Uniwersytet Warszawski

UW2

Tomasz Nowak, Michał Staniewski, Arkadiusz Czarkowski

AMPPZ 2021

2021-11-04

Utils (1)

headers

Opis: Naglówki używane w każdym kodzie. Dziala na każdy kontener i pary
Użycie: debug(a, b, c); wypisze [a, b, c]: a; b; c;

<bits/stdc++.h> 3a8221, 16 lines

```cpp
using namespace std;
using LL = long long;
#define FOR(i, l, r) for(int i = (l); i <= (r); ++i)
#define REP(i, n) FOR(i, 0, (n) - 1)
#define ssize(x) int(x.size())
template<class A, class B> auto& operator<<(ostream &o, pair<A,
      B> p) {
  return o << '(' << p.first << ", " << p.second << ')';
}
template<class T> auto operator<<(ostream &o, T x) -> decltype(
     x.end(), o) {
  o << '{'; int i = 0; for(auto e : x) o << (", ")+2*!i++ << e;
        return o << '}';
}
#ifdef DEBUG
#define debug(x...) cerr << "[" #x "]: ", [](auto... $) {((cerr
      << $ << "; "), ...); }(x), cerr << '\n'
#else
#define debug(...) {}
#endif
```

headers/towrite.sh

57 lines

```bash
vim .bashrc
c() {
  g++ -std=c++17 -Wall -Wextra -Wshadow -Wconversion -Wno-sign-
       conversion -Wfloat-equal -D_GLIBCXX_DEBUG -fsanitize=
       address,undefined -ggdb3 -DDEBUG -DLOCAL $1.cpp -o $1
}
nc() {
  g++ -DLOCAL -O3 -std=c++17 -static $1.cpp -o $1
}
alias cp='cp -i'
alias mv='mv -i':wq
source .bashrc
mkdir template
cd template
vim main.cpp
#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
using LL=long long;
#define FOR(i,l,r) for(int i=(l);i<=(r);++i)
#define REP(i,n) FOR(i,0,(n)-1)
#define ssize(x) int(x.size())
template<class A,class B>auto&operator<<(ostream&o,pair<A,B>p){
     return o<<'('<<p.first<<", "<<p.second<<')';}
template<class T>auto operator<<(ostream&o,T x)->decltype(x.end
     (),o){o<<'{';int i=0;for(auto e:x)o<<(", ")+2*!i++<<e;
     return o<<'}';}
#ifdef DEBUG
#define debug(x...) cerr<<"["#x"]: ",[](auto...$){((cerr<<$<<";
      "),...)<<'\n';}(x)
#else
#define debug(...) {}
#endif

int main() {
  cin.tie(0)->sync_with_stdio(0);

}:wq
cp main.cpp brute.cpp
cp main.cpp gen.cpp
vim gen.cpp
G5komt19937 rng(chrono::system_clock::now().time_since_epoch().
     count());
int rd(int l, int r) {
  return rng()%(r-l+1)+l;
}:wq
cd ..
vim .bashrc
Gospr() {
  for ((i=0;;i++));do
    ./gen<g.in>t.in
    ./main<t.in>m.out
    ./brute<t.in>b.out
    if diff -w m.out b.out>/dev/null;then
      printf "OK $i\r"
    else
      echo WA
      exit 0
    fi
  done
}:wq
vim .vimrc
set nu rnu hls is nosol ts=4 sw=4 ch=2 sc
filetype indent plugin on
syntax on:wq
```

Podejścia (2)

- **Czytanie ze zrozumieniem**
- dynamik, zachłan
- dziel i zwyciężaj - matematyka dyskretna, $opt(i) \le opt(i+1)$
- sposób "liczba dobrych obiektów = liczba wszystkich obiektów - liczba złych obiektow"
- czy warunek konieczny = warunek wystarczający?
- odpowiednie przekształcenie równania; uniezależnienie funkcji od jakiejś zmiennej, zauważenie wypukłości
- zastanowić się nad łatwiejszym problemem, bez jakiegoś elementu z treści
- sprowadzić problem do innego, łatwiejszego/mniejszego problemu
- sprowadzić problem 2D do problemu 1D (zamiatanie; niezależność wyniku dla współrzędnych X od współrzędnych Y)
- konstrukcja grafu
- określenie struktury grafu
- optymalizacja bruta do wzorcówki
- czy można poprawić (może zachłannie) rozwiązanie nieoptymalne?
- czy są ciekawe fakty w rozwiązaniach optymalnych? (może się do tego przydać brute)
- sprawdzić czy w zadaniu czegoś jest "mało" (np. czy wynik jest mały, albo jakaś zmienna, może się do tego przydać brute)
- odpowiednio "wzbogacić" jakiś algorytm
- cokolwiek poniżej 10^9 operacji ma szansę wejść
- co można wykonać offline? czy jest coś, czego kolejność nie ma znaczenia?
- co można posortować? czy jest zawsze jakaś pewna optymalna kolejność?
- narysować dużo swoich własnych przykładów i coś z nich wywnioskować
- skupienie się na pozycji jakiegoś specjalnego elementu, np najmniejszego
- szacowanie wyniku - czy wynik jest mały? czy umiem skonstruować algorytm który zawsze znajdzie upper bound na wynik?
- sklepać brute który sprawdza obserwacje, zawsze jeśli potrzebujemy zoptymalizować dp, wypisać wartości na małym przykładzie
- pierwiastki - elementy > i < $\sqrt{N}$ osobno, rebuild co $\sqrt{N}$ operacji, jeśli suma wartości $= N$, jest $\sqrt{N}$ różnych wartości
- rozwiązania probabilistyczne, paradoks urodzeń
- meet in the middle, backtrack
- sprowadzić stan do jednoznacznej postaci na podstawie podanych operacji, co pozwala sprawdzić czy z jednego stanu da się otrzymać drugi

Wzorki (3)

3.1 Równości

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Wierzchołek paraboli $= (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$.

$$\begin{matrix} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x = \dfrac{ed - bf}{ad - bc} \\ y = \dfrac{af - ec}{ad - bc} \end{matrix}$$

3.2 Pitagoras

Trójki (a, b, c), takie że $a^2 + b^2 = c^2$:

$$a = k \cdot (m^2 - n^2),\ \ b = k \cdot (2mn),\ \ c = k \cdot (m^2 + n^2),$$

gdzie $m > n > 0$, $k > 0$, $m \perp n$, oraz albo m albo n jest parzyste.

3.3 Generowanie względnie pierwszych par

Dwa drzewa, zaczynając od $(2, 1)$ (parzysta-nieparzysta) oraz $(3, 1)$ (nieparzysta-nieparzysta), rozgałęzienia są do $(2m - n, m)$, $(2m + n, m)$ oraz $(m + 2n, n)$.

3.4 Liczby pierwsze

$p = 962592769$ to liczba na NTT, czyli $2^{21} \mid p - 1$, which may be useful. Do hashowania: 970592641 (31-bit), 31443539979727 (45-bit), 3006703054056749 (52-bit).

Jest 78498 pierwszych $\leq 1\,000\,000$.

Generatorów jest $\phi(\phi(p^a))$, czyli dla $p > 2$ zawsze istnieje.

3.5 Dzielniki

$\sum_{d|n} d = O(n \log \log n)$.

Liczba dzielników n jest co najwyżej 100 dla $n < 5e4$, 500 dla $n < 1e7$, 2000 dla $n < 1e10$, $200\,000$ dla $n < 1e19$.

3.6 Lemat Burnside'a

Liczba takich samych obiektów z dokładnością do symetrii wynosi

$$\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X^g|,$$

Gdzie G to zbiór symetrii (ruchów) oraz X^g to punkty (obiekty) stałe symetrii g.

3.7 Silnia

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800

n	11	12	13	14	15	16	17
$n!$	4.0e7	4.8e8	6.2e9	8.7e10	1.3e12	2.1e13	3.6e14

n	20	25	30	40	50	100	150	171
$n!$	2e18	2e25	3e32	8e47	3e64	9e157	6e262	>DBL_MAX

3.8 Symbol Newtona

$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \cdots + \binom{k-1}{k-1}$

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

3.9 Wzorki na pewne ciągi

3.9.1 Nieporządek

Liczba takich permutacji, że $p_i \neq i$ (żadna liczba nie wraca na tą samą pozycję).

$$D(n) = (n-1)(D(n-1) + D(n-2)) = nD(n-1) + (-1)^n = \left\lfloor \frac{n!}{e} \right\rceil$$

3.9.2 Liczba podziałów

Liczba sposobów zapisania n jako sumę posortowanych liczb dodatnich.

$$p(0) = 1,\ p(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} (-1)^{k+1} p(n - k(3k - 1)/2)$$

$$p(n) \sim 0.145/n \cdot \exp(2.56\sqrt{n})$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	50	100
$p(n)$	1	1	2	3	5	7	11	15	22	30	627	~2e5	~2e8

3.9.3 Liczby Eulera pierwszego rzędu

Liczba permutacji $\pi \in S_n$ gdzie k elementów jest większych niż poprzedni: k razy $\pi(j) > \pi(j+1)$, $k+1$ razy $\pi(j) \geq j$, k razy $\pi(j) > j$.

$$E(n, k) = (n - k)E(n - 1, k - 1) + (k + 1)E(n - 1, k)$$

$$E(n, 0) = E(n, n - 1) = 1$$

$$E(n, k) = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \binom{n+1}{j} (k + 1 - j)^n$$

3.9.4 Stirling pierwszego rzędu

Liczba permutacji długości n mające k cykli.

$$c(n, k) = c(n - 1, k - 1) + (n - 1)c(n - 1, k),\ \ c(0, 0) = 1$$
$$\textstyle\sum_{k=0}^{n} c(n, k)x^k = x(x + 1) \dots (x + n - 1)$$

$c(8, k) = 8, 0, 5040, 13068, 13132, 6769, 1960, 322, 28, 1$
$c(n, 2) = 0, 0, 1, 3, 11, 50, 274, 1764, 13068, 109584, \dots$

3.9.5 Stirling drugiego rzędu

Liczba permutacji długości n mające k spójnych.

$$S(n, k) = S(n - 1, k - 1) + kS(n - 1, k)$$

$$S(n, 1) = S(n, n) = 1$$

$$S(n, k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \binom{k}{j} j^n$$

3.9.6 Liczby Catalana

$$C_n = \frac{1}{n+1} \binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1} = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$$

$$C_0 = 1,\ C_{n+1} = \frac{2(2n+1)}{n+2} C_n,\ C_{n+1} = \sum C_i C_{n-i}$$

$C_n = 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, \dots$

- ścieżki na planszy $n \times n$.
- nawiasowania po n ().
- liczba drzew binarnych z $n + 1$ liściami (0 lub 2 syny).
- skierowanych drzew z $n + 1$ wierzchołkami.
- triangulacje $n + 2$-kąta.
- permutacji $[n]$ bez 3-wyrazowego rosnącego podciągu?

3.9.7 Formuła Cayley'a

Liczba różnych drzew (z dokładnością do numerowania wierzchołków) wynosi n^{n-2}. Liczba sposobów by zespójnić k spójnych o rozmiarach $s_1, s_2, \dots, s_k$ wynosi $s_1 \cdot s_2 \cdot \dots \cdot s_k \cdot n^{k-2}$.

