

# Geometría computacional: parte 2

Análisis y diseño de algoritmos  
avanzados

Dra. Valentina Narváez Terán



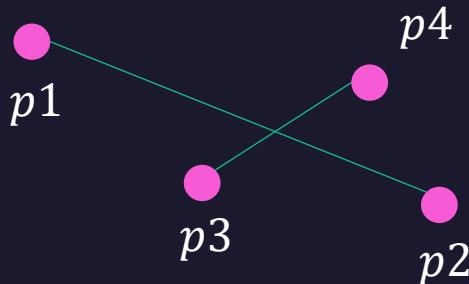
# Intersección de segmentos de recta

El problema es simple:

Dados dos segmentos de recta...  
¿Se intersecan? ¿En qué punto?

Un segmento de recta se representa como  
las coordenadas de dos puntos

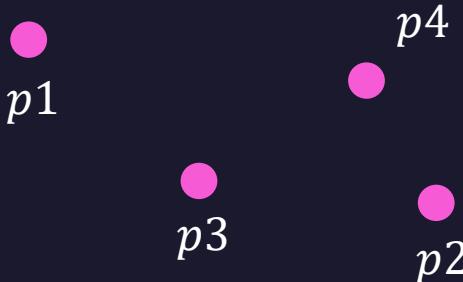
$$((x_1, y_1), (x_2, y_2))$$



$$\begin{aligned}s_1 &= p_1, p_2 \\s_2 &= p_3, p_4\end{aligned}$$

Este par de segmentos se  
interceptan

Pero la computadora solo tiene esta información



¿Cómo hacer un algoritmo que lo reconozca?

# Intersección de segmentos de recta

¿Cómo hacer un algoritmo que lo reconozca? Aplicamos nociones geométricas

La ecuación general de la recta que pasa por dos puntos:  $ax + by + c = 0$

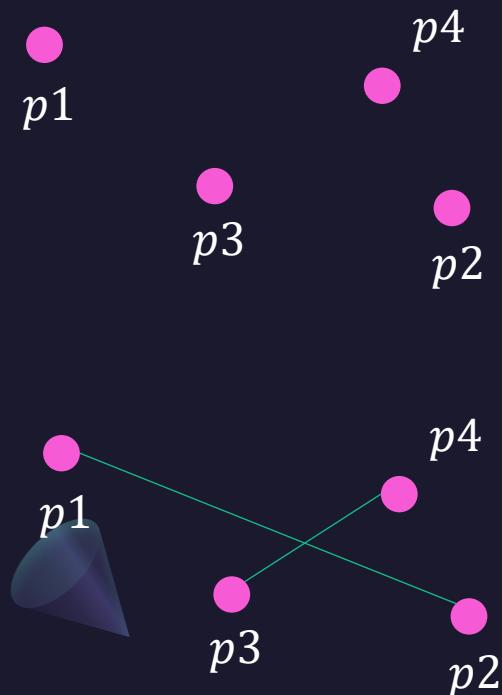
donde:

$$a = y_2 - y_1$$

$$b = x_1 - x_2$$

$$c = a * x_1 + b * y_1$$

Si conoces los dos puntos de un segmento  $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$ , puedes evaluar a, b, y c



Una vez que conocemos la a, b, y c de cada segmento, podemos pasar de esto...

... a esto.

Pero la computadora sigue sin ver el cruce...

# Intersección de segmentos de recta

El determinante de dos rectas se calcula como:  $determinante = a_1 * b_2 - a_2 * b_1$

- El determinante de dos rectas paralelas es 0
- Si dos rectas no son paralelas, su determinante es distinto de cero

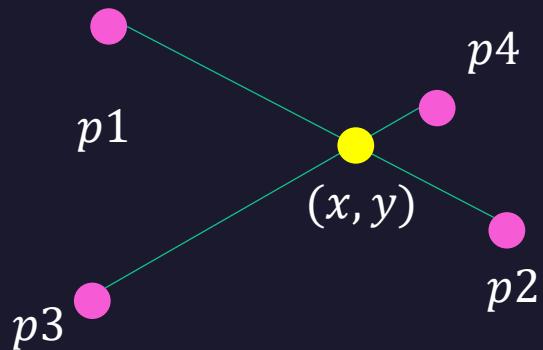
Y además:

$$x = (b_2 * c_1 - b_1 * c_2) / \text{determinante}$$
$$y = (a_1 * c_2 - a_2 * c_1) / \text{determinante}$$

Esas rectas se cruzan en  $(x, y)$

Nota: Por cuestiones de precisión, talvez no sea exactamente 0

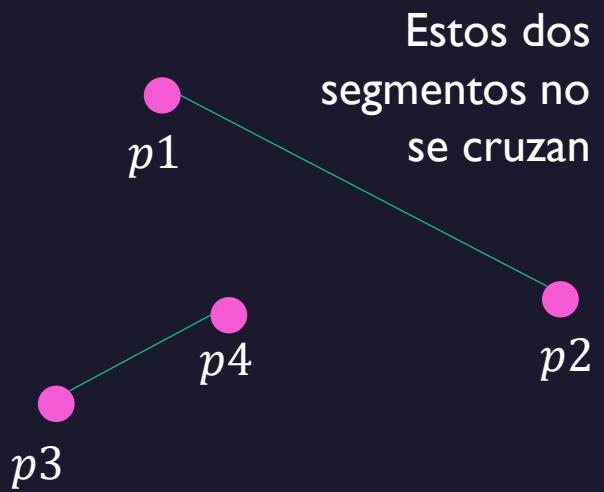
Sería adecuado considerar las comparaciones como suficientemente cercanas



¿Así que ya está? Casi. Pero no.  
Recta no es lo mismo que segmento

Como actividad investiga: ¿por qué el determinante funciona para esto?

