

Intégration - Résumé

October 25, 2023

THEVENET Louis

Table des matières

1. Estimation	1
1.1. Modèle statistique, estimateurs	1
1.2. Inégalité de Cramér Rao	1
1.3. Maximum de vraisemblance	1
1.4. Méthode des moments	2
1.5. Estimation de Bayésienne	2
1.6. Intervalles de confiance	2
2. Tests Statistiques	2

1. Estimation

1.1. Modèle statistique, estimateurs

Définition 1.1.1:

- Biais : $b_n(\theta) = E(\hat{\theta}_n) - \theta \in \mathbb{R}^p$
- Variance : $v_n(\theta) = E\left[(\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n))^2\right]$
- Matrice de covariance : $E\left[(\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n))(\hat{\theta}_n - E(\hat{\theta}_n))^T\right]$
- Erreur quadratique moyenne (MSE) : $e_n(\theta) = E\left[(\hat{\theta}_n - \theta)^2\right] = v_n(\theta) + b_n^2(\theta)$
- un estimateur $\hat{\theta}_n$ est convergent si $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n(\theta) = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n(\theta) = 0$

1.2. Inégalité de Cramér Rao

Théorème 1.2.1:

$$\text{Var}(\hat{\theta}_n) \geq \frac{[1 + b'_n(\theta)]^2}{(-E\left[\frac{\partial^2 \ln(L(X_1, \dots, X_n; \theta))}{\partial \theta^2}\right])} = \text{BCR}(\theta)$$

- *BCR* : Borne de Cramér-Rao
- $L(X_1, \dots, X_n; \theta)$: vraisemblance
- **Hypothèses** :
 1. log-vraisemblance deux fois dérivable
 2. support de la loi indépendant de θ

1.3. Maximum de vraisemblance

- 1.4. Méthode des moments**
- 1.5. Estimation de Bayésienne**
- 1.6. Intervalles de confiance**
- 2. Tests Statistiques**