3.10 Funkcje multiplikatywne

- $\epsilon\left(n\right) = [n = 1]$
- $id_k\left(n\right) = n^k$, $id = id_1$, $\mathbb{1} = id_0$
- $\sigma_k\left(n\right) = \sum_{d|n} d^k$, $\sigma = \sigma_1$, $\tau = \sigma_0$
- $\mu\left(p^k\right) = [k = 0] - [k = 1]$
- $\varphi\left(p^k\right) = p^k - p^{k-1}$

- $(f * g)(n) = \sum_{d|n} f(d) g\left(\frac{n}{d}\right)$
- $f * g = g * f$
- $f * (g * h) = (f * g) * h$
- $f * (g + h) = f * g + f * h$
- jak dwie z trzech funkcji $f * g = h$ są multiplikatywne, to trzecia też
- $f * \mathbb{1} = g \Leftrightarrow g * \mu = f$
- $f * \epsilon = f$
- $\mu * \mathbb{1} = \epsilon$, $[n = 1] = \sum_{d|n} \mu(d) \frac{n}{d}$
- $\varphi * \mathbb{1} = id$
- $id_k * \mathbb{1} = \sigma_k$, $id * \mathbb{1} = \sigma$, $\mathbb{1} * \mathbb{1} = \tau$
- $s_f(n) = \sum_{i=1}^{n} f(i)$
- $s_f(n) = \frac{s_{f*g}(n) - \sum_{d=2}^{n} s_f\left(\lfloor \frac{n}{d} \rfloor\right) g(d)}{g(1)}$

3.11 Zasada włączeń i wyłączeń

$$|\bigcup_{i=1}^{n} A_i| = \sum_{\emptyset \neq J \subseteq \{1,\ldots,n\}} (-1)^{|J|+1} |\bigcap_{j \in J} A_j|$$

3.12 Fibonacci

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

$F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$, $F_{n+k} = F_k F_{n+1} + F_{k-1} F_n$, $F_n | F_{nk}$, $NWD(F_m, F_n) = F_{NWD(m,n)}$

Matma (4)

berlekamp-massey

Opis: Zgadywanie rekurencji liniowej
Czas: $\mathcal{O}(n^2 \log k)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `Berlekamp_Massey<mod> bm(x)` zgaduje rekurencję ciągu x
`bm.get(k)` zwraca k-ty wyraz ciągu x (index 0)

4ccc6b, 57 lines

```
template<int mod>
struct BerlekampMassey {
  int mul(int a, int b) {
    return (LL) a * b % mod;
  }
  int add(int a, int b) {
    return a + b < mod ? a + b : a + b - mod;
  }
  int qpow(int a, int b) {
    if(b == 0) return 1;
    if(b % 2 == 1) return mul(qpow(a, b - 1), a);
    return qpow(mul(a, a), b / 2);
  }

  int n;
  vector<int> x, C;
  BerlekampMassey(vector<int> &_x) : x(_x) {
    vector<int> B; B = C = {1};
    int b = 1, m = 0;
    REP(i, ssize(x)) {
      m++; int d = x[i];
      FOR(j, 1, ssize(C) - 1)
        d = add(d, mul(C[j], x[i - j]));
      if(d == 0) continue;
      auto _B = C;
      C.resize(max(ssize(C), m + ssize(B)));
      int coef = mul(d, qpow(b, mod - 2));
      FOR(j, m, m + ssize(B) - 1)
        C[j] = (C[j] - mul(coef, B[j - m]) + mod) % mod;
      if(ssize(_B) < m + ssize(B)) { B = _B; b = d; m = 0; }
    }
    C.erase(C.begin());
    for(int &t : C) t = add(mod, -t);
    n = ssize(C);
  }

  vector<int> combine(vector<int> a, vector<int> b) {
    vector<int> ret(n * 2 + 1);
    REP(i, n + 1) REP(j, n + 1)
      ret[i + j] = add(ret[i + j], mul(a[i], b[j]));
    for(int i = 2 * n; i > n; i--) REP(j, n)
      ret[i - j - 1] = add(ret[i - j - 1], mul(ret[i], C[j]));
    return ret;
  }

  int get(LL k) {
    vector<int> r(n + 1), pw(n + 1);
    r[0] = pw[1] = 1;
    for(k++; k; k /= 2) {
      if(k % 2) r= combine(r, pw);
      pw = combine(pw, pw);
    }
    LL ret = 0;
    REP(i, n) ret = add(ret, mul(r[i + 1], x[i]));
    return ret;
  }
};
```

crt

Opis: Chińskie Twierdzenie o Resztach
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `crt(a, m, b, n)` zwraca takie x, że x mod m = a i x mod n = b
m i n nie muszą być względnie pierwsze, ale może nie być wtedy rozwiązania
uwali się wtedy assercik, można zmienić na return -1

"../extended-gcd/main.cpp" 269203, 8 lines

```
LL crt(LL a, LL m, LL b, LL n) {
  if(n > m) swap(a, b), swap(m, n);
  LL d, x, y;
  tie(d, x, y) = extended_gcd(m, n);
  assert((a - b) % d == 0);
  LL ret = (b - a) % n * x % n / d * m + a;
  return ret < 0 ? ret + m * n / d : ret;
}
```

discrete-log

Opis: Dla liczby pierwszej p oraz $a, b \nmid p$ znajdzie e takie że $a^e \equiv b \pmod{p}$
Czas: $\mathcal{O}(\sqrt{n} \log n)$
Pamięć: $\mathcal{O}(\sqrt{n})$

11a5db, 15 lines

```
int discrete_log(int a, int b, int p) {
  map<int, int> s1;
  LL mult = 1, sq = sqrt(p);
  REP(i, sq) {
    s1[mult] = i; mult = mult * a % p;
  }
  int t = 1;
  debug(s1, t);
  REP(i, sq + 2) {
    int inv = b * exp(t, p - 2, p) % p;
    if(s1.count(inv)) return i * sq + s1[inv];
    t = t * mult % p;
  }
  return -1;
}
```

extended-gcd

Opis: Dla danego (a, b) znajduje takie $(gcd(a, b), x, y)$, że $ax + by = gcd(a, b)$
Czas: $\mathcal{O}(\log(\max(a, b)))$
Użycie: `LL gcd, x, y; tie(gcd, x, y) = extended_gcd(a, b);`

deaf46, 7 lines

```
tuple<LL, LL, LL> extended_gcd(LL a, LL b) {
  if(a == 0)
    return {b, 0, 1};
  LL x, y, gcd;
  tie(gcd, x, y) = extended_gcd(b % a, a);
  return {gcd, y - x * (b / a), x};
}
```

floor-sum

Opis: Liczy $\sum_{i=0}^{n-1} \left\lfloor \frac{a \cdot i + b}{c} \right\rfloor$
Czas: $\mathcal{O}(\log(a))$
Użycie: `floor_sum(n, a, b, c)`
Dziala dla $0 \leq a, b < c$ oraz $1 \leq c, n \leq 10$^9.
Dla innych n, a, b, c trzeba uważać lub użyć `__int128`.

78c6f7, 15 lines

```
LL floor_sum(LL n, LL a, LL b, LL c) {
  LL ans = 0;
  if (a >= c) {
    ans += (n - 1) * n * (a / c) / 2;
    a %= c;
  }
  if (b >= c) {
    ans += n * (b / c);
    b %= c;
  }
  LL d = (a * (n - 1) + b) / c;
  if (d == 0) return ans;
  ans += d * (n - 1) - floor_sum(d, c, c - b - 1, a);
  return ans;
}
```

fft-mod

Opis: Mnożenie wielomianów
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `conv_mod(a, b)` zwraca iloczyn wielomianów a i b modulo, ma większą dokladność niż zwykle fft

"../fft/main.cpp" 6fe8fa, 22 lines

```
vector<LL> conv_mod(vector<LL> &a, vector<LL> &b, int M) {
  if(a.empty() || b.empty()) return {};
  vector<LL> res(ssize(a) + ssize(b) - 1);
  int B = 32 - __builtin_clz(ssize(res)), n = 1 << B;
  int cut = int(sqrt(M));
  vector<Complex> L(n), R(n), outl(n), outs(n);
  REP(i, ssize(a)) L[i] = Complex((int) a[i] / cut, (int) a[i]
      % cut);
  REP(i, ssize(b)) R[i] = Complex((int) b[i] / cut, (int) b[i]
      % cut);
  fft(L), fft(R);
  REP(i, n) {
    int j = -i & (n - 1);
    outl[j] = (L[i] + conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n);
    outs[j] = (L[i] - conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n) / 1i;
  }
  fft(outl), fft(outs);
  REP(i, ssize(res)) {
```

```
    LL av = LL(real(outl[i]) + 0.5), cv = LL(imag(outs[i]) +
        0.5);
    LL bv = LL(imag(outl[i]) + 0.5) + LL(real(outs[i]) + 0.5);
    res[i] = ((av % M * cut + bv) % M * cut + cv) % M;
  }
  return res;
}
```

fft

Opis: Mnożenie wielomianów
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `conv(a, b)` zwraca iloczyn wielomianów a i b

a39251, 38 lines

```
using Complex = complex<double>;
void fft(vector<Complex> &a) {
  int n = ssize(a), L = 31 - __builtin_clz(n);
  static vector<complex<long double>> R(2, 1);
  static vector<Complex> rt(2, 1);
  for(static int k = 2; k < n; k *= 2) {
    R.resize(n), rt.resize(n);
    auto x = polar(1.0L, M_PIl / k);
    FOR(i, k, 2 * k - 1)
      rt[i] = R[i] = i & 1 ? R[i / 2] * x : R[i / 2];
  }

  vector<int> rev(n);
  REP(i, n) rev[i] = (rev[i / 2] | (i & 1) << L) / 2;
  REP(i, n) if(i < rev[i]) swap(a[i], a[rev[i]]);
  for(int k = 1; k < n; k *= 2) {
    for(int i = 0; i < n; i += 2 * k) REP(j, k) {
      Complex z = rt[j + k] * a[i + j + k]; // mozna zoptowac
          rozpisujac
      a[i + j + k] = a[i + j] - z;
      a[i + j] += z;
    }
  }
}

vector<double> conv(vector<double> &a, vector<double> &b) {
  if(a.empty() || b.empty()) return {};
  vector<double> res(ssize(a) + ssize(b) - 1);
  int L = 32 - __builtin_clz(ssize(res)), n = (1 << L);
  vector<Complex> in(n), out(n);
  copy(a.begin(), a.end(), in.begin());
  REP(i, ssize(b)) in[i].imag(b[i]);
  fft(in);
  for(auto &x : in) x *= x;
  REP(i, n) out[i] = in[-i & (n - 1)] - conj(in[i]);
  fft(out);
  REP(i, ssize(res)) res[i] = imag(out[i]) / (4 * n);
  return res;
}
```

fwht

Opis: FWHT
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `n musi być potęgą dwójki.`

`fwht_or(a)[i] = suma(j będące podmaską i) a[j].`
`ifwht_or(fwht_or(a)) == a.`
`convolution_or(a, b)[i] = suma(j | k == i) a[j] * b[k].`

`fwht_and(a)[i] = suma(j będące nadmaską i) a[j].`
`ifwht_and(fwht_and(a)) == a.`
`convolution_and(a, b)[i] = suma(j & k == i) a[j] * b[k].`

