



XIII LO Szczecin

# Wojownicze Żółwie Ninja

Tomasz Nowak, Michał Staniewski, Justyna Jaworska

MWPZ 2019

7. Grudnia

1

Utils

2

Podjęcia

3

Wzorki

4

Matma

5

Struktury danych

6

Grafy

7

Geometria

8

Tekstówki

9

Optymalizacje

10

Randomowe rzeczy

## Utils (1)

headers

**Opis:** Nagłówki używane w każdym kodzie. Działa na każdy kontener i pary

**Użycie:** debug(a, b, c) << d << e; wypisze a, b, c: a; b; c; de

<bits/stdc++.h>5c63ee, 29 lines

using namespace std;  
using LL = long long;  
#define FOR(i, l, r) for(int i = (l); i <= (r); ++i)  
#define REP(i, n) FOR(i, 0, (n) - 1)  
template<class T> int size(T &&x) {  
 return int(x.size());  
}  
template<class A, class B> ostream& operator<<(ostream &out,  
 const pair<A, B> &p) {  
 return out << '(' << p.first << ", " << p.second << ')';  
}  
template<class T> auto operator<<(ostream &out, T &&x) ->  
 decltype(x.begin(), out) {  
 out << '{';  
 for(auto &e : x)  
 out << e << (&e == &\*--x.end() ? "" : ", ");  
 return out << '}';  
}  
template<class... Args> void dump(Args&&... args) {  
 ((cerr << args << "; ", ...);  
}  
#ifdef DEBUG  
 struct Nl{~Nl(){cerr << '\n';}};  
# define debug(x...) cerr << (\* #x ? "[" #x "]: " : ""), dump(x  
 ), Nl(), cerr << "  
#else  
# define debug(...) 0 && cerr  
#endif  
mt19937\_64 rng(0);  
int rd(int l, int r) {  
 return uniform\_int\_distribution<int>(l, r)(rng);  
}

headers/bazshrc.sh10 lines

c() {  
 clang++ -O3 -std=c++11 -Wall -Wextra -Wshadow \  
 -Wconversion -Wno-sign-conversion -Wfloat-equal \  
 -D\_GLIBCXX\_DEBUG -fsanitize=address,undefined -ggdb3 \  
 -DDEBUG \$1.cpp -o \$1  
}  
  
nc() {  
 clang++ -O3 -std=c++11 -static \$1.cpp -o \$1 # -m32  
}

headers/vimrc3 lines

set nu rnu hls is nosol ts=4 sw=4 ch=2 sc  
filetype indent plugin on  
syntax on

headers/sprawdzaczka.sh13 lines

#!/bin/bash  
for ((i=0; i<1000000; i++)); do  
 ./gen < conf.txt > gen.txt  
 ./main < gen.txt > main.txt  
 ./brute < gen.txt > brute.txt  
  
 if diff -w main.txt brute.txt > /dev/null; then  
 echo "OK \$i"  
 else  
 echo "WA"  
 exit 0  
 fi  
done

## Podjęcia (2)

- dynamik, zachłan
- dziel i zwyciężaj
- sposób "liczba dobrych obiektów = liczba wszystkich obiektów - liczba złych obiektów"
- czy warunek konieczny = warunek wystarczający?
- odpowiednie przekształcenie równania; uniezależnienie funkcji od jakiejś zmiennej, zauważenie wypukłości
- zastanowić się nad łatwiejszym problemem, bez jakiegoś elementu z treści
- sprowadzić problem do innego, łatwiejszego/mniejszego problemu
- sprowadzić problem 2D do problemu 1D (zamiatanie; niezależność wyniku dla współrzędnych X od współrzędnych Y)
- konstrukcja grafu
- określenie struktury grafu
- optymalizacja bruta do wzorcówki
- czy można poprawić (może zachłannie) rozwiązanie nieoptymalne?
- czy są ciekawe fakty w rozwiązaniach optymalnych? (może się do tego przydać brute)

- sprawdzić czy w zadaniu czegoś jest "mało" (np. czy wynik jest mały, albo jakaś zmienna, może się do tego przydać brute)
- odpowiednio "wzbogacić" jakiś algorytm
- cokolwiek poniżej 10<sup>9</sup> operacji ma szansę wejść
- co można wykonać offline? czy jest coś, czego kolejność nie ma znaczenia?
- co można posortować? czy jest zawsze jakaś pewna optymalna kolejność?
- narysować dużo swoich własnych przykładów i coś z nich wywnioskować
- skupienie się na pozycji jakiegoś specjalnego elementu, np najmniejszego
- szacowanie wyniku - czy wynik jest mały? czy umiem skonstruować algorytm który zawsze znajdzie upper bound na wynik?
- sklepać brute który sprawdza obserwacje, zawsze jeśli potrzebujemy zoptymalizować dp, wypisać wartości na małym przykładzie
- pierwiastki - elementy > i < √N osobno, rebuild co √N operacji, jeśli suma wartości = N, jest √N różnych wartości
- rozwiązania probabilistyczne, paradoks urodzeń
- meet in the middle, backtrack
- gdy chcemy sprawdzić, czy wykonując operacje można przejść z jednego stanu do drugiego, spróbować przekształcić stan jednoznacznie (wtedy po prostu sprawdzamy czy przekształcenie jest takie same)
- sprowadzić stan do jednoznacznej postaci na podstawie podanych operacji, co pozwala sprawdzić czy z jednego stanu da się otrzymać drugi

## Wzorki (3)

### 3.1 Równości

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Wierzchołek paraboli =  $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ .

$$\begin{aligned} ax + by &= e \\ cx + dy &= f \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} x &= \frac{ed - bf}{ad - bc} \\ y &= \frac{af - ec}{ad - bc} \end{aligned}$$

### 3.2 Pitagoras

Trójki  $(a,b,c)$ , takie że  $a^2+b^2=c^2$ :

$$a=k\cdot(m^2-n^2),\; b=k\cdot(2mn),\; c=k\cdot(m^2+n^2),$$

gdzie  $m>n>0$ ,  $k>0$ ,  $m\perp n$ , oraz albo  $m$  albo  $n$  jest parzyste.

### 3.3 Generowanie względnie pierwszych par

Dwa drzewa, zaczynając od  $(2,1)$  (parzysta-nieparzysta) oraz  $(3,1)$  (nieparzysta-nieparzysta), rozgałęzienia są do  $(2m-n,m)$ ,  $(2m+n,m)$  oraz  $(m+2n,n)$ .

### 3.4 Liczby pierwsze

$p=962592769$  to liczba na NTT, czyli  $2^{21}\mid p-1$ , which may be useful. Do hashowania: 970592641 (31-bit), 31443539979727 (45-bit), 3006703054056749 (52-bit).

Jest 78498 pierwszych  $\leq 1\,000\,000$ .

Generatorów jest  $\phi(\phi(p^a))$ , czyli dla  $p>2$  zawsze istnieje.

### 3.5 Dzielniki

$$\sum_{d\mid n}d=O(n\log\log n).$$

Liczba dzielników  $n$  jest co najwyżej 100 dla  $n<5e4$ , 500 dla  $n<1e7$ , 2000 dla  $n<1e10$ , 200 000 dla  $n<1e19$ .

### 3.6 Lemat Burnside’a

Liczba takich samych obiektów z dokładnością do symetrii wynosi

$$\frac{1}{|G|}\sum_{g\in G}|X^g|,$$

Gdzie  $G$  to zbiór symetrii (ruchów) oraz  $X^g$  to punkty (obiekty) stałe symetrii  $g$ .

### 3.7 Silnia

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800
$n$	11	12	13	14	15	16	17			
$n!$	4.0e7	4.8e8	6.2e9	8.7e10	1.3e12	2.1e13	3.6e14			
$n$	20	25	30	40	50	100	150	171		
$n!$	2e18	2e25	3e32	8e47	3e64	9e157	6e262	>DBL_MAX		

### 3.8 Symbol Newtona

$$\binom{n}{k}=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-2}{k-1}+\cdots+\binom{k-1}{k-1}$$

$$(x+y)^n=\sum_{k=0}^n\binom{n}{k}x^ky^{n-k}$$

### 3.9 Wzorki na pewne ciągi

#### 3.9.1 Nieporządek

Liczba takich permutacji, że  $p_i\neq i$  (żadna liczba nie wraca na tą samą pozycję).

$$D(n)=(n-1)(D(n-1)+D(n-2))=nD(n-1)+(-1)^n=\left\lfloor\frac{n!}{e}\right\rfloor$$

#### 3.9.2 Liczba podziałów

Liczba sposobów zapisania  $n$  jako sumę posortowanych liczb dodatnich.

$$p(0)=1,\; p(n)=\sum_{k\in\mathbb{Z}\setminus\{0\}}(-1)^{k+1}p(n-k(3k-1)/2)$$

$$p(n)\sim 0.145/n\cdot\exp(2.56\sqrt{n})$$

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	50	100
$p(n)$	1	1	2	3	5	7	11	15	22	30	627	$\sim 2e5$	$\sim 2e8$

#### 3.9.3 Liczby Eulera pierwszego rzędu

Liczba permutacji  $\pi\in S_n$  gdzie  $k$  elementów jest większych niż poprzedni:  $k$  razy  $\pi(j)>\pi(j+1)$ ,  $k+1$  razy  $\pi(j)\geq j$ ,  $k$  razy  $\pi(j)>j$ .

$$E(n,k)=(n-k)E(n-1,k-1)+(k+1)E(n-1,k)$$

$$E(n,0)=E(n,n-1)=1$$

$$E(n,k)=\sum_{j=0}^k(-1)^j\binom{n+1}{j}(k+1-j)^n$$

#### 3.9.4 Stirling pierwszego rzędu

Liczba permutacji długości  $n$  mające  $k$  cykli.

$$c(n,k)=c(n-1,k-1)+(n-1)c(n-1,k),\; c(0,0)=1$$

$$\sum_{k=0}^nc(n,k)x^k=x(x+1)\ldots(x+n-1)$$

$$c(8,k)=8,0,5040,13068,13132,6769,1960,322,28,1$$

$$c(n,2)=0,0,1,3,11,50,274,1764,13068,109584,\ldots$$

#### 3.9.5 Stirling drugiego rzędu

Liczba permutacji długości  $n$  mające  $k$  spójnych.

$$S(n,k)=S(n-1,k-1)+kS(n-1,k)$$

$$S(n,1)=S(n,n)=1$$

$$S(n,k)=\frac{1}{k!}\sum_{j=0}^k(-1)^{k-j}\binom{k}{j}j^n$$

#### 3.9.6 Liczby Catalana

$$C_n=\frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}=\binom{2n}{n}-\binom{2n}{n+1}=\frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$$

$$C_0=1,\; C_{n+1}=\frac{2(2n+1)}{n+2}C_n,\; C_{n+1}=\sum C_iC_{n-i}$$

$$C_n=1,1,2,5,14,42,132,429,1430,4862,16796,58786,\ldots$$

- ścieżki na planszy  $n\times n$ .
- nawiasowania po  $n$  ).
- liczba drzew binarnych z  $n+1$  liśćmi (0 lub 2 syny).
- skierowanych drzew z  $n+1$  wierzchołkami.
- triangulacje  $n+2$ -kąta.
- permutacji  $[n]$  bez 3-wyrazowego rosnącego podciągu?

