1)$，$M_3(3, 1, 3)$在平面π上，$\boldsymbol{n}$是π的单位法向量，且$\boldsymbol{n}$与z轴成锐角，则$\boldsymbol{n}=$ ( ).

A. $\frac{1}{\sqrt{17}}\{3, 2, 2\}$　　B. $\frac{1}{\sqrt{17}}\{-3, 2, 2\}$

C. $\frac{1}{\sqrt{17}}\{-3, -2, 2\}$　　D. $\frac{1}{\sqrt{17}}\{-3, 2, -2\}$

参考解答

参考答案	B	对应考点	向量的向量积

由题意得$\boldsymbol{n}$同向的向量$\boldsymbol{m}$与z轴成锐角，

所以$\boldsymbol{m}=\overrightarrow{M_1M_2}\times\overrightarrow{M_3M_1}=\{2, 4, -1\}\times\{-2, -2, -1\}=\{-6, 4, 4\}$，

所以$\boldsymbol{n}=\frac{1}{\sqrt{17}}\{-3, 2, 2\}$.

17. 设 $\boldsymbol{c}$ 是一非零向量，λ 是一个实数，使向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 的充分条件是 ( )

A. $\lambda\boldsymbol{a}=\lambda\boldsymbol{b}$

B. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$

C. $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$

D. $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ 且 $\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$

参考答案	D	对应考点	向量的数量积；向量的向量积

$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}$ 可得 $a-b$ 与 c 垂直；$\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}=\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}$ 可得 $a-b$ 与 c 平行，即 $a-b$ 平行且垂直于 c，所以 $a-b=0$ 即 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$.

18. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则垂直于 $\boldsymbol{a}$，且同时垂直于 y 轴的单位向量 $\boldsymbol{e}=$ ( ).

A. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$

B. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{k})$

C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$

D. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k})$

参考解答

参考答案	B	对应考点	向量的向量积

y 轴上的向量 $b=j$ 或 $b=-j$，则垂直于 $\boldsymbol{a}$，且同时垂直于 y 轴的向量为 $c=a\times b=\pm(i-k)$，所以其单位向量为 $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{k})$.

19. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$为任意非零向量，下列结论中正确的是( ).

A. $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=0$

B. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$满足 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$

C. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$满足 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\le|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|$

D. $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$共线的充要条件是 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c})=0$

参考答案	C	对应考点	向量的数量积；向量的向量积

$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})=-2a\times b$；

$(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{c}\ne\boldsymbol{a}(\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c})$； $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|\cos\theta\le|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|$；

$\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$共线的充要条件是 $(\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=0$.

20. 设 $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$， $\vec{b}=\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$和 $\vec{c}=\vec{i}-2\vec{j}$，则 $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=$ ( ).

A. 2　　B. 3　　C. 5　　D. 6

参考答案	A	对应考点	向量混合积的运算法则.

$$(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -3 & 1\\ 1 & -1 & 3\end{vmatrix}\cdot\{1,-2,0\}$$

$$=\{-8,-5,1\}\cdot\{1,-2,0\}=-8+10+0=2.$$

21. 通过直线$x=2t-1,\ y=3t+2,\ z=2t-3$和直线$x=2t+3,\ y=3t-3,\ z=2t+1$的平面方程为( ).

A. $x-z-2=0$

B. $x+z=0$

C. $x-2y+z=0$

D. $2x+3y+2z=-2$

参考解答

参考答案	A	对应考点	平面及其方程

两直线的方向向量都为$s_1=\{2,3,2\}$，此为两平行直线，分别取两直线上的点$(-1,\ 2,\ -3)$和$(3,-3,1)$，两点所在直线的方向向量为$s_2=\{4,-5,4\}$，平面的法线为$s_1\times s_2=\{1,-1,2\}$，可解得平面方程为$x-z-2=0$.

22. 直线l: $\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$和平面$\pi$: $2x+3y+3z-8=0$的交点是( ).

