诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年___月___日
考　试　用

湖南大学课程考试试卷

课程名称:线性代数 A;课程编码:GE03003;试卷编号: A ;考试时间:120 分钟

题　号	1-9	10-12	13-15		总分
应得分	**34**	**30**	**36**		100
实得分					
评卷人					

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

学号:

姓名:

装订线(题目不得超过此线)

湖南大学教务处考试中心

说明:本卷中,A^T表示矩阵 A 的转置矩阵,A^*表示矩阵 A 的伴随矩阵,E 表示单位矩阵,$|A|$表示方阵 A 的行列式,$R(A)$表示矩阵 A 的秩.

填空题:将答案填写在横线上(1-8 题,每小题 3 分,共 24 分)

1.设 A,B 均为 n 阶方阵,$|A|=3,|B|=2,|A^{-1}+B|=2$,则$|A+B^{-1}|=$________.

2.设行列式$D=\begin{vmatrix}1&2&3&4&5\\2&2&2&1&1\\3&1&2&4&5\\1&1&1&2&2\\4&3&1&5&0\end{vmatrix}$,$A_{ij}$为$D$中$a_{ij}$的代数余子式,$D$的代数余子式$A_{31}+A_{32}+A_{33}=$________________________.

3. 设三阶矩阵$A=(2\alpha_1,\alpha_2,\beta)^T,B=(3\alpha_1,2\alpha_2,\gamma)^T$,其中$\alpha_1,\alpha_2,\beta,\gamma$均为三维行向量,若$|A|=3,|B|=2$,则$|A-2B|=$________________.

4. 设三阶矩阵 $A=\begin{bmatrix}2&3&4\\6&x&2\\4&6&3\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}1\\3\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2,&3,&4\end{bmatrix}$,且 $R(A+AB)=2$,则$x=$________________________.

5.设矩阵 $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 6 & 3 & -3 \\ -4 & -2 & 2 \end{bmatrix}$，则 $A^{2017}=$________________.

6.设 n 阶方阵 A 的每行元素之和均为零，且秩 $(A)=n-1$，则线性方程组 $AX=0$ 的通解是________________.

7.设三阶方阵 A 与 B 相似，且 $|2A+3E|=|B+3E|=|E-2B|=0$, 则 $|A|$______.

8.设 α 为三维列向量而且 $\alpha\alpha^T=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$，则 $\alpha^T\alpha=$________.

解答题（9-15 题，共 76 分）

9.（10 分）计算 $n+1$ 阶行列式：$D_{n+1}=\begin{vmatrix} a^n & (a+1)^n & \cdots & (a+n)^n \\ a^{n-1} & (a+1)^{n-1} & \cdots & (a+n)^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a & a+1 & \cdots & a+n \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{vmatrix}$.

湖南大学课程考试试卷

装订线（题目不得超过此线）

10.（10 分）设矩阵 A,B 满足 $ABA^{-1}=-BA^{-1}+2E$，其中 A 的伴随矩阵

$$A^*=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}，求 B.$$

11.（10 分）求向量组 $\alpha_1=(1,2,1,3)$, $\alpha_2=(1,1,-1,1)$, $\alpha_3=(1,3,3,5)$, $\alpha_4=(4,5,-2,6)$，$\alpha_5=(-3,-5,-1,-7)$ 的秩和一个最大无关组，并用该最大无关组表示其余向量.

湖南大学教务处考试中心

12.（10 分）设 R^3空间中的两组基为 $\alpha_1 = (1,1,0)^T$ ，$\alpha_2 = (0,1,1)^T$ ，$\alpha_3 = (1,0,1)^T$ 和 $\beta_1 = (1,0,0)^T$，$\beta_2 = (1,1,0)^T$，$\beta_3 = (1,1,1)^T$.（1）求由基$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$到基$\beta_1$，$\beta_2$，$\beta_3$的过渡矩阵；（2）求向量$\gamma = 3\alpha_1 + \alpha_2 + 2\alpha_3$在基$\beta_1$，$\beta_2$，$\beta_3$下的坐标.

湖南大学课程考试试卷

装订线（题目不得超过此线）

13.（12 分）讨论 a,b 为何值时，非齐次线性方程组：

$$\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3=0 \\ -x_1+4x_2-5x_3=a \\ 2x_1-x_2+3x_3=5 \\ -x_1+2x_2+(b-2)x_3=-1 \end{cases}$$

无解、有唯一解、有无穷多个解？

并在有无穷多个解的情况下，求出它的通解.

14.（14 分）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^{\ 2}+5x_2^{\ 2}+ax_3^{\ 2}-2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$ 的秩为 2. 求 a 及该二次型经过正交变换后所得的标准型，并且求出该正交变换，同时指出 $f(x_1,x_2,x_3)=1$ 表示何种曲面.

湖南大学教务处考试中心

15.（10 分）设 A,B 均为 n 阶方阵,证明方程组 $AX=0$ 与方程组 $BX=0$ 同解的充分必要条件是存在 n 阶方阵 P,Q 使得 $A=PB$ ，$B=QA$.