`fwht_xor(a)[i] = suma(j oraz i mają parzyście wspólnie zapalonych bitów) a[j] - suma(j oraz i mają nieparzyście) a[j].`
`ifwht_xor(fwht_xor(a)) == a.`
`convolution_xor(a, b)[i] = suma(j ^ k == i) a[j] * b[k].`

b9f7b7, 89 lines

```
vector<int> fwht_or(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i + s] += a[i];
  return a;
}
vector<int> ifwht_or(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i + s] -= a[i];
  return a;
}
vector<int> convolution_or(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0 and ssize(b) == n);
  a = fwht_or(a);
  b = fwht_or(b);
  REP(i, n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_or(a);
}

vector<int> fwht_and(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i] += a[i + s];
  return a;
}
vector<int> ifwht_and(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i)
        a[i] -= a[i + s];
  return a;
}
vector<int> convolution_and(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0 and ssize(b) == n);
  a = fwht_and(a);
  b = fwht_and(b);
  REP(i, n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_and(a);
}

vector<int> fwht_xor(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i) {
        int t = a[i + s];
        a[i + s] = a[i] - t;
        a[i] += t;
      }
  return a;
}
vector<int> ifwht_xor(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for(int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for(int l = 0; l < n; l += 2 * s)
      for(int i = l; i < l + s; ++i) {
        int t = a[i + s];
        a[i + s] = (a[i] - t) / 2;
        a[i] = (a[i] + t) / 2;
      }
  return a;
}
vector<int> convolution_xor(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0 and ssize(b) == n);
  a = fwht_xor(a);
  b = fwht_xor(b);
  REP(i, n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_xor(a);
}
```

gauss

Opis: Rozwiązywanie ukladów liniowych (modint albo double) NIEPRZETESTOWANE
Czas: $\mathcal{O}(nm(n+m))$
Użycie: `Wrzucam n vectorów {wsp_x0, wsp_x1, ..., wsp_xm, suma}, gauss wtedy zwraca liczbę rozwiązań (0, 1 albo 2 (tzn. nieskończoność)) oraz jedno poprawne rozwiązanie (o ile istnieje). Przyklad - gauss({2, -1, 1, 7}, {1, 1, 1, 1}, {0, 1, -1, 6.5}) zwraca (1, {6.75, 0.375, -6.125})`

7a15a4, 88 lines

```
#if 0
bool equal(int a, int b) {
  return a == b;
}
constexpr int mod = int(1e9) + 7;
int mul(int a, int b) {
  return int((a * LL(b)) % mod);
}
int add(int a, int b) {
  a += b;
  return a >= mod ? a - mod : a;
}
int powi(int a, int b) {
  if(b == 0)
    return 1;
  int x = powi(a, b / 2);
  x = mul(x, x);
  if(b % 2 == 1)
    x = mul(x, a);
  return x;
}
```

```
int inv(int x) {
  return powi(x, mod - 2);
}
int divide(int a, int b) {
  return mul(a, inv(b));
}
int sub(int a, int b) {
  return add(a, mod - b);
}
using T = int;
#else
constexpr double eps = 1e-9;
bool equal(double a, double b) {
  return abs(a - b) < eps;
}
#define OP(name, op) double name(double a, double b) { return a
      op b; }
OP(mul, *)
OP(add, +)
OP(divide, /)
OP(sub, -)
using T = double;
#endif

pair<int, vector<T>> gauss(vector<vector<T>> a) {
  int n = ssize(a); // liczba wierszy
  int m = ssize(a[0]) - 1; // liczba zmiennych

  vector<int> where(m, -1); // w ktorym wierszu jest
       zdefiniowana i-ta zmienna
  for(int col = 0, row = 0; col < m and row < n; ++col) {
    int sel = row;
    for(int y = row; y < n; ++y)
      if(abs(a[y][col]) > abs(a[sel][col]))
        sel = y;
    if(equal(a[sel][col], 0))
      continue;
    for(int x = col; x <= m; ++x)
      swap(a[sel][x], a[row][x]);
    // teraz sel jest nieaktualne
    where[col] = row;

    for(int y = 0; y < n; ++y)
      if(y != row) {
        T wspolczynnik = divide(a[y][col], a[row][col]);
        for(int x = col; x <= m; ++x)
          a[y][x] = sub(a[y][x], mul(wspolczynnik, a[row][x]));
      }
    ++row;
  }

  vector<T> answer(m);
  for(int col = 0; col < m; ++col)
    if(where[col] != -1)
      answer[col] = divide(a[where[col]][m], a[where[col]][col
           ]);

  for(int row = 0; row < n; ++row) {
    T got = 0;
    for(int col = 0; col < m; ++col)
      got = add(got, mul(answer[col], a[row][col]));
    if(not equal(got, a[row][m]))
      return {0, answer};
  }

  for(int col = 0; col < m; ++col)
    if(where[col] == -1)
      return {2, answer};
  return {1, answer};
}
```

integral

Opis: Wzór na całkę z zasady Simpsona - zwraca całkę na przedziale [a, b]
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `integral([](T x) { return 3 * x * x - 8 * x + 3; }, a, b)`
`Daj asserta na błąd, ewentualnie zwiększ n (im większe n, tym mniejszy błąd)`

c6b602, 8 lines

```
using T = double;
T integral(function<T(T)> f, T a, T b) {
  const int n = 1000;
  T delta = (b - a) / n, sum = f(a) + f(b);
  FOR(i, 1, n - 1)
    sum += f(a + i * delta) * (i & 1 ? 4 : 2);
  return sum * delta / 3;
}
```

miller-rabin

Opis: Test pierwszości Millera-Rabina
Czas: $\mathcal{O}\left(\log^2 n\right)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `miller_rabin(n) zwraca czy n jest pierwsze`
`dziala dla long longów`

2beada, 33 lines

```
LL mul(LL a, LL b, LL mod) {
  return (a * b - (LL)((long double) a * b / mod) * mod + mod)
       % mod;
}

LL qpow(LL a, LL n, LL mod) {
  if(n == 0) return 1;
  if(n % 2 == 1) return mul(qpow(a, n - 1, mod), a, mod);
  return qpow(mul(a, a, mod), n / 2, mod);
}

bool miller_rabin(LL n) {
  if(n < 2) return false;
  int r = 0;
  LL d = n - 1;
  while(d % 2 == 0)
    d /= 2, r++;
  for(int a : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37}) {
    if(n == a) return true;
    LL x = qpow(a, d, n);
    if(x == 1 || x == n - 1)
      continue;
    bool composite = true;
    REP(i, r - 1) {
      x = mul(x, x, n);
      if(x == n - 1) {
        composite = false;
        break;
      }
    }
    if(composite) return false;
  }
  return true;
}
```

primitive-root

Opis: Dla pierwszego p znajduje generator modulo p
Czas: $\mathcal{O}\left(\log^2(p)\right)$ (ale spora stala, zależy)

"../rho-pollard/main.cpp", "../../random-stuff/rd/main.cpp" aeff3e, 20 lines

```
LL exp(LL a, LL b, int m) {
  if(b == 0) return 1;
  if(b & 1) return a * exp(a, b - 1, m) % m;
  return exp(a * a % m, b / 2, m);
}
int primitive_root(int p) {
  int q = p - 1;
  vector<LL> v = factor(q); vector<int> fact;
  REP(i, ssize(v))
    if(!i or v[i] != v[i - 1])
      fact.emplace_back(v[i]);
  while(1) {
    int g = my_rd(2, q); bool good = 1;
    for(auto &f : fact)
      if(exp(g, q / f, p) == 1) {
        good = 0; break;
      }
    if(good) return g;
  }
}
```

rho-pollard

Opis: Rozkład na czynniki Rho Pollarda
Czas: $\mathcal{O}\left(n^{\frac{1}{4}}\right)$
Użycie: `factor(n) zwraca vector dzielników pierwszych n, niekoniecznie posortowany`
`factor(12) = {2, 2, 3}, factor(545423) = {53, 41, 251};`

"../miller-rabin/main.cpp" 9ebbcf, 19 lines

```
LL rho_pollard(LL n) {
  if(n % 2 == 0) return 2;
  for(LL i = 1;; i++) {
    auto f = [&](LL x) { return (mul(x, x, n) + i) % n; };
    LL x = 2, y = f(x), p;
    while((p = __gcd(n - x + y, n)) == 1)
      x = f(x), y = f(f(y));
    if(p != n) return p;
  }
}

vector<LL> factor(LL n) {
  if(n == 1) return {};
  if(miller_rabin(n)) return {n};
  LL x = rho_pollard(n);
  auto l = factor(x), r = factor(n / x);
  l.insert(l.end(), r.begin(), r.end());
  return l;
}
```

sieve

Opis: Sito Erastotenesa
Czas: $\mathcal{O}(n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `sieve(n) przetwarza liczby do n włącznie`
`comp[i] oznacza, czy i jest złożone`
`prime zawiera wszystkie liczby piersze <= n`
`w praktyce na moim kompie dla n = 1e8 dziala w 0.7s`

fcc4bc, 13 lines

```
vector<bool> comp;
vector<int> prime;
void sieve(int n) {
  comp.resize(n + 1);
  FOR(i, 2, n) {
    if(!comp[i]) prime.emplace_back(i);
    REP(j, ssize(prime)) {
      if(i * prime[j] > n) break;
      comp[i * prime[j]] = true;
      if(i % prime[j] == 0) break;
    }
  }
}
```

bignum

Opis: Reprezentacja dużych int'ów
Czas: Podstawa 1e9, mnożenie kwadratowe, dzielenie to mnożenie z logiem

3068df, 120 lines

```
struct Num {
  static constexpr int digits_per_elem = 9, base = int(1e9);
  vector<int> x;

  Num& shorten() {
    while(ssize(x) and x.back() == 0)
      x.pop_back();
    for(int &a : x)
      assert(0 <= a and a < base);
    return *this;
  }

  Num(string s) {
    for(int i = ssize(s); i > 0; i -= digits_per_elem)
      if(i < digits_per_elem)
        x.emplace_back(stoi(s.substr(0, i)));
      else
        x.emplace_back(stoi(s.substr(i - digits_per_elem, 9)));
    shorten();
  }
  Num() {}
};

string to_string(Num n) {
  stringstream s;
  s << (ssize(n.x) ? n.x.back() : 0);
  for(int i = ssize(n.x) - 2; i >= 0; --i)
    s << setfill('0') << setw(n.digits_per_elem) << n.x[i];
  return s.str();
}
ostream& operator<<(ostream &o, Num n) {
  return o << to_string(n).c_str();
}

Num operator+(Num a, Num b) {
  int carry = 0;
  for(int i = 0; i < max(ssize(a.x), ssize(b.x)) or carry; ++i)
      {
    if(i == ssize(a.x))
      a.x.emplace_back(0);
    a.x[i] += carry + (i < ssize(b.x) ? b.x[i] : 0);
    carry = bool(a.x[i] >= a.base);
    if(carry)
      a.x[i] -= a.base;
  }
  return a.shorten();
}

bool operator<(Num a, Num b) {
  if(ssize(a.x) != ssize(b.x))
    return ssize(a.x) < ssize(b.x);
  for(int i = ssize(a.x) - 1; i >= 0; --i)
    if(a.x[i] != b.x[i])
      return a.x[i] < b.x[i];
  return false;
}
bool operator==(Num a, Num b) {
  return a.x == b.x;
}
bool operator<=(Num a, Num b) {
  return a < b or a == b;
}

Num operator-(Num a, Num b) {
  assert(b <= a);
  int carry = 0;
  for(int i = 0; i < ssize(b.x) or carry; ++i) {
    a.x[i] -= carry + (i < ssize(b.x) ? b.x[i] : 0);
    carry = a.x[i] < 0;
    if(carry)
      a.x[i] += a.base;
  }
  return a.shorten();
}

Num operator*(Num a, Num b) {
  Num c;
  c.x.resize(ssize(a.x) + ssize(b.x));
  REP(i, ssize(a.x))
    for(int j = 0, carry = 0; j < ssize(b.x) || carry; ++j) {
      LL cur = c.x[i + j] + a.x[i] * 1ll * (j < ssize(b.x) ? b.
          x[j] : 0) + carry;
      c.x[i + j] = int(cur % a.base);
      carry = int(cur / a.base);
    }
  return c.shorten();
}

Num operator/(Num a, int b) {
  assert(0 < b and b < a.base);
  int carry = 0;
  for(int i = ssize(a.x) - 1; i >= 0; --i) {
    LL cur = a.x[i] + carry * LL(a.base);
    a.x[i] = int(cur / b);
    carry = int(cur % b);
  }
  return a.shorten();
}

Num operator/(Num a, Num b) {
  Num l = Num(), r = a;
  while(not (l == r)) {
    Num m = (l + r + Num("1")) / 2;
    if(m * b <= a)
      l = m;
    else
      r = m - Num("1");
  }
  // assert(mul(l, b) == a);
  return l.shorten();
}

Num operator%(Num a, Num b) {
  Num d = a / b;
  return a - ((a / b) * b);
}

Num nwd(Num a, Num b) {
  if(b == Num())
    return a;
  return nwd(b, a % b);
}
```

