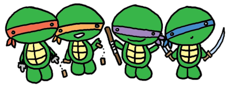

XIII LO Szczecin

Wojownicze Żółwie Ninja

Tomasz Nowak, Michał Staniewski, Justyna Jaworska

2019-10-18

Utils (1)

headers

Opis: Naglówki używane w każdym kodzie. Dziala na każdy kontener i pary

Użycie: `debug(a, b, c) << d << e;` wypisze `a, b, c: a; b; c; de`

<bits/stdc++.h> 1084fb, 39 lines

```
using namespace std;
using LL = long long;
#define FOR(i, l, r) for(int i = (l); i <= (r); ++i)
#define REP(i, n) FOR(i, 0, (n) - 1)
template<class T> int size(T &&x) {
  return int(x.size());
}
template<class A, class B> ostream& operator<<(ostream &out,
     const pair<A, B> &p) {
  return out << '(' << p.first << ", " << p.second << ')';
}
template<class T> auto operator<<(ostream &out, T &&x) ->
     decltype(x.begin(), out) {
  out << '{';
  for(auto it = x.begin(); it != x.end(); ++it)
    out << *it << (it == prev(x.end()) ? "" : ", ");
  return out << '}';
}
void dump() {}
template<class T, class... Args> void dump(T &&x, Args... args)
      {
  cerr << x << ";  ";
  dump(args...);
}
#ifdef DEBUG
  const int seed = 1;
  struct Nl{~Nl(){cerr << '\n';}};
# define debug(x...) cerr << (strcmp(#x, "") ? #x ":  " : ""),
     dump(x), Nl(), cerr << ""
#else
  const int seed = chrono::system_clock::now().time_since_epoch
       ().count();
# define debug(...) 0 && cerr
#endif
mt19937_64 rng(seed);
int rd(int l, int r) {
  return uniform_int_distribution<int>(l, r)(rng);
}

// int main() {
//     ios_base::sync_with_stdio(0);
//     cin.tie(0);
//
// }
```

headers/bazshrc.sh 10 lines

```
c() {
  clang++ -O3 -std=c++11 -Wall -Wextra -Wshadow \
    -Wconversion -Wno-sign-conversion -Wfloat-equal \
    -D_GLIBCXX_DEBUB -fsanitize=address,undefined -ggdb3 \
    -DDEBUG $1.cpp -o $1
}

nc() {
  clang++ -O3 -std=c++11 -static $1.cpp -o $1 # -m32
}
```

headers/vimrc 3 lines

```
set nu rnu hls is nosol ts=4 sw=4 ch=2 sc
filetype indent plugin on
syntax on
```

headers/sprawdzaczka.sh 13 lines

```
#!/bin/bash
for ((i=0; i<1000000; i++)); do
  ./gen < conf.txt > gen.txt
  ./main < gen.txt > main.txt
  ./brute < gen.txt > brute.txt

  if diff -w main.txt brute.txt > /dev/null; then
    echo "OK $i"
  else
    echo "WA"
    exit 0
  fi
done
```

Podejścia (2)

- dynamik, zachłan
- sposób "liczba dobrych obiektów = liczba wszystkich obiektów - liczba złych obiektow"
- czy warunek konieczny = warunek wystarczający?
- odpowiednie przekształcenie równania
- zastanowić się nad łatwiejszym problemem, bez jakiegoś elementu z treści
- sprowadzić problem do innego, łatwiejszego/mniejszego problemu
- sprowadzić problem 2D do problemu 1D (szczególny przypadek: zamiatanie; częsty przypadek: niezależność wyniku dla współrzędnych X od współrzędnych Y)
- konstrukcja grafu / określenie struktury grafu
- optymalizacja bruta do wzorcówki
- czy można poprawić (może zachłannie) rozwiązanie nieoptymalne?
- czy są ciekawe fakty w rozwiązaniach optymalnych? (może się do tego przydać brute)
- sprawdzić czy w zadaniu czegoś jest "mało" (np. czy wynik jest mały, albo jakaś zmienna, może się do tego przydać brute)
- odpowiednio "wzbogacić" jakiś algorytm
- cokolwiek poniżej 10^9 operacji ma szansę wejść
- co można wykonać offline? Coś można posortować? Coś można shuffle'ować?
- narysować dużo swoich własnych przykładów i coś z nich wywnioskować

Wzorki (3)

3.1 Równości

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Wierzchołek paraboli $= (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$.

$$\begin{array}{c} ax + by = e \\ cx + dy = f \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c} x = \dfrac{ed - bf}{ad - bc} \\ y = \dfrac{af - ec}{ad - bc} \end{array}$$

3.2 Pitagolas

Trójki (a, b, c), takie że $a^2 + b^2 = c^2$:

$$a = k \cdot (m^2 - n^2), \quad b = k \cdot (2mn), \quad c = k \cdot (m^2 + n^2),$$

gdzie $m > n > 0$, $k > 0$, $m \perp n$, oraz albo m albo n jest parzyste.

3.3 Generowanie względnie pierwszych par

Dwa drzewa, zaczynając od $(2, 1)$ (parzysta-nieparzysta) oraz $(3, 1)$ (nieparzysta-nieparzysta), rozgałęzienia są do $(2m - n, m)$, $(2m + n, m)$ oraz $(m + 2n, n)$.