#### 3.9.7 Formuła Cayley’a

Liczba różnych drzew (z dokładnością do numerowania wierzchołków) wynosi  $n^{n-2}$ . Liczba sposobów by zespójnić  $k$  spójnych o rozmiarach  $s_1,s_2,\ldots,s_k$  wynosi

$$s_1\cdot s_2\cdot\ldots\cdot s_k\cdot n^{k-2}.$$

### 3.10 Funkcje multiplikatywne

- $id(n)=n$ ,  $\mathbb{1}\ast\varphi=id$
- $\mathbb{1}(n)=1$
- $\tau(n)$  = liczba dzielników dodatnich,  $\mathbb{1}\ast\mathbb{1}=\tau$
- $\sigma(n)$  = suma dzielników dodatnich,  $id\ast\mathbb{1}=\sigma$
- $\varphi(n)$  = liczba liczb względnie pierwszych z  $n$  większych równych 1,  $id\ast\mu=\varphi$
- $\mu(n)=1$  dla  $n=1$ , 0 gdy istnieje  $p$ , że  $p^2\mid n$ , oraz  $(-1)^k$  jak  $n$  jest iloczynem  $k$  parami różnych liczb pierwszych
- $\epsilon(n)=1$  dla  $n=1$  oraz 0 dla  $n>1$ ,  $f\ast\epsilon=f$ ,  $\mathbb{1}\ast\varphi=\epsilon$
- $(f\ast g)(n)=\sum_{d\mid n}f(d)g(\frac{n}{d})$
- $f\ast g=g\ast f$
- $f\ast(g\ast h)=(f\ast g)\ast h$
- $f\ast(g+h)=f\ast g+f\ast h$
- jak dwie z trzech funkcji  $f\ast g=h$  są multiplikatywne, to trzecia też
- $f\ast g=\epsilon\Rightarrow g(n)=-\frac{\sum_{d\mid n,d>1}f(d)g(\frac{n}{d})}{f(1)}$
- równoważne:
  - $g(n)=\sum_{d\mid n}f(d)$
  - $f(n)=\sum_{d\mid n}g(d)\mu(\frac{n}{d})$
  - $\sum_{k=1}^ng(k)=\sum_{d=1}^n\lfloor\frac{n}{d}\rfloor f(d)$
- $\varphi(p^k)=p^k-p^{k-1}=p^{k-1}(p-1)$
- $\varphi(n)=n\cdot(1-\frac{1}{p_1})\cdot(1-\frac{1}{p_2})\ldots(1-\frac{1}{p_k})$

3.11 Zasada włączeń i wyłączeń

|⋃\_{i=1}^n A\_i| = \sum\_{\emptyset \neq J \subseteq \{1,...,n\}} (-1)^{|J|+1} |\bigcap\_{j \in J} A\_j|

3.12 Fibonacci

F\_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}

F\_{n-1}F\_{n+1} - F\_n^2 = (-1)^n, F\_{n+k} = F\_kF\_{n+1} + F\_{k-1}F\_n, F\_n|F\_{nk}, NWD(F\_m, F\_n) = F\_{NWD(m,n)}

Matma (4)

extended-gcd
Opis: Dla danego (a, b) znajduje takie (gcd(a, b), x, y), że ax+by = gcd(a, b)
Czas: O(log(max(a, b)))
Użycie: LL gcd, x, y; tie(gcd, x, y) = extended\_gcd(a, b);
tuple<LL, LL, LL> extended\_gcd(LL a, LL b) {
 if(a == 0)
 return {b, 0, 1};
 LL x, y, gcd;
 tie(gcd, x, y) = extended\_gcd(b % a, a);
 return {gcd, y - x \* (b / a), x};
}

crt
Opis: Chińskie Twierdzenie o Resztach
Czas: O(log n) Pamięć : O(1)
Użycie: crt(a, m, b, n) zwraca takie x, że x mod m = a i x mod n = b
m i n nie muszą być względnie pierwsze, ale może nie być wtedy rozwiązania
uwali się wtedy assertik, można zmienić na return -1
"../extended-gcd/main.cpp"
LL crt(LL a, LL m, LL b, LL n)
{
 if(n > m) swap(a, b), swap(m, n);
 LL d, x, y;
 tie(d, x, y) = extended\_gcd(m, n);
 assert((a - b) % d == 0);
 LL ret = (b - a) % n \* x % n / d \* m + a;
 return ret < 0 ? ret + m \* n / d : ret;
}

mod-int
Opis: Struktura do działań modulo
Czas: O(1), dzielenie O(log mod)
Użycie: Ustaw modulo w ostatniej linii. Jeśli modulo nie jest const, usuń pierwszy wiersz i zadeklaruj mod
template<int mod>
struct modular {
 int val;
 modular() { val = 0; }
 modular(const LL& v) {
 val = (-mod <= v && v <= mod) ? v : v % mod;
 if(val < 0) val += mod;
 }
 int to\_int() { return val; }

friend ostream& operator<<(ostream &os, const modular &a) {
 return os << a.val;
}
friend istream& operator>>(istream &is, modular &a) {
 return is >> a.val;
}

friend bool operator==(const modular &a, const modular &b) {
 return a.val == b.val;
}
friend bool operator!=(const modular &a, const modular &b) {
 return !(a == b);
}
friend bool operator<(const modular &a, const modular &b) {
 return a.val < b.val;
}
friend bool operator<=(const modular &a, const modular &b) {
 return a.val <= b.val;
}

modular operator-() const { return modular(-val); }
modular& operator+=(const modular &m) {
 if((val += m.val) >= mod) val -= mod;
 return \*this;
}
modular& operator--=(const modular &m) {
 if((val -= m.val) < 0) val += mod;
 return \*this;
}
modular& operator\*=(const modular &m) {
 val = (LL) val \* m.val % mod;
 return \*this;
}
friend modular qpow(modular a, LL n) {
 if(n == 0) return 1;
 if(n % 2 == 1) return qpow(a, n - 1) \* a;
 return qpow(a \* a, n / 2);
}
friend modular inv(const modular &a) {
 assert(a != 0); return qpow(a, mod - 2);
}
modular& operator /=(const modular &m) {
 return (\*this) \*= inv(m);
}

friend modular operator+(modular a, const modular &b) {
 return a += b; }
friend modular operator-(modular a, const modular &b) {
 return a -= b; }
friend modular operator\*(modular a, const modular &b) {
 return a \*= b; }
friend modular operator/(modular a, const modular &b) {
 return a /= b; }

};
using mint = modular<int(1e9 + 7)>;
// using mint = modular<int(998244353)>;

newton
Opis: Dwumian Newtona
Czas: O(n log n + q)
Użycie: get(n, k) zwraca n po k
"../mod-int/main.cpp"
struct Newton {
 vector<mint> fac, rev;
 Newton(int n) {
 fac = rev = vector<mint>(n + 1, 1);
 FOR(i, 1, n) fac[i] = fac[i - 1] \* i;
 rev[n] = 1 / fac[n];

for(int i = n; i >= 1; i--)
 rev[i - 1] = rev[i] \* i;
}
mint get(int n, int k) {
 return fac[n] \* rev[n - k] \* rev[k];
}
};

berlekamp-massey
Opis: Zgadywanie rekurencji liniowej
Czas: O(n^2 log k) Pamięć : O(n)
Użycie: Berlekamp\_Massey<mod> bm(x) zgaduje rekurencję ciągu x
bm.get(k) zwraca k-ty wyraz ciągu x (index 0)
template<int mod>
struct BerlekampMassey {
 int mul(int a, int b) {
 return (LL) a \* b % mod;
 }
 int add(int a, int b) {
 return a + b < mod ? a + b : a + b - mod;
 }
 int qpow(int a, int n) {
 if(n == 0) return 1;
 if(n % 2 == 1) return mul(qpow(a, n - 1), a);
 return qpow(mul(a, a), n / 2);
 }

 int n;
 vector<int> x, C;
 BerlekampMassey(vector<int> &x) : x(x) {
 vector<int> B; B = C = {1};
 int b = 1, m = 0;
 REP(i, size(x)) {
 m++; int d = x[i];
 FOR(j, 1, size(C) - 1)
 d = add(d, mul(C[j], x[i - j]));
 if(d == 0) continue;
 auto \_B = C;
 C.resize(max(size(C), m + size(B)));
 int coef = mul(d, qpow(b, mod - 2));
 FOR(j, m, m + size(B) - 1)
 C[j] = (C[j] - mul(coef, B[j - m]) + mod) % mod;
 if(size(\_B) < m + size(B)) { B = \_B; b = d; m = 0; }
 }
 C.erase(C.begin());
 for(int &t : C) t = add(mod, -t);
 n = size(C);
 }

 vector<int> combine(vector<int> a, vector<int> b) {
 vector<int> ret(n \* 2 + 1);
 REP(i, n + 1) REP(j, n + 1)
 ret[i + j] = add(ret[i + j], mul(a[i], b[j]));
 for(int i = 2 \* n; i > n; i--) REP(j, n)
 ret[i - j - 1] = add(ret[i - j - 1], mul(ret[i], C[j]));
 return ret;
 }