Struktury danych (5)

fenwick-tree-2d

Opis: Drzewo potęgowe 2d offline
Czas: $\mathcal{O}\left(\log^2 n\right)$ Pamięć $\mathcal{O}\left(n \log n\right)$
Użycie: wywolujemy preprocess(x, y) na pozycjach, które chcemy updateować, później init()
update(x, y, val) dodaje val do a[x, y], query(x, y) zwraca sumę na prostokącie (0, 0) - (x, y)

"../fenwick-tree/main.cpp" 2de643, 29 lines

```
struct Fenwick2d {
  vector<vector<int>> ys;
  vector<Fenwick> ft;
  Fenwick2d(int limx) : ys(limx) {}
  void preprocess(int x, int y) {
    for(; x < ssize(ys); x |= x + 1)
      ys[x].push_back(y);
  }
  void init() {
    for(auto &v : ys) {
      sort(v.begin(), v.end());
      ft.emplace_back(ssize(v) + 1);
    }
  }
  int ind(int x, int y) {
    auto it = lower_bound(ys[x].begin(), ys[x].end(), y);
    return distance(ys[x].begin(), it);
  }
  void update(int x, int y, LL val) {
    for(; x < ssize(ys); x |= x + 1)
      ft[x].update(ind(x, y), val);
  }
  LL query(int x, int y) {
    LL sum = 0;
    for(x++; x > 0; x &= x - 1)
      sum += ft[x - 1].query(ind(x - 1, y + 1) - 1);
    return sum;
  }
};
```

fenwick-tree

Opis: Drzewo potęgowe
Czas: $\mathcal{O}\left(\log n\right)$
Użycie: wszystko indexowane od 0
update(pos, val) dodaje val do elementu pos
query(pos) zwraca sumę na przedziale [0, pos]

d04808, 14 lines

```
struct Fenwick {
  vector<LL> s;
  Fenwick(int n) : s(n) {}
  void update(int pos, LL val) {
    for(; pos < ssize(s); pos |= pos + 1)
      s[pos] += val;
  }
  LL query(int pos) {
    LL ret = 0;
    for(pos++; pos > 0; pos &= pos - 1)
      ret += s[pos - 1];
    return ret;
  }
};
```

find-union

Opis: Find and union z mniejszy do wiekszego
Czas: $\mathcal{O}\left(\alpha(n)\right)$ oraz $\mathcal{O}\left(n\right)$ pamięciowo

c3dcbd, 19 lines

```
struct FindUnion {
  vector<int> rep;
  int size(int x) { return -rep[find(x)]; }
  int find(int x) {
    return rep[x] < 0 ? x : rep[x] = find(rep[x]);
  }
  bool same_set(int a, int b) { return find(a) == find(b); }
```

```
  bool join(int a, int b) {
    a = find(a), b = find(b);
    if(a == b)
      return false;
    if(-rep[a] < -rep[b])
      swap(a, b);
    rep[a] += rep[b];
    rep[b] = a;
    return true;
  }
  FindUnion(int n) : rep(n, -1) {}
};
```

hash-map

Opis: szybsza mapa
Czas: $\mathcal{O}(1)$
Użycie: np hash_map<int, int>
trzeba przed includem dać undef _GLIBCXX_DEBUG

<ext/pb_ds/assoc_container.hpp> c0ab57, 11 lines

```
using namespace __gnu_pbds;

struct chash {
  const uint64_t C = LL(2e18 * M_PI) + 69;
  const int RANDOM = mt19937(0)();
  size_t operator()(uint64_t x) const {
    return __builtin_bswap64((x^RANDOM) * C);
  }
};
template<class L, class R>
using hash_map = gp_hash_table<L, R, chash>;
```

lazy-segment-tree

Opis: Drzewo przedzial-przedzial
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: add(l, r, val) dodaje na przedziale
quert(l, r) bierze maxa z przedzialu
Zmieniając z maxa na co innego trzeba edytować
funkcje add_val i f

088245, 60 lines

```
using T = int;
struct Node {
  T val, lazy;
  int sz = 1;
};

struct Tree {
  vector<Node> tree;
  int sz = 1;

  void add_val(int v, T val) {
    tree[v].val += val;
    tree[v].lazy += val;
  }

  T f(T a, T b) { return max(a, b); }

  Tree(int n) {
    while(sz < n) sz *= 2;
    tree.resize(sz * 2);
    for(int i = sz - 1; i >= 1; i--)
      tree[i].sz = tree[i * 2].sz * 2;
  }

  void propagate(int v) {
    REP(i, 2)
      add_val(v * 2 + i, tree[v].lazy);
    tree[v].lazy = 0;
  }

  T query(int l, int r, int v = 1) {
    if(l == 0 && r == tree[v].sz - 1)
      return tree[v].val;
    propagate(v);
    int m = tree[v].sz / 2;
    if(r < m)
      return query(l, r, v * 2);
    else if(m <= l)
      return query(l - m, r - m, v * 2 + 1);
    else
      return f(query(l, m - 1, v * 2), query(0, r - m, v * 2 +
          1));
  }

  void add(int l, int r, T val, int v = 1) {
    if(l == 0 && r == tree[v].sz - 1) {
      add_val(v, val);
      return;
    }
    propagate(v);
    int m = tree[v].sz / 2;
    if(r < m)
      add(l, r, val, v * 2);
    else if(m <= l)
      add(l - m, r - m, val, v * 2 + 1);
    else
      add(l, m - 1, val, v * 2), add(0, r - m, val, v * 2 + 1);

    tree[v].val = f(tree[v * 2].val, tree[v * 2 + 1].val);
  }
};
```

lichao-tree

Opis: Dla funkcji, których pary przecinaja sie co najwyżej raz, oblicza maximum w punkcie x. Podany kod jest dla funkcji liniowych

6440db, 51 lines

```
constexpr LL inf = LL(1e9);
struct Function {
  int a, b;
  LL operator()(int x) {
    return x * LL(a) + b;
  }
  Function(int p = 0, int q = inf) : a(p), b(q) {}
};
ostream& operator<<(ostream &os, Function f) {
  return os << make_pair(f.a, f.b);
}

struct LiChaoTree {
  int size = 1;
  vector<Function> tree;

  LiChaoTree(int n) {
    while(size < n)
      size *= 2;
    tree.resize(size << 1);
  }

  LL get_min(int x) {
    int v = x + size;
    LL ans = inf;
    while(v) {
      ans = min(ans, tree[v](x));
      v >>= 1;
    }
    return ans;
  }

  void add_func(Function new_func, int v, int l, int r) {
    int m = (l + r) / 2;
    bool domin_l = tree[v](l) > new_func(l),
        domin_m = tree[v](m) > new_func(m);
    if(domin_m)
      swap(tree[v], new_func);

    if(l == r)
      return;
    else if(domin_l == domin_m)
      add_func(new_func, v << 1 | 1, m + 1, r);
    else
      add_func(new_func, v << 1, l, m);
  }

  void add_func(Function new_func) {
    add_func(new_func, 1, 0, size - 1);
  }
};
```

line-container

Opis: Set dla funkcji liniowych
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: add(a, b) dodaje funkcję y = ax + b
query(x) zwraca największe y w punkcie x, x < inf

45779b, 30 lines

```
struct Line {
  mutable LL a, b, p;
  LL eval(LL x) const { return a * x + b; }
  bool operator<(const Line & o) const { return a < o.a; }
  bool operator<(LL x) const { return p < x; }
};

struct LineContainer : multiset<Line, less<>> {
  // jak double to inf = 1 / .0, div(a, b) = a / b
  const LL inf = LLONG_MAX;
  LL div(LL a, LL b) { return a / b - ((a ^ b) < 0 && a % b); }
  bool intersect(iterator x, iterator y) {
    if(y == end()) { x->p = inf; return false; }
    if(x->a == y->a) x->p = x->b > y->b ? inf : -inf;
    else x->p = div(y->b - x->b, x->a - y->a);
    return x->p >= y->p;
  }
  void add(LL a, LL b) {
    auto z = insert({a, b, 0}), y = z++, x = y;
    while(intersect(y, z)) z = erase(z);
    if(x != begin() && intersect(--x, y))
      intersect(x, erase(y));
    while((y = x) != begin() && (--x)->p >= y->p)
      intersect(x, erase(y));
  }
  LL query(LL x) {
    assert(!empty());
    return lower_bound(x)->eval(x);
  }
};
```

ordered-set

Opis: set z dodatkowymi funkcjami
Użycie: insert(x) dodaje element x (nie ma emplace)
find_by_order(i) zwraca iterator do i-tego elementu
order_of_key(x) zwraca, ile jest mniejszych elementów,
x nie musi być w secie
Jeśli chcemy multiseta, to używamy par {val, id}.
Przed includem trzeba dać undef _GLIBCXX_DEBUG

<ext/pb_ds/assoc_container.hpp>, <ext/pb_ds/tree_policy.hpp> 0a779f, 9 lines

```
using namespace __gnu_pbds;
```

```
template<class T> using ordered_set = tree<
  T,
  null_type,
  less<T>,
  rb_tree_tag,
  tree_order_statistics_node_update
>;
```

persistent-treap

Opis: Implict Persistent Treap
Czas: wszystko w $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: wszystko indexowane od 0
insert(key, val) insertuję na pozycję key
kopiowanie struktury dziala w O(1)
robimy sobie vector<Treap>, żeby obslugiwać trwalość

f3246a, 76 lines

```
mt19937 rng_key(0);

struct Treap {
  struct Node {
    int val, prio, sub = 1;
    Node *l = nullptr, *r = nullptr;
    Node(int _val) : val(_val), prio(rng_key()) {}
  };
  using pNode = Node*;
  pNode root = nullptr;

  int get_sub(pNode n) { return n ? n->sub : 0; }
  void update(pNode n) {
    if(!n) return;
    n->sub = get_sub(n->l) + get_sub(n->r) + 1;
  }

  void split(pNode t, int key, pNode &l, pNode &r) {
    if(!t) l = r = nullptr;
    else {
      t = new Node(*t);
      if(key <= get_sub(t->l))
        split(t->l, key, l, t->l), r = t;
      else
        split(t->r, key - get_sub(t->l) - 1, t->r, r), l = t;
    }
    update(t);
  }

  void merge(pNode &t, pNode l, pNode r) {
    if(!l || !r) t = (l ? l : r);
    else if(l->prio > r->prio) {
      l = new Node(*l);
      merge(l->r, l->r, r), t = l;
    }
    else {
      r = new Node(*r);
      merge(r->l, l, r->l), t = r;
    }
    update(t);
  }

  void insert(pNode &t, int key, pNode it) {
    if(!t) t = it;
    else if(it->prio > t->prio)
      split(t, key, it->l, it->r), t = it;
    else {
      t = new Node(*t);
      if(key <= get_sub(t->l))
        insert(t->l, key, it);
      else
        insert(t->r, key - get_sub(t->l) - 1, it);
    }
    update(t);
  }
  void insert(int key, int val) {
    insert(root, key, new Node(val));
  }

  void erase(pNode &t, int key) {
    if(get_sub(t->l) == key)
      merge(t, t->l, t->r);
    else {
      t = new Node(*t);
      if(key <= get_sub(t->l))
        erase(t->l, key);
      else
        erase(t->r, key - get_sub(t->l) - 1);
    }
    update(t);
  }
  void erase(int key) {
    assert(key < get_sub(root));
    erase(root, key);
  }
};
```

rmq

Opis: Range Minimum Query z użyciem sparse table
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Pamięć: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: RMQ(vec) tworzy sparse table na ciągu vec
query(l, r) odpowiada na RMQ w O(1)

