

Uniwersytet Warszawski

UW2

Tomasz Nowak, Michał Staniewski, Arkadiusz Czarkowski

AMPPZ 2021

2022-02-27

1	Utils	1
2	Podejścia	1
3	Wzorki	1
4	Matma	3
5	Struktury danych	6
6	Grafy	g
7	Geometria	12
8	Tekstówki	14
9	Optymalizacje	15
10	Randomowe rzeczy	15
U	$far{tils} (1)$	
Op Uż	aders bis: Naglówki używane w każdym kodzie. Działa na każdy ko kycie: debug(a, b, c); wypisze [a, b, c]: a; b; c; kts/stdc++.h> 3	ntener i pary
	ing namespace std;	
	ing LL = long long; efine FOR(i, 1, r) for(int i = (1); i <= (r); ++i)	
	efine REP(i, n) FOR(i, 0, (n) - 1)	
	efine ssize(x) int(x.size())	
tem	mplate <class a,="" b="" class=""> auto& operator<<(ostream &</class>	ko, pair <a,< td=""></a,<>
r	<pre>B> p) { return o << '(' << p.first << ", " << p.second << '</pre>	')';
}	, proceeding	, ,
tem	<pre>mplate<class t=""> auto operator<<(ostream &o, T x) -> x.end(), o) {</class></pre>	decltype (

$0 << '{'}; int i = 0; for(auto e : x) <math>0 << (", ") + 2 * ! i + + << e;$ return o << '}'; #define debug(x...) cerr << "[" #x "]: ", [](auto... \$) {((cerr</pre> << \$ << "; "), ...); }(x), cerr << '\n' #else #define debug(...) {} #endif

headers/towrite.sh

```
vim .bashrc
c() {
  q++ -std=c++17 -Wall -Wextra -Wshadow -Wconversion -Wno-sign-
      conversion -Wfloat-equal -D_GLIBCXX_DEBUG -fsanitize=
      address, undefined -ggdb3 -DDEBUG -DLOCAL $1.cpp -o $1
 q++ -DLOCAL -O3 -std=c++17 -static $1.cpp -o $1
alias cp='cp -i'
alias mv='mv -i':wq
source .bashrc
```

```
mkdir template
cd template
vim main.cpp
\#include < bits / stdc + +.h >
using namespace std;
using LL=long long;
\#define\ FOR(i,l,r)\ for(int\ i=(l);i<=(r);++i)
\#define REP(i,n) FOR(i,0,(n)-1)
\#define \ ssize(x) \ int(x.size())
template<class A, class B>auto&operator<<(ostream&o,pair<A,B>p) {
     return o<<'('<<p.first<<", "<<p.second<<')';}
template<class T>auto operator<<(ostream&o,T x)->decltype(x.end
     (), o) \{o <<' \{'; int i=0; for (auto e:x) o << (", ") +2*!i++<<e; \}
     return o<<' }';}
\#define\ debug(x...)\ cerr << "["#x"]: ",[](auto...$){((cerr << $<<";
      "),...) <<'\n'; \{\(x\)\}
\#define\ debug(...) {}
\#endif
int main() {
 cin.tie(0)->sync_with_stdio(0);
cp main.cpp brute.cpp
cp main.cpp gen.cpp
vim gen.cpp
G5komt19937 rng(chrono::system_clock::now().time_since_epoch().
   count());
int rd(int 1, int r) {
 return rng()%(r-1+1)+1;
}:wq
cd ..
vim .bashrc
Gospr() {
 for ((i=0;;i++));do
    ./gen<g.in>t.in
    ./main<t.in>m.out
    ./brute<t.in>b.out
    if diff -w m.out b.out>/dev/null;then
      printf "OK $i\r"
    else
      echo WA
      return 0
    fi
  done
}:wq
vim .vimrc
set nu rnu hls is nosol ts=4 sw=4 ch=2 sc
filetype indent plugin on
syntax on:wq
```

Podejścia (2)

- Czytanie ze zrozumieniem
- dvnamik, zachłan
- dziel i zwyciężaj matematyka dyskretna, $opt(i) \leq opt(i+1)$
- sposób "liczba dobrych obiektów = liczba wszystkich obiektów - liczba złych obiektow"
- czy warunek konieczny = warunek wystarczający?

- odpowiednie przekształcenie równania; uniezależnienie funkcji od jakiejś zmiennej, zauważenie wypukłości
- zastanowić się nad łatwiejszym problemem, bez jakiegoś elementu z treści
- sprowadzić problem do innego, łatwiejszego/mniejszego problemu
- sprowadzić problem 2D do problemu 1D (zamiatanie; niezależność wyniku dla współrzednych X od współrzednych Y)
- konstrukcja grafu
- określenie struktury grafu
- optymalizacja bruta do wzorcówki
- czy można poprawić (może zachłannie) rozwiązanie nieoptymalne?
- czy sa ciekawe fakty w rozwiązaniach optymalnych? (może się do tego przydać brute)
- sprawdzić czy w zadaniu czegoś jest "mało" (np. czy wynik jest mały, albo jakaś zmienna, może się do tego przydać brute)
- odpowiednio "wzbogacić" jakiś algorytm
- cokolwiek poniżej 10⁹ operacji ma szanse wejść
- co można wykonać offline? czy jest coś, czego kolejność nie ma znaczenia?
- co można posortować? czy jest zawsze jakaś pewna optymalna kolejność?
- narysować dużo swoich własnych przykładów i coś z nich wywnioskować
- skupienie się na pozycji jakiegoś specjalnego elementu, np najmniejszego
- szacowanie wyniku czy wynik jest mały? czy umiem skonstruować algorytm który zawsze znajdzie upper bound na wynik?
- sklepać brute który sprawdza obserwacje, zawsze jeśli potrzebujemy zoptymalizować dp, wypisać wartości na małym przykładzie
- pierwiastki elementy $> i < \sqrt{N}$ osobno, rebuild co \sqrt{N} operacji, jeśli suma wartości = N, jest \sqrt{N} różnych wartości
- rozwiązania probabilistyczne, paradoks urodzeń
- meet in the middle, backtrack
- sprowadzić stan do jednoznacznej postaci na podstawie podanych operacji, co pozwala sprawdzić czy z jednego stanu da się otrzymać drugi

Wzorki (3)

3.1 Równości

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Wierzchołek paraboli = $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

$$x = \frac{ed - bf}{ad - bc}$$

$$y = \frac{af - ec}{ad - bc}$$

3.2 Pitagoras

Trójki (a, b, c), takie że $a^2 + b^2 = c^2$:

$$a = k \cdot (m^2 - n^2), \ b = k \cdot (2mn), \ c = k \cdot (m^2 + n^2),$$

gdzie m > n > 0, k > 0, $m \perp n$, oraz albo m albo n jest parzyste.

3.3 Generowanie względnie pierwszych par

Dwa drzewa, zaczynając od (2,1) (parzysta-nieparzysta) oraz (3,1) (nieparzysta-nieparzysta), rozgałęzienia są do (2m-n,m), (2m+n,m) oraz (m+2n,n).

3.4 Liczby pierwsze

p=962592769to liczba na NTT, czyli $2^{21}\mid p-1,$ which may be useful. Do hashowania: 970592641 (31-bit), 31443539979727 (45-bit), 3006703054056749 (52-bit).

Jest 78498 pierwszych ≤ 1000000 .

Generatorów jest $\phi(\phi(p^a))$, czyli dla p>2 zawsze istnieje.

3.5 Dzielniki

 $\sum_{d|n} d = O(n \log \log n).$

Liczba dzielników n jest co najwyżej 100 dla n < 5e4, 500 dla n < 1e7, 2000 dla n < 1e10, 200 000 dla n < 1e19.

3.6 Lemat Burnside'a

Liczba takich samych obiektów z dokładnością do symetrii wynosi

$$\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X^g|,$$

Gdzie G to zbiór symetrii (ruchów) oraz X^g to punkty (obiekty) stałe symetrii g.

3.7 Silnia

3.8 Symbol Newtona

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \dots + \binom{k-1}{k-1}$$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

3.9 Wzorki na pewne ciągi

3.9.1 Nieporządek

Liczba takich permutacji, że $p_i \neq i$ (żadna liczba nie wraca na tą samą pozycję).

$$D(n) = (n-1)(D(n-1) + D(n-2)) = nD(n-1) + (-1)^n = \left| \frac{n!}{e} \right|$$

3.9.2 Liczba podziałów

Liczba sposobów zapisania n jako sumę posortowanych liczb dodatnich.

$$p(0) = 1, \ p(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} (-1)^{k+1} p(n - k(3k - 1)/2)$$

$$p(n) \sim 0.145/n \cdot \exp(2.56\sqrt{n})$$

3.9.3 Liczby Eulera pierwszego rzędu

Liczba permutacji $\pi \in S_n$ gdzie k elementów jest większych niż poprzedni: k razy $\pi(j) > \pi(j+1), k+1$ razy $\pi(j) \geq j$, k razy $\pi(j) > j$.

$$E(n,k) = (n-k)E(n-1,k-1) + (k+1)E(n-1,k)$$

$$E(n,0) = E(n, n-1) = 1$$

$$E(n,k) = \sum_{j=0}^{k} (-1)^{j} \binom{n+1}{j} (k+1-j)^{n}$$

3.9.4 Stirling pierwszego rzędu

Liczba permutacji długości n mające k cykli.

$$c(n,k) = c(n-1,k-1) + (n-1)c(n-1,k), \ c(0,0) = 1$$
$$\sum_{k=0}^{n} c(n,k)x^{k} = x(x+1)\dots(x+n-1)$$

c(8,k) = 8,0,5040,13068,13132,6769,1960,322,28,13(9.3) =S0ifling.dulg@eg74r276h13068,109584,...

Liczba permutacji długości n mające k spójnych.

$$S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)$$

$$S(n,1) = S(n,n) = 1$$

$$S(n,k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \binom{k}{j} j^{n}$$

3.9.6 Liczby Catalana

$$C_n = \frac{1}{n+1} {2n \choose n} = {2n \choose n} - {2n \choose n+1} = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$$

$$C_0 = 1, \ C_{n+1} = \frac{2(2n+1)}{n+2}C_n, \ C_{n+1} = \sum_{i=1}^{n} C_i C_{n-i}$$

 $C_n = 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, \dots$

- ścieżki na planszy $n \times n$.
- nawiasowania po n ().
- liczba drzew binarnych z n+1 liściami (0 lub 2 syny).
- \bullet skierowanych drzew z n+1 wierzchołkami.
- triangulacje n + 2-kąta.
- permutacji [n] bez 3-wyrazowego rosnącego podciągu?

3.9.7 Formula Cayley'a

Liczba różnych drzew (z dokładnością do numerowania wierzchołków) wynosi n^{n-2} . Liczba sposobów by zespójnić k spójnych o rozmiarach s_1, s_2, \ldots, s_k wynosi $s_1 \cdot s_2 \cdot \cdots \cdot s_k \cdot n^{k-2}$.