3.4 Liczby pierwsze

$p = 962592769$ to liczba na NTT, czyli $2^{21} \mid p-1$, which may be useful. Do hashowania: 970592641 (31-bit), 31443539979727 (45-bit), 3006703054056749 (52-bit).

Jest 78498 pierwszych $\leq 1\,000\,000$.

Generatorów jest $\phi(\phi(p^a))$, czyli dla $p > 2$ zawsze istnieje.

3.5 Dzielniki

$\sum_{d|n} d = O(n \log \log n)$.

Liczba dzielników n jest co najwyżej 100 dla $n < 5e4$, 500 dla $n < 1e7$, 2000 dla $n < 1e10$, 200 000 dla $n < 1e19$.

3.5.1 Lemat Burnside'a

Liczba takich samych obiektów z dokładnością do symetrii wynosi Given a group G of symmetries and a set X, the number of elements of X *up to symmetry* equals

$$\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X^g|,$$

Gdzie G to zbiór symetrii (ruchów) oraz X^g to punkty (obiekty) stałe symetrii g.

3.6 Silnia

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$n!$	1	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800

n	11	12	13	14	15	16	17
$n!$	4.0e7	4.8e8	6.2e9	8.7e10	1.3e12	2.1e13	3.6e14

n	20	25	30	40	50	100	150	171
$n!$	2e18	2e25	3e32	8e47	3e64	9e157	6e262	>DBL_MAX

3.6.1 Symbol Newtona

$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \cdots + \binom{k-1}{k-1}$

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} x^k y^{n-k}$$

3.7 Wzorki na pewne ciągi

3.7.1 Derangements

Liczba takich permutacji, że $p_i \neq i$ (żadna liczba nie wraca na tą samą pozycję).

$$D(n) = (n-1)(D(n-1)+D(n-2)) = nD(n-1)+(-1)^n = \left\lfloor \frac{n!}{e} \right\rceil$$

3.7.2 Partition function

Liczba sposobów zapisania n jako sumę posortowanych liczb dodatnich.

$$p(0) = 1,\ p(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}} (-1)^{k+1} p(n - k(3k-1)/2)$$

$$p(n) \sim 0.145/n \cdot \exp(2.56\sqrt{n})$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	20	50	100
$p(n)$	1	1	2	3	5	7	11	15	22	30	627	~2e5	~2e8

3.7.3 Liczby Eulera pierwszego rzędu

Liczba permutacji $\pi \in S_n$ gdzie k elementów jest większych niż poprzedni: k razy $\pi(j) > \pi(j+1)$, $k+1$ razy $\pi(j) \geq j$, k razy $\pi(j) > j$.

$$E(n,k) = (n-k)E(n-1,k-1) + (k+1)E(n-1,k)$$

$$E(n,0) = E(n,n-1) = 1$$

$$E(n,k) = \sum_{j=0}^{k} (-1)^j \binom{n+1}{j} (k+1-j)^n$$

3.7.4 Stirling pierwszego rzędu

Liczba permutacji długości n mające k cykli.

$c(n,k) = c(n-1,k-1) + (n-1)c(n-1,k),\ c(0,0) = 1$
$\sum_{k=0}^{n} c(n,k)x^k = x(x+1)\ldots(x+n-1)$

$c(8,k) = 8, 0, 5040, 13068, 13132, 6769, 1960, 322, 28, 1$
$c(n,2) = 0, 0, 1, 3, 11, 50, 274, 1764, 13068, 109584, \ldots$

3.7.5 Stirling drugiego rzędu

Liczba permutacji długości n mające k spójnych.

$$S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k)$$

$$S(n,1) = S(n,n) = 1$$

$$S(n,k) = \frac{1}{k!} \sum_{j=0}^{k} (-1)^{k-j} \binom{k}{j} j^n$$

3.7.6 Liczby Catalana

$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n} = \binom{2n}{n} - \binom{2n}{n+1} = \frac{(2n)!}{(n+1)!n!}$$

$$C_0 = 1,\ C_{n+1} = \frac{2(2n+1)}{n+2} C_n,\ C_{n+1} = \sum C_i C_{n-i}$$

$C_n = 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, 429, 1430, 4862, 16796, 58786, \ldots$

- ścieżki na planszy $n \times n$.
- nawiasowania po n ().
- liczba drzew binarnych z $n+1$ liściami (0 lub 2 syny).
- skierowanych drzew z $n+1$ wierzchołkami.
- triangulacje $n+2$-kąta.
- permutacji $[n]$ bez 3-wyrazowego rosnącego podciągu?

3.7.7 Formuła Cayley'a

Liczba różnych drzew (z dokładnością do numerowania wierzchołków) wynosi n^{n-2}. Liczba sposobów by zespójnić k spójnych o rozmiarach $s_1, s_2, \ldots, s_k$ wynosi $s_1 \cdot s_2 \cdot \cdots \cdot s_k \cdot n^{k-2}$.

