1. 与向量 $\vec{a}=\{16,-15,12\}$ 平行、方向相反，且长度为75的向量 $\vec{b}=(\ )$.

A. $\{-48,45,-36\}$　　B. $\{-8,45,36\}$

C. $\{48,45,36\}$　　D. $\{-48,25,-36\}$

参考解答

参考答案	A	对应考点	求空间直角坐标系向量的坐标.

设所求向量为 $\vec{b}$，则

$$\vec{b}=-\lambda\vec{a}=\{-16\lambda,15\lambda,-12\lambda\}\qquad(\lambda>0)$$

又

$$\left|\vec{b}\right|=75=\sqrt{(-16\lambda)^2+(15\lambda)^2+(-12\lambda)^2}=25|\lambda|\Rightarrow\lambda=3,$$

故所求向量为

$$\vec{b}=\{-48,45,-36\}.$$

2. 已知 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 为单位向量，且满足 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，计算 $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=(\ )$.

A. $-\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $-\frac{3}{23}$

参考解答

参考答案	A	对应考点	向量的线性计算

$$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{c}\cdot\vec{b}$$

$$=(\vec{a}+\vec{c})\cdot\vec{b}=-\vec{b}\cdot\vec{b}=-\left|\vec{b}\right|^2=-1.$$

同理可得 $\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=-1.$

$\vec{c}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}=-1.$

三式相加得 $2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=-3,$

$\therefore\quad \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=-\frac{3}{2}.$

3. 已知菱形$ABCD$的对角线$\overrightarrow{AC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BD}=\vec{b}$，则用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示$\overrightarrow{AB}$为( ).

A. $\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$

B. $\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$

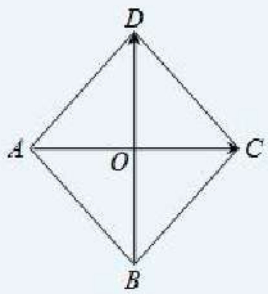
C. $\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$

D. $-\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{a})$

参考解答

参考答案	A	对应考点	向量的线性运算

如图



利用平行四边形法则，

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b})$$

4. 设 ΔABC 的三边 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$、$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$、$\overrightarrow{AB}=\vec{c}$，三边中点依次为 D、E、F，则( ).

A. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\vec{0}$

B. $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\vec{0}$

C. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{CF}=\vec{0}$

D. $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BE}-\overrightarrow{CF}=\vec{0}$

参考答案	A	对应考点	向量的线性计算

$$\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AG}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$$

$$=\frac{1}{2}(\vec{c}-\vec{b});$$

同理，$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{2}(\vec{a}-\vec{c})$; $\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}(\vec{b}-\vec{a})$.

从而 $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}[(\vec{c}-\vec{b})+(\vec{a}-\vec{c})+(\vec{b}-\vec{a})]=\vec{0}$.

注：由 $\overrightarrow{AD}=\vec{c}+\frac{\vec{a}}{2}$, $\overrightarrow{BE}=\vec{a}+\frac{\vec{b}}{2}$, $\overrightarrow{CF}=\vec{b}+\frac{\vec{c}}{2}$，易可得到

$$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\frac{3}{2}(\vec{c}+\vec{b}+\vec{a})=\frac{3}{2}\vec{0}=\vec{0}.$$

5. 已知点 $A(3,2,-1)$和点 $B(7,-2,3)$，取点 M使 $\boldsymbol{AM}=2\boldsymbol{MB}$，则向量 $\boldsymbol{OM}=$ ( ).

A. $\frac{1}{3}\{17,-2,5\}$

B. $\frac{1}{2}\{17,-2,5\}$

C. $\frac{1}{5}\{17,-2,5\}$

D. $\{17,-2,5\}$

参考答案	A	对应考点	定比分点的计算

设 M点坐标为：(x,y,z)，由 $\frac{\boldsymbol{AM}}{\boldsymbol{MB}}=2$，由定比分点的性质可得：

$$x=\frac{3+2\cdot 7}{1+2}=\frac{17}{3},\ y=\frac{2+2\cdot(-2)}{1+2}=-\frac{2}{3},\ z=\frac{(-1)+2\cdot 3}{1+2}=\frac{5}{3},$$

因此：向量 $\boldsymbol{OM}=\frac{1}{3}\{17,-2,5\}$.