3.10 Funkcje multiplikatywne

```
\bullet \epsilon(n) = [n = 1]
```

• $id_k(n) = n^k$, $id = id_1$, $1 = id_0$

• $\sigma_k(n) = \sum_{d|n} d^k$, $\sigma = \sigma_1$, $\tau = \sigma_0$

• $\mu(p^k) = [k=0] - [k=1]$

 $\bullet \ \varphi \left(p^k \right) = p^k - p^{k-1}$

• $(f * g)(n) = \sum_{d|n} f(d) g\left(\frac{n}{d}\right)$

 $\bullet \ f * g = g * f$

 $\bullet \ f*(g*h)=(f*g)*h$

• f * (g + h) = f * g + f * h• jak dwie z trzech funkcji f * g

 \bullet jak dwie z trzech funkcji f*g=hsą multiplikatywne, to trzecia też

 $\bullet \ f*\mathbb{1}=g \Leftrightarrow g*\mu=f$

• $f * \epsilon = f$

• $\mu * 1 = \epsilon$, $[n = 1] = \sum_{d|n} \mu(d) \frac{n}{d}$

• $\varphi * \mathbb{1} = id$

• $id_k * \mathbb{1} = \sigma_k$, $id * \mathbb{1} = \sigma$, $\mathbb{1} * \mathbb{1} = \tau$

• $s_f(n) = \sum_{i=1}^n f(i)$

• $s_f(n) = \frac{s_{f*g}(n) - \sum_{d=2}^{n} s_f(\lfloor \frac{n}{d} \rfloor) g(d)}{g(1)}$

3.11 Zasada włączeń i wyłączeń

$$|\bigcup_{i=1}^{n} A_{i}| = \sum_{\emptyset \neq J \subseteq \{1, \dots, n\}} (-1)^{|J|+1} |\bigcap_{j \in J} A_{j}|$$

3.12 Fibonacci

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

 $F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n, \ F_{n+k} = F_kF_{n+1} + F_{k-1}F_n, \ F_n|F_{nk}, \ NWD(F_m, F_n) = F_{NWD(m,n)}$

Matma (4)

```
berlekamp-massey
```

Opis: Zgadywanie rekurencji liniowej Czas: $\mathcal{O}(n^2 \log k)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$

Użycie: Berlekamp_Massey<mod> bm(x) zgaduje rekurencję ciągu x bm.get(k) zwraca k-ty wyraz ciągu x (index 0) 4ccc6b, 57 lines

```
template<int mod>
struct BerlekampMassey {
  int mul(int a, int b) {
    return (LL) a * b % mod;
  }
  int add(int a, int b) {
    return a + b < mod ? a + b : a + b - mod;
  }
  int qpow(int a, int b) {
    if (b == 0) return 1;
    if (b % 2 == 1) return mul(qpow(a, b - 1), a);
    return qpow(mul(a, a), b / 2);</pre>
```

```
vector<int> x, C;
  BerlekampMassey(vector<int> &_x) : x(_x) {
    vector<int> B; B = C = \{1\};
    int b = 1, m = 0;
    REP(i, ssize(x)) {
      m++; int d = x[i];
      FOR(i, 1, ssize(C) - 1)
       d = add(d, mul(C[j], x[i - j]));
      if (d == 0) continue;
      auto B = C;
      C.resize(max(ssize(C), m + ssize(B)));
      int coef = mul(d, gpow(b, mod - 2));
      FOR(j, m, m + ssize(B) - 1)
        C[j] = (C[j] - mul(coef, B[j - m]) + mod) % mod;
      if(ssize(B) < m + ssize(B)) { B = B; b = d; m = 0; }
    C.erase(C.begin());
    for (int &t : C) t = add (mod, -t);
    n = ssize(C);
  vector<int> combine(vector<int> a, vector<int> b) {
    vector<int> ret(n * 2 + 1);
    REP(i, n + 1) REP(j, n + 1)
      ret[i + j] = add(ret[i + j], mul(a[i], b[j]));
    for (int i = 2 * n; i > n; i--) REP (i, n)
      ret[i - j - 1] = add(ret[i - j - 1], mul(ret[i], C[j]));
    return ret;
  int get(LL k) {
    vector<int> r(n + 1), pw(n + 1);
    r[0] = pw[1] = 1;
    for (k++; k; k /= 2) {
     if(k % 2) r= combine(r, pw);
      pw = combine(pw, pw);
    REP(i, n) ret = add(ret, mul(r[i + 1], x[i]));
    return ret;
};
Opis: Chińskie Twierdzenie o Resztach
Czas: \mathcal{O}(\log n) Pamięć : \mathcal{O}(1)
Użycie: crt(a, m, b, n) zwraca takie x, że x mod m = a i x mod
m i n nie musza być wzlednie pierwsze, ale może nie być wtedy
rozwiazania
uwali sie wtedy assercik, można zmienić na return -1
"../extended-gcd/main.cpp"
                                                        269203, 8 lines
LL crt(LL a, LL m, LL b, LL n) {
 if(n > m) swap(a, b), swap(m, n);
 LL d, x, y;
 tie(d, x, y) = extended_gcd(m, n);
  assert ((a - b) % d == 0);
  LL ret = (b - a) % n * x % n / d * m + a;
  return ret < 0 ? ret + m * n / d : ret;
discrete-log
Opis: Dla liczby pierwszej p oraz a, b \nmid p znajdzie e takie że a^e \equiv b \pmod{p}
Czas: \mathcal{O}\left(\sqrt{n}\log n\right)
```

```
Pamięć: \mathcal{O}\left(\sqrt{n}\right)
                                                          11a5db, 15 lines
int discrete_log(int a, int b, int p) {
  map<int, int> s1;
  LL mult = 1, sq = sqrt(p);
  REP(i, sq) {
    s1[mult] = i; mult = mult * a % p;
  int t = 1;
  debug(s1, t);
  REP(i, sq + 2) {
   int inv = b * exp(t, p - 2, p) % p;
    if(s1.count(inv)) return i * sq + s1[inv];
    t = t * mult % p;
  return -1;
extended-gcd
Opis: Dla danego (a, b) znajduje takie (gcd(a, b), x, y), że ax + by = gcd(a, b)
Czas: \mathcal{O}(\log(\max(a,b)))
Użycie: LL gcd, x, y; tie(gcd, x, y) = extended_gcd(a deaf46, 7 lines
tuple<LL, LL, LL> extended_gcd(LL a, LL b) {
 if(a == 0)
    return {b, 0, 1};
  LL x, y, gcd;
  tie(gcd, x, y) = extended_gcd(b % a, a);
  return {gcd, y - x * (b / a), x};
floor-sum
Opis: Liczy \sum_{i=0}^{n-1} \left| \frac{a \cdot i + b}{c} \right|
Czas: \mathcal{O}(\log(a))
Uzycie: floor sum(n, a, b, c)
Działa dla 0 \le a,b < c oraz 1 \le c,n \le 10^{\circ}9.
Dla innych n, a, b, c trzeba uważać lub użyć <u>int128</u>. 78c6f7, 15 lines
LL floor_sum(LL n, LL a, LL b, LL c) {
  LL ans = 0;
  if (a >= c) {
    ans += (n - 1) * n * (a / c) / 2;
  if (b >= c) {
    ans += n * (b / c);
    b %= c:
  LL d = (a * (n - 1) + b) / c;
  if (d == 0) return ans:
  ans += d * (n - 1) - floor sum(d, c, c - b - 1, a);
  return ans;
fft-mod
Opis: Mnożenie wielomianów
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Użycie: conv_mod(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b modulo,
ma większą dokladność niż zwykle fft
"../fft/main.cpp"
                                                           6fe8fa, 22 lines
vector<LL> conv_mod(vector<LL> &a, vector<LL> &b, int M) {
  if(a.empty() || b.empty()) return {};
  vector<LL> res(ssize(a) + ssize(b) - 1);
  int B = 32 - __builtin_clz(ssize(res)), n = 1 << B;</pre>
  int cut = int(sqrt(M));
  vector<Complex> L(n), R(n), outl(n), outs(n);
```