3.8 Funkcje multiplikatywne

- $id(n) = n$, $\mathbb{1} * \varphi = id$
- $\mathbb{1}(n) = 1$
- $\tau(n) =$ liczba dzielników dodatnich, $\mathbb{1} * \mathbb{1} = \tau$
- $\sigma(n) =$ suma dzielników dodatnich, $id * \mathbb{1} = \sigma$
- $\varphi(n) =$ liczba liczb względnie pierwszych z n większych równych 1, $id * \mu = \varphi$
- $\mu(n) = 1$ dla $n = 1$, 0 gdy istnieje p, że $p^2|n$, oraz $(-1)^k$ jak n jest iloczynem k parami różnych liczb pierwszych
- $\epsilon(n) = 1$ dla $n = 1$ oraz 0 dla $n > 1$, $f * \epsilon = f$, $\mathbb{1} * \varphi = \epsilon$
- $(f * g)(n) = \sum_{d|n} f(d)g(\frac{n}{d})$

- $f * g = g * f$
- $f * (g * h) = (f * g) * h$
- $f * (g + h) = f * g + f * h$
- jak dwie z trzech funkcji $f * g = h$ są multiplikatywne, to trzecia też
- $f * g = \epsilon \Rightarrow g(n) = -\frac{\sum_{d|n, d>1} f(d) g(\frac{n}{d})}{f(1)}$
- równoważne:
  - $g(n) = \sum_{d|n} f(d)$
  - $f(n) = \sum_{d|n} g(d) \mu(\frac{n}{d})$
  - $\sum_{k=1}^{n} g(k) = \sum_{d=1}^{n} \lfloor \frac{n}{d} \rfloor f(d)$
- $\varphi(p^k) = p^k - p^{k-1} = p^{k-1}(p-1)$
- $\varphi(n) = n \cdot (1 - \frac{1}{p_1}) \cdot (1 - \frac{1}{p_2}) \ldots (1 - \frac{1}{p_k})$

3.9 Zasada włączeń i wyłączeń

$$|\bigcup_{i=1}^{n} A_i| = \sum_{\emptyset \neq J \subseteq \{1,\ldots,n\}} (-1)^{|J|+1} |\bigcap_{j \in J} A_j|$$

3.10 Fibonacci

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}$$

$F_{n-1}F_{n+1} - F_n^2 = (-1)^n$, $F_{n+k} = F_k F_{n+1} + F_{k-1} F_n$, $F_n | F_{nk}$, $NWD(F_m, F_n) = F_{NWD(m,n)}$

Matma (4)

extended-gcd

Opis: Dla danego (a, b) znajduje takie $(gcd(a, b), x, y)$, że $ax + by = gcd(a, b)$
Czas: $\mathcal{O}(\log(\max(a, b)))$
Użycie: `LL gcd, x, y; tie(gcd, x, y) = extended_gcd(a, b);`

deaf46, 7 lines

```
tuple<LL, LL, LL> extended_gcd(LL a, LL b) {
  if(a == 0)
    return {b, 0, 1};
  LL x, y, gcd;
  tie(gcd, x, y) = extended_gcd(b % a, a);
  return {gcd, y - x * (b / a), x};
}
```

crt

Opis: Chińskie Twierdzenie o Resztach
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `crt(a, m, b, n) zwraca takie x, że x mod m = a i x mod n = b`
`m i n nie muszą być względnie pierwsze, ale może nie być wtedy rozwiązania`
`uwali się wtedy assercik, można zmienić na return -1`

"../extended-gcd/main.cpp" 269203, 9 lines

```
LL crt(LL a, LL m, LL b, LL n)
{
  if(n > m) swap(a, b), swap(m, n);
  LL d, x, y;
  tie(d, x, y) = extended_gcd(m, n);
  assert((a - b) % d == 0);
  LL ret = (b - a) % n * x % n / d * m + a;
  return ret < 0 ? ret + m * n / d : ret;
}
```

berlekamp-massey

Opis: Berlekamp-Massey
Czas: $\mathcal{O}(n^2 \log k)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: `Berlekamp_Massey(x) zgaduje rekurencję liniową ciagu x`
`get_kth(x, rec, k) zwraca k-ty ciągu x o rekurencji rec`

725e04, 70 lines

```
int mod = 1e9 + 696969;

LL fpow(LL a, LL n) {
  if(n == 0) return 1;
  if(n % 2 == 1) return fpow(a, n - 1) * a % mod;
  LL r = fpow(a, n / 2);
  return r * r % mod;
}

vector<LL> Berlekamp_Massey(vector<LL> x) {
  vector<LL> cur, ls;
  LL lf = 0, ld = 0;

  for(int i = 0; i < x.size(); i++) {
    LL t = 0;
    for(int j = 0; j < cur.size(); j++)
      t = (t + x[i - 1 - j] * cur[j]) % mod;

    if((t - x[i]) % mod == 0) continue;
    if(cur.empty()) {
      cur.resize(i + 1);
      lf = i;
      ld = (t - x[i]) % mod;
      continue;
    }

    LL k = (t - x[i]) * fpow(ld, mod - 2) % mod;
    vector<LL> c(i - lf - 1);
    c.emplace_back(k);
    for(int j = 0; j < ls.size(); j++)
      c.emplace_back(- k * ls[j] % mod);

    if(c.size() < cur.size()) c.resize(cur.size());
    for(int j = 0; j < cur.size(); j++)
      c[j] = (c[j] + cur[j]) % mod;

    if(i - lf + (int)ls.size() >= (int)cur.size())
      ls = cur, lf = i, ld = (t - x[i]);

    cur = c;
  }

  for(LL &val : cur) val = (val % mod + mod) % mod;
  return cur;
}

LL get_kth(vector<LL> x, vector<LL> rec, LL k) {
  int n = size(rec);
  auto combine = [&](vector<LL> a, vector<LL> b) {
    vector<LL> ret(n * 2 + 1);
    REP(i, n + 1) REP(j, n + 1)
      ret[i + j] = (ret[i + j] + a[i] * b[j]) % mod;
    for(int i = 2 * n; i > n; i--) REP(j, n)
      ret[i - j - 1] = (ret[i - j - 1] + ret[i] * rec[j]) % mod
        ;
    ret.resize(n + 1);
    return ret;
  };

  vector<LL> r(n + 1), pw(n + 1);
  r[0] = 1, pw[1] = 1;

  for(++k; k; k /= 2) {
    if(k % 2) r = combine(r, pw);
    pw = combine(pw, pw);
  }

  LL ret = 0;
  REP(i, n) ret = (ret + r[i + 1] * x[i]) % mod;
  return ret;
}
```