6. 设点 M 是 ΔABC 的重心，已知 $A(4,7,3)$，$B(3,-2,5)$，$M(2,4,-1)$，则点 C 为 ( ).

A. $(5,7,-11)$　　B. $(-5,7,-11)$
C. $(-5,7,11)$　　D. $(-5,-7,11)$

参考答案	B	对应考点	向量的坐标运算

设 BC 的中点为 $D(m,n,p)$，点 M 是 ΔABC 的重心，则 $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MD}$，
可得 $\{-2,-3,-4\}=2\{m-2,n-4,p+1\}$，
可得 D 的坐标为 $(-1,\frac{5}{2},-3)$，可得点 C 为 $(-5,7,-11)$.

7. 设 $\vec{m}=3\vec{i}+5\vec{j}+8\vec{k}$，$\vec{n}=2\vec{i}-4\vec{j}-7\vec{k}$，$\vec{p}=5\vec{i}+\vec{j}-4\vec{k}$，则 $\vec{a}=4\vec{m}+3\vec{n}-\vec{p}$ 在 x 轴上的坐标为 ( ).

A. 13　　B. 14　　C. 5　　D. 10

参考答案	A	对应考点	空间直角坐标系向量的坐标.

$\because \vec{a}=4\vec{m}+3\vec{n}-\vec{p}$

$=4(3\vec{i}+5\vec{j}+8\vec{k})+3(2\vec{i}-4\vec{j}-7\vec{k})-(5\vec{i}+\vec{j}-4\vec{k})$

$=13\vec{i}+7\vec{j}+15\vec{k}$，

$\therefore$ 在 x 轴上的坐标为13，在 y 轴上的分向量为 $7\vec{j}$.

8. 一向量的终点为点 $B(2,-1,7)$，它在 x 轴，y 轴和 z 轴上的投影依次为 4， -4 和 7，求该向量的起点 A 的坐标为 ( ).

A. $(-2,3,0)$　　B. $(2,3,0)$　　C. $(-2,-3,0)$　　D. $(-2,3,10)$

参考解答

参考答案	A	对应考点	求直角坐标系向量坐标.

设 $A(x,y,z)$，则

$$\overrightarrow{AB}=\{2-x,-1-y,7-z\}.$$

按题设，此向量在坐标轴上的投影依次为4，-4和7，故

$$2-x=4,\quad -1-y=-4,\quad 7-z=7,$$

$$x=-2,\quad y=3,\quad z=0,$$

从而所求起点为 $A(-2,3,0)$.

9. x 轴上与点 $A(4,4,-7)$ 和点 $B(-1,8,6)$ 等距离的点是 ( ).

A. $(1,0,0)$　　B. $(-2,0,0)$

C. $(-1,0,0)$　　D. $(2,0,0)$

参考解答

参考答案	B	对应考点	两点间的距离

设 x 轴上的点为：$(x,0,0)$，根据题意得：$(4-x)^2+4^2+(-7)^2=(-1-x)^2+8^2+6^2$，解得：$x=-2$，则点 $(-2,0,0)$ 为所求.

10. 已知点$A(-3, 4, 7)$、点$P(-1, 2, 3)$，点P分$\overrightarrow{AB}$的比$\dfrac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}}=\dfrac{1}{2}$，则点$B$的坐标是( ).

A. $(3, 2, 5)$ **B**. $(3, -2, 5)$

C. $(3, 2, -5)$ **D**. $(3, -2, -5)$

参考答案	D	对应考点	向量的坐标运算

设点B的坐标为：(x, y, z)，则：由$\dfrac{\overrightarrow{AP}}{\overrightarrow{PB}}=\dfrac{1}{2}$，

可得$\dfrac{(-3)+\frac{1}{2}x}{1+\frac{1}{2}}=-1$，$\dfrac{4+\frac{1}{2}y}{1+\frac{1}{2}}=2$，$\dfrac{7+\frac{1}{2}z}{1+\frac{1}{2}}=3$，

解得：$(x, y, z)=(3, -2, -5)$．

11. 已知一线段被 $M_1(2,\ 1,\ -1)$, $M_2(4,\ -3,\ -2)$三等分，则该线段两个端点的坐标为 ( ).