6bc673, 22 lines

```
struct RMQ {
  vector<vector<int>> st;
  vector<int> pre;
  RMQ(vector<int> &a) {
    int n = ssize(a), lg = 0;
    while((1 << lg) < n) lg++;
    st.resize(lg + 1, vector<int>(a));
    st[0] = a;
    FOR(i, 1, lg) REP(j, n) {
      st[i][j] = st[i - 1][j];
      int q = j + (1 << (i - 1));
      if(q < n) st[i][j] = min(st[i][j], st[i - 1][q]);
    }
    pre.resize(n + 1);
    FOR(i, 2, n) pre[i] = pre[i / 2] + 1;
  }

  int query(int l, int r) {
    int q = pre[r - l + 1], x = r - (1 << q) + 1;
    return min(st[q][l], st[q][x]);
  }
};
```

treap

Opis: Implict Treap
Czas: wszystko w $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: wszystko indexowane od 0
insert(key, val) insertuję na pozycję key
treap[i] zwraca i-tą wartość

907bf8, 42 lines

```
mt19937 rng_key(0);

struct Treap {
  struct Node {
    int prio, val, cnt;
    Node *l = nullptr, *r = nullptr;
    Node(int _val) : prio(rng_key()), val(_val) {}
  };
  using pNode = Node*;
  pNode root = nullptr;

  int cnt(pNode t) { return t ? t->cnt : 0; }
  void update(pNode t) {
    if(!t) return;
    t->cnt = cnt(t->l) + cnt(t->r) + 1;
  }

  void split(pNode t, int key, pNode &l, pNode &r) {
    if(!t) l = r = nullptr;
    else if(key <= cnt(t->l))
      split(t->l, key, l, t->l), r = t;
    else
      split(t->r, key - cnt(t->l) - 1, t->r, r), l = t;
    update(t);
  }

  void merge(pNode &t, pNode l, pNode r) {
    if(!l || !r) t = (l ? l : r);
    else if(l->prio > r->prio)
      merge(l->r, l->r, r), t = l;
    else
      merge(r->l, l, r->l), t = r;
    update(t);
  }

  void insert(int key, int val) {
    pNode t;
    split(root, key, root, t);
    merge(root, root, new Node(val));
    merge(root, root, t);
  }
};
```

Grafy (6)

2sat

Opis: Zwraca poprawne przyporządkowanie zmiennym logicznym dla problemu 2-SAT, albo mówi, że takie nie istnieje
Czas: $\mathcal{O}(n+m)$, gdzie n to ilość zmiennych, i m to ilość przyporządkowań.
Użycie: TwoSat ts(ilość zmiennych);
õznacza negację
ts.either(0, ~3); // var 0 is true or var 3 is false
ts.set_value(2); // var 2 is true
ts.at_most_one({0,~1,2}); // co najwyżej jedna z var 0, ~1 i 2 to prawda
ts.solve(); // rozwiązuje i zwraca true jeśli rozwiązanie istnieje
ts.values[0..N-1] // to wartości rozwiązania

304dcc, 59 lines

```
struct TwoSat {
  int n;
  vector<vector<int>> gr;
  vector<int> values;

  TwoSat(int _n = 0) : n(_n), gr(2*n) {}

  void either(int f, int j) {
    f = max(2*f, -1-2*f);
    j = max(2*j, -1-2*j);
    gr[f].emplace_back(j^1);
    gr[j].emplace_back(f^1);
  }
  void set_value(int x) { either(x, x); }

  int add_var() {
    gr.emplace_back();
```

```
    gr.emplace_back();
    return n++;
  }

  void at_most_one(vector<int>& li) {
    if(ssize(li) <= 1) return;
    int cur = ~li[0];
    FOR(i, 2, ssize(li) - 1) {
      int next = add_var();
      either(cur, ~li[i]);
      either(cur, next);
      either(~li[i], next);
      cur = ~next;
    }
    either(cur, ~li[1]);
  }

  vector<int> val, comp, z;
  int t = 0;
  int dfs(int i) {
    int low = val[i] = ++t, x;
    z.emplace_back(i);
    for(auto &e : gr[i]) if(!comp[e])
      low = min(low, val[e] ?: dfs(e));
    if(low == val[i]) do {
      x = z.back(); z.pop_back();
      comp[x] = low;
      if (values[x >> 1] == -1)
        values[x >> 1] = x & 1;
    } while (x != i);
    return val[i] = low;
  }

  bool solve() {
    values.assign(n, -1);
    val.assign(2 * n, 0);
    comp = val;
    REP(i, 2 * n) if(!comp[i]) dfs(i);
    REP(i, n) if(comp[2 * i] == comp[2 * i + 1]) return 0;
    return 1;
  }
};
```

biconnected

Opis: Dwuspójne skladowe
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `add_edge(u, v) dodaje krawędź (u, v), u != v, bo get() nie dziala`
`po wywolaniu init() w .bicon mamy dwuspójne(vector idekÓw krawędzi na każdą), w .edges mamy krawędzie`

15f4ec, 45 lines

```
struct BiconComps {
  using PII = pair<int, int>;
  vector<vector<int>> graph, bicon;
  vector<int> low, pre, s;
  vector<array<int, 2>> edges;
  BiconComps(int n) : graph(n), low(n), pre(n, -1) {}
  void add_edge(int u, int v) {
    int q = ssize(edges);
    graph[u].emplace_back(q);
    graph[v].emplace_back(q);
    edges.push_back({u, v});
  }
  int get(int v, int id) {
    for(int r : edges[id])
      if(r != v) return r;
  }
  int t = 0;
  void dfs(int v, int p) {
    low[v] = pre[v] = t++;
    bool par = false;
    for(int e : graph[v]) {
      int u = get(v, e);
      if(u == p && !par) {
        par = true;
        continue;
      }
      else if(pre[u] == -1) {
        s.emplace_back(e); dfs(u, v);
        low[v] = min(low[v], low[u]);
        if(low[u] >= pre[v]) {
          bicon.emplace_back();
          do {
            bicon.back().emplace_back(s.back());
            s.pop_back();
          } while(bicon.back().back() != e);
        }
      }
      else if(pre[v] > pre[u]) {
        low[v] = min(low[v], pre[u]);
        s.emplace_back(e);
      }
    }
  }
  void init() { dfs(0, -1); }
};
```

centro-decomp

Opis: template do Centroid Decomposition
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `konstruktor - HLD(n, graf)`
`swój kod wrzucamy do funkcji decomp`

166a7f, 35 lines

```
struct CentroDecomp {
  vector<vector<int>> &adj;
  vector<bool> done;
  vector<int> sub, par;
  CentroDecomp(int n, vector<vector<int>> &_adj)
    : adj(_adj), done(n), sub(n), par(n) {}

  void dfs(int v) {
    sub[v] = 1;
    for(int u : adj[v]) {
      if(!done[u] && u != par[v]) {
        par[u] = v; dfs(u);
        sub[v] += sub[u];
      }
    }
  }
  int centro(int v) {
    par[v] = -1; dfs(v);
    for(int sz = sub[v];;) {
      pair<int, int> mx = {0, 0};
      for(int u : adj[v])
        if(!done[u] && u != par[v])
          mx = max(mx, {sub[u], u});
      if(mx.first * 2 <= sz) return v;
      v = mx.second;
    }
  }
  void decomp(int v) {
    done[v = centro(v)] = true;
    // kodzik idzie tutaj
    for(int u : adj[v])
      if(!done[u])
        decomp(u);
  }
};
```

eulerian-path

Opis: Ścieżka eulera
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `Krawędzie to pary (to, id) gdzie id dla grafu nieskierowanego jest takie samo dla (u, v) i (v, u)`
`Graf musi być spójny, po zainicjalizowaniu w .path jest ścieżka/cykl eulera, vector o dlugości m + 1 kolejnych wierzcholków`
`Jeśli nie ma ścieżki/cyklu, path jest puste. Dla cyklu, path[0] == path[m]`

37517c, 21 lines

```
using PII = pair<int, int>;
struct EulerianPath {
  vector<vector<PII>> adj;
  vector<bool> used;
  vector<int> path;
  void dfs(int v) {
    while(!adj[v].empty()) {
      int u, id; tie(u, id) = adj[v].back();
      adj[v].pop_back();
      if(used[id]) continue;
      used[id] = true;
      dfs(u);
    }
    path.emplace_back(v);
  }
  EulerianPath(int m, vector<vector<PII>> _adj) : adj(_adj) {
    used.resize(m); dfs(0);
    if(ssize(path) != m + 1) path.clear();
    reverse(path.begin(), path.end());
  }
};
```

flow

Opis: Dinic bez skalowania
Czas: $\mathcal{O}(V^2 E)$
Użycie: `Dinic flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5); cout << flow(0, 1); // 5`
`funkcja get_flowing() zwraca dla każdej oryginalnej krawędzi, ile przez nią leci`

86a376, 78 lines

```
struct Dinic {
  using T = int;
  struct Edge {
    int v, u;
    T flow, cap;
  };
  int n;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;

  Dinic(int N) : n(N), graph(n) {}

  void add_edge(int v, int u, T cap) {
    debug(v, u, cap);
    int e = ssize(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0});
  }

  vector<int> dist;
  bool bfs(int source, int sink) {
    dist.assign(n, 0);
    dist[source] = 1;
    deque<int> que = {source};
    while(ssize(que) and dist[sink] == 0) {
      int v = que.front();
```

```
      que.pop_front();
      for(int e : graph[v])
        if(edges[e].flow != edges[e].cap and dist[edges[e].u]
            == 0) {
          dist[edges[e].u] = dist[v] + 1;
          que.emplace_back(edges[e].u);
        }
    }
    return dist[sink] != 0;
  }

  vector<int> ended_at;
  T dfs(int v, int sink, T flow = numeric_limits<T>::max()) {
    if(flow == 0 or v == sink)
      return flow;
    for(; ended_at[v] != ssize(graph[v]); ++ended_at[v]) {
      Edge &e = edges[graph[v][ended_at[v]]];
      if(dist[v] + 1 == dist[e.u])
        if(T pushed = dfs(e.u, sink, min(flow, e.cap - e.flow))
            ) {
          e.flow += pushed;
          edges[graph[v][ended_at[v]] ^ 1].flow -= pushed;
          return pushed;
        }
    }
    return 0;
  }

  T operator()(int source, int sink) {
    T answer = 0;
    while(true) {
      if(not bfs(source, sink))
        break;
      ended_at.assign(n, 0);
      while(T pushed = dfs(source, sink))
        answer += pushed;
    }
    return answer;
  }

  map<pair<int, int>, T> get_flowing() {
    map<pair<int, int>, T> ret;
    REP(v, n)
      for(int i : graph[v]) {
        if(i % 2) // considering only original edges
          continue;
        Edge &e = edges[i];
        ret[make_pair(v, e.u)] = e.flow;
      }
    return ret;
  }
};
```

hld

Opis: Heavy-Light Decomposition
Czas: $\mathcal{O}(q \log n)$
Użycie: kontruktor - HLD(n, adj)
lca(v, u) zwraca lca
get_vertex(v) zwraca pozycję odpowiadającą wierzcholkowi
get_path(v, u) zwraca przedzialy do obslugiwania drzewem przedzialowym
get_path(v, u) jeśli robisz operacje na wierzcholkach
get_path(v, u, false) jeśli na krawędziach (nie zawiera lca)
get_subtree(v) zwraca przedzial odpowiadający podrzewu v