miller-rabin

Opis: Test pierwszości Millera-Rabina
Czas: $\mathcal{O}(\log_n^2)$ Pamięć : $\mathcal{O}(1)$
Użycie: `Miller_Rabin(n) zwraca czy n jest pierwsze`
`dziala dla long longów`

9854f5, 39 lines

```
LL mul(LL a, LL b, LL mod) {
  return (a * b - (LL)((long double) a * b / mod) * mod + mod)
      % mod;
}

LL fpow(LL a, LL n, LL mod)
{
  if(n == 0) return 1;
  if(n % 2 == 1) return mul(fpow(a, n - 1, mod), a, mod);
  LL ret = fpow(a, n / 2, mod);
  return mul(ret, ret, mod);
}

bool Miller_Rabin(LL n) {
  if(n < 2) return false;

  int r = 0;
  LL d = n - 1;
  while(d % 2 == 0)
    d /= 2, r++;

  for(int a : {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31}) {
    if(n == a) return true;
    LL x = fpow(a, d, n);
    if(x == 1 || x == n - 1)
      continue;

    bool composite = true;
    REP(i, r - 1) {
      x = mul(x, x, n);
      if(x == n - 1) {
        composite = false;
        break;
      }
    }
    if(composite) return false;
  }

  return true;
}
```

Struktury danych (5)

find-union

Opis: Find and union z mniejszy do wiekszego
Czas: $\mathcal{O}(\alpha(n))$ oraz $\mathcal{O}(n)$ pamięciowo

c3dcbd, 19 lines

```
struct FindUnion {
```

```
  vector<int> rep;
  int size(int x) { return -rep[find(x)]; }
  int find(int x) {
    return rep[x] < 0 ? x : rep[x] = find(rep[x]);
  }
  bool same_set(int a, int b) { return find(a) == find(b); }
  bool join(int a, int b) {
    a = find(a), b = find(b);
    if(a == b)
      return false;
    if(-rep[a] < -rep[b])
      swap(a, b);
    rep[a] += rep[b];
    rep[b] = a;
    return true;
  }
  FindUnion(int n) : rep(n, -1) {}
};
```

lazy-segment-tree

Opis: Drzewo przedzial-przedzial
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: add(l, r, val) dodaje na przedziale
quert(l, r) bierze maxa z przedzialu
Zmieniając z maxa na co innego trzeba edytować
funkcje add_val i f

a98ace, 59 lines

```
struct Node {
  int val, lazy;
  int size = 1;
};

struct Tree {
  vector<Node> nodes;
  int size = 1;

  void add_val(int v, int val) {
    nodes[v].val += val;
    nodes[v].lazy += val;
  }

  int f(int a, int b) { return max(a, b); }

  Tree(int n) {
    while(size < n) size *= 2;
    nodes.resize(size * 2);
    for(int i = size - 1; i >= 1; i--)
      nodes[i].size = nodes[i * 2].size * 2;
  }

  void propagate(int v) {
    REP(i, 2)
      add_val(v * 2 + i, nodes[v].lazy);
    nodes[v].lazy = 0;
  }

  int query(int l, int r, int v = 1) {
    if(l == 0 && r == nodes[v].size - 1)
      return nodes[v].val;
    propagate(v);
    int m = nodes[v].size / 2;
    if(r < m)
      return query(l, r, v * 2);
    else if(m <= l)
      return query(l - m, r - m, v * 2 + 1);
    else
      return f(query(l, m - 1, v * 2), query(0, r - m, v * 2 +
          1));
  }

  void add(int l, int r, int val, int v = 1) {
    if(l == 0 && r == nodes[v].size - 1) {
      add_val(v, val);
      return;
    }
    propagate(v);
    int m = nodes[v].size / 2;
    if(r < m)
      add(l, r, val, v * 2);
    else if(m <= l)
      add(l - m, r - m, val, v * 2 + 1);
    else
      add(l, m - 1, val, v * 2), add(0, r - m, val, v * 2 + 1);

    nodes[v].val = f(nodes[v * 2].val, nodes[v * 2 + 1].val);
  }
};
```

segment-tree

Opis: Drzewo punkt-przedzial
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$ Pamięć : $\mathcal{O}(n)$
Użycie: Tree(n, val = 0) tworzy drzewo o n liściach, o wartościach val
update(pos, val) zmienia element pos na val
query(l, r) zwraca f na przedziale
edytujesz funkcję f, można T ustawić na long longa albo parę