A. $(0,\ 5,\ 0)$, $(6,\ -7,\ -3)$　　B. $(0,\ 5,\ 1)$, $(6,\ 7,\ 3)$

C. $(0,\ 12,\ 11)$, $(6,\ -7,\ -3)$　　D. $(0,\ 5,\ 0)$, $(1,\ 7,\ 3)$

参考答案	A	对应考点	向量的坐标

设两端点坐标分别为：$A(a,\ b,\ c)$，$B(x,\ y,\ z)$，

由题意得：M_1为AM_2的中点，M_2为M_1B的中点；

$a+4=2\cdot 2,\ b-3=2\cdot 1,\ c-2=2\cdot(-1)$

$2+x=4\cdot 2,\ 1+y=(-3)\cdot 2,\ (-1)+z=(-2)\cdot 2$

解得：$A(0,\ 5,\ 0)$, $B(6,\ -7,\ -3)$.

12. 已知$A(2,\ -3,\ 4)$, $B(5,\ 2,\ -6)$, $C(-4,\ -8,\ 8)$，则ΔABC的重心为 ( ).

A. $(1,\ 3,\ -2)$　　B. $(1,\ -3,\ -2)$

C. $(1,\ 3,\ 2)$　　D. $(1,\ -3,\ 2)$

参考答案	D	对应考点	向量坐标的运算

设重心坐标为：$(x,\ y,\ z)$，则：

$x=\dfrac{2+5+(-4)}{3}=1,\ y=\dfrac{(-3)+2+(-8)}{3}=-3,\ z=\dfrac{4+(-6)+8}{3}=2$，

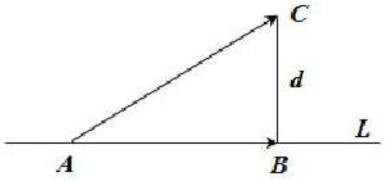
得到：$(x,\ y,\ z)=(1,\ -3,\ 2)$.

13. 直线L通过点$A(-2, 1, 3)$和$B(0, -1, 2)$，则点$C(10, 5, 10)$到直线L的距离为( ).

A. $10\sqrt{2}$　　B. $10\sqrt{3}$　　C. $5\sqrt{5}$　　D. $7\sqrt{3}$

参考答案	A	对应考点	向量积，点到直线的距离公式.

解一 如图，



$$\overrightarrow{AC}=\{12, 4, 7\},\ \overrightarrow{AB}=\{2, -2, -1\},$$

$$\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{12^2+4^2+7^2}=\sqrt{209},\ \left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{2^2+(-2)^2+(-1)^2}=3,$$

$$Prj_{\overrightarrow{AB}}\overrightarrow{AC}=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\frac{12\cdot2-2\cdot4-7\cdot1}{3}=3,$$

所以点$C(10, 5, 10)$到直线L的距离为

$$d=\sqrt{\left|\overrightarrow{AC}\right|^2-\left(Prj_{\overrightarrow{AB}}\overrightarrow{AC}\right)^2}=\sqrt{209-9}=10\sqrt{2}.$$

解二 $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -2 & -1\\ 12 & 4 & 7\end{vmatrix}=-10\vec{i}-26\vec{j}+32\vec{k}$，$\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{1800}$，

所以

$$d=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\frac{\sqrt{1800}}{3}=10\sqrt{2}.$$

14. 设 $\boldsymbol{a}=\{3, 5, -2\}$, $\boldsymbol{b}=\{2, 1, 4\}$，且已知 $\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$ 与 z 轴垂直，则有 ( ).

A. $\lambda=\mu$

B. $\lambda=-\frac{7}{6}\mu$

C. $\lambda=2\mu$

D. $\lambda=3\mu$

参考答案	C	对应考点	向量的线性运算

$\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}=\{3\lambda+2\mu, 5\lambda+\mu, -2\lambda+4\mu\}$，此向量与 z 轴垂直，所以 $-2\lambda+4\mu=0$，可得 $\lambda=2\mu$.

15. 以 $\boldsymbol{a}=\{2, -1, 1\}$ 和 $\boldsymbol{b}=\{1, 2, -3\}$ 为边的平行四边形的面积等于 ( ).