A. $(3,\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3})$

B. $(-1,\ 1,\ 1)$

C. $(1,\ -1,\ 1)$

D. $(1,\ 1,\ -1)$

参考

参考答案	A	对应考点	直线及其方程

联立方程$\begin{cases}\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}\\ 2x+3y+3z=8\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=3\\ y=\dfrac{1}{3}\\ z=\dfrac{1}{3}\end{cases}$，所以交点为$(3,\ \dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{3})$.

23. 直线 $\frac{x+3}{-2}=\frac{y+4}{-7}=\frac{z}{3}$ 与平面 $4x-2y-2z=3$ 的关系是 ( ).

A. 平行，但直线不在平面上
B. 直线在平面上
C. 垂直相交
D. 相交但不垂直

参考答案	A	对应考点	直线与平面的夹角

因为 $Am+Bn+Cp=(-2)\cdot 4+(-2)\cdot(-7)+(-2)\cdot 3=0$，
所以直线与平面平行，直线上的一点 $(-3,-4,0)$ 不在平面上，所以直线不在平面上.

24. 过点 $M_0(2,9,-6)$ 且与连接坐标原点及点 M_0 的线段 OM_0 垂直平面方程是 ( ).

A. $2x+9y-6z-121=0$
B. $2x+9y-6z+121=0$
C. $2x+9y-6z-124=0$
D. $x+9y-6z-121=0$

参考答案	A	对应考点	平面及其方程

注意到 $\overrightarrow{OM_0}$ 即为所求平面的法向量，由
$\vec{n}=\overrightarrow{OM_0}=\pm\{2,9,-6\}$，
根据点法式平面方程，所求平面方程为
$\pm[2(x-2)+9(y-9)-6(z+6)]=0$，即 $2x+9y-6z-121=0$.

25. 设直线L：$\begin{cases}x+3y+2z+1=0\\2x-y-10z+3=0\end{cases}$，设平面$\pi$：$4x-2y+z-2=0$，则直线$L$（　）

A. 平行于π　　B. 在π上　　C. 垂直于π　　D. 与π斜交

参考答案	C	对应考点	直线与平面的位置关系

L由平面A：$x+3y+2z+1=0$与平面B：$2x-y-10z+3=0$相交而成

$(1,3,2)(4,-2,1)=4-6+2=0$

$\therefore A$与π垂直

$(2,-1,-10)(4,-2,1)=8+2-10=0$

$\therefore B$与π垂直

$\therefore \pi$与A、B的交线L垂直.

26. 经过两平面$4x-y+3z-1=0$, $x+5y-z+2=0$的交线作平面π，并使π与y轴平行，则平面π的方程为( ).

A. $14x-21z-3=0$　　B. $21x-14z+3=0$

C. $21x+14z-3=0$　　D. $21x+14z+3=0$

参考解答

参考答案	C	对应考点	平面束

经过两平面$4x-y+3z-1=0$, $x+5y-z+2=0$的交线方程$\begin{cases}4x-y+3z-1=0\\x+5y-z+2=0\end{cases}$通过此直线的平面束方程为

$4x-y+3z-1+\lambda(x+5y-z+2)=0$，即$(4+\lambda)x+(5\lambda-1)y+(3-\lambda)z-1+2\lambda=0$

该平面与y轴平行，则有$5\lambda-1=0$，$\lambda=\dfrac{1}{5}$，所以平面方程为$21x+14z-3=0$.

27. 与两直线 l_1: $\begin{cases} x=1 \\ y=t-1 \\ z=2+t \end{cases}$ 及 l_2: $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+1}{1}$ 都平行且过原点的平面方程为( ).

A. $x-y+z=0$

B. $x-y-z=0$

C. $x-2y+z=0$

D. $x+y-z=0$

参考答案	A	对应考点	平面的方程

设平面方程为：$Ax+By+Cz+D=0$，由题意得

直线 l_1 的方向向量为：$\{0, 1, 1\}$，

直线 l_2 的方向向量为：$\{1, 2, 1\}$，

然后由平行得到：$B+C=0, A+2B+C=0$，

平面过原点得：$D=0$，得到 $A=C, B=-C$，

因此平面方程为：$x-y+z=0$.