REP(i, ssize(a)) L[i] = Complex((int) a[i] / cut, (int) a[i]

```
REP(i, ssize(b)) R[i] = Complex((int) b[i] / cut, (int) b[i]
      % cut);
  fft(L), fft(R);
  REP(i, n) {
   int j = -i \& (n - 1);
    outl[j] = (L[i] + conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n);
    outs[j] = (L[i] - conj(L[j])) * R[i] / (2.0 * n) / 1i;
  fft(outl), fft(outs);
  REP(i, ssize(res)) {
    LL av = LL(real(outl[i]) + 0.5), cv = LL(imag(outs[i]) +
   LL bv = LL(imag(outl[i]) + 0.5) + LL(real(outs[i]) + 0.5);
    res[i] = ((av % M * cut + bv) % M * cut + cv) % M;
  return res;
Opis: Mnożenie wielomianów
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Użycie: conv(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b a39251, 38 lines
using Complex = complex<double>;
void fft(vector<Complex> &a) {
  int n = ssize(a), L = 31 - \underline{builtin_clz(n)};
  static vector<complex<long double>> R(2, 1);
  static vector<Complex> rt(2, 1);
  for(static int k = 2; k < n; k \neq 2) {
   R.resize(n), rt.resize(n);
   auto x = polar(1.0L, M_PII / k);
   FOR(i, k, 2 * k - 1)
      rt[i] = R[i] = i & 1 ? R[i / 2] * x : R[i / 2];
  vector<int> rev(n);
  REP(i, n) rev[i] = (rev[i / 2] | (i & 1) << L) / 2;
  REP(i, n) if(i < rev[i]) swap(a[i], a[rev[i]]);
  for (int k = 1; k < n; k \neq 2) {
    for (int i = 0; i < n; i += 2 * k) REP (i, k) {
      Complex z = rt[j + k] * a[i + j + k]; // mozna zoptowac
           rozpisujac
      a[i + j + k] = a[i + j] - z;
      a[i + j] += z;
vector<double> conv(vector<double> &a, vector<double> &b) {
  if(a.empty() || b.empty()) return {};
  vector<double> res(ssize(a) + ssize(b) - 1);
  int L = 32 - \underline{\quad} builtin_clz(ssize(res)), n = (1 << L);
  vector<Complex> in(n), out(n);
  copy(a.begin(), a.end(), in.begin());
  REP(i, ssize(b)) in[i].imag(b[i]);
  fft(in);
  for (auto &x : in) x *= x;
  REP(i, n) out[i] = in[-i & (n - 1)] - conj(in[i]);
  REP(i, ssize(res)) res[i] = imag(out[i]) / (4 * n);
  return res:
fwht
Opis: FWHT
Czas: \mathcal{O}(n \log n) Pamięć : \mathcal{O}(1)
```

```
Użycie: n musi być potęgą dwójki.
fwht_or(a)[i] = suma(j bedace podmaska i) a[j].
if wht or (f wht or (a)) == a.
convolution_or(a, b)[i] = suma(j | k == i) a[j] * b[k].
fwht_and(a)[i] = suma(j bedace nadmaska i) a[j].
ifwht_and(fwht_and(a)) == a.
convolution_and(a, b)[i] = suma(j \& k == i) a[j] * b[k].
fwht_xor(a)[i] = suma(j oraz i mają parzyście wspólnie
zapalonych bitów) a[j] - suma(j oraz i mają nieparzyście)
a[i].
ifwht_xor(fwht_xor(a)) == a.
convolution_xor(a, b)[i] = suma(j \hat{b} k == i) a[j] * b[k] to 5817b7, 89 lines
vector<int> fwht_or(vector<int> a) {
 int n = ssize(a);
 assert((n & (n - 1)) == 0);
 for (int s = 1; 2 * s \le n; s *= 2)
    for (int 1 = 0; 1 < n; 1 += 2 * s)
     for (int i = 1; i < 1 + s; ++i)
       a[i + s] += a[i];
  return a;
vector<int> ifwht_or(vector<int> a) {
 int n = ssize(a);
 assert ((n & (n - 1)) == 0);
 for (int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
   for (int 1 = 0; 1 < n; 1 += 2 * s)
     for (int i = 1; i < 1 + s; ++i)
       a[i + s] -= a[i];
  return a;
vector<int> convolution or (vector<int> a, vector<int> b) {
 int n = ssize(a);
 assert ((n \& (n - 1)) == 0 \text{ and } ssize(b) == n);
 a = fwht_or(a);
 b = fwht_or(b);
 REP(i, n)
   a[i] *= b[i];
 return ifwht_or(a);
vector<int> fwht and(vector<int> a) {
 int n = ssize(a);
  assert ((n & (n - 1)) == 0);
  for (int s = 1; 2 * s <= n; s *= 2)
    for (int 1 = 0; 1 < n; 1 += 2 * s)
      for (int i = 1; i < 1 + s; ++i)
       a[i] += a[i + s];
 return a:
vector<int> ifwht_and(vector<int> a) {
 int n = ssize(a);
 assert ((n & (n - 1)) == 0);
 for (int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
   for (int 1 = 0; 1 < n; 1 += 2 * s)
      for (int i = 1; i < 1 + s; ++i)
       a[i] -= a[i + s];
 return a;
vector<int> convolution_and(vector<int> a, vector<int> b) {
 int n = ssize(a):
 assert ((n \& (n-1)) == 0 \text{ and } ssize(b) == n);
 a = fwht and(a);
 b = fwht_and(b);
 REP(i, n)
   a[i] \star= b[i];
```

```
return ifwht_and(a);
vector<int> fwht xor(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for (int s = 1; 2 * s \le n; s *= 2)
    for (int 1 = 0; 1 < n; 1 += 2 * s)
      for (int i = 1; i < 1 + s; ++i) {
       int t = a[i + s];
        a[i + s] = a[i] - t;
        a[i] += t;
  return a;
vector<int> ifwht xor(vector<int> a) {
  int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  for (int s = n / 2; s >= 1; s /= 2)
    for (int 1 = 0; 1 < n; 1 += 2 * s)
      for (int i = 1; i < 1 + s; ++i) {
       int t = a[i + s];
        a[i + s] = (a[i] - t) / 2;
        a[i] = (a[i] + t) / 2;
 return a;
vector<int> convolution_xor(vector<int> a, vector<int> b) {
  int n = ssize(a):
  assert ((n & (n-1)) == 0 \text{ and } ssize(b) == n);
  a = fwht xor(a);
  b = fwht xor(b);
  REP(i. n)
    a[i] *= b[i];
  return ifwht_xor(a);
gauss
Opis: Rozwiązywanie ukladów liniowych (modint albo double)
Czas: \mathcal{O}(nm(n+m))
Użycie: Wrzucam n vectorów {wsp_x0, wsp_x1, ..., wsp_xm, suma},
gauss wtedy zwraca liczbę rozwiązań
(0, 1 albo 2 (tzn. nieskończoność))
oraz jedno poprawne rozwiązanie (o ile istnieje).
Przyklad - gauss({2, -1, 1, 7}, {1, 1, 1, 1}, {0, 1, -1, 6.5})
zwraca (1, {6.75, 0.375, -6.125})
bool equal(int a, int b) {
 return a == b;
constexpr int mod = int(1e9) + 7;
int mul(int a, int b) {
 return int((a * LL(b)) % mod);
int add(int a, int b) {
 a += b:
 return a >= mod ? a - mod : a;
int powi(int a, int b) {
 if(b == 0)
    return 1;
  int x = powi(a, b / 2);
  x = mul(x, x);
  if(b % 2 == 1)
    x = mul(x, a);
  return x;
int inv(int x) {
```

```
return powi(x, mod - 2);
int divide(int a, int b) {
 return mul(a, inv(b));
int sub(int a, int b) {
 return add(a, mod - b);
using T = int:
#else
constexpr double eps = 1e-9;
bool equal(double a, double b) {
 return abs(a - b) < eps;
#define OP(name, op) double name(double a, double b) { return a
OP (mul, *)
OP (add, +)
OP (divide, /)
OP(sub, -)
using T = double;
#endif
pair<int, vector<T>> gauss(vector<vector<T>> a) {
  int n = ssize(a); // liczba wierszy
  int m = ssize(a[0]) - 1; // liczba zmiennych
  vector<int> where(m, -1); // w ktorym wierszu jest
       zdefiniowana\ i-ta\ zmienna
  for (int col = 0, row = 0; col < m and row < n; ++col) {
   int sel = row;
    for (int y = row; y < n; ++y)
     if (abs(a[y][col]) > abs(a[sel][col]))
       sel = v;
    if(equal(a[sel][col], 0))
     continue;
    for (int x = col; x \le m; ++x)
     swap(a[sel][x], a[row][x]);
    // teraz sel jest nieaktualne
    where[col] = row;
    for (int y = 0; y < n; ++y)
     if(y != row) {
       T wspolczynnik = divide(a[y][col], a[row][col]);
        for (int x = col; x \le m; ++x)
          a[y][x] = sub(a[y][x], mul(wspolczynnik, a[row][x]));
    ++row;
  vector<T> answer(m);
  for (int col = 0; col < m; ++col)
   if (where[col] != -1)
      answer[col] = divide(a[where[col]][m], a[where[col]][col
          ]);
  for (int row = 0; row < n; ++row) {
   T \text{ qot} = 0;
    for (int col = 0; col < m; ++col)
     got = add(got, mul(answer[col], a[row][col]));
    if(not equal(got, a[row][m]))
     return {0, answer};
  for (int col = 0; col < m; ++col)
   if(where[col] == -1)
     return {2, answer};
  return {1, answer};
```

```
Opis: Wzór na calkę z zasady Simpsona - zwraca calkę na przedziale [a, b]
Czas: \mathcal{O}(n)
Użycie: integral([](T x) { return 3 * x * x - 8 * x + 3; }, a,
Daj asserta na bląd, ewentualnie zwiększ n (im większe n, tym
mniejszy blad)
                                                        c6b602, 8 lines
using T = double:
T integral(function<T(T)> f, T a, T b) {
 const int n = 1000;
 T delta = (b - a) / n, sum = f(a) + f(b);
 FOR(i, 1, n - 1)
    sum += f(a + i * delta) * (i & 1 ? 4 : 2);
 return sum * delta / 3;
miller-rabin
Opis: Test pierwszości Millera-Rabina
Czas: \mathcal{O}(\log^2 n) Pamięć: \mathcal{O}(1)
Użycie: miller_rabin(n) zwraca czy n jest pierwsze
dziala dla long longów
                                                       2beada, 33 lines
LL mul(LL a, LL b, LL mod) {
 return (a * b - (LL) ((long double) a * b / mod) * mod + mod)
LL gpow(LL a, LL n, LL mod) {
 if(n == 0) return 1;
  if (n \% 2 == 1) return mul(gpow(a, n - 1, mod), a, mod);
  return gpow(mul(a, a, mod), n / 2, mod);
bool miller rabin(LL n) {
 if(n < 2) return false;
  int r = 0:
  LL d = n - 1;
  while (d % 2 == 0)
    d /= 2, r++;
  for(int a : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37}) {
    if(n == a) return true;
    LL x = qpow(a, d, n);
    if(x == 1 | | x == n - 1)
      continue;
    bool composite = true;
    REP(i, r - 1) {
      x = mul(x, x, n);
      if(x == n - 1) {
        composite = false;
        break;
    if (composite) return false;
  return true:
Opis: Mnożenie wielomianów mod 998244353
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Użycie: conv(a, b) zwraca iloczyn wielomianów a i b
"../simple-modulo/main.cpp"
                                                       525f52, 53 lines
const int root = [] {
 if (mod == -1) // if for testing
    mod = 998'244'353;
  for (int r = 2;; ++r)
    if(powi(r, (mod - 1) / 2) != 1)
```

```
int n = ssize(a);
  assert((n & (n - 1)) == 0);
  static vector<int> dt(30), idt(30);
  if(dt[0] == 0)
    for (int i = 0; i < 30; ++i) {
      dt[i] = sub(0, powi(root, (mod - 1) >> (i + 2)));
      idt[i] = inv(dt[i]);
 if(not inverse) {
    for (int w = n; w >>= 1; ) {
     int t = 1;
      for (int s = 0, k = 0; s < n; s += 2 * w) {
        for (int i = s, j = s + w; i < s + w; ++i, ++j) {
          int x = a[i], y = mul(a[j], t);
          a[i] = add(x, y);
          a[j] = sub(x, y);
        t = mul(t, dt[__builtin_ctz(++k)]);
 } else {
    for (int w = 1; w < n; w *= 2) {
     int t = 1;
      for (int s = 0, k = 0; s < n; s += 2 * w) {
        for (int i = s, j = s + w; i < s + w; ++i, ++j) {
          int x = a[i], y = a[j];
          a[i] = add(x, y);
          a[i] = mul(sub(x, y), t);
        t = mul(t, idt[__builtin_ctz(++k)]);
vector<int> conv(vector<int> a, vector<int> b) {
 if(a.empty() or b.empty()) return {};
 int n = ssize(a), m = ssize(b), l = n + m - 1, sz = 1 << __lg
       (2 * 1 - 1);
  a.resize(sz), ntt(a);
 b.resize(sz), ntt(b);
 REP(i, sz) a[i] = mul(a[i], b[i]);
 ntt(a, true), a.resize(l);
 int invsz = inv(sz);
 for(int &e : a) e = mul(e, invsz);
 return a;
primitive-root
Opis: Dla pierwszego p znajduje generator modulo p
Czas: \mathcal{O}(\log^2(p)) (ale spora stala, zależy)
"../rho-pollard/main.cpp", "../../random-stuff/rd/main.cpp"
                                                      aeff3e, 20 lines
LL exp(LL a, LL b, int m) {
 if(b == 0) return 1;
 if (b & 1) return a \star exp(a, b - 1, m) % m;
 return exp(a * a % m, b / 2, m);
int primitive_root(int p) {
 int q = p - 1;
 vector<LL> v = factor(q); vector<int> fact;
 REP(i, ssize(v))
   if(!i or v[i] != v[i - 1])
      fact.emplace_back(v[i]);
 while(1) {
    int q = my_rd(2, q); bool good = 1;
    for(auto &f : fact)
```

return r;

void ntt(vector<int> &a, bool inverse = false) {

}();

```
if(exp(q, q / f, p) == 1) {
        good = 0; break;
    if (good) return g;
rho-pollard
Opis: Rozklad na czynniki Rho Pollarda
Czas: \mathcal{O}\left(n^{\frac{1}{4}}\right)
Użycie:
                factor(n) zwraca vector dzielników pierwszych n,
niekoniecznie posortowany
factor(12) = \{2, 2, 3\}, factor(545423) = \{53, 41, 251\};
"../miller-rabin/main.cpp"
                                                         9ebbcf, 19 lines
LL rho pollard(LL n) {
  if(n % 2 == 0) return 2;
  for(LL i = 1;; i++) {
    auto f = [\&] (LL x) \{ return (mul(x, x, n) + i) % n; \};
    LL x = 2, y = f(x), p;
    while ((p = \underline{gcd}(n - x + y, n)) == 1)
      x = f(x), y = f(f(y));
    if (p != n) return p;
vector<LL> factor(LL n) {
  if(n == 1) return {};
  if (miller_rabin(n)) return {n};
  LL x = rho_pollard(n);
  auto l = factor(x), r = factor(n / x);
  1.insert(1.end(), r.begin(), r.end());
  return 1:
sieve
Opis: Sito Erastotenesa
Czas: \mathcal{O}(n) Pamięć : \mathcal{O}(n)
Użycie: sieve(n) przetwarza liczby do n wlącznie
comp[i] oznacza, czy i jest zlożone
prime zawiera wszystkie liczby piersze <= n
w praktyce na moim kompie dla n = 1e8 działa w 0.7s fcc4bc, 13 lines
vector<bool> comp;
vector<int> prime;
void sieve(int n) {
  comp.resize(n + 1);
  FOR(i, 2, n) {
    if(!comp[i]) prime.emplace_back(i);
    REP(j, ssize(prime)) {
      if(i * prime[j] > n) break;
      comp[i * prime[j]] = true;
      if(i % prime[j] == 0) break;
```