 int get(LL k) {
 vector<int> r(n + 1), pw(n + 1);
 r[0] = pw[1] = 1;
 for(k++; k; k /= 2) {
 if(k % 2) r = combine(r, pw);
 pw = combine(pw, pw);
 }
 LL ret = 0;
 REP(i, n) ret = add(ret, mul(r[i + 1], x[i]));
 return ret;
 }

```
    }
};
```

miller-rabin

**Opis:** Test pierwszości Millera-Rabina  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log^2 n)$  Pamięć:  $\mathcal{O}(1)$   
**Użycie:** miller\_rabin(n) zwraca czy n jest pierwsza  
działa dla long longów

```
LL mul(LL a, LL b, LL mod) {
    return (a * b - (LL)((long double) a * b / mod) * mod + mod)
        % mod;
}
```

```
LL qpow(LL a, LL n, LL mod) {
    if(n == 0) return 1;
    if(n % 2 == 1) return mul(qpow(a, n - 1, mod), a, mod);
    return qpow(mul(a, a, mod), n / 2, mod);
}
```

```
bool miller_rabin(LL n) {
    if(n < 2) return false;
    int r = 0;
    LL d = n - 1;
    while(d % 2 == 0)
        d /= 2, r++;
    for(int a : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31}) {
        if(n == a) return true;
        LL x = qpow(a, d, n);
        if(x == 1 || x == n - 1)
            continue;
        bool composite = true;
        REP(i, r - 1) {
            x = mul(x, x, n);
            if(x == n - 1) {
                composite = false;
                break;
            }
        }
        if(composite) return false;
    }
    return true;
}
```

rho-pollard

**Opis:** Rozkład na czynniki Rho Pollarda  
**Czas:**  $\mathcal{O}\left(n^{\frac{1}{4}}\right)$   
**Użycie:** factor(n) zwraca vector dzielników pierwszych n,  
niekoniecznie posortowany  
factor(12) = {2, 2, 3}, factor(545423) = {53, 41, 251};  
"../miller-rabin/main.cpp" 719c9e, 19 lines

```
LL rho_pollard(LL n) {
    auto f = [&](LL x) { return (mul(x, x, n) + 1) % n; };
    if(n % 2 == 0) return 2;
    for(LL i = 2;; i++) {
        LL x = i, y = f(x), p;
        while((p = __gcd(n - x + y, n)) == 1)
            x = f(x), y = f(f(y));
        if(p != n) return p;
    }
}
```

```
vector<LL> factor(LL n) {
    if(n == 1) return {};
    if(miller_rabin(n)) return {n};
    LL x = rho_pollard(n);
    auto l = factor(x), r = factor(n / x);
```

```
    l.insert(l.end(), r.begin(), r.end());
    return l;
}
```

fft

**Opis:** Mnożenie wielomianów  
**Czas:**  $\mathcal{O}(n \log n)$   
**Użycie:** conv(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b

```
using Complex = complex<double>;
void fft(vector<Complex> &a) {
    int n = size(a), L = 31 - __builtin_clz(n);
    static vector<complex<long double>> R(2, 1);
    static vector<Complex> rt(2, 1);
    for(static int k = 2; k < n; k *= 2) {
        R.resize(n), rt.resize(n);
        auto x = polar(1.0L, M_PI / k);
        FOR(i, k, 2 * k - 1)
            rt[i] = R[i] = i & 1 ? R[i / 2] * x : R[i / 2];
    }
```

```
    vector<int> rev(n);
    REP(i, n) rev[i] = (rev[i / 2] | (i & 1) << L) / 2;
    REP(i, n) if(i < rev[i]) swap(a[i], a[rev[i]]);
    for(int k = 1; k < n; k *= 2) {
        for(int i = 0; i < n; i += 2 * k) REP(j, k) {
            Complex z = rt[j + k] * a[i + j + k]; // można zoptymowac
            rozpisujac
            a[i + j + k] = a[i + j] - z;
            a[i + j] += z;
        }
    }
}
```

```
vector<double> conv(vector<double> &a, vector<double> &b) {
    if(a.empty() || b.empty()) return {};
    vector<double> res(size(a) + size(b) - 1);
    int L = 32 - __builtin_clz(size(res)), n = (1 << L);
    vector<Complex> in(n), out(n);
    copy(a.begin(), a.end(), in.begin());
    REP(i, size(b)) in[i].imag(b[i]);
    fft(in);
    for(auto &x : in) x *= x;
    REP(i, n) out[i] = in[-i & (n - 1)] - conj(in[i]);
    fft(out);
    REP(i, size(res)) res[i] = imag(out[i]) / (4 * n);
    return res;
}
```

fft-mod

**Opis:** Mnożenie wielomianów  
**Czas:**  $\mathcal{O}(n \log n)$   
**Użycie:** conv\_mod(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b modulo,  
ma większą dokładność niż zwykle fft  
"../fft/main.cpp" 826b96, 22 lines

```
vector<LL> conv_mod(vector<LL> &a, vector<LL> &b, int M) {
    if(a.empty() || b.empty()) return {};
    vector<LL> res(size(a) + size(b) - 1);
    int B = 32 - __builtin_clz(size(res)), n = 1 << B;
    int cut = int(sqrt(M));
    vector<Complex> L(n), R(n), outl(n), outs(n);
    REP(i, size(a)) L[i] = Complex((int) a[i] / cut, (int) a[i] %
        cut);
    REP(i, size(b)) R[i] = Complex((int) b[i] / cut, (int) b[i] %
        cut);
    fft(L), fft(R);
    REP(i, n) {
        int j = -i & (n - 1);
```

```
        outl[j] = (L[i] + conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n);
        outs[j] = (L[i] - conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n) / 1i;
    }
    fft(outl), fft(outs);
    REP(i, size(res)) {
        LL av = LL(real(outl[i]) + 0.5), cv = LL(imag(outs[i]) +
            0.5);
        LL bv = LL(imag(outl[i]) + 0.5) + LL(real(outs[i]) + 0.5);
        res[i] = ((av % M * cut + bv) % M * cut + cv) % M;
    }
    return res;
}
```

integral

**Opis:** Wzór na całkę z zasady Simpsona - zwraca całkę na przedziale [a, b]  
**Czas:**  $\mathcal{O}(n)$   
**Użycie:** intergral[](T x) { return 3 \* x \* x - 8 \* x + 3; }, a, b)  
Daj asserta na błąd, ewentualnie zwiększ n (im większe n, tym  
mniejszy błąd)

```
using T = double;
T intergral(function<T(T)> f, T a, T b) {
    const int n = 1000;
    T delta = (b - a) / n, sum = f(a) + f(b);
    FOR(i, 1, 2 * n - 1)
        sum += f(a + i * delta) * (i & 1 ? 4 : 2);
    return sum * dif / 3;
}
```

primitive-root

**Opis:** Dla pierwszego p znajduje generator modulo p  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log^2(p))$  (ale spora stała, zależy )  
"../rho-pollard/main.cpp" 92b6e1, 20 lines

```
LL exp(LL a, LL b, int m) {
    if(b == 0) return 1;
    if(b & 1) return a * exp(a, b - 1, m) % m;
    return exp(a * a % m, b / 2);
}
int primitive_root(int p) {
    int q = p - 1;
    vector<LL> v = factor(q); vector<int> fact;
    REP(i, v.size())
        if(!i or v[i] != v[i - 1])
            fact.emplace_back(v[i]);
    while(1) {
        int g = rd(2, q); bool good = 1;
        for(auto &f : fact)
            if(exp(g, q / f, p) == 1) {
                good = 0; break;
            }
        if(good) return g;
    }
}
```

discrete-log

**Opis:** Dla liczby pierwszej p oraz  $a, b \nmid p$  znajdzie e takie że  $a^e \equiv b \pmod p$   
**Czas:**  $\mathcal{O}(\sqrt{n} \log n)$   
**Pamięć:**  $\mathcal{O}(\sqrt{n})$

```
int discrete_log(int a, int b, int p) {
    map<int, int> s1;
    LL mult = 1, sq = sqrt(p);
    REP(i, sq) {
        s1[mult] = i; mult = mult * a % p;
    }
    int t = 1;
    debug(s1, t);
```

```
REP(i, sq + 2) {
    int inv = b * exp(t, p - 2, p) % p;
    if(s1.count(inv)) return i * sq + s1[inv];
    t = t * mult % p;
}
return -1;
}
```

Struktury danych (5)

find-union  
**Opis:** Find and union z mniejszy do wiekszego  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\alpha(n))$  oraz  $\mathcal{O}(n)$  pamięciowo

```
struct FindUnion {
    vector<int> rep;
    int size(int x) { return -rep[find(x)]; }
    int find(int x) {
        return rep[x] < 0 ? x : rep[x] = find(rep[x]);
    }
    bool same_set(int a, int b) { return find(a) == find(b); }
    bool join(int a, int b) {
        a = find(a), b = find(b);
        if(a == b) return false;
        if(-rep[a] < -rep[b]) swap(a, b);
        rep[a] += rep[b];
        rep[b] = a;
        return true;
    }
    FindUnion(int n) : rep(n, -1) {}
};
```

fenwick-tree  
**Opis:** Drzewo potęgowe  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log n)$   
**Użycie:** wszystko indexowane od 0  
update(pos, val) dodaje val do elementu pos  
query(pos) zwraca sumę na przedziale [0, pos)  
lower\_bound(val) zwraca pos, że suma [0, pos] <= val, n jeśli nie istnieje, -1 jeśli puste

```
struct Fenwick {
    vector<LL> s;
    Fenwick(int n) : s(n) {}
    void update(int pos, LL val) {
        for(; pos < size(s); pos |= pos + 1) s[pos] += val;
    }
    LL query(int pos) {
        LL ret = 0;
        for(; pos > 0; pos &= pos - 1) ret += s[pos - 1];
        return ret;
    }
    int lower_bound(LL val) {
        if(val <= 0) return -1;
        int pos = 0;
        for(int pw = 1 << 25; pw; pw /= 2) {
            if(pos + pw <= size(s) && s[pos + pw - 1] < sum) pos += pw, sum -= s[pos - 1];
        }
        return pos;
    }
};
```