A. $3\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. $5\sqrt{3}$

参考答案	D	对应考点	向量的代数运算

$\cos\theta=\frac{|2-2-3|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+1}\sqrt{1+2^2+(-3)^2}}=\frac{3}{\sqrt{84}}$，则 $\sin\theta=\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{84}}$，得到：

$S=2\cdot(\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin\theta)=\sqrt{6}\cdot\sqrt{14}\cdot\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{84}}=5\sqrt{3}$.

16. 已知点 $A(1,\ 4,\ -2)$, $B(5,\ 2,\ 0)$, $C(6,\ 4,\ -3)$, 则 ΔABC 的面积等于 ( ).

A. $\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. $5\sqrt{3}$　　D. $4\sqrt{3}$

参考答案	C	对应考点	向量的代数运算

$\overrightarrow{AB}=\{4,\ -2,\ 2\}$, $\overrightarrow{AC}=\{5,\ 0,\ -1\}$，则 $\cos\angle A=\dfrac{|20-2|}{\sqrt{16+4+4}\sqrt{25+0+1}}=\dfrac{18}{\sqrt{24}\sqrt{26}}$，

$\sin\angle A=\dfrac{\sqrt{24\cdot 26-18^2}}{\sqrt{24}\sqrt{26}}=\dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{26}\sqrt{24}}$，则 ΔABC 的面积为：$\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}\overrightarrow{AC}\sin\angle A=\dfrac{1}{2}\sqrt{24}\sqrt{26}\dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{24}\sqrt{26}}=5\sqrt{3}$.

17. 已知向量 $\vec{a}=\{1,\ 1,\ 1\}$，则垂直于 $\vec{a}$ 且垂直于 z 轴的单位向量是 ( ).

A. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\{1,\ 1,\ 1\}$　　B. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}\{1,\ -1,\ 1\}$

C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\{1,\ -1,\ 0\}$　　D. $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\{1,\ 1,\ 0\}$

参考答案	C	对应考点	向量的向量积

由题意得满足条件的向量

$\vec{b}=\vec{a}\times\{0,\ 0,\ 1\}=\{1,\ 1,\ 1\}\times\{0,\ 0,\ 1\}=\{1,\ -1,\ 0\}$，

所以其单位向量为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\{1,\ -1,\ 0\}$.

18. 设向量 $\boldsymbol{a}=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}-7\boldsymbol{k}$ 的终点坐标为 $(2, 1, 7)$，则( ).

A. $\boldsymbol{a}$ 的起点坐标为 $(-2, 3, 1)$

B. $\boldsymbol{a}$ 的长为 8

C. $\boldsymbol{a}$ 与 x 轴的夹角为 $\alpha=\frac{\pi}{3}$

D. $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦为 $\cos\alpha=\frac{4}{9}$, $\cos\beta=-\frac{4}{9}$, $\cos\gamma=-\frac{7}{9}$

参考答案	D	对应考点	向量的模与方向余弦

$\boldsymbol{a}$ 的起点坐标为 $(2-4, 1-(-4), 7-(-7))=(-2, 5, 14)$，

$\boldsymbol{a}$ 的模为 $\sqrt{4^2+4^2+7^2}=9$；

所以 $\boldsymbol{a}$ 的方向余弦为 $\cos\alpha=\frac{4}{9}$, $\cos\beta=-\frac{4}{9}$, $\cos\gamma=-\frac{7}{9}$，

$\boldsymbol{a}$ 与 x 轴的夹角为 $\alpha=\arcsin\frac{4}{9}$.

19. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{i}+\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k}$，则垂直于 $\boldsymbol{a}$，且同时垂直于 y 轴的单位向量 $\boldsymbol{e}=$ ( ).

A. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}-\boldsymbol{k})$　　B. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{j}+\boldsymbol{k})$

C. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{k})$　　D. $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}+\boldsymbol{k})$

参考解答

参考答案	C	对应考点	向量的向量积

y 轴上的向量 $b=j$ 或 $b=-j$，则垂直于 $\boldsymbol{a}$，且同时垂直于 y 轴的向量为 $c=a\times b=\pm(i-k)$，所以其单位向量为 $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{i}-\boldsymbol{k})$.

20. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 为非零向量，λ 是实数，则下列命题中错误的是 ( ).