Opis: Reprezentacia dużych int'ów

Czas: Podstawa 1e9, mnożenie kwadratowe, dzielenie to mnożenie z logiem

```
static constexpr int digits_per_elem = 9, base = int(1e9);
vector<int> x;
Num& shorten() {
 while(ssize(x) and x.back() == 0)
   x.pop_back();
```

```
for(int &a : x)
     assert (0 <= a and a < base);
    return *this;
 Num(string s) {
    for(int i = ssize(s); i > 0; i -= digits_per_elem)
      if(i < digits_per_elem)</pre>
       x.emplace_back(stoi(s.substr(0, i)));
        x.emplace_back(stoi(s.substr(i - digits_per_elem, 9)));
 Num() {}
string to_string(Num n) {
 stringstream s;
 s << (ssize(n.x) ? n.x.back() : 0);
  for (int i = ssize(n.x) - 2; i >= 0; --i)
   s << setfill('0') << setw(n.digits_per_elem) << n.x[i];
  return s.str();
ostream& operator << (ostream &o, Num n) {
 return o << to_string(n).c_str();</pre>
Num operator+(Num a, Num b) {
 int carry = 0;
  for(int i = 0; i < max(ssize(a.x), ssize(b.x)) or carry; ++i)</pre>
    if(i == ssize(a.x))
     a.x.emplace_back(0);
    a.x[i] += carry + (i < ssize(b.x) ? b.x[i] : 0);
    carry = bool(a.x[i] >= a.base);
    if (carry)
     a.x[i] -= a.base;
 return a.shorten();
bool operator<(Num a, Num b) {
 if(ssize(a.x) != ssize(b.x))
    return ssize(a.x) < ssize(b.x);</pre>
  for(int i = ssize(a.x) - 1; i >= 0; --i)
    if(a.x[i] != b.x[i])
     return a.x[i] < b.x[i];</pre>
  return false;
bool operator == (Num a, Num b) {
 return a.x == b.x;
bool operator <= (Num a, Num b) {
 return a < b or a == b;
Num operator-(Num a, Num b) {
 assert(b <= a);
  int carry = 0;
  for (int i = 0; i < ssize(b.x) or carry; ++i) {
    a.x[i] = carry + (i < ssize(b.x) ? b.x[i] : 0);
    carry = a.x[i] < 0;
    if (carry)
     a.x[i] += a.base;
  return a.shorten();
Num operator* (Num a, Num b) {
```

```
LL cur = c.x[i + j] + a.x[i] * 111 * (j < ssize(b.x) ? b.
           x[j] : 0) + carry;
      c.x[i + j] = int(cur % a.base);
      carry = int(cur / a.base);
  return c.shorten();
Num operator/(Num a, int b) {
  assert (0 < b and b < a.base);
  int carry = 0;
  for (int i = ssize(a.x) - 1; i >= 0; --i) {
    LL cur = a.x[i] + carry * LL(a.base);
    a.x[i] = int(cur / b);
    carry = int(cur % b);
  return a.shorten();
Num operator/(Num a, Num b) {
  Num 1 = \text{Num}(), r = a;
  while (not (1 == r)) {
    Num m = (1 + r + Num("1")) / 2;
    if(m * b \le a)
     1 = m;
    else
      r = m - Num("1");
  // assert(mul(l, b) = a);
  return 1.shorten();
Num operator% (Num a, Num b) {
  Num d = a / b;
  return a - ((a / b) * b);
Num nwd(Num a, Num b) {
 if(b == Num())
    return a;
  return nwd(b, a % b);
Struktury danych (5)
fenwick-tree-2d
Opis: Drzewo potęgowe 2d offline
Czas: \mathcal{O}\left(\log^2 n\right) Pamięć \mathcal{O}\left(n\log n\right)
Użycie: wywolujemy preprocess(x, y) na pozycjach, które chcemy
updateować, później init()
update(x, y, val) dodaje val do a[x, y], query(x, y) zwraca
sume na prostokacie (0, 0) - (x, y)
"../fenwick-tree/main.cpp"
                                                      2de643, 29 lines
struct Fenwick2d {
  vector<vector<int>> ys;
  vector<Fenwick> ft;
  Fenwick2d(int limx) : ys(limx) {}
  void preprocess(int x, int v) {
    for (; x < ssize(ys); x |= x + 1)
      ys[x].push_back(y);
```

for (int j = 0, carry = 0; $j < ssize(b.x) \mid \mid carry; ++j)$ {

c.x.resize(ssize(a.x) + ssize(b.x));

REP(i, ssize(a.x))

void init() {

for(auto &v : ys) {

```
sort(v.begin(), v.end());
      ft.emplace_back(ssize(v) + 1);
  int ind(int x, int y) {
   auto it = lower_bound(ys[x].begin(), ys[x].end(), y);
    return distance(ys[x].begin(), it);
  void update(int x, int y, LL val) {
    for(; x < ssize(vs); x |= x + 1)
      ft[x].update(ind(x, y), val);
  LL query(int x, int y) {
   LL sum = 0;
    for (x++; x > 0; x &= x - 1)
     sum += ft[x - 1].query(ind(x - 1, y + 1) - 1);
    return sum;
};
```

fenwick-tree

```
Opis: Drzewo potęgowe
```

Czas: $\mathcal{O}(\log n)$

Użycie: wszystko indexowane od 0 update(pos, val) dodaje val do elementu pos query(pos) zwraca sume na przedziale [0, pos]

d04808, 14 lines

hash-map

```
struct Fenwick
 vector<LL> s:
  Fenwick(int n) : s(n) {}
  void update(int pos, LL val) {
    for(; pos < ssize(s); pos |= pos + 1)
     s[pos] += val;
  LL querv(int pos) {
   LL ret = 0;
    for(pos++; pos > 0; pos &= pos - 1)
     ret += s[pos - 1];
    return ret;
};
```

find-union

Opis: Find and union z mniejszy do wiekszego Czas: $\mathcal{O}(\alpha(n))$ oraz $\mathcal{O}(n)$ pamięciowo

c3dcbd, 19 lines

```
struct FindUnion {
  vector<int> rep;
  int size(int x) { return -rep[find(x)]; }
  int find(int x) {
   return rep[x] < 0 ? x : rep[x] = find(rep[x]);
  bool same_set(int a, int b) { return find(a) == find(b); }
  bool join(int a, int b) {
   a = find(a), b = find(b);
   if(a == b)
     return false;
   if(-rep[a] < -rep[b])</pre>
     swap(a, b);
    rep[a] += rep[b];
    rep[b] = a;
    return true;
  FindUnion(int n) : rep(n, -1) {}
```

```
Opis: szybsza mapa
Czas: \mathcal{O}(1)
Uzycie: np hash map<int, int>
trzeba przed includem dać undef _GLIBCXX_DEBUG
<ext/pb_ds/assoc_container.hpp>
                                                      c0ab57, 11 lines
using namespace __gnu_pbds;
struct chash {
 const uint64_t C = LL(2e18 * M_PI) + 69;
 const int RANDOM = mt19937(0)();
 size t operator()(uint64 t x) const {
   return __builtin_bswap64((x^RANDOM) * C);
template<class L, class R>
using hash map = gp hash table<L, R, chash>;
lazy-segment-tree
Opis: Drzewo przedzial-przedzial
Czas: \mathcal{O}(\log n) Pamięć : \mathcal{O}(n)
Użycie: add(1, r, val) dodaje na przedziale
quert(1, r) bierze maxa z przedzialu
Zmieniając z maxa na co innego trzeba edytować
funkcje add_val i f
                                                      088245, 60 lines
using T = int;
struct Node {
 T val, lazv;
 int sz = 1;
};
struct Tree {
 vector<Node> tree;
 int sz = 1:
 void add val(int v, T val) {
   tree[v].val += val;
   tree[v].lazv += val;
 T f(T a, T b) { return max(a, b); }
 Tree(int n) {
   while (sz < n) sz \star= 2;
   tree.resize(sz * 2);
   for (int i = sz - 1; i >= 1; i--)
     tree[i].sz = tree[i * 2].sz * 2;
 void propagate(int v) {
   REP(i, 2)
      add_val(v * 2 + i, tree[v].lazy);
    tree[v].lazy = 0;
 T query(int 1, int r, int v = 1) {
   if(1 == 0 \&\& r == tree[v].sz - 1)
      return tree[v].val;
    propagate(v);
   int m = tree[v].sz / 2;
   if(r < m)
     return query(1, r, v * 2);
   else if (m \le 1)
     return query (1 - m, r - m, v * 2 + 1);
      return f(query(1, m-1, v*2), query(0, r-m, v*2 +
           1));
```

```
void add(int 1, int r, T val, int v = 1) {
   if(1 == 0 \&\& r == tree[v].sz - 1) {
     add val(v, val);
      return;
    propagate(v);
    int m = tree[v].sz / 2;
    if(r < m)
     add(1, r, val, v * 2);
    else if (m \le 1)
     add(1 - m, r - m, val, v * 2 + 1);
     add(1, m - 1, val, v * 2), add(0, r - m, val, v * 2 + 1);
   tree[v].val = f(tree[v * 2].val, tree[v * 2 + 1].val);
};
```