fenwick-tree-2d  
**Opis:** Drzewo potęgowe 2d offline  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log^2 n)$  Pamięć  $\mathcal{O}(n \log n)$   
**Użycie:** wywołujemy preprocess(x, y) na pozycjach, które chcemy updateować, później init()  
update(x, y, val) dodaje val do a[x, y], query(X, Y) zwraca sumę po a[x, y] że x < X i y < Y

```
struct Fenwick2d {
    vector<vector<int>>> ys;
    vector<Fenwick> ft;
    Fenwick2d(int limx) : ys(limx) {}
    void preprocess(int x, int y) {
        for(; x < size(ys); x |= x + 1) ys[x].push_back(y);
    }
    void init() {
        for(auto &v : ys) {
            sort(v.begin(), v.end());
            ft.emplace_back(size(v));
        }
    }
    int ind(int x, int y) {
        auto it = lower_bound(ys[x].begin(), ys[x].end(), y);
        return distance(ys[x].begin(), it);
    }
    void update(int x, int y, LL val) {
        for(; x < size(ys); x |= x + 1) ft[x].update(ind(x, y), val);
    }
    LL query(int x, int y) {
        LL sum = 0;
        for(; x; x &= x - 1) sum += ft[x - 1].query(ind(x - 1, y));
        return sum;
    }
};
```

segment-tree  
**Opis:** Drzewo punkt-przedział  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log n)$  Pamięć :  $\mathcal{O}(n)$   
**Użycie:** Tree(n, val = 0) tworzy drzewo o n liściach, o wartościach val  
update(pos, val) zmienia element pos na val  
query(l, r) zwraca f na przedziale [l, r)  
edytujesz funkcję f, można T ustawić na long longa albo pare

```
struct Tree {
    using T = int;
    T f(T a, T b) { return a + b; }
    vector<T> tree;
    int size = 1;

    Tree(int n, T val = 0) {
        while(size < n) size *= 2;
        tree.resize(size * 2, val);
    }

    void update(int pos, T val) {
        tree[pos += size] = val;
        while(pos /= 2) tree[pos] = f(tree[pos * 2], tree[pos * 2 + 1]);
    }

    T query(int l, int r) {
        l += size, r += size;
        T ret = (l != r ? f(tree[l], tree[r]) : tree[l]);
        while(l + 1 < r) {
            if(l % 2 == 0) ret = f(ret, tree[l + 1]);
        }
    }
};
```

```
if(r % 2 == 1)
    ret = f(ret, tree[r - 1]);
l /= 2, r /= 2;
}
return ret;
}
};
```

lazy-segment-tree  
**Opis:** Drzewo przedział-przedział  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log n)$  Pamięć :  $\mathcal{O}(n)$   
**Użycie:** add(l, r, val) dodaje na przedziale [l, r) bierze maxa z przedziału  
Zmieniając z maxa na co innego trzeba edytować funkcje add\_val i f

```
using T = int;
struct Node {
    T val, lazy;
    int size = 1;
};

struct Tree {
    vector<Node> tree;
    int size = 1;

    void add_val(int v, T val) {
        tree[v].val += val;
        tree[v].lazy += val;
    }

    T f(T a, T b) { return max(a, b); }

    Tree(int n) {
        while(size < n) size *= 2;
        tree.resize(size * 2);
        for(int i = size - 1; i >= 1; i--) tree[i].size = tree[i * 2].size * 2;
    }

    void propagate(int v) {
        REP(i, 2) add_val(v * 2 + i, tree[v].lazy);
        tree[v].lazy = 0;
    }

    T query(int l, int r, int v = 1) {
        if(l == 0 && r == tree[v].size - 1) return tree[v].val;
        propagate(v);
        int m = tree[v].size / 2;
        if(r < m) return query(l, r, v * 2);
        else if(m <= l) return query(l - m, r - m, v * 2 + 1);
        else return f(query(l, m - 1, v * 2), query(0, r - m, v * 2 + 1));
    }

    void add(int l, int r, T val, int v = 1) {
        if(l == 0 && r == tree[v].size - 1) {
            add_val(v, val);
            return;
        }
        propagate(v);
        int m = tree[v].size / 2;
        if(r < m) add(l, r, val, v * 2);
    }
};
```

```
else if(m <= 1)
    add(1 - m, r - m, val, v * 2 + 1);
else
    add(1, m - 1, val, v * 2), add(0, r - m, val, v * 2 + 1);

    tree[v].val = f(tree[v * 2].val, tree[v * 2 + 1].val);
}
};
```

rmq  
**Opis:** Range Minimum Query z użyciem sparse table  
**Czas:**  $\mathcal{O}(n \log n)$   
**Pamięć:**  $\mathcal{O}(n \log n)$   
**Użycie:** RMQ(vec) tworzy sparse table na ciągu vec  
query(l, r) odpowiada na RMQ w  $\mathcal{O}(1)$

```
struct RMQ {
    vector<vector<int>>> st;
    vector<int> pre;
    RMQ(vector<int> &a) {
        int n = size(a), lg = 0;
        while((1 << lg) < n) lg++;
        st.resize(lg + 1, vector<int>(a));
        st[0] = a;
        FOR(i, 1, lg) REP(j, n) {
            st[i][j] = st[i - 1][j];
            int q = j + (1 << (i - 1));
            if(q < n) st[i][j] = min(st[i][j], st[i - 1][q]);
        }
        pre.resize(n + 1);
        FOR(i, 2, n) pre[i] = pre[i / 2] + 1;
    }

    int query(int l, int r) {
        int q = pre[r - 1 + 1], x = r - (1 << q) + 1;
        return min(st[q][l], st[q][x]);
    }
};
```

ordered-set  
**Opis:** set z dodatkowymi funkcjami  
**Użycie:** insert(x) dodaje element x (nie ma emplace)  
find\_by\_order(i) zwraca iterator do i-tego elementu  
order\_of\_key(x) zwraca, ile jest mniejszych elementów,  
x nie musi być w secie  
Jeśli chcemy multiseta, to używamy par {val, id}.  
Przed includem trzeba dać undef \_GLIBCXX\_DEBUG  
<ext/pb\_ds/assoc\_container.hpp>, <ext/pb\_ds/tree\_policy.hpp>  
using namespace \_\_gnu\_pbds;

```
template<class T> using ordered_set = tree<
    T,
    null_type,
    less<T>,
    rb_tree_tag,
    tree_order_statistics_node_update
>;
```

hash-map  
**Opis:** szybsza mapa  
**Czas:**  $\mathcal{O}(1)$   
**Użycie:** np hash\_map<int, int>  
trzeba przed includem dać undef \_GLIBCXX\_DEBUG  
<ext/pb\_ds/assoc\_container.hpp>  
using namespace \_\_gnu\_pbds;

```
struct chash {
```

```
const uint64_t C = LL(2e18 * M_PI) + 69;
const int RANDOM = rng();
size_t operator()(uint64_t x) const {
    return __builtin_bswap64((x^RANDOM) * C);
}
};
template<class L, class R>
using hash_map = gp_hash_table<L, R, chash>;
```

line-container  
**Opis:** Set dla funkcji liniowych  
**Czas:**  $\mathcal{O}(\log n)$   
**Użycie:** add(a, b) dodaje funkcję  $y = ax + b$   
query(x) zwraca największe  $y$  w punkcie  $x$ ,  $x < \text{inf}$

```
struct Line {
    mutable LL a, b, p;
    LL eval(LL x) { return a * x + b; }
    bool operator<(const Line &o) const { return a < o.a; }
    bool operator<(LL x) const { return p < x; }
};

constexpr LL inf = 1e18 + 7;
LL divide(LL a, LL b) { return a / b - ((a ^ b) < 0 && a % b); }

LL better(const Line &x, const Line &y) {
    if(x.a == y.a) return x.b >= y.b ? inf : -inf;
    return divide(y.b - x.b, x.a - y.a);
}

struct LineContainer : multiset<Line, less<>> {
    bool intersect(iterator x, iterator y) {
        if(y == end()) { x->p = inf; return 0; }
        x->p = better(*x, *y);
        return x->p >= y->p;
    }

    void add(LL a, LL b) {
        auto z = insert({a, b, 0}), y = z++, x = y;
        while(intersect(y, z)) z = erase(z);
        if(x != begin() && intersect(--x, y)) intersect(x, y =
            erase(y));
        while((y = x) != begin() && (--x)->p >= y->p)
            intersect(x, erase(y));
    }

    LL query(LL x) {
        assert(!empty());
        return lower_bound(x)->eval(x);
    }
};
```

lichao-tree  
**Opis:** Dla funkcji, których pary przecinają się co najwyżej raz, oblicza maximum w punkcie x. Podany kod jest dla funkcji liniowych

```
struct Function {
    int a, b;
    L operator()(int x) {
        return x * L(a) + b;
    }
    Function(int p = 0, int q = inf) : a(p), b(q) {}
};
ostream& operator<<(ostream &os, Function f) {
    return os << make_pair(f.a, f.b);
}

struct LiChaoTree {
    int size = 1;
    vector<Function> tree;
```

```
LiChaoTree(int n) {
    while(size < n)
        size *= 2;
    tree.resize(size << 1);
}

L get_min(int x) {
    int v = x + size;
    L ans = inf;
    while(v) {
        ans = min(ans, tree[v](x));
        v >>= 1;
    }
    return ans;
}

void add_func(Function new_func, int v, int l, int r) {
    int m = (l + r) / 2;
    bool domin_l = tree[v](l) > new_func(l),
        domin_m = tree[v](m) > new_func(m);
    if(domin_m)
        swap(tree[v], new_func);

    if(l == r)
        return;
    else if(domin_l == domin_m)
        add_func(new_func, v << 1 | 1, m + 1, r);
    else
        add_func(new_func, v << 1, l, m);
}

void add_func(Function new_func) {
    add_func(new_func, 1, 0, size - 1);
}
};
```

Grafy (6)  
eulerian-path  
**Opis:** Ścieżka eulera  
**Czas:**  $\mathcal{O}(n)$   
**Użycie:** Krawędzie to pary (to, id) gdzie id dla grafu nieskierowanego jest takie samo dla (u, v) i (v, u)  
Graf musi być spójny, po zainicjalizowaniu w .path jest ścieżka/cykl eulera, vector o długości  $m + 1$  kolejnych wierzchołków  
Jeśli nie ma ścieżki/cyklu, path jest puste. Dla cyklu,  $\text{path}[0] == \text{path}[m]$

```
using PII = pair<int, int>;
struct EulerianPath {
    vector<vector<PII>>> adj;
    vector<bool> used;
    vector<int> path;
    void dfs(int v) {
        while(!adj[v].empty()) {
            int u, id; tie(u, id) = adj[v].back();
            adj[v].pop_back();
            if(used[id]) continue;
            used[id] = true;
            dfs(u);
        }
        path.emplace_back(v);
    }
    EulerianPath(int m, vector<vector<PII>>> &adj) : adj(adj) {
        used.resize(m); dfs(0);
        if(size(path) != m + 1) path.clear();
        reverse(path.begin(), path.end());
    }
```



```

    }
};