92195e, 30 lines

```
struct Tree {
  using T = int;
  T f(T a, T b) { return a + b; }
  vector<T> nodes;
  int size = 1;

  Tree(int n, T val = 0) {
    while(size < n) size *= 2;
    nodes.resize(size * 2, val);
  }

  void update(int pos, T val) {
    nodes[pos += size] = val;
    while(pos /= 2)
      nodes[pos] = f(nodes[pos * 2], nodes[pos * 2 + 1]);
  }

  T query(int l, int r) {
    l += size, r += size;
    T ret = (l != r ? f(nodes[l], nodes[r]) : nodes[l]);
    while(l + 1 < r) {
      if(l % 2 == 0)
        ret = f(ret, nodes[l + 1]);
      if(r % 2 == 1)
        ret = f(ret, nodes[r - 1]);
      l /= 2, r /= 2;
    }
    return ret;
  }
};
```

fenwick-tree

Opis: Drzewo potęgowe
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: wszystko indexowane od 0
update(pos, val) dodaje val do elementu pos
query(pos) zwraca sumę pierwszych pos elementów
lower_bound(val) zwraca pos, że suma [0, pos] <= val

78e5fe, 26 lines

```
struct Fenwick {
  vector<LL> s;
  Fenwick(int n) : s(n) {}

  void update(int pos, LL val) {
    for(; pos < size(s); pos |= pos + 1)
      s[pos] += val;
  }

  LL query(int pos) {
    LL ret = 0;
    for(; pos > 0; pos &= pos - 1)
      ret += s[pos - 1];
    return ret;
  }

  int lower_bound(LL val) {
    if(val <= 0) return -1;
    int pos = 0;
    for(int pw = 1 << 25; pw; pw /= 2) {
      if(pos + pw <= size(s) && s[pos + pw - 1] < sum)
        pos += pw, sum -= s[pos - 1];
    }
    return pos;
  }
};
```

ordered-set

Opis: Ordered Set
Użycie: insert(x) dodaje element x (nie ma emplace)
find_by_order(i) zwraca iterator do i-tego elementu
order_of_key(x) zwraca, ile jest mniejszych elementów,
x nie musi być w secie
Jeśli chcemy multiseta, to używamy par {val, id}.
Nie dziala z -D_GLIBCXX_DEBUG

<ext/pb_ds/assoc_container.hpp>, <ext/pb_ds/tree_policy.hpp> 0a779f, 9 lines

```
using namespace __gnu_pbds;

template<class T> using ordered_set = tree<
  T,
  null_type,
  less<T>,
  rb_tree_tag,
  tree_order_statistics_node_update
>;
```

lichao-tree

Opis: Dla funkcji, których pary przecinaja sie co najwyżej raz, oblicza maximum w punkcie x. Podany kod jest dla funkcji liniowych

a7f64a, 50 lines

```
struct Function {
  int a, b;
  L operator()(int x) {
    return x * L(a) + b;
  }
  Function(int p = 0, int q = inf) : a(p), b(q) {}
};
ostream& operator<<(ostream &os, Function f) {
  return os << make_pair(f.a, f.b);
}

struct LiChaoTree {
  int size = 1;
  vector<Function> tree;

  LiChaoTree(int n) {
    while(size < n)
      size *= 2;
    tree.resize(size << 1);
  }
```

```
  L get_min(int x) {
    int v = x + size;
    L ans = inf;
    while(v) {
      ans = min(ans, tree[v](x));
      v >>= 1;
    }
    return ans;
  }

  void add_func(Function new_func, int v, int l, int r) {
    int m = (l + r) / 2;
    bool domin_l = tree[v](l) > new_func(l),
       domin_m = tree[v](m) > new_func(m);
    if(domin_m)
      swap(tree[v], new_func);

    if(l == r)
      return;
    else if(domin_l == domin_m)
      add_func(new_func, v << 1 | 1, m + 1, r);
    else
      add_func(new_func, v << 1, l, m);
  }

  void add_func(Function new_func) {
    add_func(new_func, 1, 0, size - 1);
  }
};
```

Grafy (6)

hld

Opis: Heavy-Light Decomposition
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: kontruktor - HLD(n, graph)
lca(v, u) zwraca lca
get_vertex(v) zwraca pozycję odpowiadającą wierzcholkowi
get_path(v, u) zwraca przedzialy do obslugiwania drzewem przedzialowym
get_path(v, u) jeśli robisz operacje na wierzcholkach
get_path(v, u, false) jeśli na krawędziach
get_subtree(v) zwraca przedzial odpowiadający podrzewu v