28. 已知动点与 yOz 平面的距离为 4 个单位，且与定点 $A(5, 2, -1)$ 的距离为 3 个单位，则动点的轨迹是( ).

A. 圆柱面

B. 平面 $x=4$ 上的圆

C. 平面 $x=4$ 上的椭圆

D. 椭圆柱面

参考解答

参考答案	B	对应考点	二次曲面

动点与 yOz 平面的距离为 4 个单位，则可得出该点是平面 $x=\pm 4$ 上的点，与定点 $A(5, 2, -1)$ 的距离为 3 个单位，设该点为 $(\pm 4, y, z)$，当 $x=-4$ 时，此点与 $A(5, 2, -1)$ 距离不可能为 3，所以该点为 $(4, y, z)$，有等式 $1+(y-2)^2+(z+1)^2=3$，其为平面 $x=4$ 上的圆

29. 已知点 $P(1, 3, -4)$，平面 Π 的方程为 $3x + y - 2z = 0$，则与点 P 关于平面 Π 对称的 Q 点的坐标是( ).

A. $(5, -1, 0)$　　　　**B**. $(5, 1, 0)$

C. $(-5, -1, 0)$　　　　**D**. $(-5, 1, 0)$

参考

参考答案	D	对应考点

过 P 作垂直与平面 π 的直线 L: $\begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ x = 3 + \lambda \\ z = -4 - 2\lambda \end{cases}$.

求直线 L 与平面 π 的交点 M 之坐标 (x_0, y_0, z_0)，由

$3x + y - 2z = 3(1 + 3\lambda) + (3 + \lambda) - 2(-4 - 2\lambda) = 14\lambda + 14 = 0$

$\Rightarrow \lambda = -1 \Rightarrow x_0 = -2, y_0 = 2, z_0 = -2.$

令与点 P 关于平面 π 对称点 Q 的坐标为 (x_1, y_1, z_1)，利用中点公式有

$\dfrac{1 + x_1}{2} = -2, \dfrac{3 + y_1}{2} = 2, \dfrac{-4 + z_1}{2} = -2$

$\Rightarrow x_1 = -5, y_1 = 1, z_1 = 0,$

即 Q 点坐标为 $(-5, 1, 0)$.

30. 点 $(0, 2)$ 到椭圆 $x^2+2y^2=4$ 的距离是 ( ).

A. $2+\sqrt{2}$

B. 4

C. $2-\sqrt{2}$

D. 0

参考答案	C	对应考点	两点间的距离

把椭圆方程化成标准形式为：$\dfrac{x^2}{2^2}+\dfrac{y^2}{(\sqrt{2})^2}=1$，

椭圆上顶点为：$(0, \sqrt{2})$，点 $(0, 2)$ 正好在 y 轴上，

因此点到椭圆距离为：$2-\sqrt{2}$.

31. 方程 $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{z^2}{3}=0$ 表示旋转曲面，它的旋转轴是 ( ).

A. x 轴

B. y 轴

C. z 轴

D. 直线 $x=y=z$

参考答案	C	对应考点	二次曲面

此旋转曲面称为圆锥面，可以看成是 yOz 平面上的直线 $z=\sqrt{\dfrac{4}{3}}y$ 绕 z 轴旋转一周所得的曲面.

32. 椭圆$x^2+2xy+5y^2-16y=0$与直线$L: x+y-8=0$的最短距离$d=$（ ）.

A. $\sqrt{2}$　　　　B. $2\sqrt{2}$　　　　C. 2　　　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

参考答案	B	对应考点	点到直线的距离

椭圆方程可化为$\frac{(x+y)^2}{16}+\frac{(y-2)^2}{4}=1$，

令$\begin{cases}x+y=4\cos\theta\\y-2=2\sin\theta\end{cases}$，则椭圆上任一点可表示为$\begin{cases}x_0=4\cos\theta-2\sin\theta-2\\y_0=2+2\sin\theta\end{cases}$，

根据点到直线的计算公式有：

$d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{|4\cos\theta-8|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}(2-\cos\theta)$，

所以$d_{\min}=2\sqrt{2}$.