```

## jump-ptr

**Opis:** Jump Pointery

**Czas:**  $\mathcal{O}(n \log n + q \log n)$

**Użycie:** konstruktor - JumpPtr(graph)

można ustawić roota

jump\_up(v, k) zwraca wierzchołek o k wyższy niż v

jeśli nie istnieje, zwraca -1

lca(a, b) zwraca lca wierzchołków

f80a1e, 44 lines

```

struct JumpPtr {
    int LOG = 20;
    vector<vector<int>> &graph, jump;
    vector<int> par, dep;
    void par_dfs(int v) {
        for(int u : graph[v]) {
            if(u != par[v]) {
                par[u] = v;
                dep[u] = dep[v] + 1;
                par_dfs(u);
            }
        }
    }
    JumpPtr(vector<vector<int>> &graph, int root = 0) : graph(
        graph) {
        int n = size(graph);
        par.resize(n, -1);
        dep.resize(n);
        par_dfs(root);
        jump.resize(LOG, vector<int>(n));
        jump[0] = par;
        FOR(i, 1, LOG - 1) REP(j, n)
            jump[i][j] = jump[i - 1][j] == -1 ? -1 : jump[i - 1][jump
                [i - 1][j]];
    }
    int jump_up(int v, int k) {
        for(int i = LOG - 1; i >= 0; i--)
            if(k & (1 << i))
                v = jump[i][v];
        return v;
    }
    int lca(int a, int b) {
        if(dep[a] < dep[b]) swap(a, b);
        int delta = dep[a] - dep[b];
        a = jump_up(a, delta);
        if(a == b) return a;

        for(int i = LOG - 1; i >= 0; i--) {
            if(jump[i][a] != jump[i][b]) {
                a = jump[i][a];
                b = jump[i][b];
            }
        }
        return par[a];
    }
};

```

## SCC

**Opis:** Silnie Spójnie Składowe

**Czas:**  $\mathcal{O}(\log n)$

**Użycie:** konstruktor - SCC(graph)

group[v] to numer silnie spójnej wierzchołka v

get\_compressed() zwraca graf silnie spójnych

get\_compressed(false) nie usuwa multikrawędzi

7e9c45, 61 lines

```

struct SCC {
    int n;

```

```

    vector<vector<int>> &graph;
    int group_cnt = 0;
    vector<int> group;

```

```

    vector<vector<int>> rev_graph;
    vector<int> order;

```

```

    void order_dfs(int v) {
        group[v] = 1;
        for(int u : rev_graph[v])
            if(group[u] == 0)
                order_dfs(u);
        order.emplace_back(v);
    }

```

```

    void group_dfs(int v, int color) {
        group[v] = color;
        for(int u : graph[v])
            if(group[u] == -1)
                group_dfs(u, color);
    }

```

```

    SCC(vector<vector<int>> &graph) : graph(graph) {
        n = size(graph);
        rev_graph.resize(n);
        REP(v, n)
            for(int u : graph[v])
                rev_graph[u].emplace_back(v);

        group.resize(n);
        REP(v, n)
            if(group[v] == 0)
                order_dfs(v);
        reverse(order.begin(), order.end());
        debug(order);

        group.assign(n, -1);
        for(int v : order)
            if(group[v] == -1)
                group_dfs(v, group_cnt++);
    }

```

```

    vector<vector<int>> get_compressed(bool delete_same = true) {
        vector<vector<int>> ans(group_cnt);
        REP(v, n)
            for(int u : graph[v])
                if(group[v] != group[u])
                    ans[group[v]].emplace_back(group[u]);

        if(not delete_same)
            return ans;
        REP(v, group_cnt) {
            sort(ans[v].begin(), ans[v].end());
            ans[v].erase(unique(ans[v].begin(), ans[v].end()), ans[v]
                .end());
        }
        return ans;
    }
};

```

## biconnected

**Opis:** Dwuspójne składowe

**Czas:**  $\mathcal{O}(n)$

**Użycie:** add\_edge(u, v) dodaje krawędź (u, v), u != v, bo get() nie działa

po wywołaniu init() w .bicon mamy dwuspójne(vector ideków

krawędzi na każdą, w .edges mamy krawędzie

22177e, 45 lines

```

struct BiconComps {

```

```

    using PII = pair<int, int>;
    vector<vector<int>> graph, bicon;
    vector<int> low, pre, s;
    vector<array<int, 2>> edges;
    BiconComps(int n) : graph(n), low(n), pre(n, -1) {}
    void add_edge(int u, int v) {
        int q = size(edges);
        graph[u].emplace_back(q);
        graph[v].emplace_back(q);
        edges.push_back({u, v});
    }
    int get(int v, int id) {
        for(int r : edges[id])
            if(r != v) return r;
    }
    int t = 0;
    void dfs(int v, int p) {
        low[v] = pre[v] = t++;
        bool par = false;
        for(int e : graph[v]) {
            int u = get(v, e);
            if(u == p && !par) {
                par = true;
                continue;
            }
            else if(pre[u] == -1) {
                s.emplace_back(e); dfs(u, v);
                low[v] = min(low[v], low[u]);
                if(low[u] >= pre[v]) {
                    bicon.emplace_back();
                    do {
                        bicon.back().emplace_back(s.back());
                        s.pop_back();
                    } while(bicon.back().back() != e);
                }
            }
            else if(pre[v] > pre[u]) {
                low[v] = min(low[v], pre[u]);
                s.emplace_back(e);
            }
        }
    }
    void init() { dfs(0, -1); }
};

```

## 2sat

**Opis:** Zwraca poprawne przyporządkowanie zmiennym logicznym dla problemu 2-SAT, albo mówi, że takie nie istnieje

**Czas:**  $\mathcal{O}(n + m)$ , gdzie n to ilość zmiennych, i m to ilość przyporządkowań.

**Użycie:** TwoSat ts(ilość zmiennych);

oznacza negację

ts.either(0, ~3); // var 0 is true or var 3 is false

ts.set\_value(2); // var 2 is true

ts.at\_most\_one({0, ~1, 2}); // co najwyżej jedna z var 0, ~1 i 2 to prawda

ts.solve(); // rozwiązuje i zwraca true jeśli rozwiązanie

istnieje

ts.values[0..N-1] // to wartości rozwiązania

841cb2, 59 lines

```

struct TwoSat {
    int n;
    vector<vector<int>> gr;
    vector<int> values;

```

```

    TwoSat(int n = 0) : n(n), gr(2*n) {}

```

```

    void either(int f, int j) {
        f = max(2*f, -1-2*f);
        j = max(2*j, -1-2*j);
    }

```



```

    gr[f].emplace_back(j^1);
    gr[j].emplace_back(f^1);
}
void set_value(int x) { either(x, x); }

int add_var() {
    gr.emplace_back();
    gr.emplace_back();
    return n++;
}

void at_most_one(vector<int>& li) {
    if(size(li) <= 1) return;
    int cur = ~li[0];
    FOR(i, 2, size(li) - 1) {
        int next = add_var();
        either(cur, ~li[i]);
        either(cur, next);
        either(~li[i], next);
        cur = ~next;
    }
    either(cur, ~li[1]);
}

vector<int> val, comp, z;
int t = 0;
int dfs(int i) {
    int low = val[i] = ++t, x;
    z.emplace_back(i);
    for(auto &e : gr[i]) if(!comp[e])
        low = min(low, val[e] ? dfs(e));
    if(low == val[i]) do {
        x = z.back(); z.pop_back();
        comp[x] = low;
        if (values[x >> 1] == -1)
            values[x >> 1] = x & 1;
    } while (x != i);
    return val[i] = low;
}

bool solve() {
    values.assign(n, -1);
    val.assign(2 * n, 0);
    comp = val;
    REP(i, 2 * n) if(!comp[i]) dfs(i);
    REP(i, n) if(comp[2 * i] == comp[2 * i + 1]) return 0;
    return 1;
}
};

```

## hld

**Opis:** Heavy-Light Decomposition

**Czas:**  $\mathcal{O}(q \log n)$

**Użycie:** konstruktor - HLD(n, adj)

lca(v, u) zwraca lca  
 get\_vertex(v) zwraca pozycję odpowiadającą wierzchołkowi  
 get\_path(v, u) zwraca przedziały do obsługi drzewem przedziałowym  
 get\_path(v, u) jeśli robisz operacje na wierzchołkach  
 get\_path(v, u, false) jeśli na krawędziach (nie zawiera lca)  
 get\_subtree(v) zwraca przedział odpowiadający poddrzewu v

```

struct HLD {
    vector<vector<int>> &adj;
    vector<int> size, pre, pos, nxt, par;
    int t = 0;
    void init(int v, int p = -1) {
        par[v] = p;
        size[v] = 1;
    }
};

```

```

for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
    init(u, v);
    size[v] += size[u];
    if(size[u] > size[adj[v][0]])
        swap(u, adj[v][0]);
}
}

void set_paths(int v) {
    pre[v] = t++;
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
        nxt[u] = (u == adj[v][0] ? nxt[v] : u);
        set_paths(u);
    }
    pos[v] = t;
}

HLD(int n, vector<vector<int>> &adj)
: adj(adj), size(n), pre(n), pos(n), nxt(n), par(n) {
    init(0), set_paths(0);
}

int lca(int v, int u) {
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
        if(pre[v] < pre[u])
            swap(v, u);
        v = par[nxt[v]];
    }
    return (pre[v] < pre[u] ? v : u);
}

vector<pair<int, int>> path_up(int v, int u) {
    vector<pair<int, int>> ret;
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
        ret.emplace_back(pre[nxt[v]], pre[v]);
        v = par[nxt[v]];
    }
    if(pre[u] != pre[v]) ret.emplace_back(pre[u] + 1, pre[v]);
    return ret;
}

int get_vertex(int v) { return pre[v]; }
vector<pair<int, int>> get_path(int v, int u, bool add_lca = true) {
    int w = lca(v, u);
    auto ret = path_up(v, w);
    auto path_u = path_up(u, w);
    if(add_lca) ret.emplace_back(pre[w], pre[w]);
    ret.insert(ret.end(), path_u.begin(), path_u.end());
    return ret;
}

pair<int, int> get_subtree(int v) { return {pre[v], pos[v] - 1}; }
};