lichao-tree

Opis: Dla funkcji, których pary przecinaja sie co najwyżej raz, oblicza maximum w punkcie x. Podany kod jest dla funkcji liniowych 6440db, 51 lines

```
constexpr LL inf = LL(1e9);
struct Function {
 int a, b;
 LL operator()(int x) {
   return x * LL(a) + b;
 Function (int p = 0, int q = inf) : a(p), b(q) {}
ostream& operator << (ostream &os, Function f) {
 return os << make pair(f.a, f.b);
struct LiChaoTree {
 int size = 1;
 vector<Function> tree;
 LiChaoTree(int n) {
   while(size < n)
     size *= 2;
   tree.resize(size << 1);
 LL get_min(int x) {
   int v = x + size:
   LL ans = inf:
   while(v) {
     ans = min(ans, tree[v](x));
     v >>= 1;
   return ans;
 void add_func(Function new_func, int v, int l, int r) {
    int m = (1 + r) / 2;
   bool domin_l = tree[v](l) > new_func(l),
       domin m = tree[v](m) > new func(m);
   if (domin_m)
     swap(tree[v], new_func);
   if(1 == r)
    else if(domin_l == domin_m)
      add_func(new_func, v << 1 | 1, m + 1, r);
      add_func(new_func, v << 1, 1, m);
```

```
void add func(Function new func) {
    add_func(new_func, 1, 0, size - 1);
};
line-container
Opis: Set dla funkcji liniowych
Czas: \mathcal{O}(\log n)
Uzycie: add(a, b) dodaje funkcje y = ax + b
query(x) zwraca największe y w punkcie x, x < inf _{45779b, \ 30 \ lines}
struct Line {
  mutable LL a, b, p;
  LL eval(LL x) const { return a * x + b; }
  bool operator<(const Line & o) const { return a < o.a; }</pre>
  bool operator<(LL x) const { return p < x; }</pre>
struct LineContainer : multiset<Line, less<>>> {
  // jak double to inf = 1 / .0, div(a, b) = a / b
  const LL inf = LLONG_MAX;
  LL div(LL a, LL b) { return a / b - ((a ^{\circ} b) < 0 && a ^{\circ} b); }
  bool intersect (iterator x, iterator y) {
    if(y == end()) { x->p = inf; return false; }
    if(x->a == y->a) x->p = x->b > y->b ? inf : -inf;
    else x->p = div(y->b - x->b, x->a - y->a);
    return x->p >= y->p;
  void add(LL a, LL b) {
    auto z = insert({a, b, 0}), y = z++, x = y;
    while (intersect (y, z)) z = erase(z);
    if(x != begin() && intersect(--x, y))
      intersect(x, erase(y));
    while ((v = x) != begin() && (--x)->p >= v->p)
      intersect(x, erase(y));
  LL query(LL x) {
    assert(!empty());
    return lower bound(x)->eval(x);
};
ordered-set
Opis: set z dodatkowymi funkciami
Użycie: insert(x) dodaje element x (nie ma emplace)
find_by_order(i) zwraca iterator do i-tego elementu
order_of_key(x) zwraca, ile jest mniejszych elementów,
x nie musi być w secie
Jeśli chcemy multiseta, to używamy par {val, id}.
Przed includem trzeba dać undef _GLIBCXX_DEBUG
<ext/pb_ds/assoc_container.hpp>, <ext/pb_ds/tree_policy.hpp>
                                                         0a779f, 9 lines
using namespace __gnu_pbds;
template<class T> using ordered_set = tree<</pre>
 Τ,
  null_type,
  less<T>,
  rb tree tag,
  tree_order_statistics_node_update
persistent-treap
Opis: Implict Persistent Treap
Czas: wszystko w \mathcal{O}(\log n)
```

```
Użycie: wszystko indexowane od 0
insert(key, val) insertuję na pozycję key
kopiowanie struktury dziala w O(1)
robimy sobie vector<Treap>, żeby obsługiwać trwalość
mt19937 rng_key(0);
struct Treap {
 struct Node {
   int val, prio, sub = 1;
   Node *1 = nullptr, *r = nullptr;
   Node(int _val) : val(_val), prio(rng_key()) {}
 using pNode = Node*;
 pNode root = nullptr;
  int get_sub(pNode n) { return n ? n->sub : 0; }
 void update(pNode n) {
   if(!n) return;
   n->sub = qet\_sub(n->1) + qet\_sub(n->r) + 1;
 void split(pNode t, int key, pNode &1, pNode &r) {
   if(!t) l = r = nullptr;
   else {
     t = new Node(*t);
     if (key <= get_sub(t->1))
        split(t->1, key, 1, t->1), r = t;
       split(t->r, key - get_sub(t->1) - 1, t->r, r), l = t;
    update(t);
 void merge(pNode &t, pNode 1, pNode r) {
   if(!1 | | !r) t = (1 ? 1 : r);
   else if(l->prio > r->prio) {
     1 = \text{new Node}(*1);
     merge(1->r, 1->r, r), t = 1;
     r = new Node(*r);
     merge(r->1, 1, r->1), t = r;
   update(t);
 void insert(pNode &t, int key, pNode it) {
   if(!t) t = it;
    else if(it->prio > t->prio)
      split(t, key, it->1, it->r), t = it;
    else {
     t = new Node(*t);
      if (key <= get_sub(t->1))
       insert(t->1, key, it);
     else
        insert (t->r, key - qet_sub(t->1) - 1, it);
   update(t);
 void insert(int key, int val) {
   insert (root, key, new Node (val));
 void erase(pNode &t, int key) {
   if(qet\_sub(t->1) == key)
     merge(t, t->1, t->r);
   else {
     t = new Node(*t);
```

```
if (key <= get_sub(t->1))
        erase(t->1, key);
      else
        erase(t->r, key - get_sub(t->1) - 1);
    update(t);
  void erase(int key) {
    assert (key < get_sub(root));
    erase(root, kev);
};
Opis: Range Minimum Query z użyciem sparse table
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Pamieć: \mathcal{O}(n \log n)
{\bf U\dot{z}ycie:} RMQ(vec) tworzy sparse table na ciągu vec
query(1, r) odpowiada na RMQ w O(1)
                                                       6bc673, 22 lines
struct RMQ {
  vector<vector<int>> st;
  vector<int> pre;
  RMO(vector<int> &a)
    int n = ssize(a), lq = 0;
    while ((1 \ll lq) \ll n) lq++;
    st.resize(lg + 1, vector<int>(a));
    st[0] = a;
    FOR(i, 1, lg) REP(j, n) {
      st[i][j] = st[i - 1][j];
      int q = j + (1 << (i - 1));
      if(q < n) st[i][j] = min(st[i][j], st[i - 1][q]);
    pre.resize(n + 1);
    FOR(i, 2, n) pre[i] = pre[i / 2] + 1;
  int query(int 1, int r) {
    int q = pre[r - 1 + 1], x = r - (1 << q) + 1;
    return min(st[q][l], st[q][x]);
};
treap
Opis: Implict Treap
Czas: wszystko w \mathcal{O}(\log n)
Użycie: wszystko indexowane od 0
insert(key, val) insertuje na pozycje key
treap[i] zwraca i-tą wartość
                                                       907bf8, 42 lines
mt19937 rng_key(0);
struct Treap {
  struct Node {
    int prio, val, cnt;
    Node *1 = nullptr, *r = nullptr;
    Node(int _val) : prio(rng_key()), val(_val) {}
  using pNode = Node*;
  pNode root = nullptr;
  int cnt(pNode t) { return t ? t->cnt : 0; }
  void update(pNode t) {
    if(!t) return;
    t->cnt = cnt(t->1) + cnt(t->r) + 1;
  void split(pNode t, int key, pNode &1, pNode &r) {
    if(!t) 1 = r = nullptr;
```

```
else if(key <= cnt(t->1))
      split(t->1, key, 1, t->1), r = t;
    else
      split(t->r, key - cnt(t->1) - 1, t->r, r), l = t;
    update(t);
  void merge(pNode &t, pNode 1, pNode r) {
    if(!1 \mid | !r) t = (1 ? 1 : r);
    else if(l->prio > r->prio)
     merge(1->r, 1->r, r), t = 1;
     merge(r->1, 1, r->1), t = r;
    update(t);
  void insert(int key, int val) {
    pNode t;
    split(root, key, root, t);
    merge(root, root, new Node(val));
    merge(root, root, t);
};
Grafy (6)
Opis: Zwraca poprawne przyporządkowanie zmiennym logicznym dla prob-
lemu 2-SAT, albo mówi, że takie nie istnieje
Czas: \mathcal{O}(n+m), gdzie n to ilość zmiennych, i m to ilość przyporządkowań.
Użycie: TwoSat ts(ilość zmiennych);
õznacza negację
ts.either(0, \sim 3); // var 0 is true or var 3 is false
ts.set_value(2); // var 2 is true
ts.at_most_one(\{0, \sim 1, 2\}); // co najwyżej jedna z var 0, \sim 1 i 2
ts.solve(); // rozwiązuje i zwraca true jeśli rozwiązanie
istnieje
ts.values[0..N-1] // to wartości rozwiązania
                                                       304dcc, 59 lines
struct TwoSat {
  int n:
  vector<vector<int>> gr;
  vector<int> values;
  TwoSat(int _n = 0) : n(_n), gr(2*n) {}
  void either(int f, int j) {
    f = \max(2 * f, -1 - 2 * f);
    j = \max(2 * j, -1 - 2 * j);
    gr[f].emplace_back(j^1);
    gr[j].emplace_back(f^1);
  void set_value(int x) { either(x, x); }
  int add_var() {
    gr.emplace_back();
    gr.emplace back();
    return n++;
  void at_most_one(vector<int>& li) {
    if(ssize(li) <= 1) return;</pre>
    int cur = \simli[0];
    FOR(i, 2, ssize(li) - 1) {
      int next = add var();
      either(cur, ~li[i]);
      either(cur, next);
```

```
either(~li[i], next);
     cur = ~next;
    either(cur, ~li[1]);
 vector<int> val, comp, z;
 int t = 0;
 int dfs(int i) {
   int low = val[i] = ++t, x;
   z.emplace_back(i);
    for(auto &e : gr[i]) if(!comp[e])
     low = min(low, val[e] ?: dfs(e));
   if(low == val[i]) do {
     x = z.back(); z.pop_back();
     comp[x] = low;
     if (values[x >> 1] == -1)
       values[x >> 1] = x & 1;
   } while (x != i);
   return val[i] = low;
 bool solve() {
   values.assign(n, -1);
   val.assign(2 * n, 0);
   comp = val;
   REP(i, 2 * n) if(!comp[i]) dfs(i);
   REP(i, n) if (comp[2 * i] == comp[2 * i + 1]) return 0;
   return 1;
};
biconnected
Opis: Dwuspójne skladowe
Czas: \mathcal{O}(n)
Użycie: add_edge(u, v) dodaje krawędź (u, v), u != v, bo get()
nie dziala
po wywolaniu init() w .bicon mamy dwuspójne (vector ideków
krawedzi na każda), w .edges mamy krawedzie
                                                     15f4ec, 45 lines
struct BiconComps {
 using PII = pair<int, int>;
 vector<vector<int>> graph, bicon;
 vector<int> low, pre, s;
 vector<array<int, 2>> edges;
 BiconComps(int n) : graph(n), low(n), pre(n, -1) {}
 void add_edge(int u, int v) {
   int q = ssize(edges);
   graph[u].emplace_back(q);
   graph[v].emplace_back(q);
   edges.push_back({u, v});
 int get(int v, int id) {
   for(int r : edges[id])
     if (r != v) return r;
 int t = 0;
 void dfs(int v, int p) {
   low[v] = pre[v] = t++;
   bool par = false;
    for(int e : graph[v]) {
     int u = get(v, e);
     if(u == p && !par) {
       par = true;
       continue;
     else if (pre[u] == -1) {
       s.emplace_back(e); dfs(u, v);
       low[v] = min(low[v], low[u]);
```

```
if(low[u] >= pre[v]) {
          bicon.emplace_back();
            bicon.back().emplace_back(s.back());
            s.pop_back();
          } while (bicon.back().back() != e);
      else if(pre[v] > pre[u]) {
        low[v] = min(low[v], pre[u]);
        s.emplace_back(e);
  void init() { dfs(0, -1); }
};
cactus-cycles
Opis: Wyznaczanie cykli w grafie. Zalożenia - nieskierowany graf bez petelek
i multikrawędzi, każda krawędź leży na co najwyżej jednym cyklu prostym
(silniejsze zalożenie, niż o wierzcholkach).
Czas: \mathcal{O}(n)
Użvcie:
                cactus_cycles(graph) zwraca taka listę cykli, że
istnieje krawędź między i-tym, a (i+1) mod ssize(cycle)-tym
wierzcholkiem.
vector<vector<int>> cactus cycles(vector<vector<int>> graph) {
  int n = ssize(graph);
  vector<int> state(n, 0);
  vector<int> stack;
  vector<vector<int>> ret;
  function<void (int, int)> dfs = [&](int v, int p) {
   if(state[v] == 2) {
      vector<int> cycle = {v};
      for (int i = 0; stack[ssize(stack) - 1 - i] != v; ++i)
        cycle.emplace_back(stack[ssize(stack) - 1 - i]);
      ret.emplace_back(cycle);
      return;
    stack.emplace_back(v);
    state[v] = 2;
    for(int u : graph[v])
     if(u != p and state[u] != 1)
        dfs(u, v);
    state[v] = 1;
    stack.pop_back();
  dfs(0, -1);
  return ret;
centro-decomp
Opis: template do Centroid Decomposition
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Użycie: konstruktor - HLD(n, graf)
swój kod wrzucamy do funkcji decomp
                                                       166a7f, 35 lines
struct CentroDecomp {
  vector<vector<int>> &adj;
  vector<bool> done;
  vector<int> sub, par;
  CentroDecomp(int n, vector<vector<int>> &_adj)
    : adj(_adj), done(n), sub(n), par(n) {}
  void dfs(int v) {
    sub[v] = 1;
    for(int u : adj[v]) {
      if(!done[u] && u != par[v]) {
```

par[u] = v; dfs(u);