A. 由 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|$ 得 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 方向相同

B. 由 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 得 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$

C. 由 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\lambda(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$ 得 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行

D. 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 与 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 未必相等

参考解答

参考答案	D	对应考点	向量的数量积

若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，则 $a\cdot b=0$，所以 $a^2+2a\cdot b+b^2=a^2-2a\cdot b+b^2$ 即 $(a+b)^2=(a-b)^2$，所以则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$ 与 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 相等.

21. 与 $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$， $\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$都垂直的单位向量为( ).

A. $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}\right)$

B. $\pm\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}\right)$

C. $-\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}\right)$

D. $\pm\left(\vec{j}+\vec{k}\right)$

参考答案	B	对应考点

$$\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 3 & -2 & 4\\ 1 & 1 & -2\end{vmatrix}=10\vec{j}+5\vec{k},$$

$\because |\vec{c}|=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$,

$\therefore \vec{c}^{\circ}=\pm\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}=\pm\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j}+\frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}\right)$.

22. 已知$\overrightarrow{AB}=\{-3, 0, 4\}$, $\overrightarrow{AC}=\{5, -2, -4\}$，则$\angle BAC$平分线上的单位向量为( ).

A. $\left\{-\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}$

B. $\left\{\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}$

C. $\left\{-\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{5}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

D. $\left\{-\frac{2}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

参考答案	A	对应考点	向量的代数计算

$$\because \left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{3^2+4^2}=5,\ \left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{15}$$

$$\therefore \overrightarrow{AB^0}=\left\{-\frac{3}{5}, 0, \frac{4}{5}\right\}, \overrightarrow{AC^0}=\left\{\frac{5}{15}, -\frac{2}{15}, -\frac{14}{15}\right\}$$

$$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB^0}+\overrightarrow{AC^0}=\left\{-\frac{4}{15}, -\frac{2}{15}, -\frac{2}{15}\right\}$$

又由于$|AE|=\frac{2\sqrt{6}}{15}$，因此$\left|\overrightarrow{AE^0}\right|=\left\{-\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right\}$.

23. 已知$A(1,-2,1)$, $B(-3,2,3)$, $C(-1,3,2)$, 则$\angle ABC=$( ).

A. $\arccos\frac{1}{\sqrt{6}}$　　B. $\arccos\frac{1}{\sqrt{3}}$　　C. $\arccos\frac{1}{\sqrt{5}}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

参考答案	A	对应考点	向量间的夹角

$\overrightarrow{BA}=\{4,-4,-2\}$, $\overrightarrow{BC}=\{2,1,-1\}$, $\cos\angle ABC=\frac{\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}||\overrightarrow{BC}|}=\frac{8-4+2}{6\cdot\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}$, $\angle ABC=\arccos\frac{1}{\sqrt{6}}$.

24. 设向量$\boldsymbol{a}$的方向余弦满足$\cos\alpha+\cos\beta=1$, $\cos\alpha+\cos\gamma=-\frac{1}{3}$,且$|\boldsymbol{a}|=9$,求$\boldsymbol{a}=$( ).

A. $\{3,6,-6\}$或$\{1,8,-4\}$　　B. $\{2,3,-3\}$或$\{-1,4,-2\}$

C. $\{-3,2,-2\}$或$\{2,4,-1\}$　　D. $\{1,2,-2\}$或$\{2,1,-3\}$

参考答案	A	对应考点

$\cos^2\alpha+(1-\cos\alpha)^2+(-\frac{1}{3}-\cos\alpha)^2=1$,

$3\cos^2\alpha-\frac{4}{3}\cos\alpha+\frac{1}{9}=0$,

$\Rightarrow\cos\alpha=\frac{1}{3}$或$\frac{1}{9}$, $\cos\beta=\frac{2}{3}$或$\frac{8}{9}$, $\cos\gamma=\frac{-2}{3}$或$\frac{-4}{9}$,

$\boldsymbol{a}=\{3,6,-6\}$或$\{1,8,-4\}$.

25. 设向量 $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}-5\boldsymbol{k}$ 的起点坐标为 $(2, 1, 7)$，则( ).

A. $\boldsymbol{a}$ 的终点坐标为 $(4, -2, 1)$

B. $\boldsymbol{a}$ 的长为 6

C. $\boldsymbol{a}$ 与 y 轴的夹角为 $\alpha=\arccos\frac{-2}{\sqrt{33}}$

D. $\boldsymbol{a}$ 在 z 轴的投影为 5

参考答案	C	对应考点

终点坐标为 $(2+2, -2+1, -5+7)=(4, -1, 2)$.