```

## centro-decomp

**Opis:** template do Centroid Decomposition

**Czas:**  $\mathcal{O}(n \log n)$

**Użycie:** konstruktor - HLD(n, graf)

swój kod wrzucamy do funkcji decomp

```

struct CentroDecomp {
    vector<vector<int>> &adj;
    vector<bool> done;
    vector<int> sub, par;
    CentroDecomp(int n, vector<vector<int>> &adj)
        : adj(adj), vis(n), sub(n), par(n) {}

    void dfs(int v) {
        sub[v] = 1;
        for(int u : adj[v]) {
            if(!done[u] && u != par[v]) {
                par[u] = v; dfs(u);
                sub[v] += sub[u];
            }
        }
    }
};

```

```

    }
}

int centro(int v) {
    par[v] = -1; dfs(v);
    for(int sz = sub[v];;) {
        pair<int, int> mx = {0, 0};
        for(int u : adj[v])
            if(!done[u] && u != par[v])
                mx = max(mx, {sub[u], u});
        if(mx.first * 2 <= sz) return v;
        v = mx.second;
    }
}

void decomp(int v) {
    done[v = centro(v)] = true;
    // kodzik idzie tutaj
    for(int u : adj[v])
        if(!done[u])
            decomp(u);
}
};

```

## matching

**Opis:** Turbo Matching

**Czas:** Średnio około  $\mathcal{O}(n \log n)$ , najgorzej  $\mathcal{O}(n^2)$

**Użycie:** wierzchołki grafu nie muszą być ładnie podzielone na dwa przedziały, musi być po prostu dwudzielny.

290feb, 38 lines

```

vector<vector<int>> graph;
vector<int> match, vis;
int t = 0;

```

```

bool match_dfs(int v) {
    vis[v] = t;
    for(int u : graph[v])
        if(match[u] == -1) {
            match[u] = v;
            match[v] = u;
            return true;
        }

    for(int u : graph[v])
        if(vis[match[u]] != t && match_dfs(match[u])) {
            match[u] = v;
            match[v] = u;
            return true;
        }
    return false;
}

```

```

int match() {
    int n = int(graph.size());
    match.resize(n, -1);
    vis.resize(n);
}

```

```

int ans = 0, d = -1;
while(d != 0) {
    d = 0;
    ++t;
    for(int v = 0; v < n; ++v)
        if(match[v] == -1)
            d += match_dfs(v);
    ans += d;
}
return ans;
}

```

flow

**Opis:** Dinic bez skalowania

**Czas:**  $\mathcal{O}(V^2E)$

**Użycie:** Dinic flow(2); flow.add\_edge(0, 1, 5); cout << flow(0, 1); // 5

funkcja get\_flow() zwraca dla każdej oryginalnej krawędzi, ile przez nią leci

fed904, 78 lines

```
struct Dinic {
    using T = int;
    struct Edge {
        int v, u;
        T flow, cap;
    };
    int n;
    vector<vector<int>> graph;
    vector<Edge> edges;

    Dinic(int N) : n(N), graph(n) {}

    void add_edge(int v, int u, T cap) {
        debug() << "adding edge " << make_pair(v, u) << " with cap " << cap;
        int e = size(edges);
        graph[v].emplace_back(e);
        graph[u].emplace_back(e + 1);
        edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap});
        edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0});
    }
}
```

```
vector<int> dist;
bool bfs(int source, int sink) {
    dist.assign(n, 0);
    dist[source] = 1;
    deque<int> que = {source};
    while(size(que) and dist[sink] == 0) {
        int v = que.front();
        que.pop_front();
        for(int e : graph[v])
            if(edges[e].flow != edges[e].cap and dist[edges[e].u] == 0) {
                dist[edges[e].u] = dist[v] + 1;
                que.emplace_back(edges[e].u);
            }
    }
    return dist[sink] != 0;
}
```

```
vector<int> ended_at;
T dfs(int v, int sink, T flow = numeric_limits<T>::max()) {
    if(flow == 0 or v == sink)
        return flow;
    for(; ended_at[v] != size(graph[v]); ++ended_at[v]) {
        Edge &e = edges[graph[v][ended_at[v]]];
        if(dist[v] + 1 == dist[e.u])
            if(T pushed = dfs(e.u, sink, min(flow, e.cap - e.flow)))
                {
                    e.flow += pushed;
                    edges[graph[v][ended_at[v]] ^ 1].flow -= pushed;
                    return pushed;
                }
    }
    return 0;
}
```

```
T operator()(int source, int sink) {
    T answer = 0;
    while(true) {
        if(not bfs(source, sink))
```

```
        break;
        ended_at.assign(n, 0);
        while(T pushed = dfs(source, sink))
            answer += pushed;
    }
    return answer;
}

map<pair<int, int>, T> get_flow() {
    map<pair<int, int>, T> ret;
    REP(v, n)
        for(int i : graph[v]) {
            if(i % 2) // considering only original edges
                continue;
            Edge &e = edges[i];
            ret[make_pair(v, e.u)] = e.flow;
        }
    return ret;
}
```

mcmf

**Opis:** Min-cost max-flow z SPFA

**Czas:** kto wie

**Użycie:** MCMF flow(2); flow.add\_edge(0, 1, 5, 3); cout << flow(0, 1); // 15  
można przepisać funkcję get\_flow() z Dinic'a

2baac2, 79 lines

```
struct MCMF {
    struct Edge {
        int v, u, flow, cap;
        LL cost;
        friend ostream& operator<<(ostream &os, Edge &e) {
            return os << vector<LL>{e.v, e.u, e.flow, e.cap, e.cost};
        }
    };

    int n;
    const LL inf_LL = 1e18;
    const int inf_int = 1e9;
    vector<vector<int>> graph;
    vector<Edge> edges;
}
```

```
MCMF(int N) : n(N), graph(n) {}
```

```
void add_edge(int v, int u, int cap, LL cost) {
    int e = size(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap, cost});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0, -cost});
}
```

```
pair<int, LL> augment(int source, int sink) {
    vector<LL> dist(n, inf_LL);
    vector<int> from(n, -1);
    dist[source] = 0;
    deque<int> que = {source};
    vector<bool> inside(n);
    inside[source] = true;
}
```

```
while(size(que)) {
    int v = que.front();
    inside[v] = false;
    que.pop_front();

    for(int i : graph[v]) {
        Edge &e = edges[i];
        if(e.flow != e.cap and dist[e.u] > dist[v] + e.cost) {
```

```
            dist[e.u] = dist[v] + e.cost;
            from[e.u] = i;
            if(not inside[e.u]) {
                inside[e.u] = true;
                que.emplace_back(e.u);
            }
        }
    }
    if(from[sink] == -1)
        return {0, 0};

    int flow = inf_int, e = from[sink];
    while(e != -1) {
        flow = min(flow, edges[e].cap - edges[e].flow);
        e = from[edges[e].v];
    }
    e = from[sink];
    while(e != -1) {
        edges[e].flow += flow;
        edges[e ^ 1].flow -= flow;
        e = from[edges[e].v];
    }
    return {flow, flow * dist[sink]};
}
```

```
pair<int, LL> operator()(int source, int sink) {
    int flow = 0;
    LL cost = 0;
    pair<int, LL> got;
    do {
        got = augment(source, sink);
        flow += got.first;
        cost += got.second;
    } while(got.first);
    return {flow, cost};
}
```

## Geometria (7)

point

**Opis:** Double może być LL, ale nie int. p.x oraz p.y nie można zmieniać (to kopie). Nie tworzyć zmiennych o nazwie "x" lub "y".

**Użycie:** P p = {5, 6}; abs(p) = length; arg(p) = kąt; polar(len, angle); exp(angle)

../utils/headers/main.cpp

fda436, 33 lines

```
using Double = long double;
using P = complex<Double>;
#define x real()
#define y imag()
```

```
constexpr Double eps = 1e-9;
bool equal(Double a, Double b) {
    return abs(a - b) <= eps;
}

int sign(Double a) {
    return equal(a, 0) ? 0 : a > 0 ? 1 : -1;
}
```

```
struct Sortx {
    bool operator()(const P &a, const P &b) const {
        return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);
    }
};

istream& operator>>(istream &is, P &p) {
    Double a, b;
```

```
is >> a >> b;
p = P(a, b);
return is;
}

bool operator==(P a, P b) {
    return equal(a.x, b.x) && equal(a.y, b.y);
}

// cross({1, 0}, {0, 1}) = 1
Double cross(P a, P b) { return a.x * b.y - a.y * b.x; }
Double dot(P a, P b) { return a.x * b.x + a.y * b.y; }
Double sq_dist(P a, P b) { return dot(a - b, a - b); }
Double dist(P a, P b) { return abs(a - b); }
```

advanced-complex

**Opis:** Randomowe przydatne wzorki, większość nie działa dla intów

```
"../point/main.cpp" daaa0f, 43 lines

// nachylenie k-> y = kx + m
Double slope(P a, P b) { return tan(arg(b - a)); }

// rzut p na ab
P project(P p, P a, P b) {
    return a + (b - a) * dot(p - a, b - a) / norm(a - b);
}

// odbicie p wzgledem ab
P reflect(P p, P a, P b) {
    return a + conj((p - a) / (b - a)) * (b - a);
}

// obrot a wzgledem p o theta radianow
P rotate(P a, P p, Double theta) {
    return (a - p) * polar(1.0L, theta) + p;
}

// kat ABC, w radianach, zawsze zwraca mniejszy kat
Double angle(P a, P b, P c) {
    return abs(remainder(arg(a - b) - arg(c - b), 2.0 * M_PI));
}
```

```
// szybkie przeciecie prostych, nie dziala dla rownoległych
P intersection(P a, P b, P p, P q) {
    Double c1 = cross(p - a, b - a), c2 = cross(q - a, b - a);
    return (c1 * q - c2 * p) / (c1 - c2);
}

// check czy sa rownolegle
bool is_parallel(P a, P b, P p, P q) {
    P c = (a - b) / (p - q); return c == conj(c);
}

// check czy sa prostopadle
bool is_perpendicular(P a, P b, P p, P q) {
    P c = (a - b) / (p - q); return c == -conj(c);
}

// zwraca takie q, ze (p, q) jest rownolegle do (a, b)
P parallel(P a, P b, P p) {
    return p + a - b;
}

// zwraca takie q, ze (p, q) jest prostopadle do (a, b)
P perpendicular(P a, P b, P p) {
    return reflect(p, a, b);
}

// przeciecie srodkowych trojkatu
P centro(P a, P b, P c) {
    return (a + b + c) / 3.0L;
}
```