9

```
sub[v] += sub[u];
  int centro(int v) {
   par[v] = -1; dfs(v);
    for(int sz = sub[v];;) {
     pair<int, int> mx = \{0, 0\};
      for(int u : adj[v])
       if(!done[u] && u != par[v])
          mx = max(mx, {sub[u], u});
      if (mx.first * 2 <= sz) return v;
      v = mx.second;
  void decomp(int v) {
    done[v = centro(v)] = true;
    // kodzik idzie tutaj
    for(int u : adj[v])
     if(!done[u])
        decomp(u);
};
eulerian-path
Opis: Ścieżka eulera
Czas: \mathcal{O}(n)
Użycie:
                  Krawędzie to pary (to, id) gdzie id dla grafu
nieskierowanego jest takie samo dla (u, v) i (v, u)
Graf musi być spójny, po zainicjalizowaniu w .path jest
ścieżka/cykl eulera, vector o dlugości m + 1 kolejnych
wierzcholków
Jeśli nie ma ścieżki/cyklu, path jest puste. Dla cyklu,
path[0] == path[m]
                                                      37517c, 21 lines
using PII = pair<int, int>;
struct EulerianPath {
  vector<vector<PII>> adi;
  vector<bool> used:
  vector<int> path:
  void dfs(int v) {
    while(!adj[v].empty()) {
     int u, id; tie(u, id) = adj[v].back();
     adj[v].pop_back();
     if(used[id]) continue;
     used[id] = true;
     dfs(u);
    path.emplace_back(v);
  EulerianPath(int m, vector<vector<PII>> _adj) : adj(_adj) {
   used.resize(m); dfs(0);
    if(ssize(path) != m + 1) path.clear();
    reverse(path.begin(), path.end());
};
flow
Opis: Dinic bez skalowania
Czas: \mathcal{O}(V^2E)
Użycie: Dinić flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5); cout << flow(0,
funkcja get_flowing() zwraca dla każdej oryginalnej krawędzi,
ile przez nia leci
                                                      86a376, 78 lines
struct Dinic {
  using T = int;
  struct Edge {
    int v, u;
```

```
T flow, cap;
};
int n;
vector<vector<int>> graph;
vector<Edge> edges;
Dinic(int N) : n(N), graph(n) {}
void add_edge(int v, int u, T cap) {
  debug(v, u, cap);
  int e = ssize(edges);
  graph[v].emplace_back(e);
  graph[u].emplace back(e + 1);
  edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap});
  edges.emplace back(Edge{u, v, 0, 0});
vector<int> dist;
bool bfs(int source, int sink) {
  dist.assign(n, 0);
  dist[source] = 1;
  deque<int> que = {source};
  while(ssize(que) and dist[sink] == 0) {
    int v = que.front();
    que.pop_front();
    for(int e : graph[v])
      if (edges[e].flow != edges[e].cap and dist[edges[e].u]
        dist[edges[e].u] = dist[v] + 1;
        que.emplace_back(edges[e].u);
  return dist[sink] != 0;
vector<int> ended at:
T dfs(int v, int sink, T flow = numeric_limits<T>::max()) {
  if(flow == 0 \text{ or } v == sink)
    return flow:
  for(; ended_at[v] != ssize(graph[v]); ++ended_at[v]) {
    Edge &e = edges[graph[v][ended_at[v]]];
    if(dist[v] + 1 == dist[e.u])
      if(T pushed = dfs(e.u, sink, min(flow, e.cap - e.flow))
        e.flow += pushed;
        edges[graph[v][ended_at[v]] ^ 1].flow -= pushed;
        return pushed;
  return 0;
T operator()(int source, int sink) {
  T answer = 0;
  while(true) {
    if(not bfs(source, sink))
     break:
    ended_at.assign(n, 0);
    while(T pushed = dfs(source, sink))
      answer += pushed;
  return answer;
map<pair<int, int>, T> get_flowing() {
  map<pair<int, int>, T> ret;
  REP(v, n)
    for(int i : graph[v]) {
      if (i % 2) // considering only original edges
```

```
continue;
        Edge &e = edges[i];
        ret[make_pair(v, e.u)] = e.flow;
    return ret;
};
Opis: Heavy-Light Decomposition
Czas: \mathcal{O}\left(q\log n\right)
Użycie: kontruktor - HLD(n, adj)
lca(v, u) zwraca lca
get_vertex(v) zwraca pozycję odpowiadającą wierzcholkowi
get_path(v, u) zwraca przedziały do obsługiwania drzewem
przedzialowym
get_path(v, u) jeśli robisz operacje na wierzcholkach
get_path(v, u, false) jeśli na krawędziach (nie zawiera lca)
get_subtree(v) zwraca przedział odpowiadający podrzewu V 2013f82.56 lines
struct HLD {
 vector<vector<int>> &adj;
 vector<int> sz, pre, pos, nxt, par;
  void init(int v, int p = -1) {
    par[v] = p;
    sz[v] = 1;
    if(ssize(adj[v]) > 1 && adj[v][0] == p)
      swap(adj[v][0], adj[v][1]);
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
     init(u, v);
      sz[v] += sz[u];
      if(sz[u] > sz[adj[v][0]])
        swap(u, adi[v][0]);
  void set paths(int v) {
    pre[v] = t++;
    for(int &u : adj[v]) if(u != par[v]) {
      nxt[u] = (u == adj[v][0] ? nxt[v] : u);
      set_paths(u);
    pos[v] = t;
  HLD(int n, vector<vector<int>> &_adj)
    : adj(_adj), sz(n), pre(n), pos(n), nxt(n), par(n) {
    init(0), set_paths(0);
 int lca(int v, int u) {
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
     if(pre[v] < pre[u])</pre>
        swap(v, u);
      v = par[nxt[v]];
    return (pre[v] < pre[u] ? v : u);</pre>
 vector<pair<int, int>> path_up(int v, int u) {
    vector<pair<int, int>> ret;
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      ret.emplace_back(pre[nxt[v]], pre[v]);
      v = par[nxt[v]];
    if (pre[u] != pre[v]) ret.emplace_back(pre[u] + 1, pre[v]);
    return ret;
 int get_vertex(int v) { return pre[v]; }
 vector<pair<int, int>> get_path(int v, int u, bool add_lca =
      true) {
    int w = lca(v, u);
```

```
jump-ptr
Opis: Jump Pointery
Czas: \mathcal{O}\left((n+q)\log n\right)
Użycie: konstruktor - SimpleJumpPtr(graph), można ustawić roota
jump_up(v, k) zwraca wierzcholek o k krawędzi wyżej niż v, a
jeśli nie istnieje, zwraca -1
OperationJumpPtr pozwala na otrzymanie wyniku na ścieżce (np.
suma na ścieżce, max, albo coś bardziej skomplikowanego).
Jedynym zalożeniem co do wlasności operacji otrzymania wyniku
na ścieżce do góry to lączność, ale wynik na dowolnej ścieżce
jest poprawny tylko, gdy dopisze się odwracanie wyniku na
ścieżce, lub jeżeli operacja jest przemienna.
struct SimpleJumpPtr {
 int bits;
 vector<vector<int>> graph, jmp;
 vector<int> par, dep;
  void par dfs(int v) {
   for(int u : graph[v])
     if(u != par[v]) {
       par[u] = v;
       dep[u] = dep[v] + 1;
       par_dfs(u);
  SimpleJumpPtr(vector<vector<int>> g = {}, int root = 0) :
      graph(g) {
    int n = ssize(graph);
   dep.resize(n);
   par.resize(n, -1);
   if(n > 0)
     par_dfs(root);
    jmp.resize(bits, vector<int>(n, -1));
    jmp[0] = par;
   FOR(b, 1, bits - 1)
     REP(v. n)
       if(jmp[b - 1][v] != -1)
         jmp[b][v] = jmp[b - 1][jmp[b - 1][v]];
   debug(graph, jmp);
  int jump_up(int v, int h) {
   for (int b = 0; (1 << b) <= h; ++b)
     if((h >> b) & 1)
       v = jmp[b][v];
   return v;
  int lca(int v, int u) {
   if (dep[v] < dep[u])
     swap(v, u);
   v = jump_up(v, dep[v] - dep[u]);
   if(v == u)
     return v;
    for (int b = bits - 1; b >= 0; b--) {
     if(jmp[b][v] != jmp[b][u]) {
       v = jmp[b][v];
       u = jmp[b][u];
```

auto ret = path_up(v, w);

auto path_u = path_up(u, w);

if(add_lca) ret.emplace_back(pre[w], pre[w]);
ret.insert(ret.end(), path_u.begin(), path_u.end());

pair<int, int> get_subtree(int v) { return {pre[v], pos[v] -

```
return par[v];
};
using PathAns = LL:
PathAns merge (PathAns down, PathAns up) {
  return down + up;
struct OperationJumpPtr {
  SimpleJumpPtr ptr;
  vector<vector<PathAns>> ans imp;
  OperationJumpPtr(vector<vector<pair<int, int>>> g, int root =
    debug(q, root);
    int n = ssize(q);
    vector<vector<int>> unweighted_g(n);
    REP(v, n)
      for(auto [u, w] : g[v])
        unweighted_g[v].emplace_back(u);
    ptr = SimpleJumpPtr(unweighted_g, root);
    ans imp.resize(ptr.bits, vector<PathAns>(n));
    REP(v, n)
      for (auto [u, w] : q[v])
        if(u == ptr.par[v])
          ans_jmp[0][v] = PathAns(w);
    FOR(b, 1, ptr.bits - 1)
     REP(v, n)
        if (ptr.jmp[b - 1][v] != -1 and ptr.jmp[b - 1][ptr.jmp[b
              -1|[v]|!=-1
          ans_{jmp}[b][v] = merge(ans_{jmp}[b - 1][v], ans_{jmp}[b - 1][v])
               1][ptr.jmp[b - 1][v]]);
 PathAns path_ans_up(int v, int h) {
    PathAns ret = PathAns();
    for (int b = ptr.bits - 1; b >= 0; b--)
     if((h >> b) & 1) {
        ret = merge(ret, ans_jmp[b][v]);
        v = ptr.jmp[b][v];
    return ret;
  PathAns path_ans(int v, int u) { // discards order of edges
       on path
    int 1 = ptr.lca(v, u);
    return merge (
     path_ans_up(v, ptr.dep[v] - ptr.dep[l]),
      path_ans_up(u, ptr.dep[u] - ptr.dep[l])
    );
};
matching
Opis: Turbo Matching
Czas: Średnio okolo \mathcal{O}(n \log n), najgorzej \mathcal{O}(n^2)
          wierzcholki grafu nie musza być ladnie podzielone na
dwia przedzialy, musi być po prostu dwudzielny.
                                                      4a05c2, 35 lines
struct Matching {
 vector<vector<int>> &adj;
 vector<int> mat, vis;
 int t = 0, ans = 0;
 bool mat_dfs(int v) {
   vis[v] = t;
    for(int u : adj[v])
     if(mat[u] == -1) {
        mat[u] = v;
```

```
mat[v] = u;
        return true;
    for(int u : adj[v])
     if (vis[mat[u]] != t && mat_dfs(mat[u])) {
       mat[u] = v:
        mat[v] = u;
        return true;
    return false;
 Matching(vector<vector<int>> &_adj) : adj(_adj) {
    mat = vis = vector<int>(ssize(adj), -1);
 int get() {
    int d = -1;
    while(d != 0) {
      d = 0, ++t;
      REP(v, ssize(adj))
       if(mat[v] == -1)
          d += mat dfs(v);
      ans += d;
    return ans;
};
mcmf
Opis: Min-cost max-flow z SPFA
Czas: kto wie
Użycie:
              MCMF flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5, 3); cout <<
flow(0, 1); // 15
można przepisać funkcję get_flowing() z Dinic'a
                                                     f08e56, 79 lines
struct MCMF
 struct Edge {
    int v, u, flow, cap;
    LL cost;
    friend ostream& operator << (ostream &os, Edge &e) {
      return os << vector<LL>{e.v, e.u, e.flow, e.cap, e.cost};
 };
  const LL inf LL = 1e18;
  const int inf_int = 1e9;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;
  MCMF(int N) : n(N), graph(n) {}
  void add_edge(int v, int u, int cap, LL cost) {
    int e = ssize(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap, cost});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0, -cost});
  pair<int, LL> augment(int source, int sink) {
    vector<LL> dist(n, inf_LL);
    vector<int> from(n, -1);
    dist[source] = 0;
    deque<int> que = {source};
    vector<bool> inside(n);
    inside[source] = true;
    while (ssize (que))
      int v = que.front();
```

```
inside[v] = false;
      que.pop_front();
      for(int i : graph[v]) {
       Edge &e = edges[i];
       if(e.flow != e.cap and dist[e.u] > dist[v] + e.cost) {
          dist[e.u] = dist[v] + e.cost;
          from[e.u] = i;
          if(not inside[e.u]) {
            inside[e.u] = true;
            que.emplace_back(e.u);
    if(from[sink] == -1)
     return {0, 0};
    int flow = inf_int, e = from[sink];
    while (e != -1) {
     flow = min(flow, edges[e].cap - edges[e].flow);
     e = from[edges[e].v];
    e = from[sink];
    while (e != -1) {
     edges[e].flow += flow;
     edges[e ^ 1].flow -= flow;
     e = from[edges[e].v];
    return {flow, flow * dist[sink]};
  pair<int, LL> operator()(int source, int sink) {
   int flow = 0;
   LL cost = 0:
   pair<int, LL> got;
     got = augment(source, sink);
     flow += got.first;
     cost += got.second;
    } while(got.first);
    return {flow, cost};
};
SCC
Opis: Silnie Spójnie Skladowe
Czas: \mathcal{O}(\log n)
Użycie: kontruktor - SCC (graph)
group[v] to numer silnie spójnej wierzcholka v
get_compressed() zwraca graf siline spójnych
get_compressed(false) nie usuwa multikrawędzi
                                                     albad8, 61 lines
struct SCC {
  int n;
  vector<vector<int>> &graph;
  int group_cnt = 0;
  vector<int> group;
  vector<vector<int>> rev_graph;
  vector<int> order;
  void order_dfs(int v) {
   group[v] = 1;
    for(int u : rev_graph[v])
     if(group[u] == 0)
       order_dfs(u);
    order.emplace_back(v);
```

```
void group_dfs(int v, int color) {
    group[v] = color;
    for(int u : graph[v])
      if(group[u] == -1)
        group_dfs(u, color);
  SCC(vector<vector<int>> &_graph) : graph(_graph) {
   n = ssize(graph);
    rev_graph.resize(n);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        rev_graph[u].emplace_back(v);
    group.resize(n);
    REP(v, n)
     if(group[v] == 0)
       order_dfs(v);
    reverse(order.begin(), order.end());
    debug(order);
    group.assign(n, -1);
    for(int v : order)
      if(group[v] == -1)
        group_dfs(v, group_cnt++);
  vector<vector<int>> get compressed(bool delete same = true) {
    vector<vector<int>> ans(group_cnt);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        if(group[v] != group[u])
          ans[group[v]].emplace_back(group[u]);
    if(not delete_same)
     return ans;
    REP(v, group_cnt) {
      sort(ans[v].begin(), ans[v].end());
      ans[v].erase(unique(ans[v].begin(), ans[v].end()), ans[v
           ].end());
    return ans;
};
toposort
Opis: Wyznacza sortowanie topologiczne w DAGu.
Czas: \mathcal{O}(n)
Użycie: get_toposort_order(g) zwraca listę wierzcholków takich,
że krawędzie są od wierzcholków wcześniejszych w liście do
późniejszych.
get new vertex id from order(order) zwraca odwrotność tej
permutacji, tzn. dla każdego wierzcholka trzyma jego nowy
numer, aby po przenumerowaniu grafu istniały krawedzie tylko do
wierzcholków o wiekszych numerach.
permute(elems, new_id) zwraca przepermutowaną tablicę elems
wedlug nowych numerów wierzcholków (przydatne jak się trzyma
informacje o wierzcholkach, a chce się zrobić przenumerowanie
topologiczne).
renumerate_vertices(...) zwraca nowy graf, w którym
wierzcholki są przenumerowane.
                                                    e16bd9, 51 lines
vector<int> get_toposort_order(vector<vector<int>> graph) {
 int n = ssize(graph);
 vector<int> indeg(n);
 REP(v, n)
    for(int u : graph[v])
```