向量的模长为 $\sqrt{2^2+(-2)^2+(-5)^2}=\sqrt{33}$；

a 与 y 轴的夹角为 α，则 $\cos\alpha=\frac{y}{|r|}=\frac{-2}{\sqrt{33}}$，

a 在 z 轴的投影为 $\sqrt{33}\cdot\frac{-5}{\sqrt{33}}=-5$

26. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 与三个坐标面的夹角分别为 ξ, η, ζ，则 $\cos^2\xi + \cos^2\mu + \cos^2\zeta =$（ ）.

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1　　D. 2.

参考答案	D	对应考点

设 $\boldsymbol{a} = \{x, y, z\}$，且与 yOz、xOy、xOz 平面的夹角分别为 ξ, η, ζ，向量的模为 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 则

$\cos\xi = \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{r}$，$\cos\eta = \frac{\sqrt{y^2 + x^2}}{r}$，$\cos\eta = \frac{\sqrt{z^2 + x^2}}{r}$，所以 $\cos^2\xi + \cos^2\mu + \cos^2\zeta = 2\frac{r^2}{r^2} = 2$.

或： 由题意可得向量 $\boldsymbol{a}$ 与三个坐轴的夹角分别为 $\frac{\pi}{2} - \xi, \frac{\pi}{2} - \eta, \frac{\pi}{2} - \zeta$，设 $\boldsymbol{a} = \{x, y, z\}$，则

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \xi) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \eta) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \zeta) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

得到：$\sin^2\xi + \sin^2\eta + \sin^2\zeta = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{x^2 + y^2 + z^2} = 1$，则 $\cos^2\xi + \cos^2\eta + \cos^2\zeta = 3 - 1 = 2$.

27. 设向量 $\boldsymbol{a}=\{-1, 4, -8\}$，向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于 z 轴，$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ 为锐角，且 $|\boldsymbol{b}|=\frac{1}{3}|\boldsymbol{a}|$，则 $\boldsymbol{b}=(\ )$.

A. $\{0, 0, -3\}$　　　　B. $\{0, 0, 3\}$

C. $\{0, 1, -3\}$　　　　D. $\{0, 1, 3\}$

参考答案	A	对应考点	向量的模与方向余弦

向量 $\boldsymbol{b}$ 平行于 z 轴，则可设 $b=\{0, 0, m\}$，$|\boldsymbol{b}|=\frac{1}{3}|\boldsymbol{a}|$，

所以 $m^2=\frac{1}{9}(1+16+64)=9$，

又因为 $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ 为锐角，

所以 $m=-3$，所以 $b=\{0, 0, -3\}$.

28. 设 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=5$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=6$，则 $\widehat{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})}=(\ )$.

A. $2\pi-\arcsin\frac{3}{5}$　　　　B. $\pi-\arcsin\frac{3}{5}$

C. $\arcsin\frac{3}{5}$　　　　D. $2\arcsin\frac{3}{5}$

参考解答

参考答案	D	对应考点	向量间夹角的计算

由题意可看出向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 可构成一个等腰三角形的三条边，边长分别为 5, 5, 6，则两条腰的夹角即为所求，又由等腰三角形的性质可以知道，我们可作底边的垂直平分线，它也正好平分顶角（即为所求的角），因此直接由直角三角形的性质可得 $\sin\frac{1}{2}\widehat{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})}=\frac{3}{5}$，则 $\widehat{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})}=2\arcsin\frac{3}{5}$.

29. 设向量 $\boldsymbol{a}$ 的方向角 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，β 为锐角，$\gamma=\pi-\beta$，且 $|\boldsymbol{a}|=4$，则 $\boldsymbol{a}=$ ( ).

