

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

____年____月____日
考 试 用

# 湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A(2); 课程编码: GE03026 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1~7	8~10	11~12	13~14	15~16	17~18					总分
应得分	21	21	14	14	14	16					100
实得分											
评卷人											

## 一、填空题 (每题 3 分, 共 21 分)

1. 已知  $\|\vec{a}\| = 2, \|\vec{b}\| = 1, \|\vec{c}\| = \sqrt{2}$ , 且  $\vec{a} \perp \vec{b}, \vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b}$  与  $\vec{c}$  的夹角为  $\frac{\pi}{4}$ , 则

$$\|\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\| = \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 直线  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$  与平面  $2x + y + z - 6 = 0$  的夹角等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 过曲线  $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16, \\ x^2 + z^2 - y^2 = 0 \end{cases}$  且母线平行于  $x$  轴的柱面方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 函数  $f(x, y)$  在点  $P(1, 2)$  沿  $\vec{i} + \vec{j}$  方向的方向导数是  $2\sqrt{2}$ , 沿  $-2\vec{j}$  方向的方向导数是  $-3$ , 则函数  $f(x, y)$  沿  $-\vec{i} - 2\vec{j}$  方向的方向导数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 曲面  $\cos \pi x - x^2 y + e^{yz} + yz = 4$  在点  $P(0, 1, 2)$  处的切平面方程为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

6. 一个球从  $h$  米高度落下, 每次下落后弹起的高度为  $\frac{2}{3}h$ , 若开始下落的高度为 6 米, 则直至落在地面静止不动时, 该球上下经过的总距离为  $\underline{\hspace{2cm}}$  米.

7. 将函数  $f(x) = x$  ( $-\pi < x < \pi$ ) 展开成傅里叶级数时, 其系数  $b_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .  
( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

## 二、计算题 (每题 7 分, 共 70 分)

8. 计算  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)(e^{|x|+|y|} - 1)}.$

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线 (题目不得超过此线)

学号:

湖南大学教务处考试中心

姓名:



---

9. 已知  $z = f(x^2 y, \ln(xy))$ ,  $f$  具有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .

10. 计算  $I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \frac{x+y}{x^2+y^2} dy$ .

11. 一个密度为 1 的物体所占有的闭区域  $\Omega$  由曲面  $z = x^2 + y^2$  和平面  $z = 0, |x| = 1, |y| = 1$  所围成, 求该物体关于  $z$  轴的转动惯量.

12. 设  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$ , 若  $\iint_{\Sigma} (3x + 4z)^2 ds = 300\pi$ , 求  $a$  的值.

---

13. 计算曲线积分  $I = \int_{\Gamma} \sqrt{2y^2 + z^2} ds$ ,  $\Gamma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  与平面  $x = y$  相交的圆周.

14. 设  $f(\pi) = 1$ , 试求  $f(x)$ , 使得曲线积分  $I = \int_{AB} [\sin x - f(x)] \frac{y}{x} dx + f(x) dy$  与路径无关, 并求当  $A, B$  两点坐标分别为  $(1, 0)$  与  $(\pi, \pi)$  时曲线积分的值.

15. 计算  $I = \iint_{\Sigma} (x^3 + az^2)dydz + (y^3 + ax^2)dzdx + (z^3 + ay^2)dxdy$ , 其中  $\Sigma$  为上半球面  $z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}$  的下侧.

16. 求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n} x^{2n-2}$  的和函数.

---

17. 将函数  $f(x) = \ln(1 + x^2 + x^4)$  展开成  $x$  的幂级数.

三、应用题 (9 分)

18. 已知函数  $z = f(x, y)$  的全微分  $dz = 2xdx - 2ydy$ , 并且  $f(1, 1) = 2$ , 求  $f(x, y)$  在椭圆

域  $D = \{(x, y) \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$  上的最大值与最小值.