013f82, 56 lines

```
struct HLD {
  vector<vector<int>> &adj;
  vector<int> sz, pre, pos, nxt, par;
  int t = 0;
  void init(int v, int p = -1) {
    par[v] = p;
    sz[v] = 1;
    if(ssize(adj[v]) > 1 && adj[v][0] == p)
      swap(adj[v][0], adj[v][1]);
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
      init(u, v);
      sz[v] += sz[u];
      if(sz[u] > sz[adj[v][0]])
        swap(u, adj[v][0]);
    }
  }
  void set_paths(int v) {
    pre[v] = t++;
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
      nxt[u] = (u == adj[v][0] ? nxt[v] : u);
      set_paths(u);
    }
    pos[v] = t;
  }
  HLD(int n, vector<vector<int>> &_adj)
    : adj(_adj), sz(n), pre(n), pos(n), nxt(n), par(n) {
    init(0), set_paths(0);
  }
  int lca(int v, int u) {
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      if(pre[v] < pre[u])
        swap(v, u);
      v = par[nxt[v]];
    }
    return (pre[v] < pre[u] ? v : u);
  }
  vector<pair<int, int>> path_up(int v, int u) {
    vector<pair<int, int>> ret;
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      ret.emplace_back(pre[nxt[v]], pre[v]);
      v = par[nxt[v]];
    }
    if(pre[u] != pre[v]) ret.emplace_back(pre[u] + 1, pre[v]);
    return ret;
  }
  int get_vertex(int v) { return pre[v]; }
  vector<pair<int, int>> get_path(int v, int u, bool add_lca =
      true) {
    int w = lca(v, u);
    auto ret = path_up(v, w);
    auto path_u = path_up(u, w);
    if(add_lca) ret.emplace_back(pre[w], pre[w]);
    ret.insert(ret.end(), path_u.begin(), path_u.end());
    return ret;
  }
  pair<int, int> get_subtree(int v) { return {pre[v], pos[v] -
      1}; }
};
```

jump-ptr

Opis: Jump Pointery
Czas: $\mathcal{O}((n+q) \log n)$
Użycie: konstruktor - SimpleJumpPtr(graph), można ustawić roota
jump_up(v, k) zwraca wierzcholek o k krawędzi wyżej niż v, a jeśli nie istnieje, zwraca -1
OperationJumpPtr pozwala na otrzymanie wyniku na ścieżce (np. suma na ścieżce, max, albo coś bardziej skomplikowanego). Jedynym zalożeniem co do wlasności operacji otrzymania wyniku na ścieżce do góry to łączność, ale wynik na dowolnej ścieżce jest poprawny tylko, gdy dopisze się odwracanie wyniku na ścieżce, lub jeżeli operacja jest przemienna.

71053d, 94 lines

```
struct SimpleJumpPtr {
  int bits;
  vector<vector<int>> graph, jmp;
  vector<int> par, dep;
  void par_dfs(int v) {
    for(int u : graph[v])
      if(u != par[v]) {
        par[u] = v;
        dep[u] = dep[v] + 1;
        par_dfs(u);
      }
  }
  SimpleJumpPtr(vector<vector<int>> g = {}, int root = 0) :
      graph(g) {
    int n = ssize(graph);
    bits = __lg(max(1, n)) + 1;
    dep.resize(n);
    par.resize(n, -1);
    if(n > 0)
      par_dfs(root);
    jmp.resize(bits, vector<int>(n, -1));
    jmp[0] = par;
    FOR(b, 1, bits - 1)
      REP(v, n)
        if(jmp[b - 1][v] != -1)
          jmp[b][v] = jmp[b - 1][jmp[b - 1][v]];
    debug(graph, jmp);
  }
  int jump_up(int v, int h) {
    for(int b = 0; (1 << b) <= h; ++b)
      if((h >> b) & 1)
        v = jmp[b][v];
    return v;
  }
  int lca(int v, int u) {
    if(dep[v] < dep[u])
      swap(v, u);
    v = jump_up(v, dep[v] - dep[u]);
    if(v == u)
      return v;

    for(int b = bits - 1; b >= 0; b--) {
      if(jmp[b][v] != jmp[b][u]) {
        v = jmp[b][v];
        u = jmp[b][u];
      }
    }
    return par[v];
  }
};

using PathAns = LL;
PathAns merge(PathAns down, PathAns up) {
  return down + up;
}

struct OperationJumpPtr {
  SimpleJumpPtr ptr;
  vector<vector<PathAns>> ans_jmp;

  OperationJumpPtr(vector<vector<pair<int, int>>> g, int root =
      0) {
    debug(g, root);
    int n = ssize(g);
    vector<vector<int>> unweighted_g(n);
    REP(v, n)
      for(auto [u, w] : g[v])
        unweighted_g[v].emplace_back(u);
    ptr = SimpleJumpPtr(unweighted_g, root);
    ans_jmp.resize(ptr.bits, vector<PathAns>(n));
```

```
    REP(v, n)
      for(auto [u, w] : g[v])
        if(u == ptr.par[v])
          ans_jmp[0][v] = PathAns(w);
    FOR(b, 1, ptr.bits - 1)
      REP(v, n)
        if(ptr.jmp[b - 1][v] != -1 and ptr.jmp[b - 1][ptr.jmp[b
             - 1][v]] != -1)
          ans_jmp[b][v] = merge(ans_jmp[b - 1][v], ans_jmp[b -
               1][ptr.jmp[b - 1][v]]);
  }
  PathAns path_ans_up(int v, int h) {
    PathAns ret = PathAns();
    for(int b = ptr.bits - 1; b >= 0; b--)
      if((h >> b) & 1) {
        ret = merge(ret, ans_jmp[b][v]);
        v = ptr.jmp[b][v];
      }
    return ret;
  }
  PathAns path_ans(int v, int u) { // discards order of edges
       on path
    int l = ptr.lca(v, u);
    return merge(
      path_ans_up(v, ptr.dep[v] - ptr.dep[l]),
      path_ans_up(u, ptr.dep[u] - ptr.dep[l])
    );
  }
};
```

matching

Opis: Turbo Matching
Czas: Średnio około $\mathcal{O}(n \log n)$, najgorzej $\mathcal{O}(n^2)$
Użycie: wierzchołki grafu nie muszą być ładnie podzielone na dwia przedziały, musi być po prostu dwudzielny.

4a05c2, 35 lines

```
struct Matching {
  vector<vector<int>> &adj;
  vector<int> mat, vis;
  int t = 0, ans = 0;
  bool mat_dfs(int v) {
    vis[v] = t;
    for(int u : adj[v])
      if(mat[u] == -1) {
        mat[u] = v;
        mat[v] = u;
        return true;
      }
    for(int u : adj[v])
      if(vis[mat[u]] != t && mat_dfs(mat[u])) {
        mat[u] = v;
        mat[v] = u;
        return true;
      }
    return false;
  }
  Matching(vector<vector<int>> &_adj) : adj(_adj) {
    mat = vis = vector<int>(ssize(adj), -1);
  }
  int get() {
    int d = -1;
    while(d != 0) {
      d = 0, ++t;
      REP(v, ssize(adj))
        if(mat[v] == -1)
          d += mat_dfs(v);
      ans += d;
    }
    return ans;
  }
};
```

mcmf

Opis: Min-cost max-flow z SPFA
Czas: kto wie
Użycie: `MCMF flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5, 3); cout << flow(0, 1); // 15`
można przepisać funkcję get_flowing() z Dinic'a

f08e56, 79 lines

```
struct MCMF {
  struct Edge {
    int v, u, flow, cap;
    LL cost;
    friend ostream& operator<<(ostream &os, Edge &e) {
      return os << vector<LL>{e.v, e.u, e.flow, e.cap, e.cost};
    }
  };

  int n;
  const LL inf_LL = 1e18;
  const int inf_int = 1e9;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;

  MCMF(int N) : n(N), graph(n) {}

  void add_edge(int v, int u, int cap, LL cost) {
    int e = ssize(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap, cost});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0, -cost});
  }

  pair<int, LL> augment(int source, int sink) {
    vector<LL> dist(n, inf_LL);
    vector<int> from(n, -1);
    dist[source] = 0;
    deque<int> que = {source};
    vector<bool> inside(n);
    inside[source] = true;

    while(ssize(que)) {
      int v = que.front();
      inside[v] = false;
      que.pop_front();

      for(int i : graph[v]) {
        Edge &e = edges[i];
        if(e.flow != e.cap and dist[e.u] > dist[v] + e.cost) {
          dist[e.u] = dist[v] + e.cost;
          from[e.u] = i;
          if(not inside[e.u]) {
            inside[e.u] = true;
            que.emplace_back(e.u);
          }
        }
      }
    }
    if(from[sink] == -1)
      return {0, 0};

    int flow = inf_int, e = from[sink];
    while(e != -1) {
      flow = min(flow, edges[e].cap - edges[e].flow);
      e = from[edges[e].v];
    }
    e = from[sink];
    while(e != -1) {
      edges[e].flow += flow;
      edges[e ^ 1].flow -= flow;
      e = from[edges[e].v];
    }
    return {flow, flow * dist[sink]};
  }

  pair<int, LL> operator()(int source, int sink) {
    int flow = 0;
    LL cost = 0;
    pair<int, LL> got;
    do {
      got = augment(source, sink);
      flow += got.first;
      cost += got.second;
    } while(got.first);
    return {flow, cost};
  }
};
```

scc

Opis: Silnie Spójnie Składowe
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: `kontruktor - SCC(graph)`
`group[v] to numer silnie spójnej wierzchołka v`
`get_compressed() zwraca graf siline spójnych`
`get_compressed(false) nie usuwa multikrawędzi`

a1bad8, 61 lines

```
struct SCC {
  int n;
  vector<vector<int>> &graph;
  int group_cnt = 0;
  vector<int> group;

  vector<vector<int>> rev_graph;
  vector<int> order;

  void order_dfs(int v) {
    group[v] = 1;
    for(int u : rev_graph[v])
      if(group[u] == 0)
        order_dfs(u);
    order.emplace_back(v);
  }

  void group_dfs(int v, int color) {
    group[v] = color;
    for(int u : graph[v])
      if(group[u] == -1)
        group_dfs(u, color);
  }

  SCC(vector<vector<int>> &_graph) : graph(_graph) {
    n = ssize(graph);
    rev_graph.resize(n);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        rev_graph[u].emplace_back(v);

    group.resize(n);
    REP(v, n)
      if(group[v] == 0)
        order_dfs(v);
    reverse(order.begin(), order.end());
    debug(order);

    group.assign(n, -1);
    for(int v : order)
```

```
      if(group[v] == -1)
        group_dfs(v, group_cnt++);
  }

  vector<vector<int>> get_compressed(bool delete_same = true) {
    vector<vector<int>> ans(group_cnt);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        if(group[v] != group[u])
          ans[group[v]].emplace_back(group[u]);

    if(not delete_same)
      return ans;
    REP(v, group_cnt) {
      sort(ans[v].begin(), ans[v].end());
      ans[v].erase(unique(ans[v].begin(), ans[v].end()), ans[v
           ].end());
    }
    return ans;
  }
};
```

