考试中心填写： **0 诚信应考,考试作弊将带来严重后果！**

___年___月___日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

装订线（题目不得超过此线）

学号：

姓名：

湖南大学教务处考试中心

课程名称：线性代数 A；课程编码： GE03003 试卷编号： A ；考试时间：120 分钟

题 号	1~5	6~7	8~10	11~13		总分
应得分	20	18	28	34		100
实得分						
评卷人						

填空题：将答案填在横线上（1~5 题，每题 4 分，共 20 分）

1．设向量 $\boldsymbol{\alpha}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$，$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}3\\2\\1\end{bmatrix}$，矩阵 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}}$，则 $\boldsymbol{A}^6=$________________.

2．设 4 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩为 2，则其伴随矩阵 $\boldsymbol{A}^*$ 的秩为 __________________ .

3．已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1, 2, -1, 1)$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2, 0, t, 0)$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0, -4, 5, -2)$ 的秩为 2，则常数 $t=$________________________ .

4．设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶实对称阵，$\boldsymbol{P}$ 为 n 阶可逆矩阵，$\boldsymbol{x}$ 是 $\boldsymbol{A}$ 的对应于特征值 λ 的特征向量，则矩阵 $(\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{P})^{\mathrm{T}}$ 对应于 λ 的特征向量是 _______________ .

5．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2&1&0\\1&2&0\\0&0&1\end{bmatrix}$，而矩阵 $\boldsymbol{B}$ 满足 $\boldsymbol{ABA}^*=2\boldsymbol{BA}^*+\boldsymbol{E}$，其中 $\boldsymbol{A}^*$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的伴随矩阵，$\boldsymbol{E}$ 为单位矩阵，则行列式 $|\boldsymbol{B}|=$ ________________________.

解答题（6~13 题，共 80 分）：

6. （8 分）计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix} a+1 & a & a & \cdots & a \\ 1 & a+1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a+1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a+1 \end{vmatrix}$.

7. （10 分）设矩阵 $(2\boldsymbol{E}-\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{B})\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{C}^{-1}$，其中 $\boldsymbol{E}$ 为 4 阶的单位矩阵，$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的转置矩阵，且 $\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$，求 $\boldsymbol{A}$.

8. （8 分）试确定参数λ，使得矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 1 & \lambda & -1 & 2 \\ 2 & -1 & \lambda & 5 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$的秩达到最小.

9.（10 分）设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 4 \\ -6 & 4 & 2 & -2 & 4 \\ 6 & 3 & -9 & 7 & 9 \end{bmatrix}$，求矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的**列**向量组的一个最大无关组，并把不属于最大无关组的**列**向量用该最大无关组线性表示.

10. （10 分）在 $\mathbf{R}^3$ 中取两组基：$\boldsymbol{\varepsilon}_1=(1,0,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\varepsilon}_2=(0,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\varepsilon}_3=(0,0,1)^{\mathrm{T}}$ 和$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,1,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(1,-1,-1)^{\mathrm{T}}$.（1）求由基$\boldsymbol{\varepsilon}_1$，$\boldsymbol{\varepsilon}_2$，$\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 到基$\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\alpha}_3$ 的过渡矩阵；（2）求向量$\boldsymbol{\beta}=\boldsymbol{\varepsilon}_1+2\boldsymbol{\varepsilon}_2+\boldsymbol{\varepsilon}_3$ 在基$\boldsymbol{\alpha}_1$，$\boldsymbol{\alpha}_2$，$\boldsymbol{\alpha}_3$ 下的坐标；（3）求在这两组基下有相同坐标的向量.

湖南大学课程考试试卷

装订线（题目不得超过此线）

11. （14 分）设线性方程组 $\begin{cases} x_1+\ \ x_2+\ \ x_3+\ \ \ x_4=0, \\ \qquad\ \ x_2+2x_3+2x_4=1, \\ -x_2+(a-3)x_3-2x_4=b, \\ 3x_1+2x_2+\ \ x_3+ax_4=-1 \end{cases}$，（1）当 a, b 为何值时该方程组有唯一解、无解或有无穷多组解；（2）求出有无穷多组解时的通解.

湖南大学教务处考试中心

12.（12 分）设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=-2x_1x_2-2x_1x_3-2x_2x_3$，（1）用正交变换化其为标准形；（2）写出所做的变换；（3）说出方程 $f(x_1,x_2,x_3)=1$ 的几何图形的名称，（4）几何上看，将二次型化标准形时，正交变换的特点在哪里？

13.（8 分）设 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 为 n 阶方阵，试证明:（1）$\boldsymbol{AB}$ 与 $\boldsymbol{BA}$ 有相同的特征值;（2）$\mathrm{tr}(\boldsymbol{AB})=\mathrm{tr}(\boldsymbol{BA})$.