++indeg[u];

```
vector<int> que;
 REP(v, n)
   if(indeq[v] == 0)
     que.emplace_back(v);
 vector<int> ret;
 while(not que.empty()) {
   int v = que.back();
    que.pop_back();
    ret.emplace_back(v);
    for(int u : graph[v])
     if(--indeg[u] == 0)
        que.emplace_back(u);
 return ret;
vector<int> get_new_vertex_id_from_order(vector<int> order) {
 vector<int> ret(ssize(order), -1);
 REP(v, ssize(order))
   ret[order[v]] = v;
 assert(*min_element(order.begin(), order.end()) != -1);
template<class T>
vector<T> permute(vector<T> elems, vector<int> new id) {
 vector<T> ret(ssize(elems));
 REP(v. ssize(elems))
   ret[new id[v]] = elems[v];
 return ret:
vector<vector<int>> renumerate_vertices(vector<vector<int>>
    graph, vector<int> new_id) {
 int n = ssize(graph);
 vector<vector<int>> ret(n);
 REP(v, n)
   for(int u : graph[v])
     ret[new_id[v]].emplace_back(new_id[u]);
   for(int u : ret[v])
     assert (v < u);
 return ret;
// graph = renumerate vertices(graph,
    get new vertex id from order(get toposort order(graph)));
```

Geometria (7)

advanced-complex

Opis: Randomowe przydatne wzorki, większość nie działa dla intów

```
// kat ABC, w radianach, zawsze zwraca mniejszy kat
Double angle (P a, P b, P c) {
  return abs(remainder(arg(a - b) - arg(c - b), 2.0 * M_PI));
// szybkie przeciecie prostych, nie działa dla rownoleglych
P intersection (P a, P b, P p, P q) {
 Double c1 = cross(p - a, b - a), c2 = cross(q - a, b - a);
  return (c1 * q - c2 * p) / (c1 - c2);
// check czy sa rownolegle
bool is_parallel(P a, P b, P p, P q) {
 P c = (a - b) / (p - q); return c == conj(c);
// check czy sa prostopadle
bool is perpendicular (P a, P b, P p, P g) {
 P c = (a - b) / (p - q); return c == -conj(c);
// zwraca takie q, ze (p, q) jest rownolegle do (a, b)
P parallel(P a, P b, P p) {
 return p + a - b:
// zwraca takie q, ze (p, q) jest prostopadle do (a, b)
P perpendicular (P a, P b, P p) {
  return reflect(p, a, b);
// przeciecie srodkowych trojkata
P centro(P a, P b, P c) {
 return (a + b + c) / 3.0L;
```

Opis: Pole wielokata, niekoniecznie wypuklego

```
Użycie: w vectorze musza być wierzcholki zgodnie z kierunkiem
ruchu zegara. Jeśli Double jest intem to może się psuć / 2.
area(a, b, c) zwraca pole trójkąta o takich dlugościach boku
"../point/main.cpp"
                                                    bba541, 10 lines
Double area(vector<P> pts) {
  int n = size(pts);
  Double ans = 0:
 REP(i, n) ans += cross(pts[i], pts[(i + 1) % n]);
  return ans / 2:
Double area(Double a, Double b, Double c) {
 Double p = (a + b + c) / 2;
 return sqrt(p * (p - a) * (p - b) * (p - c));
```

circles

 $\mathbf{Opis:}\,$ Przecięcia okręgu oraz prostej ax+by+c=0 oraz przecięcia okręgu oraz

Użycie: ssize(circle_circle(...)) == 3 to jest nieskończenie wiele rozwiazań

```
"../point/main.cpp"
                                                      a9d88d, 36 lines
using D = Double;
vector<P> circle_line(D r, D a, D b, D c) {
 D len ab = a * a + b * b,
   x0 = -a * c / len_ab,
   y0 = -b * c / len_ab,
   d = r * r - c * c / len_ab
   mult = sqrt(d / len_ab);
  if(sign(d) < 0)
   return {};
  else if(sign(d) == 0)
   return {{x0, y0}};
   \{x0 + b * mult, y0 - a * mult\},\
```

```
\{x0 - b * mult, y0 + a * mult\}
 };
vector<P> circle_line(D x, D y, D r, D a, D b, D c) {
 return circle_line(r, a, b, c + (a * x + b * y));
vector<P> circle_circle(D x1, D y1, D r1, D x2, D y2, D r2) {
 x2 -= x1;
 y2 -= y1;
  // now x1 = y1 = 0;
  if(sign(x2) == 0 and sign(y2) == 0) {
    if(equal(r1, r2))
     return {{0, 0}, {0, 0}, {0, 0}}; // inf points
    else
     return {};
 auto vec = circle_line(r1, -2 * x2, -2 * y2,
     x2 * x2 + y2 * y2 + r1 * r1 - r2 * r2);
  for(P &p : vec)
   p += P(x1, y1);
  return vec;
convex-hull
Opis: Otoczka wypukla, osobno góra i dól
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Użycie: top_bot_hull zwraca osobno górę i dól po id
hull id zwraca cala otoczke po id
hull zwraca punkty na otoczce
"../point/main.cpp"
                                                     6eb7f2, 38 lines
Double cross(P a, P b, P c) { return sign(cross(b - a, c - a));
pair<vector<int>, vector<int>> top bot hull(vector<P> &pts) {
 int n = ssize(pts);
 vector<int> ord(n);
 REP(i, n) ord[i] = i;
 sort(ord.begin(), ord.end(), [&](int i, int j) {
   P &a = pts[i], &b = pts[j];
   return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);</pre>
 });
  vector<int> top, bot;
  REP(dir, 2) {
    vector<int> &hull = (dir ? bot : top);
    auto 1 = [&](int i) { return pts[hull[ssize(hull) - i]]; };
    for(int i : ord) {
      while(ssize(hull) > 1 && cross(l(2), l(1), pts[i]) >= 0)
       hull.pop_back();
     hull.emplace_back(i);
    reverse(ord.begin(), ord.end());
 return {top, bot};
vector<int> hull_id(vector<P> &pts) {
 vector<int> top, bot;
 tie(top, bot) = top_bot_hull(pts);
 top.pop_back(), bot.pop_back();
 top.insert(top.end(), bot.begin(), bot.end());
 return top;
vector<P> hull(vector<P> &pts) {
 vector<P> ret;
 for(int i : hull_id(pts))
   ret.emplace_back(pts[i]);
  return ret;
```

```
intersect-lines
```

Opis: Przecięcie prostych lub odcinków

```
Użycie: intersection(a, b, c, d) zwraca przecięcie prostych ab
v = intersect(a, b, c, d, s) zwraca przecięcie (s ? odcinków:
prostvch) ab oraz cd
if ssize(v) == 0: nie ma przecięć
if ssize(v) == 1: v[0] jest przecięciem
if ssize(v) == 2 and s: (v[0], v[1]) to odcinek, w którym są
wszystkie inf rozwiązań
if ssize(v) == 2 and s == false: v to niezdefiniowane punkty
(inf rozwiazań)
"../point/main.cpp"
                                                    3a1213, 26 lines
P intersection (P a, P b, P c, P d) {
 Double c1 = cross(c - a, b - a), c2 = cross(d - a, b - a);
 assert (c1 != c2); // proste nie moga byc rownolegle
 return (c1 * d - c2 * c) / (c1 - c2);
bool on segment (P a, P b, P p) {
 return equal(cross(a - p, b - p), 0) and dot(a - p, b - p) \ll
vector<P> intersect(P a, P b, P c, P d, bool segments) {
  Double acd = cross(c - a, d - c), bcd = cross(c - b, d - c),
       cab = cross(a - c, b - a), dab = cross(a - d, b - a);
  if((segments and sign(acd) * sign(bcd) < 0 and sign(cab) *
      sign(dab) < 0)
     or (not segments and not equal(bcd, acd)))
    return { (a * bcd - b * acd) / (bcd - acd) };
  if (not segments)
   return {a, a};
  // skip for not segments
  set < P. Sortx > s:
  if(on_segment(c, d, a)) s.emplace(a);
  if (on_segment(c, d, b)) s.emplace(b);
 if(on_segment(a, b, c)) s.emplace(c);
 if(on_segment(a, b, d)) s.emplace(d);
 return {s.begin(), s.end()};
```

13

Opis: konwersja różnych postaci prostej

```
"../point/main.cpp"
                                                     dd1432, 23 lines
struct Line {
 using D = Double;
 D A, B, C;
  // postac ogolna Ax + By + C = 0
 Line(D a, D b, D c) : A(a), B(b), C(c) {}
 tuple<D, D, D> get_sta() { return {A, B, C}; }
  // postac kierunkowa ax + b = y
 Line (D a, D b) : A(a), B(-1), C(b) {}
 pair<D, D> get_dir() { return {- A / B, - C / B}; }
  // prosta pq
 Line(P p, P q) {
    assert (not equal (p.x, q.x) or not equal (p.y, q.y));
    if(!equal(p.x, q.x)) {
      A = (q.y - p.y) / (p.x - q.x);
      B = 1, C = -(A * p.x + B * p.y);
    else A = 1, B = 0, C = -p.x;
 pair<P, P> get_pts() {
```

14

```
return { P(- C / A, 0), P(- C / A, 1) };
};
point
Opis: Double może być LL, ale nie int. p.x oraz p.y nie można zmieniać (to
kopie). Nie tworzyć zmiennych o nazwie "x" lub "y".
Użycie: P p = \{5, 6\}; abs(p) = length; arg(p) = kat; polar(len, polar)
angle); exp(angle)
                                                          fda436, 33 lines
using Double = long double;
using P = complex<Double>;
#define x real()
#define v imag()
constexpr Double eps = 1e-9;
bool equal (Double a, Double b) {
  return abs(a - b) <= eps;
int sign (Double a) {
  return equal(a, 0) ? 0 : a > 0 ? 1 : -1;
struct Sortx {
  bool operator()(const P &a, const P &b) const {
    return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);</pre>
};
istream& operator>>(istream &is, P &p) {
  Double a, b;
  is >> a >> b;
  p = P(a, b);
  return is;
bool operator == (P a, P b) {
  return equal(a.x, b.x) && equal(a.y, b.y);
// cross(\{1, 0\}, \{0, 1\}) = 1
Double cross(Pa, Pb) { return a.x * b.y - a.y * b.x; }
Double dot (P a, P b) { return a.x * b.x + a.y * b.y; }
Double sq_dist(P a, P b) { return dot(a - b, a - b); }
Double dist(P a, P b) { return abs(a - b); }
Tekstówki (8)
hashing
Czas: \mathcal{O}(1)
\mathbf{U}\mathbf{\dot{z}ycie} \colon \mathtt{Hashing} \ \mathtt{hsh} (\mathtt{str}) \; ;
hsh(l, r) zwraca hasza [l, r] wlacznie
można zmienić modulo i baze
"../../random-stuff/rd/main.cpp"
                                                          299a85, 28 lines
struct Hashing {
```

ha[i + 1] = int(((LL) ha[i] * base + str[i] - 'a' + 1) %

vector<int> ha, pw;

int base:

base = b;

int mod = 1e9 + 696969;

Hashing(string &str, int b) {

int len = ssize(str);

ha.resize(len + 1);
pw.resize(len + 1, 1);