Geometria (7)

advanced-complex

Opis: Randomowe ~~przydatne~~ wzorki, większość nie działa dla intów

"../point/main.cpp" daaa0f, 43 lines

```
// nachylenie k-> y = kx + m
Double slope(P a, P b) { return tan(arg(b - a)); }
// rzut p na ab
P project(P p, P a, P b) {
  return a + (b - a) * dot(p - a, b - a) / norm(a - b);
}
// odbicie p wzgledem ab
P reflect(P p, P a, P b) {
  return a + conj((p - a) / (b - a)) * (b - a);
}
// obrot a wzgledem p o theta radianow
P rotate(P a, P p, Double theta) {
  return (a - p) * polar(1.0L, theta) + p;
}
// kat ABC, w radianach, zawsze zwraca mniejszy kat
Double angle(P a, P b, P c) {
  return abs(remainder(arg(a - b) - arg(c - b), 2.0 * M_PI));
}
// szybkie przeciecie prostych, nie dziala dla rownoleglych
P intersection(P a, P b, P p, P q) {
  Double c1 = cross(p - a, b - a), c2 = cross(q - a, b - a);
  return (c1 * q - c2 * p) / (c1 - c2);
}
// check czy sa rownolegle
bool is_parallel(P a, P b, P p, P q) {
  P c = (a - b) / (p - q); return c == conj(c);
}
// check czy sa prostopadle
bool is_perpendicular(P a, P b, P p, P q) {
  P c = (a - b) / (p - q); return c == -conj(c);
}
// zwraca takie q, ze (p, q) jest rownolegle do (a, b)
P parallel(P a, P b, P p) {
  return p + a - b;
}
// zwraca takie q, ze (p, q) jest prostopadle do (a, b)
P perpendicular(P a, P b, P p) {
  return reflect(p, a, b);
}
// przeciecie srodkowych trojkata
P centro(P a, P b, P c) {
  return (a + b + c) / 3.0L;
}
```

area

Opis: Pole wielokąta, niekoniecznie wypukłego

Użycie: w vectorze muszą być wierzchołki zgodnie z kierunkiem ruchu zegara. Jeśli Double jest intem to może się psuć / 2.
area(a, b, c) zwraca pole trójkąta o takich długościach boku

"../point/main.cpp" bba541, 10 lines

```
Double area(vector<P> pts) {
  int n = size(pts);
  Double ans = 0;
  REP(i, n) ans += cross(pts[i], pts[(i + 1) % n]);
  return ans / 2;
}
Double area(Double a, Double b, Double c) {
  Double p = (a + b + c) / 2;
  return sqrt(p * (p - a) * (p - b) * (p - c));
}
```

circles

Opis: Przecięcia okręgu oraz prostej ax+by+c=0 oraz przecięcia okręgu oraz okręgu.

Użycie: ssize(circle_circle(...)) == 3 to jest nieskończenie wiele rozwiązań

"../point/main.cpp" a9d88d, 36 lines

```
using D = Double;

vector<P> circle_line(D r, D a, D b, D c) {
  D len_ab = a * a + b * b,
    x0 = -a * c / len_ab,
    y0 = -b * c / len_ab,
    d = r * r - c * c / len_ab,
    mult = sqrt(d / len_ab);
  if(sign(d) < 0)
    return {};
  else if(sign(d) == 0)
    return {{x0, y0}};
  return {
    {x0 + b * mult, y0 - a * mult},
    {x0 - b * mult, y0 + a * mult}
  };
}
vector<P> circle_line(D x, D y, D r, D a, D b, D c) {
  return circle_line(r, a, b, c + (a * x + b * y));
}
vector<P> circle_circle(D x1, D y1, D r1, D x2, D y2, D r2) {
  x2 -= x1;
  y2 -= y1;
  // now x1 = y1 = 0;
  if(sign(x2) == 0 and sign(y2) == 0) {
    if(equal(r1, r2))
      return {{0, 0}, {0, 0}, {0, 0}}; // inf points
    else
      return {};
  }
  auto vec = circle_line(r1, -2 * x2, -2 * y2,
      x2 * x2 + y2 * y2 + r1 * r1 - r2 * r2);
  for(P &p : vec)
    p += P(x1, y1);
  return vec;
}
```

convex-hull

Opis: Otoczka wypukła, osobno góra i dół

Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$

Użycie: top_bot_hull zwraca osobno górę i dół po id
hull_id zwraca całą otoczkę po id
hull zwraca punkty na otoczce

"../point/main.cpp" 6eb7f2, 38 lines

```
Double cross(P a, P b, P c) { return sign(cross(b - a, c - a));
     }
pair<vector<int>, vector<int>> top_bot_hull(vector<P> &pts) {
  int n = ssize(pts);
  vector<int> ord(n);
  REP(i, n) ord[i] = i;
  sort(ord.begin(), ord.end(), [&](int i, int j) {
    P &a = pts[i], &b = pts[j];
    return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);
  });

  vector<int> top, bot;
  REP(dir, 2) {
    vector<int> &hull = (dir ? bot : top);
    auto l = [&](int i) { return pts[hull[ssize(hull) - i]]; };
    for(int i : ord) {
      while(ssize(hull) > 1 && cross(l(2), l(1), pts[i]) >= 0)
        hull.pop_back();
      hull.emplace_back(i);
    }
    reverse(ord.begin(), ord.end());
  }
  return {top, bot};
}

vector<int> hull_id(vector<P> &pts) {
  vector<int> top, bot;
  tie(top, bot) = top_bot_hull(pts);
  top.pop_back(), bot.pop_back();
  top.insert(top.end(), bot.begin(), bot.end());
  return top;
}

vector<P> hull(vector<P> &pts) {
  vector<P> ret;
  for(int i : hull_id(pts))
    ret.emplace_back(pts[i]);
  return ret;
}
```

intersect-lines

Opis: Przecięcie prostych lub odcinków

Użycie: intersection(a, b, c, d) zwraca przecięcie prostych ab oraz cd
v = intersect(a, b, c, d, s) zwraca przecięcie (s ? odcinków : prostych) ab oraz cd
if ssize(v) == 0: nie ma przecięć
if ssize(v) == 1: v[0] jest przecięciem
if ssize(v) == 2 and s: (v[0], v[1]) to odcinek, w którym są wszystkie inf rozwiązań
if ssize(v) == 2 and s == false: v to niezdefiniowane punkty (inf rozwiązań)

"../point/main.cpp" 3a1213, 26 lines

```
P intersection(P a, P b, P c, P d) {
  Double c1 = cross(c - a, b - a), c2 = cross(d - a, b - a);
  assert(c1 != c2); // proste nie moga byc rownolegle
  return (c1 * d - c2 * c) / (c1 - c2);
}

bool on_segment(P a, P b, P p) {
```

```
  return equal(cross(a - p, b - p), 0) and dot(a - p, b - p) <=
       0;
}

vector<P> intersect(P a, P b, P c, P d, bool segments) {
  Double acd = cross(c - a, d - c), bcd = cross(c - b, d - c),
       cab = cross(a - c, b - a), dab = cross(a - d, b - a);
  if((segments and sign(acd) * sign(bcd) < 0 and sign(cab) *
       sign(dab) < 0)
     or (not segments and not equal(bcd, acd)))
    return {(a * bcd - b * acd) / (bcd - acd)};
  if(not segments)
    return {a, a};
  // skip for not segments
  set<P, Sortx> s;
  if(on_segment(c, d, a)) s.emplace(a);
  if(on_segment(c, d, b)) s.emplace(b);
  if(on_segment(a, b, c)) s.emplace(c);
  if(on_segment(a, b, d)) s.emplace(d);
  return {s.begin(), s.end()};
}
```

line

Opis: konwersja różnych postaci prostej

"../point/main.cpp" dd1432, 23 lines

```
struct Line {
  using D = Double;
  D A, B, C;
  // postac ogolna Ax + By + C = 0
  Line(D a, D b, D c) : A(a), B(b), C(c) {}
  tuple<D, D, D> get_sta() { return {A, B, C}; }
  // postac kierunkowa ax + b = y
  Line(D a, D b) : A(a), B(-1), C(b) {}
  pair<D, D> get_dir() { return {- A / B, - C / B}; }
  // prosta pq
  Line(P p, P q) {
    assert(not equal(p.x, q.x) or not equal(p.y, q.y));
    if(!equal(p.x, q.x)) {
      A = (q.y - p.y) / (p.x - q.x);
      B = 1, C = -(A * p.x + B * p.y);
    }
    else A = 1, B = 0, C = -p.x;
  }
  pair<P, P> get_pts() {
    if(!equal(B, 0)) return { P(0, - C / B), P(1, - (A + C) / B
         ) };
    return { P(- C / A, 0), P(- C / A, 1) };
  }
};
```

point

Opis: Double może być LL, ale nie int. p.x oraz p.y nie można zmieniać (to kopie). Nie tworzyć zmiennych o nazwie "x" lub "y".
Użycie: `P p = {5, 6}; abs(p) = length; arg(p) = kąt; polar(len, angle); exp(angle)`

fda436, 33 lines

```
using Double = long double;
using P = complex<Double>;
#define x real()
#define y imag()

constexpr Double eps = 1e-9;
bool equal(Double a, Double b) {
  return abs(a - b) <= eps;
}
int sign(Double a) {
  return equal(a, 0) ? 0 : a > 0 ? 1 : -1;
}
struct Sortx {
  bool operator()(const P &a, const P &b) const {
    return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);
  }
};
istream& operator>>(istream &is, P &p) {
  Double a, b;
  is >> a >> b;
  p = P(a, b);
  return is;
}
bool operator==(P a, P b) {
  return equal(a.x, b.x) && equal(a.y, b.y);
}

// cross({1, 0}, {0, 1}) = 1
Double cross(P a, P b) { return a.x * b.y - a.y * b.x; }
Double dot(P a, P b) { return a.x * b.x + a.y * b.y; }
Double sq_dist(P a, P b) { return dot(a - b, a - b); }
Double dist(P a, P b) { return abs(a - b); }
```

Tekstówki (8)

hashing

Czas: $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `Hashing hsh(str);`
`hsh(l, r) zwraca hasza [l, r] włącznie`
`można zmienić modulo i bazę`

"../../random-stuff/rd/main.cpp" 299a85, 28 lines

```
struct Hashing {
  vector<int> ha, pw;
  int mod = 1e9 + 696969;
  int base;

  Hashing(string &str, int b) {
    base = b;
    int len = ssize(str);
    ha.resize(len + 1);
    pw.resize(len + 1, 1);
    REP(i, len) {
      ha[i + 1] = int(((LL) ha[i] * base + str[i] - 'a' + 1) %
           mod);
      pw[i + 1] = int(((LL) pw[i] * base) % mod);
    }
  }

  int operator()(int l, int r) {
    return int(((ha[r + 1] - (LL) ha[l] * pw[r - l + 1]) % mod
         + mod) % mod);
  }
};

struct DoubleHashing {
  Hashing h1, h2;
  DoubleHashing(string &str) : h1(str, 31), h2(str, 33) {} //
       change to rd on codeforces
  LL operator()(int l, int r) {
    return h1(l, r) * LL(h2.mod) + h2(l, r);
  }
};
```

kmp

Opis: KMP(str) zwraca tablicę pi. [0, pi[i]) = (i - pi[i], i]
Czas: $\mathcal{O}(n)$

bc0e11, 11 lines

```
vector<int> KMP(string &str) {
  int len = ssize(str);
  vector<int> ret(len);
  for(int i = 1; i < len; i++)
  {
    int pos = ret[i - 1];
    while(pos && str[i] != str[pos]) pos = ret[pos - 1];
    ret[i] = pos + (str[i] == str[pos]);
  }
  return ret;
}
```

manacher

Opis: radius[p][i] = rad = największy promień palindromu parzystości p o środku i. $L = i - rad + !p$, $R = i + rad$ to palindrom. Dla [abaababaab] daje [003000020], [0100141000].
Czas: $\mathcal{O}(n)$

ca63bf, 18 lines

```
array<vector<int>, 2> manacher(vector<int> &in) {
  int n = ssize(in);
  array<vector<int>, 2> radius = {{vector<int>(n - 1), vector<
       int>(n)}};
  REP(parity, 2) {
    int z = parity ^ 1, L = 0, R = 0;
    REP(i, n - z) {
      int &rad = radius[parity][i];
      if(i <= R - z)
        rad = min(R - i, radius[parity][L + (R - i - z)]);
      int l = i - rad + z, r = i + rad;
      while(0 <= l - 1 && r + 1 < n && in[l - 1] == in[r + 1])
        ++rad, ++r, --l;
      if(r > R)
        L = l, R = r;
    }
  }
  return radius;
}
```

pref

Opis: pref(str) zwraca tablicę prefixo prefixową [0, pref[i]) = [i, i + pref[i])
Czas: $\mathcal{O}(n)$