0ef9dc, 66 lines

```
struct HLD {
  vector<vector<int>> graph;
  vector<int> size, pre, pos, nxt, par;
  int t = 0;

  void init(int v, int p = -1) {
    par[v] = p;
    size[v] = 1;
    for(int &u : graph[v]) if(u != par[v]) {
      init(u, v);
      size[v] += size[u];
      if(size[u] > size[graph[v][0]])
        swap(u, graph[v][0]);
    }
  }

  void set_paths(int v) {
    pre[v] = t++;
    for(int &u : graph[v]) if(u != par[v]) {
      nxt[u] = (u == graph[v][0] ? nxt[v] : u);
      set_paths(u);
    }
    pos[v] = t;
  }

  HLD(int n, vector<vector<int>> graph, int root = 0)
    : graph(graph), size(n), pre(n), pos(n), nxt(n), par(n) {
    init(root);
    set_paths(root);
  }

  int lca(int v, int u) {
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      if(pre[v] < pre[u])
        swap(v, u);
      v = par[nxt[v]];
    }
    return (pre[v] < pre[u] ? v : u);
  }

  vector<pair<int, int>> path_up(int v, int u) {
    vector<pair<int, int>> ret;
    while(nxt[v] != nxt[u]) {
      ret.emplace_back(pre[nxt[v]], pre[v]);
      v = par[nxt[v]];
    }
    if(pre[u] != pre[v]) ret.emplace_back(pre[u] + 1, pre[v]);
    return ret;
  }

  int get_vertex(int v) { return pre[v]; }

  vector<pair<int, int>> get_path(int v, int u, bool add_lca =
      true) {
    int w = lca(v, u);
    auto ret = path_up(v, w);
    auto path_u = path_up(u, w);
    if(add_lca) ret.emplace_back(pre[w], pre[w]);
    while(!path_u.empty()) {
      ret.emplace_back(path_u.back());
      path_u.pop_back();
    }
    return ret;
  }

  pair<int, int> get_subtree(int v) { return {pre[v], pos[v] -
      1}; }
};
```

scc

Opis: Silnie Spójnie Skladowe
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: kontruktor - SCC(graph)
group[v] to numer silnie spójnej wierzcholka v
get_compressed() zwraca graf siline spójnych
get_compressed(false) nie usuwa multikrawędzi

112027, 61 lines

```
struct SCC {
  int n;
  vector<vector<int>> graph;
  int group_cnt = 0;
  vector<int> group;

  vector<vector<int>> rev_graph;
  vector<int> order;

  void order_dfs(int v) {
    group[v] = 1;
    for(int u : rev_graph[v])
      if(group[u] == 0)
        order_dfs(u);
    order.emplace_back(v);
  }

  void group_dfs(int v, int color) {
    group[v] = color;
    for(int u : graph[v])
      if(group[u] == -1)
        group_dfs(u, color);
  }

  SCC(vector<vector<int>> &graph) : graph(graph) {
    n = size(graph);
    rev_graph.resize(n);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        rev_graph[u].emplace_back(v);

    group.resize(n);
    REP(v, n)
      if(group[v] == 0)
        order_dfs(v);
    reverse(order.begin(), order.end());
    debug(order);

    group.assign(n, -1);
    for(int v : order)
      if(group[v] == -1)
        group_dfs(v, group_cnt++);
  }

  vector<vector<int>> get_compressed(bool delete_same = true) {
    vector<vector<int>> ans(group_cnt);
    REP(v, n)
      for(int u : graph[v])
        if(group[v] != group[u])
          ans[group[v]].emplace_back(group[u]);

    if(not delete_same)
      return ans;
    REP(v, group_cnt) {
      sort(ans[v].begin(), ans[v].end());
      ans[v].erase(unique(ans[v].begin(), ans[v].end()), ans[v
          ].end());
    }
    return ans;
  }
};
```

eulerian-path

Opis: Ścieżka eulera
Czas: $\mathcal{O}(n)$
Użycie: krawędzie to pary (to, id) gdzie id dla grafu nieskierowanego jest
takie samo dla (u, v) i (v, u)
konstruktor - EulerianPath(m, graph)
graf musi być spójny
get_path() zwraca ścieżkę eulera
get_cycle() zwraca cykl eulera
jeśli nie ma, obie funkcję zwrócą pusty vector

d79aa1, 40 lines

```
struct EulerianPath {
  vector<vector<pair<int, int>>> graph;
  vector<bool> used;
  vector<int> in, out;
  vector<int> path, cycle

  void init(int v = 0) {
    in[v]++;
    while(!graph[v].empty()) {
      auto edge = graph[v].back();
```

```
      graph[v].pop_back();
      int u = edge.first;
      int id = edge.second;
      if(used[id]) continue;
      used[id] = true;
      out[v]++;
      init(u);
    }
    path.emplace_back(v);
  }

  EulerianPath(int m, vector<vector<pair<int, int>>> &graph) :
      graph(graph) {
    int n = size(graph);
    used.resize(m);
    in.resize(n);
    out.resize(n);

    init();
    in[0]--;
    debug(path, in, out);
    cycle = path;
    REP(i, n) if(in[i] != out[i]) cycle.clear();
    if(path.size() != 0) in[path.back()]++, out[path[0]]++;
    REP(i, n) if(in[i] != out[i]) path.clear();
    reverse(path.begin(), path.end());
  }

  vector<int> get_path() { return path; }
  vector<int> get_cycle() { return cycle; }
};
```

jump-ptr

Opis: Jump Pointery
Czas: $\mathcal{O}(\log n)$
Użycie: konstruktor - JumpPtr(graph)
można ustawić roota
jump_up(v, k) zwraca wierzcholek o k wyższy niż v
jeśli nie istnieje, zwraca -1
lca(a, b) zwraca lca wierzcholków