A. $\{2,\ -\sqrt{6},\ \sqrt{6}\}$

B. $\{2,\ -\sqrt{6},\ -\sqrt{6}\}$

C. $\{2,\ \sqrt{6},\ \sqrt{6}\}$

D. $\{2,\ \sqrt{6},\ -\sqrt{6}\}$

参考答案	D	对应考点	向量的方向余弦

设 $\boldsymbol{a}=(x,\ y,\ z)$，

$$\cos\alpha=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\frac{x}{4}=\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2},$$

$$\cos\beta=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\frac{y}{4},$$

$$\cos\gamma=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}=\frac{z}{4}$$

又 $\gamma=\pi-\beta$，则 $\cos\beta=-\cos\gamma$，

又 $\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$，$\beta$ 为锐角，

则 $\cos\beta=\frac{\sqrt{6}}{4}$，$\cos\gamma=-\frac{\sqrt{6}}{4}$，

代入得：$x=2,\ y=\sqrt{6},\ z=\sqrt{6}$，

则 $\boldsymbol{a}=\{2,\ \sqrt{6},\ -\sqrt{6}\}$.

30. 设点$A(1, 0, -1)$, $|\overrightarrow{AB}|=10$, AB与x轴、y轴的夹角依次为$\alpha=\frac{\pi}{3}, \beta=\frac{\pi}{4}$，则$B$的坐标为( ).

A. $(6, 5\sqrt{2}, 4)$或$(6, 5\sqrt{2}, -6)$

B. $(1, \sqrt{2}, 1)$或$(1, \sqrt{2}, -1)$

C. $(\frac{1}{2}, 1, -1)$或$(\frac{1}{2}, 1, 1)$

D. $(4, 5\sqrt{2}, 3)$或$(4, 5\sqrt{2}, -3)$

参考解

参考答案	A	对应考点

$\overrightarrow{AB}^0=\{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\}=\left\{\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\frac{1}{2}\right\}$, $\overrightarrow{AB}=5\{1, \sqrt{2}, \pm 1\}$,

$\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\{1, 0, -1\}+5\{1, \sqrt{2}, \pm 1\}=\{6, 5\sqrt{2}, -1\pm 5\}$,即点$B$为$(6, 5\sqrt{2}, 4)$或$(6, 5\sqrt{2}, -6)$.

31. 以$M_1(4, 3, 1)$、$M_2(7, 1, 2)$、$M_3(5, 2, 3)$多个点为顶点的三角形是一个( ).

A. 直角非等腰三角形

B. 等腰三角形

C. 等边三角形

D. 直角三角形

参考答案	B	对应考点	直角坐标系下向量坐标，求两点间的距离.

$|M_1M_2|^2=(7-4)^2+(1-3)^2+(2-1)^2=14$,

$|M_2M_3|^2=(5-7)^2+(2-1)^2+(3-2)^2=6$,

$|M_3M_1|^2=(4-5)^2+(3-2)^2+(1-3)^2=6$,

$\therefore \quad |M_2M_3|=|M_3M_1|$, $|M_1M_2|^2\neq|M_2M_3|+|M_3M_1|$

从而是等腰三角形.

32. 已知向量$\vec{a}$的模为3，且其方向角$\alpha=\gamma=60^{\circ}$，$\beta=45^{\circ}$，则向量$\vec{a}=(\ )$.

A. $\frac{3}{2}\vec{i}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\vec{j}+\frac{3}{2}\vec{k}$

B. $\frac{3}{2}\vec{i}-\frac{3\sqrt{2}}{2}\vec{j}+\frac{3}{2}\vec{k}$

C. $\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\vec{j}+\frac{3}{2}\vec{k}$

D. $\frac{3}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}+\frac{3}{2}\vec{k}$

参考答案	A	对应考点	空间坐标系向量的坐标

已知向量$\vec{a}$的方向余弦为

$$\cos\alpha=\frac{1}{2},\quad \cos\beta=\frac{\sqrt{2}}{2},\quad \cos\gamma=\frac{1}{2}.$$

由于$\cos\alpha=\frac{\vec{a_1}}{|\vec{a}|}$，$\cos\beta=\frac{\vec{a_2}}{|\vec{a}|}$，$\cos\gamma=\frac{\vec{a_3}}{|\vec{a}|}$，所以

$$\vec{a}=\vec{a_1}\vec{i}+\vec{a_2}\vec{j}+\vec{a_3}\vec{k}=|\vec{a}|\cos\alpha\vec{i}+|\vec{a}|\cos\beta\vec{j}+|\vec{a}|\cos\gamma\vec{k}$$

$$=\frac{3}{2}\vec{i}+\frac{3\sqrt{2}}{2}\vec{j}+\frac{3}{2}\vec{k}.$$