6c98b2, 13 lines

```
vector<int> pref(string &str) {
  int len = ssize(str);
  vector<int> ret(len);
  ret[0] = len;
  int i = 1, m = 0;
  while(i < len) {
    while(m + i < len && str[m + i] == str[m]) m++;
    ret[i++] = m;
    m = (m != 0 ? m - 1 : 0);
    for(int j = 1; ret[j] < m; m--) ret[i++] = ret[j++];
  }
  return ret;
}
```

suffix-array

Opis: Tablica suffixowa
Czas: $\mathcal{O}(n \log n)$
Użycie: `SuffixArray t(s, lim) - lim to rozmiar alfabetu`
`sa zawiera posortowane suffixy, zawiera pusty suffix`
`lcp[i] to lcp suffixu sa[i - 1] i sa[i]`
`Dla s = "aabaaab" sa = {6, 3, 0, 4, 1, 5, 2}, lcp = {0, 0, 3, 1, 2, 0, 1}`

d9039e, 29 lines

```
struct SuffixArray {
  vector<int> sa, lcp;
  SuffixArray(string& s, int lim = 256) { // lub basic_string<
       int>
    int n = ssize(s) + 1, k = 0, a, b;
```

```
    vector<int> x(s.begin(), s.end() + 1);
    vector<int> y(n), ws(max(n, lim)), rank(n);
    sa = lcp = y;
    iota(sa.begin(), sa.end(), 0);

    for(int j = 0, p = 0; p < n; j = max(1, j * 2), lim = p) {
      p = j;
      iota(y.begin(), y.end(), n - j);
      REP(i, n) if(sa[i] >= j)
        y[p++] = sa[i] - j;
      fill(ws.begin(), ws.end(), 0);
      REP(i, n) ws[x[i]]++;
      FOR(i, 1, lim - 1) ws[i] += ws[i - 1];
      for(int i = n; i--;) sa[--ws[x[y[i]]]] = y[i];
      swap(x, y);
      p = 1, x[sa[0]] = 0;
      FOR(i, 1, n - 1) a = sa[i - 1], b = sa[i], x[b] =
        (y[a] == y[b] && y[a + j] == y[b + j]) ? p - 1 : p++;
    }
    FOR(i, 1, n - 1) rank[sa[i]] = i;
    for(int i = 0, j; i < n - 1; lcp[rank[i++]] = k)
      for(k && k--, j = sa[rank[i] - 1];
        s[i + k] == s[j + k]; k++);
  }
};
```

suffix-automaton

Opis: buduje suffix automaton. Wystąpienia wzorca, liczba różnych podsłów, sumaryczna długość wszystkich podsłów, leksykograficznie k-te podslowo, najmniejsze przesunięcie cykliczne, liczba wystąpień podslowa, pierwsze wystąpienie, najkrótsze niewystępujące podslowo, longest common substring dwóch słów, LCS wielu słów

Czas: $\mathcal{O}(n\alpha)$ (szybsze, ale więcej pamięci) albo $\mathcal{O}(n \log \alpha)$ (mapa) 0d067f, 54 lines

```
struct SuffixAutomaton {
    static constexpr int sigma = 26;
    using Node = array<int, sigma>; // map<int, int>
    Node new_node;

    vector<Node> edges;
    vector<int> link = {-1}, length = {0};
    int last = 0;

    SuffixAutomaton() {
        new_node.fill(-1);      // -1 - stan nieistniejacy
        edges = {new_node};  // dodajemy stan startowy, ktory
             reprezentuje puste slowo
    }

    void add_letter(int c) {
        edges.emplace_back(new_node);
        length.emplace_back(length[last] + 1);
        link.emplace_back(0);

        int r = ssize(edges) - 1, p = last;
        while(p != -1 && edges[p][c] == -1) {
            edges[p][c] = r;
            p = link[p];
        }
        if(p != -1) {
            int q = edges[p][c];
            if(length[p] + 1 == length[q])
                link[r] = q;
            else {
                edges.emplace_back(edges[q]);
                length.emplace_back(length[p] + 1);
                link.emplace_back(link[q]);
                int q_prim = ssize(edges) - 1;
                link[q] = link[r] = q_prim;
                while(p != -1 && edges[p][c] == q) {
                    edges[p][c] = q_prim;
                    p = link[p];
                }
            }
        }
        last = r;
    }

    bool is_inside(vector<int> &s) {
        int q = 0;
        for(int c : s) {
            if(edges[q][c] == -1)
                return false;
          q = edges[q][c];
        }
        return true;
    }
};
```

trie

Opis: Trie

Czas: $\mathcal{O}(n \log \alpha)$

Użycie: `Trie trie; trie.add(str);` dcd05a, 15 lines

```
struct Trie {
  vector<unordered_map<char, int>> child = {{}};
  int get_child(int v, char a) {
    if(child[v].find(a) == child[v].end()) {
      child[v][a] = ssize(child);
      child.emplace_back();
    }
    return child[v][a];
  }
  void add(string word) {
    int v = 0;
    for(char c : word)
      v = get_child(v, c);
  }
};
```

Optymalizacje (9)

fio

Opis: FIO do wpychania kolanem. Nie należy wtedy używać cin/cout 8eb22d, 52 lines

```
#ifdef WIN32
inline int getchar_unlocked() { return _getchar_nolock(); }
inline void putchar_unlocked(char c) { return _putchar_nolock(c
     ); }
#endif

int fastin() {
  int n = 0, c = getchar_unlocked();
  while(c < '0' or '9' < c)
    c = getchar_unlocked();
  while('0' <= c and c <= '9') {
    n = 10 * n + (c - '0');
    c = getchar_unlocked();
  }
  return n;
}

int fastin_negative() {
  int n = 0, negative = false, c = getchar_unlocked();
  while(c != '-' and (c < '0' or '9' < c))
    c = getchar_unlocked();
  if(c == '-') {
    negative = true;
    c = getchar_unlocked();
  }
  while('0' <= c and c <= '9') {
    n = 10 * n + (c - '0');
    c = getchar_unlocked();
  }
  return negative ? -n : n;
}

void fastout(int x) {
  if(x == 0) {
    putchar_unlocked('0');
    putchar_unlocked(' ');
    return;
  }
  if(x < 0) {
    putchar_unlocked('-');
    x *= -1;
  }
  static char t[10];
  int i = 0;
  while(x) {
    t[i++] = '0' + (x % 10);
    x /= 10;
  }
  while(--i >= 0)
    putchar_unlocked(t[i]);
  putchar_unlocked(' ');
}
void nl() { putchar_unlocked('\n'); }
```

pragmy

Opis: Pragmy do wypychania kolanem 61c4f7, 2 lines

```
#pragma GCC optimize("Ofast")
#pragma GCC target("avx,avx2")
```

Randomowe rzeczy (10)

math-constants

Opis: Jeśli np M_PI się nie kompiluje, dodaj ten define w pierwszym wierszu ac1260, 1 lines

```
#define _USE_MATH_DEFINES
```

dzien-probny

Opis: Rzeczy do przetestowania w dzień próbny

"../../data-structures/ordered-set/main.cpp" 3439f3, 51 lines

```
void test_int128() {
  __int128 x = (1llu << 62);
  x *= x;
  string s;
  while(x) {
    s += char(x % 10 + '0');
    x /= 10;
  }
  assert(s == "61231558446921906466935685523974676212");
}

void test_float128() {
  __float128 x = 4.2;
  assert(abs(double(x * x) - double(4.2 * 4.2)) < 1e-9);
}

void test_clock() {
```

```
  long seeed = chrono::system_clock::now().time_since_epoch().
      count();
  (void) seeed;
  auto start = chrono::system_clock::now();

  while(true) {
    auto end = chrono::system_clock::now();
    int ms = int(chrono::duration_cast<chrono::milliseconds>(
        end - start).count());
    if(ms > 420)
      break;
  }
}

void test_rd() {
  // czy jest sens to testowac?
  mt19937_64 my_rng(0);
  auto rd = [&](int l, int r) {
    return uniform_int_distribution<int>(l, r)(my_rng);
  };
  assert(rd(0, 0) == 0);
}

void test_policy() {
  ordered_set<int> s;
  s.insert(1);
  s.insert(2);
  assert(s.order_of_key(1) == 0);
  assert(*s.find_by_order(1) == 2);
}

void test_math() {
  assert(3.14 < M_PI && M_PI < 3.15);
  assert(3.14 < M_PIl && M_PIl < 3.15);
}
```

10.1 Troubleshoot

Przed submitem:

- Narysuj parę przykładów i przetestuj kod
- Czy limity czasu są ostre? Wygeneruj maxtest.
- Czy zużycie pamięci jest spoko?
- Czy gdzieś mogą być overflowy?
- Upewnij sie, żeby submitnąć dobry plik.

Wrong Answer:

- Wydrukuj kod i debug output
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?
- Czy wczytujesz całe wejście?
- Czy twój kod obsługuje cały zasięg wejścia?
- Przeczytaj jeszcze raz treść.
- Czy zrozumiałeś dobrze zadanie?
- Czy obsługujesz dobrze wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Overflowy?
- Mylisz n z m lub i z j, itp?
- Czy format wyjścia jest na pewno dobry?
- Czy jesteś pewien, że twój algorytm działa?
- Czy są specjalne przypadki, o których nie pomyślałeś?
- Dodaj asserty, może submitnij jeszcze raz z nimi.
- Stwórz/Wygeneruj przykłady.
- Wytłumacz algorytm komuś innemu.
- Poproś kogoś, żeby spojrzał na twój kod.
- Przejdź się, np do toalety.
- Przepisz kod od nowa, lub niech ktoś inny to zrobi.
- Przeleć przez tą listę jeszcze raz.

Runetime Error:

- Czy przetestowałeś lokalnie wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Czy odwołujesz się poza zasięg vectora?
- Czy jakieś asserty mogły się odpalić?
- Dzielenie przez 0? mod 0?
- Nieskończona rekurencja?
- Unieważnione iteratory, wskaźniki, referencje?
- Czy używasz za dużo pamięci?

Time Limit Exceeded:

- Czy mogą być gdzieś nieskończone pętle?
- Jaka jest złożoność algorytmu?
- Czy nie kopiujesz dużo niepotrzebnych danych? (referencje)
- Pamiętaj o linijkach do iostreama
- Zastąp vectory i mapy w kodzie (odpowiednio array i unordered_map)
- Co inni myślą o twoim algorytmie?

Memory Limit Exceeded:

- Jaka jest maksymalna ilość pamięci twój algorytm potrzebuje?
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?