8eaa8b, 49 lines

```
struct JumpPtr {
  int LOG = 20;
  vector<vector<int>> graph, jump;
  vector<int> par, dep;

  void par_dfs(int v) {
    for(int u : graph[v]) {
      if(u != par[v]) {
        par[u] = v;
        dep[u] = dep[v] + 1;
        dfs(u);
      }
    }
  }

  JumpPtr(vector<vector<int>> &graph, int root = 0) : graph(
      graph) {
    int n = size(graph);
    par.resize(n, -1);
    dep.resize(n);
    par_dfs(root);

    jump.resize(LOG, vector<int>(n));
    jump[0] = par;
    FOR(i, 1, LOG - 1) REP(j, n)
      jump[i][j] = jump[i - 1][j] == -1 ? -1 : jump[i - 1][jump
          [i - 1][j]];
  }

  int jump_up(int v, int k) {
    for(int i = LOG - 1; i >= 0; i--)
      if(k & (1 << i))
        v = jump[i][v];
    return v;
  }

  int lca(int a, int b) {
    if(dep[a] < dep[b]) swap(a, b);
    int delta = dep[a] - dep[b];
    a = jump_up(a, delta);
    if(a == b) return a;

    for(int i = LOG - 1; i >= 0; i--) {
      if(jump[i][a] != jump[i][b]) {
        a = jump[i][a];
        b = jump[i][b];
      }
    }
    return par[a];
  }
};
```

flow

Opis: Dinic bez skalowania
Czas: $\mathcal{O}(V^2E)$
Użycie: Dinic flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5); cout << flow(0, 1); // 5
funkcja get_flowing() zwraca dla każdej oryginalnej krawędzi, ile przez nią leci

fed904, 78 lines

```
struct Dinic {
  using T = int;
  struct Edge {
    int v, u;
    T flow, cap;
  };
  int n;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;

  Dinic(int N) : n(N), graph(n) {}

  void add_edge(int v, int u, T cap) {
    debug() << "adding edge " << make_pair(v, u) << " with cap
        " << cap;
    int e = size(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0});
  }

  vector<int> dist;
  bool bfs(int source, int sink) {
    dist.assign(n, 0);
    dist[source] = 1;
    deque<int> que = {source};
    while(size(que) and dist[sink] == 0) {
      int v = que.front();
      que.pop_front();
      for(int e : graph[v])
        if(edges[e].flow != edges[e].cap and dist[edges[e].u]
            == 0) {
          dist[edges[e].u] = dist[v] + 1;
          que.emplace_back(edges[e].u);
        }
    }
    return dist[sink] != 0;
  }

  vector<int> ended_at;
  T dfs(int v, int sink, T flow = numeric_limits<T>::max()) {
    if(flow == 0 or v == sink)
      return flow;
    for(; ended_at[v] != size(graph[v]); ++ended_at[v]) {
      Edge &e = edges[graph[v][ended_at[v]]];
      if(dist[v] + 1 == dist[e.u])
        if(T pushed = dfs(e.u, sink, min(flow, e.cap - e.flow))
            ) {
          e.flow += pushed;
          edges[graph[v][ended_at[v]] ^ 1].flow -= pushed;
          return pushed;
        }
    }
    return 0;
  }

  T operator()(int source, int sink) {
    T answer = 0;
    while(true) {
      if(not bfs(source, sink))
        break;
      ended_at.assign(n, 0);
      while(T pushed = dfs(source, sink))
        answer += pushed;
    }
    return answer;
  }

  map<pair<int, int>, T> get_flowing() {
    map<pair<int, int>, T> ret;
    REP(v, n)
      for(int i : graph[v]) {
        if(i % 2) // considering only original edges
          continue;
        Edge &e = edges[i];
        ret[make_pair(v, e.u)] = e.flow;
      }
    return ret;
  }
};
```

mcmf

Opis: Min-cost max-flow z SPFA
Czas: kto wie
Użycie: MCMF flow(2); flow.add_edge(0, 1, 5, 3); cout << flow(0, 1); // 15
można przepisać funkcję get_flowing() z Dinic'a