33. 关于旋转曲面 $x^2-\frac{y^2}{4}+z^2=1$ 形成叙述正确的是( ).

A. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 绕 y 轴旋转一周而成的单叶曲面

B. 双曲线 $x^2+\frac{y^2}{4}=1$ 绕 y 轴旋转一周而成的单叶旋转

C. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 绕 x 轴旋转一周而成的单叶旋转

D. 双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 绕 z 轴旋转一周而成的单叶旋转

参考

参考答案	A	对应考点	旋转曲面.

原方程改写为 $(x^2+z^2)-\frac{y^2}{4}=1$，可看作 xOy 平面上的双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 绕 y 轴旋转一周而成的单叶旋转

34. 曲面$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{9}=1$是( ).

A. 球面

B. xOy平面上的曲线$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$绕$y$轴旋转而成

C. xOz平面上的曲线$\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$绕$x$轴旋转而成

D. 柱面

参考答案	C	对应考点	二次曲面

曲面方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2+z^2}{9}=1$，是$xOz$平面上的曲线$\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$绕$x$轴旋转而成的椭圆体.

35. 旋转曲面$x^2-y^2-z^2=1$是( ).

A. xOy平面上的双曲线绕x轴旋转所得

B. xOz平面上的双曲线绕z轴旋转所得

C. xOy平面上的椭圆绕x轴旋转所得

D. xOz平面上的椭圆绕x轴旋转所得

参考答案	A	对应考点	二次曲面

$x^2-y^2-z^2=1$变形为$y^2+z^2-x^2=-1$，

此为双叶双曲面，可看作是xOy平面上的双曲线绕x轴旋转所得.

36. 下列关于旋转曲面 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}+\frac{z^2}{9}=1$ 形成叙述正确的是( ).

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$ 绕 x 轴旋转一周而成的旋转椭球面

B. $\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$ 绕 y 轴旋转一周而成的旋转椭球面

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{z^2}{9}=1$ 绕 x 轴旋转一周而成的旋转椭球面

D. $\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$ 绕 y 轴旋转一周而成的旋转椭球面

参考解答

参考答案	A	对应考点	旋转曲面.

将方程改写为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2+z^2}{9}=1$，可看作 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ 绕 x 轴旋转一周而成的旋转椭球面；或 $\frac{x^2}{4}+\frac{z^2}{9}=1$ 绕 x 轴旋转一周而成的旋转椭球面.

37. 将 xOz 坐标面上的抛物线 $z^2=5x$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为 ( ).

A. $y^2+z^2=5x$　　B. $y^2+z^2=-5x$

C. $y^2-z^2=5x$　　D. $y^2-z^2=-5x$

参考答案	A	对应考点	曲面的方程.

对方程 $z^2=5x$，x 不变，将 z 改成 $(\pm\sqrt{y^2+z^2})$，
于是得所求旋转曲面的方程为：
$(\pm\sqrt{y^2+z^2})^2=5x$，
即 $y^2+z^2=5x$。
此为旋转抛物面的方程.

38. 将 xOy 坐标面上的双曲线 $4x^2-9y^2=36$ 分别绕 x 轴及 y 轴旋转一周，则所生成的旋转曲面的方程为 ( ).

A. $4x^2-9y^2+4z^2=36$　　B. $4x^2+9y^2+4z^2=36$

C. $4x^2+9y^2-4z^2=16$　　D. $x^2+9y^2+4z^2=36$

参

参考答案	A	对应考点	曲面的方程.

绕 x 轴旋转一周生成的曲面方程为

$$4x^2-9y^2-9z^2=36;$$

绕 y 轴旋转一周生成的曲面方程为

$$4x^2-9y^2+4z^2=36.$$

注：它们分别是单叶与双叶旋转双曲面.