

考试中心填写：诚信应考,考试作弊将带来严重后果！

____年____月____日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

湖南大学课程考试试卷

专业班级:

装订线(题目不得超过此线)

学号:

湖南大学教务处考试中心

姓名:

课程名称: 高等数学 A(2); 课程编码: GE03026 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1~5	6~8	9~10	11~12	13~14	15~16		总分
应得分	20	18	14	16	16	16		100
实得分								
评卷人								

填空题: 将答案填在横线上(每题 4 分, 共 20 分)

1. 已知向量 a, b, c 两两相互垂直, 且 $\|a\|=1, \|b\|=2, \|c\|=3$, 则模

$\|a+b+c\| =$ _____ .

2. 函数 $f(x, y) = x^3 - 4x^2 + 2xy - y^2$ 的极值点为 _____ .

3. 曲面 $e^z - z + xy = 3$ 在点 $(2, 1, 0)$ 处的切平面方程是 _____ .

4. $I = \int_0^{\frac{R}{2}} dx \int_0^{\sqrt{3}x} f(x, y) dy + \int_{\frac{R}{2}}^R dx \int_0^{\sqrt{R^2-x^2}} f(x, y) dy$ 在极坐标系下的累次积分为 _____ .

5. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-a)^n}{n}$ 在 $x=2$ 时收敛, 则 a 的取值范围是 _____ .

解答题(共 80 分):

6. (6 分) 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{1 - \sqrt{1 + x^2 + y^2}}$.

7. (6 分) 已知 $z = yf(x + y, xy)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

8. (6 分) 在点 $(1, -1, 0)$ 处, 求函数 $u = xy + e^z$ 有最大增长率的方向 (单位向量), 并求该增长率的值.

9. (6分) 计算累次积分 $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y \frac{\sin z}{(1-z)^2} dz$.

10. (8分) 设直线 $l: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{6}$ 在平面 π 上, 而平面 π 与曲面 $z = x^2 + y^2$ 相切, 求切点的坐标.

11. (8 分) 设有平面力场 $\mathbf{F} = \frac{e^x}{1+y^2} \mathbf{i} + \frac{2y(1-e^x)}{(1+y^2)^2} \mathbf{j}$,

(1) 试问该力场是否构成保守场 (即做功与路径无关) ?

(2) 求质点沿圆周 $x^2 + (y-1)^2 = 1$ 从点 $A(0, 0)$ 移动到点 $B(1, 1)$ 时该场力所做的功 W .

12. (8 分) 设 $f(x) = 2 + x$ ($0 \leq x \leq \pi$), 求 (1) $f(x)$ 的以 2π 为周期的余弦级数;

(2) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$ 的和.

13. (8 分) 设 $a_0, a_1, a_2 \cdots$ 为等差数列 ($a_0 \neq 0$),

(1) 求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 的收敛域及和函数 $S(x)$; (2) 求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{2^n}$ 的和 S .

14. (8 分) 求球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 含在柱面 $x^2 + y^2 = ax$ 内的那部分的面积.

15. (8 分) 求 $I = \iint_{\Sigma} xz^2 dydz - \sin x dx dy$, 其中曲面 Σ 是由曲线

$$\begin{cases} y = \sqrt{1+z^2}, & 1 \leq z \leq 2 \\ x = 0 \end{cases},$$

绕 z 轴旋转而成的旋转曲面, 其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角.

16. (8 分) 已知曲面 $4x^2 + 4y^2 - z^2 = 1$ 与平面 $x + y - z = 0$ 的交线在 xOy 平面上的投影为一椭圆, 求此椭圆的面积.