2dd8eb, 79 lines

```
struct MCMF {
  struct Edge {
    int v, u, flow, cap;
    LL cost;
    friend ostream& operator<<(ostream &os, Edge &e) {
      return os << vector<LL>{e.v, e.u, e.flow, e.cap, e.cost};
    }
  };

  int n;
  const LL inf_LL = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f;
  const int inf_int = 0x3f3f3f3f;
  vector<vector<int>> graph;
  vector<Edge> edges;

  MCMF(int N) : n(N), graph(n) {}
```

```
  void add_edge(int v, int u, int cap, LL cost) {
    int e = size(edges);
    graph[v].emplace_back(e);
    graph[u].emplace_back(e + 1);
    edges.emplace_back(Edge{v, u, 0, cap, cost});
    edges.emplace_back(Edge{u, v, 0, 0, -cost});
  }

  pair<int, LL> augment(int source, int sink) {
    vector<LL> dist(n, inf_LL);
    vector<int> from(n, -1);
    dist[source] = 0;
    deque<int> que = {source};
    vector<bool> inside(n);
    inside[source] = true;

    while(size(que)) {
      int v = que.front();
      inside[v] = false;
      que.pop_front();

      for(int i : graph[v]) {
        Edge &e = edges[i];
        if(e.flow != e.cap and dist[e.u] > dist[v] + e.cost) {
          dist[e.u] = dist[v] + e.cost;
          from[e.u] = i;
          if(not inside[e.u]) {
            inside[e.u] = true;
            que.emplace_back(e.u);
          }
        }
      }
    }
    if(from[sink] == -1)
      return {0, 0};

    int flow = inf_int, e = from[sink];
    while(e != -1) {
      flow = min(flow, edges[e].cap - edges[e].flow);
      e = from[edges[e].v];
    }
    e = from[sink];
    while(e != -1) {
      edges[e].flow += flow;
      edges[e ^ 1].flow -= flow;
      e = from[edges[e].v];
    }
    return {flow, flow * dist[sink]};
  }

  pair<int, LL> operator()(int source, int sink) {
    int flow = 0;
    LL cost = 0;
    pair<int, LL> got;
    do {
      got = augment(source, sink);
      flow += got.first;
      cost += got.second;
    } while(got.first);
    return {flow, cost};
  }
};
```

Geometria (7)

point

Opis: Double może być LL, ale nie int. p.x oraz p.y nie można zmieniać (to kopie). Nie tworzyć zmiennych o nazwie "x" lub "y".

Użycie: `P p = {5, 6}; abs(p) = length; arg(p) = kąt; polar(len, angle); exp(angle)`

0e17a7, 33 lines

```
using Double = long double;
using P = complex<Double>;
#define x real()
#define y imag()

constexpr Double eps = 1e-9;
bool equal(Double a, Double b) {
  return abs(a - b) <= eps;
}
int sign(Double a) {
  return equal(a, 0) ? 0 : a > 0 ? 1 : -1;
}

struct Sortx {
  bool operator()(const P &a, const P &b) const {
    return make_pair(a.x, a.y) < make_pair(b.x, b.y);
  }
};
istream& operator>>(istream &is, P &p) {
  Double a, b;
  is >> a >> b;
  p = P(a, b);
  return is;
}
Double cross(P a, P b) {
  return a.x * b.y - a.y * b.x;
}
Double dot(P a, P b) {
  return a.x * b.x + a.y * b.y;
}
P rotate(P x, P center, Double radians) {
  return (x - center) * exp(P(0, radians)) + center;
}
```

intersect-lines

Opis: Przecięcie prostych lub odcinków

Użycie: `v = intersect(a, b, c, d, s) zwraca przecięcie (s ? odcinków : prostych) ab oraz cd`
`if size(v) == 0: nie ma przecięć`
`if size(v) == 1: v[0] jest przecięciem`
`if size(v) == 2 and s: (v[0], v[1]) to odcinek, w którym są wszystkie inf rozwiązań`
`if size(v) == 2 and s == false: v to niezdefiniowane punkty (inf rozwiązań)`

"../point/main.cpp" cfa1cd, 20 lines

```
bool on_segment(P a, P b, P p) {
  return equal(cross(a - p, b - p), 0) and dot(a - p, b - p) <=
        0;
}

vector<P> intersect(P a, P b, P c, P d, bool segments) {
  Double acd = cross(c - a, d - c), bcd = cross(c - b, d - c),
       cab = cross(a - c, b - a), dab = cross(a - d, b - a);
  if((segments and sign(acd) * sign(bcd) < 0 and sign(cab) *
       sign(dab) < 0)
     or (not segments and not equal(bcd, acd)))
    return {(a * bcd - b * acd) / (bcd - acd)};
  if(not segments)
    return {a, a};
  // skip for not segments
  set<P, Sortx> s;
  if(on_segment(c, d, a)) s.emplace(a);
  if(on_segment(c, d, b)) s.emplace(b);
  if(on_segment(a, b, c)) s.emplace(c);
  if(on_segment(a, b, d)) s.emplace(d);
  return {s.begin(), s.end()};
}
```

Tekstówki (8)

manacher

Opis: radius[p][i] $= rad =$ największy promień palindromu parzystości p o środku i. $L = i - rad + !p$, $R = i + rad$ to palindrom. Dla [abaababaab] daje [003000020], [0100141000].

Czas: $\mathcal{O}(n)$

be40a9, 18 lines

```
array<vector<int>, 2> manacher(vector<int> &in) {
  int n = size(in);
  array<vector<int>, 2> radius = {{vector<int>(n - 1), vector<
       int>(n)}};
  REP(parity, 2) {
    int z = parity ^ 1, L = 0, R = 0;
    REP(i, n - z) {
      int &rad = radius[parity][i];
      if(i <= R - z)
        rad = min(R - i, radius[parity][L + (R - i - z)]);
      int l = i - rad + z, r = i + rad;
      while(0 <= l - 1 && r + 1 < n && in[l - 1] == in[r + 1])
        ++rad, ++r, --l;
      if(r > R)
        L = l, R = r;
    }
  }
  return radius;
}
```

Optymalizacje (9)

Randomowe rzeczy (10)