line

**Opis:** konwersja różnych postaci prostej

```
"../point/main.cpp" 4c9f08, 22 lines

struct Line {
    using D = Double;
    D A, B, C;
```

```
// postac ogolna Ax + By + C = 0
Line(D A, D B, D C) : A(A), B(B), C(C) {}
tuple<D, D, D> get_sta() { return {A, B, C}; }
// postac kierunkowa ax + b = y
Line(D a, D b) : A(a), B(-1), C(b) {}
pair<D, D> get_dir() { return {- A / B, - C / B}; }
// prosta pq
Line(P p, P q) {
    if(!equal(p.x, q.x)) {
        A = (q.y - p.y) / (p.x - q.x);
        B = 1, C = -(A * p.x + B * p.y);
    }
    else A = 1, B = 0, C = -p.x;
}
pair<P, P> get_pts() {
    if(!equal(B, 0)) return { P(0, - C / B), P(1, - (A + C) / B ) };
    return { P(- C / A, 0), P(- C / A, 1) };
}
};
```

intersect-lines

**Opis:** Przecięcie prostych lub odcinków

**Użycie:** intersection(a, b, c, d) zwraca przecięcie prostych ab oraz cd

v = intersect(a, b, c, d, s) zwraca przecięcie (s ? odcinków : prostych) ab oraz cd

if size(v) == 0: nie ma przecięć

if size(v) == 1: v[0] jest przecięciem

if size(v) == 2 and s: (v[0], v[1]) to odcinek, w którym są wszystkie inf rozwiązań

if size(v) == 2 and s == false: v to niezdefiniowane punkty (inf rozwiązań)

```
"../point/main.cpp" 3a1213, 26 lines

P intersection(P a, P b, P c, P d) {
    Double c1 = cross(c - a, b - a), c2 = cross(d - a, b - a);
    assert(c1 != c2); // proste nie moga byc rownolegle
    return (c1 * d - c2 * c) / (c1 - c2);
}
```

```
bool on_segment(P a, P b, P p) {
    return equal(cross(a - p, b - p), 0) and dot(a - p, b - p) <= 0;
}
```

```
vector<P> intersect(P a, P b, P c, P d, bool segments) {
    Double acd = cross(c - a, d - c), bcd = cross(c - b, d - c),
        cab = cross(a - c, b - a), dab = cross(a - d, b - a);
    if((segments and sign(acd) * sign(bcd) < 0 and sign(cab) * sign(dab) < 0)
        or (not segments and not equal(bcd, acd)))
        return {(a * bcd - b * acd) / (bcd - acd)};
    if(not segments)
        return {a, a};
    // skip for not segments
    set<P, Sortx> s;
    if(on_segment(c, d, a)) s.emplace(a);
    if(on_segment(c, d, b)) s.emplace(b);
    if(on_segment(a, b, c)) s.emplace(c);
    if(on_segment(a, b, d)) s.emplace(d);
    return {s.begin(), s.end()};
}
```

area

**Opis:** Pole wielokąta, niekoniecznie wypukłego

**Użycie:** w vectorze muszą być wierzchołki zgodnie z kierunkiem ruchu zegara. Jeśli Double jest intem to może się psuć / 2.

area(a, b, c) zwraca pole trójkąta o takich długościach boku

```
"../point/main.cpp" bba541, 10 lines

Double area(vector<P> pts) {
    int n = size(pts);
    Double ans = 0;
    REP(i, n) ans += cross(pts[i], pts[(i + 1) % n]);
    return ans / 2;
}

Double area(Double a, Double b, Double c) {
    Double p = (a + b + c) / 2;
    return sqrt(p * (p - a) * (p - b) * (p - c));
}
```

convex-hull

**Opis:** Otoczka wypukła, osobno góra i dół

**Czas:**  $O(n \log n)$

**Użycie:** top\_bot\_hull zwraca osobno górę i dół po id

hull\_id zwraca całą otoczkę po id

hull zwraca punkty na otoczce

```
"../point/main.cpp" c037ac, 38 lines

Double cross(P a, P b, P c) { return sign(cross(b - a, c - a)); }

pair<vector<int>, vector<int>> top_bot_hull(vector<P> &pts) {
    int n = size(pts);
    vector<int> ord(n);
    REP(i, n) ord[i] = i;
    sort(ord.begin(), ord.end(), [&](int i, int j) {
        P &a = pts[i], &b = pts[j];
        return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);
    });
}
```

```
vector<int> top, bot;
REP(dir, 2) {
    vector<int> &hull = (dir ? bot : top);
    auto l = [&](int i) { return pts[hull[size(hull) - i]]; };
    for(int i : ord) {
        while(size(hull) > 1 && cross(l(2), l(1), pts[i]) >= 0)
            hull.pop_back();
        hull.emplace_back(i);
    }
    reverse(ord.begin(), ord.end());
}
return {top, bot};
}
```

```
vector<int> hull_id(vector<P> &pts) {
    vector<int> top, bot;
    tie(top, bot) = top_bot_hull(pts);
    top.pop_back(), bot.pop_back();
    top.insert(top.end(), bot.begin(), bot.end());
    return top;
}
```

```
vector<P> hull(vector<P> &pts) {
    vector<P> ret;
    for(int i : hull_id(pts))
        ret.emplace_back(pts[i]);
    return ret;
}
```

circles

**Opis:** Przecięcia okręgu oraz prostej  $ax+by+c=0$  oraz przecięcia okręgu oraz okręgu.

```
using D = Double;

vector<P> circle_line(D r, D a, D b, D c) {
    D len_ab = a * a + b * b,
      x0 = -a * c / len_ab,
      y0 = -b * c / len_ab,
      d = r * r - c * c / len_ab,
      mult = sqrt(d / len_ab);
    if(sign(d) < 0)
        return {};
    else if(sign(d) == 0)
        return {{x0, y0}};
    return {
        {x0 + b * mult, y0 - a * mult},
        {x0 - b * mult, y0 + a * mult}
    };
}

vector<P> circle_line(D x, D y, D r, D a, D b, D c) {
    return circle_line(r, a, b, c + (a * x + b * y));
}

vector<P> circle_circle(D x1, D y1, D r1, D x2, D y2, D r2) {
    x2 -= x1;
    y2 -= y1;
    // now x1 = y1 = 0;
    if(sign(x2) == 0 and sign(y2) == 0) {
        if(equal(r1, r2))
            return {{0, 0}, {0, 0}, {0, 0}}; // inf points
        else
            return {};
    }
    auto vec = circle_line(r1, -2 * x2, -2 * y2,
        x2 * x2 + y2 * y2 + r1 * r1 - r2 * r2);
    for(P &p : vec)
        p += P(x1, y1);
    return vec;
}
```

## Tekstówki (8)

```
hashing
Czas: O(1)
Użycie: Hashing hsh(str);
hsh(l, r) zwraca hasza [l, r] włącznie
można zmienić modulo i bazę
```

```
struct Hashing {
    vector<int> ha, pw;
    int mod = 1e9 + 696969;
    int base;

    Hashing(string &str, int b = -1) {
        if(b == -1) base = rd(30, 50);
        else base = b;

        int len = size(str);
        ha.resize(len + 1);
        pw.resize(len + 1, 1);
        REP(i, len) {
            ha[i + 1] = ((LL) ha[i] * base + str[i] - 'a' + 1) % mod;
            pw[i + 1] = ((LL) pw[i] * base) % mod;
        }
    }

    int operator()(int l, int r){
```

```
        return (((LL) ha[r + 1] - ha[l] * pw[r - l + 1]) % mod +
            mod) % mod;
    }
};
```

```
kmp
Opis: KMP(str) zwraca tablicę pi. [0, pi[i]] = (i - pi[i], i]
Czas: O(n)

vector<int> KMP(string &str) {
    int len = size(str);
    vector<int> ret(len);
    for(int i = 1; i < len; i++)
    {
        int pos = ret[i - 1];
        while(pos && str[i] != str[pos]) pos = ret[pos - 1];
        ret[i] = pos + (str[i] == str[pos]);
    }
    return ret;
}
```

```
pref
Opis: pref(str) zwraca tablicę prefixo prefixową [0, pref[i]] = [i, i + pref[i]]
Czas: O(n)

vector<int> pref(string &str) {
    int len = size(str);
    vector<int> ret(len);
    ret[0] = len;
    int i = 1, m = 0;
    while(i < len) {
        while(m + i < len && str[m + i] == str[m]) m++;
        ret[i++] = m;
        m = (m != 0 ? m - 1 : 0);
        for(int j = 1; ret[j] < m; m--) ret[i++] = ret[j++];
    }
    return ret;
}
```

```
manacher
Opis: radius[p][i] = rad = największy promień palindromu parzystości p o
środku i. L = i - rad + 1, R = i + rad to palindrom. Dla [abaababaab] daje
[0030000020], [0100141000].
Czas: O(n)

array<vector<int>, 2> manacher(vector<int> &in) {
    int n = size(in);
    array<vector<int>, 2> radius = {{vector<int>(n - 1), vector<
        int>(n)}};
    REP(parity, 2) {
        int z = parity ^ 1, L = 0, R = 0;
        REP(i, n - z) {
            int &rad = radius[parity][i];
            if(i <= R - z)
                rad = min(R - i, radius[parity][L + (R - i - z)]);
            int l = i - rad + z, r = i + rad;
            while(0 <= l - 1 && r + 1 < n && in[l - 1] == in[r + 1])
                ++rad, ++r, --l;
            if(r > R)
                L = l, R = r;
        }
    }
    return radius;
}
```

```
trie
Opis: Trie
Czas: O(n log α)
```

```
Użycie: Trie trie; trie.add(str);

struct Trie {
    vector<unordered_map<char, int>> child = {{{}};
    int get_child(int v, char a) {
        if(child[v].find(a) == child[v].end()) {
            child[v][a] = size(child);
            child.emplace_back();
        }
        return child[v][a];
    }
    void add(string word) {
        int v = 0;
        for(char c : word)
            v = get_child(v, c);
    }
};
```

```
suffix-automaton
Opis: buduje suffix automaton. Wystąpienia wzorca, liczba różnych pod-
słów, sumaryczna długość wszystkich podsłów, leksykograficznie k-te pod-
słowo, najmniejsze przesunięcie cykliczne, liczba wystąpień podsłowa, pier-
wsze wystąpienie, najkrótsze niewystępujące podsłowo, longest common sub-
string dwóch słów, LCS wielu słów
Czas: O(nα) (szybsze, ale więcej pamięci) albo O(n log α) (mapa).
```

```
struct SuffixAutomaton { int sigma = 26;
    using Node = array<int, sigma>; // map<int, int>
    Node new_node;

    vector<Node> edges;
    vector<int> link = {-1}, length = {0};
    int last = 0;

    SuffixAutomaton() {
        new_node.fill(-1); // -1 - stan nieistniejący
        edges = {new_node}; // dodajemy stan startowy, który
            reprezentuje puste słowo
    }

    void add_letter(int c) {
        edges.emplace_back(new_node);
        length.emplace_back(length[last] + 1);
        link.emplace_back(0);

        int r = size(edges) - 1, p = last;
        while(p != -1 && edges[p][c] == -1) {
            edges[p][c] = r;
            p = link[p];
        }
        if(p != -1) {
            int q = edges[p][c];
            if(length[p] + 1 == length[q])
                link[r] = q;
            else {
                edges.emplace_back(edges[q]);
                length.emplace_back(length[p] + 1);
                link.emplace_back(link[q]);
                int q_prim = size(edges) - 1;

                link[q] = link[r] = q_prim;
                while(p != -1 && edges[p][c] == q) {
                    edges[p][c] = q_prim;
                    p = link[p];
                }
            }
        }
        last = r;
    }
};
```

```
bool is_inside(vector<int> &s) {
    int q = 0;
    for(int c : s) {
        if(edges[q][c] == -1)
            return false;
        q = edges[q][c];
    }
    return true;
}

};
```