REP(i, len) {

if(!equal(B, 0)) return { P(0, - C / B), P(1, - (A + C) / B

UW

```
pw[i + 1] = int(((LL) pw[i] * base) % mod);
 }
 int operator()(int 1, int r) {
    return int(((ha[r + 1] - (LL) ha[1] * pw[r - 1 + 1]) % mod
         + mod) % mod);
struct DoubleHashing {
 Hashing h1, h2;
  DoubleHashing(string &str) : h1(str, 31), h2(str, 33) {} //
       change to rd on codeforces
 LL operator()(int 1, int r) {
    return h1(1, r) * LL(h2.mod) + h2(1, r);
};
Opis: KMP(str) zwraca tablice pi. [0, pi[i]) = (i - pi[i], i]
Czas: \mathcal{O}(n)
                                                        bc0e11, 11 lines
vector<int> KMP(string &str) {
 int len = ssize(str);
 vector<int> ret(len);
 for (int i = 1; i < len; i++)
    int pos = ret[i - 1];
    while(pos && str[i] != str[pos]) pos = ret[pos - 1];
    ret[i] = pos + (str[i] == str[pos]);
 return ret;
manacher
Opis: radius[p][i] = rad = największy promień palindromu parzystości p o
środku i. L = i - rad + !p, R = i + rad to palindrom. Dla [abaababaab] daje
[003000020], [0100141000].
Czas: \mathcal{O}(n)
                                                        ca63bf, 18 lines
array<vector<int>, 2> manacher(vector<int> &in) {
 int n = ssize(in);
 array<vector<int>, 2> radius = {{vector<int>(n - 1), vector<</pre>
      int>(n) } };
 REP(parity, 2) {
    int z = parity ^ 1, L = 0, R = 0;
    REP(i, n - z) {
      int &rad = radius[parity][i];
      if(i \le R - z)
       rad = min(R - i, radius[parity][L + (R - i - z)]);
      int l = i - rad + z, r = i + rad;
      while (0 \le 1 - 1 \&\& r + 1 \le n \&\& in[1 - 1] == in[r + 1])
       ++rad, ++r, --1;
      if(r > R)
       L = 1, R = r;
 return radius;
Opis: pref(str) zwraca tablicę prefixo prefixową [0, pref[i]) = [i, i + pref[i])
Czas: \mathcal{O}(n)
                                                        6c98b2, 13 lines
vector<int> pref(string &str) {
 int len = ssize(str);
 vector<int> ret(len);
 ret[0] = len;
```

```
int i = 1, m = 0;
 while(i < len) {</pre>
   while (m + i < len \&\& str[m + i] == str[m]) m++;
    ret[i++] = m;
    m = (m != 0 ? m - 1 : 0);
   for (int j = 1; ret[j] < m; m--) ret[i++] = ret[j++];
 return ret;
suffix-array
Opis: Tablica suffixowa
Czas: \mathcal{O}(n \log n)
Użycie: SuffixArray t(s, lim) - lim to rozmiar alfabetu
sa zawiera posortowane suffixy, zawiera pusty suffix
lcp[i] to lcp suffixu sa[i - 1] i sa[i]
2, 3, 1, 2, 0, 1}
                                                   d9039e, 29 lines
struct SuffixArray {
 vector<int> sa, lcp;
  SuffixArray(string& s, int lim = 256) { // lub\ basic\ string<
    int n = ssize(s) + 1, k = 0, a, b;
    vector<int> x(s.begin(), s.end() + 1);
    vector<int> y(n), ws(max(n, lim)), rank(n);
    sa = lcp = y;
    iota(sa.begin(), sa.end(), 0);
    for (int j = 0, p = 0; p < n; j = max(1, j * 2), lim = p) {
     p = j;
      iota(y.begin(), y.end(), n - j);
      REP(i, n) if(sa[i] >= j)
      y[p++] = sa[i] - j;
      fill(ws.begin(), ws.end(), 0);
      REP(i, n) ws[x[i]]++;
      FOR(i, 1, lim - 1) ws[i] += ws[i - 1];
      for (int i = n; i--;) sa[--ws[x[y[i]]]] = y[i];
      swap(x, y);
      p = 1, x[sa[0]] = 0;
      FOR(i, 1, n - 1) a = sa[i - 1], b = sa[i], x[b] =
        (y[a] == y[b] \&\& y[a + j] == y[b + j]) ? p - 1 : p++;
    FOR(i, 1, n - 1) rank[sa[i]] = i;
    for (int i = 0, j; i < n - 1; lcp[rank[i++]] = k)
     for (k \& \& k--, j = sa[rank[i] - 1];
       s[i + k] == s[j + k]; k++);
};
```

suffix-automaton

Opis: buduje suffix automaton. Wystąpienia wzorca, liczba różnych podslów, sumaryczna długość wszystkich podslów, leksykograficznie k-te podslowo, najmniejsze przesunięcie cykliczne, liczba wystąpień podslowa, pierwsze wystąpienie, najkrótsze niewystępujące podslowo, longest common substring dwóch slów, LCS wielu slów

Czas: $\mathcal{O}(n\alpha)$ (szybsze, ale więcej pamięci) albo $\mathcal{O}(n\log\alpha)$ (mapa) oddb f. 54 lines

```
struct SuffixAutomaton {
    static constexpr int sigma = 26;
    using Node = array<int, sigma>; // map<int, int>
    Node new_node;

    vector<Node> edges;
    vector<int> link = {-1}, length = {0};
    int last = 0;

SuffixAutomaton() {
        new node.fill(-1); // -1 - stan nieistniejacy
```

trie fio pragmy math-constants dzien-probny

Opis: FIO do wpychania kolanem. Nie należy wtedy używać cin/cout seb22d, 52 lines

inline void putchar_unlocked(char c) { return _putchar_nolock(c

inline int getchar_unlocked() { return _getchar_nolock(); }

int n = 0, negative = false, c = getchar_unlocked();

while (c != '-' and (c < '0' or '9' < c))

#ifdef WIN32

); }

int fastin() {

return n;

int n = 0, c = getchar_unlocked();

while (c < '0' or '9' < c)

c = getchar_unlocked();

n = 10 * n + (c - '0');

c = getchar_unlocked();

c = getchar_unlocked();

c = getchar_unlocked();

n = 10 * n + (c - '0');

c = getchar_unlocked();

return negative ? -n : n;

void fastout(int x) {

while $('0' \le c \text{ and } c \le '9')$ {

int fastin_negative() {

negative = true;

if(c == '-') {

while('0' \leq c and c \leq '9') {

#endif

```
edges = {new_node}; // dodajemy stan startowy, ktory
             reprezentuje puste slowo
    void add_letter(int c) {
        edges.emplace_back(new_node);
        length.emplace_back(length[last] + 1);
        link.emplace_back(0);
        int r = ssize(edges) - 1, p = last;
        while (p != -1 \&\& edges[p][c] == -1) {
            edges[p][c] = r;
            p = link[p];
        if(p != -1) {
            int q = edges[p][c];
            if(length[p] + 1 == length[q])
                link[r] = q;
                edges.emplace_back(edges[q]);
                length.emplace_back(length[p] + 1);
                link.emplace_back(link[q]);
                int q_prim = ssize(edges) - 1;
                link[q] = link[r] = q_prim;
                while (p != -1 \&\& edges[p][c] == q) {
                    edges[p][c] = q_prim;
                    p = link[p];
        last = r;
    bool is_inside(vector<int> &s) {
        int q = 0;
        for(int c : s) {
            if(edges[q][c] == -1)
                return false;
      q = edges[q][c];
        return true;
};
trie
Opis: Trie
Czas: \mathcal{O}(n \log \alpha)
Uzycie: Trie trie; trie.add(str);
                                                      dcd05a, 15 lines
struct Trie {
  vector<unordered_map<char, int>> child = {{}};
  int get_child(int v, char a) {
    if(child[v].find(a) == child[v].end()) {
      child[v][a] = ssize(child);
      child.emplace_back();
    return child[v][a];
  void add(string word) {
   int v = 0;
    for(char c : word)
      v = get_child(v, c);
};
```

```
if(x == 0) {
   putchar_unlocked('0');
   putchar_unlocked(' ');
   return;
 if(x < 0) {
   putchar unlocked('-');
   x \star = -1;
 static char t[10];
 int i = 0;
 while(x) {
   t[i++] = '0' + (x % 10);
   x /= 10;
 while(--i >= 0)
   putchar_unlocked(t[i]);
 putchar_unlocked(' ');
void nl() { putchar unlocked('\n'); }
Opis: Pragmy do wypychania kolanem
                                                       61c4f7, 2 lines
#pragma GCC optimize("Ofast")
#pragma GCC target("avx,avx2")
```

Randomowe rzeczy (10)

```
math-constants
```

```
Opis: Jeśli np M PI się nie kompiluje, dodaj ten define w pierwszym wier-
                                                               ac1260, 1 lines
```

```
#define _USE_MATH_DEFINES
```

dzien-probny

```
Opis: Rzeczy do przetestowania w dzień próbny
```

```
"../../data-structures/ordered-set/main.cpp"
                                                       3439f3, 51 lines
void test int128() {
 _{\text{int128}} x = (111u << 62);
 x *= x;
 string s;
 while(x) {
   s += char(x % 10 + '0');
   x /= 10;
 assert(s == "61231558446921906466935685523974676212");
void test_float128() {
  _{\text{float128}} x = 4.2;
 assert (abs (double (x \times x) - double (4.2 \times 4.2)) < 1e-9);
void test_clock() {
 long seeed = chrono::system_clock::now().time_since_epoch().
       count();
  (void) seeed;
 auto start = chrono::system_clock::now();
  while(true) {
    auto end = chrono::system_clock::now();
    int ms = int(chrono::duration_cast<chrono::milliseconds>(
         end - start).count());
    if(ms > 420)
      break;
void test_rd() {
 // czy jest sens to testowac?
 mt19937_64 my_rng(0);
  auto rd = [&](int 1, int r) {
    return uniform_int_distribution<int>(1, r) (my_rng);
 assert (rd(0, 0) == 0);
void test_policy() {
 ordered set<int> s;
 s.insert(1);
 s.insert(2);
 assert(s.order_of_key(1) == 0);
 assert(*s.find_by_order(1) == 2);
void test_math() {
 assert (3.14 < M_PI && M_PI < 3.15);
  assert (3.14 < M_PII && M_PII < 3.15);
```

Troubleshoot

Przed submitem:

- Narysuj parę przykładów i przetestuj kod
- Czy limity czasu są ostre? Wygeneruj maxtest.

- Czy zużycie pamięci jest spoko?
- Czy gdzieś mogą być overflowy?
- Upewnij sie, żeby submitnąć dobry plik.

Wrong Answer:

- Wydrukuj kod i debug output
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?
- Czy wczytujesz całe wejście?
- Czy twój kod obsługuje cały zasieg wejścia?
- Przeczytaj jeszcze raz treść.
- Czy zrozumiałeś dobrze zadanie?
- Czy obsługujesz dobrze wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Overflowy?
- Mylisz n z m lub i z j, itp?
- Czy format wyjścia jest na pewno dobry?
- Czy jesteś pewien, że twój algorytm działa?
- Czy są specjalne przypadki, o których nie pomyślałeś?
- Dodaj asserty, może submitnij jeszcze raz z nimi.
- Stwórz/Wygeneruj przykłady.
- Wytłumacz algorytm komuś innemu.
- Poproś kogoś, żeby spojrzał na twój kod.
- Przejdź się, np do toalety.
- Przepisz kod od nowa, lub niech ktoś inny to zrobi.
- Przeleć przez ta listę jeszcze raz.

Runetime Error:

- Czy przetestowałeś lokalnie wszystkie przypadki brzegowe?
- Niezainicjalizowane zmienne?
- Czy odwołujesz się poza zasięg vectora?
- Czy jakieś asserty mogły się odpalić?
- Dzielenie przez 0? mod 0?
- Nieskończona rekurencja?
- Unieważnione iteratory, wskaźniki, referencje?
- Czy używasz za dużo pamięci?

Time Limit Exceeded:

- Czy moga być gdzieś nieskończone petle?
- Jaka jest złożoność algorytmu?
- Czy nie kopiujesz dużo niepotrzebnych danych? (referencje)
- Pamiętaj o linijkach do iostreama
- Zastąp vectory i mapy w kodzie (odpowiednio array i unordered map)
- Co inni myślą o twoim algorytmie?

Memory Limit Exceeded:

- Jaka jest maksymalna ilość pamieci twój algorytm potrzebuje?
- Czy czyścisz struktury pomiędzy test case'ami?