suffix-array  
**Opis:** Tablica suffixowa  
**Czas:**  $\mathcal{O}(n \log n)$   
**Użycie:** SuffixArray t(s, lim) - lim to rozmiar alfabetu  
sa zawiera posortowane suffixy, zawiera pusty suffix  
lcp[i] to lcp suffixu sa[i - 1] i sa[i]  
Dla s = "aabaaab" sa = {6, 3, 0, 4, 1, 5, 2}, lcp = {0, 0, 3, 1, 2, 0, 1}

```
struct SuffixArray {
    vector<int> sa, lcp;
    SuffixArray(string& s, int lim = 256) { // lub basic_string<int>
        int n = size(s) + 1, k = 0, a, b;
        vector<int> x(s.begin(), s.end() + 1);
        vector<int> y(n), ws(max(n, lim)), rank(n);
        sa = lcp = y;
        iota(sa.begin(), sa.end(), 0);

        for(int j = 0, p = 0; p < n; j = max(1, j * 2), lim = p) {
            p = j;
            iota(y.begin(), y.end(), n - j);
            REP(i, n) if(sa[i] >= j)
                y[p++] = sa[i] - j;
            fill(ws.begin(), ws.end(), 0);
            REP(i, n) ws[x[i]]++;
            FOR(i, 1, lim - 1) ws[i] += ws[i - 1];
            for(int i = n; i--;) sa[--ws[x[y[i]]]] = y[i];
            swap(x, y);
            p = 1, x[sa[0]] = 0;
            FOR(i, 1, n - 1) a = sa[i - 1], b = sa[i], x[b] =
                (y[a] == y[b] && y[a + j] == y[b + j]) ? p - 1 : p++;
        }
        FOR(i, 1, n - 1) rank[sa[i]] = i;
        for(int i = 0, j; i < n - 1; lcp[rank[i++]] = k)
            for(k && k--, j = sa[rank[i] - 1];
                s[i + k] == s[j + k]; k++);
    }
};
```

## Optymalizacje (9)

```
pragmy
Opis: Pragmy do wypychania kolanem
```

```
#pragma GCC optimize("Ofast")
#pragma GCC target("avx,avx2")

fio
Opis: FIO do wpychania kolanem. Nie należy wtedy używać cin/cout
#ifdef WIN32
inline int getchar_unlocked() { return _getchar_nolock(); }
inline void putchar_unlocked(char c) { return _putchar_nolock(c); }
#endif
```

```
int fastin() {
    int n = 0, c = getchar_unlocked();
    while(c < '0' or '9' < c)
        c = getchar_unlocked();
    while('0' <= c and c <= '9') {
        n = 10 * n + (c - '0');
        c = getchar_unlocked();
    }
    return n;
}

int fastin_negative() {
    int n = 0, negative = false, c = getchar_unlocked();
    while(c != '-' and (c < '0' or '9' < c))
        c = getchar_unlocked();
    if(c == '-') {
        negative = true;
        c = getchar_unlocked();
    }
    while('0' <= c and c <= '9') {
        n = 10 * n + (c - '0');
        c = getchar_unlocked();
    }
    return negative ? -n : n;
}

void fastout(int x) {
    if(x == 0) {
        putchar_unlocked('0');
        putchar_unlocked(' ');
        return;
    }
    if(x < 0) {
        putchar_unlocked('-');
        x *= -1;
    }
    static char t[10];
    int i = 0;
    while(x) {
        t[i++] = '0' + (x % 10);
        x /= 10;
    }
    while(--i >= 0)
        putchar_unlocked(t[i]);
    putchar_unlocked(' ');
}

void nl() { putchar_unlocked('\n'); }
```

## Randomowe rzeczy (10)

```
math-constants
Opis: Jeśli np M_PI się nie kompiluje, dodaj ten define w pierwszym wierszu
#define _USE_MATH_DEFINES
```

```
dzien-probny
Opis: Rzeczy do przetestowania w dzień próbny
"../../data-structures/ordered-set/main.cpp"

void test_int128() {
    __int128_t x = (1llu << 62);
    x *= x;
    string s;
    while(x) {
        s += char(x % 10 + '0');
        x /= 10;
    }
}
```

```
assert(s == "61231558446921906466935685523974676212");
}

void test_float128() {
    __float128 x = 4.2;
    assert(abs(double(x * x) - double(4.2 * 4.2)) < 1e-9);
}

void test_clock() {
    long seed = chrono::system_clock::now().time_since_epoch().count();
    auto start = chrono::system_clock::now();

    while(true) {
        auto end = chrono::system_clock::now();
        int ms = int(chrono::duration_cast<chrono::milliseconds>(end - start).count());
        if(ms > 420)
            break;
    }
}

void test_rd() {
    mt19937_64 rng(0);
    auto rd = [&](int l, int r) {
        return uniform_int_distribution<int>(l, r)(rng);
    };
    assert(rd(0, 0) == 0);
}

void test_policy() {
    ordered_set<int> s;
    s.insert(1);
    s.insert(2);
    assert(s.order_of_key(1) == 0);
    assert(*s.find_by_order(1) == 2);
}

void test_math() {
    assert(3.14 < M_PI && M_PI < 3.15);
    assert(3.14 < M_PI1 && M_PI1 < 3.15);
}
```

```
vector
Opis: Funkcja tworząca wielowymierowe wectory, wymaga C++17
Użycie: create(a, b, c, d, def) stworzy czterowymiarowy vector
gdzie domyślna wartość to def
auto dp = create(n, n, n, -1);

template<class T> auto create(T x) { return x; }
template<class... Ts> auto create(int n, Ts... x) {
    return vector(n, create(x...));
}
```

## 10.1 Troubleshoot

- Przed submitem:**
- Narysuj parę przykładów i przetestuj kod
  - Czy limity czasu są ostre? Wygeneruj maxtest.
  - Czy zużycie pamięci jest spoko?
  - Czy gdzieś mogą być overflowy?
  - Upewnij sie, żeby submitnąć dobry plik.

- Wrong Answer:**
- Wydrukuj kod i debug output
  - Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?

- Czy wczytujesz całe wejście?
- Czy twój kod obsługuje cały zasięg wejścia?
- Przeczytaj jeszcze raz treść.
- Czy zrozumiałeś dobrze zadanie?
- Czy obsługujesz dobrze wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Overflowy?
- Mylisz n z m lub i z j, itp?
- Czy format wyjścia jest na pewno dobry?
- Czy jesteś pewien, że twój algorytm działa?
- Czy są specjalne przypadki, o których nie pomyślałeś?
- Dodaj asserty, może submitnij jeszcze raz z nimi.
- Stwórz/Wygeneruj przykłady.
- Wytlumacz algorytm komuś innemu.
- Poproś kogoś, żeby spojrział na twój kod.
- Przejdź się, np do toalety.
- Przepisz kod od nowa, lub niech ktoś inny to zrobi.
- Przeleć przez tą listę jeszcze raz.

**Runtime Error:**

- Czy przetestowałeś lokalnie wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Czy odwołujesz się poza zasięg vectora?
- Czy jakieś asserty mogły się odpalić?
- Dzielenie przez 0? mod 0?
- Nieskończona rekurencja?
- Unieważnione iteratory lub wskaźniki?
- Czy używasz za dużo pamięci?

**Time Limit Exceeded:**

- Czy mogą być gdzieś nieskończone pętle?
- Jaka jest złożoność algorytmu?
- Czy nie kopiujesz dużo niepotrzebnych danych? (referencje)
- Pamiętaj o liniijkach do iostreama
- Zastąp vectory i mapy w kodzie (odpowiednio array i unordered\_map)
- Co inni myślą o twoim algorytmie?

**Memory Limit Exceeded:**

- Jaka jest maksymalna ilość pamięci twój algorytm potrzebuje?
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?