# Intersección de segmentos de recta

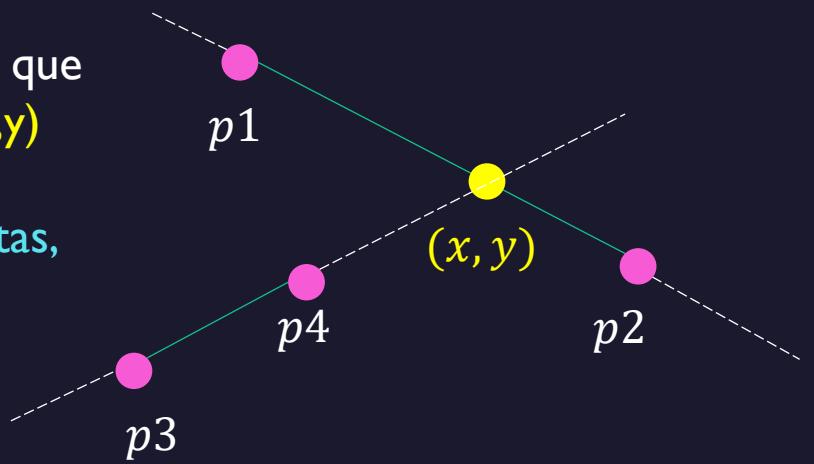


Estos dos  
segmentos no  
se cruzan

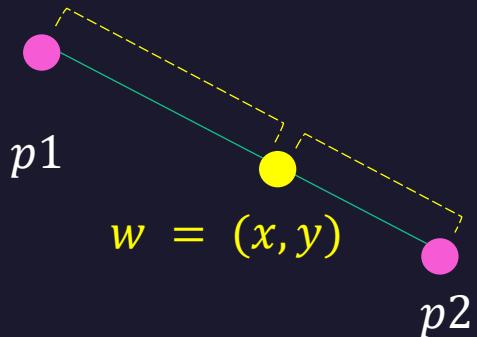
El determinante indicará que las rectas que  
pasan por esos puntos se cruzan en  $(x,y)$

Esto se debe a que las rectas son infinitas,  
pero los segmentos no

Así que lo único que falta es averiguar si el punto  $(x, y)$  es parte de ambos segmentos  
¿Cómo?



# Intersección de segmentos de recta



Idea:

Si el punto  $w = (x, y)$  es parte del segmento entre  $p_1$  y  $p_2$ ,

$$d(p_1, p_2) = d(p_1, w) + d(w, p_2) \quad \leftarrow d \text{ es distancia}$$

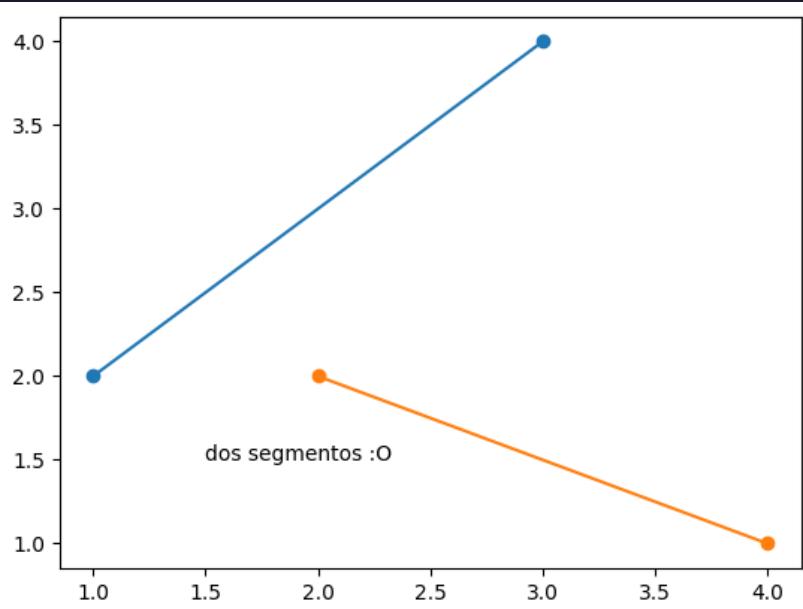
Así que si esto se cumple, para las dos parejas de puntos de cada segmento, entonces se cruzan en el punto  $(x, y)$

# Casos de prueba

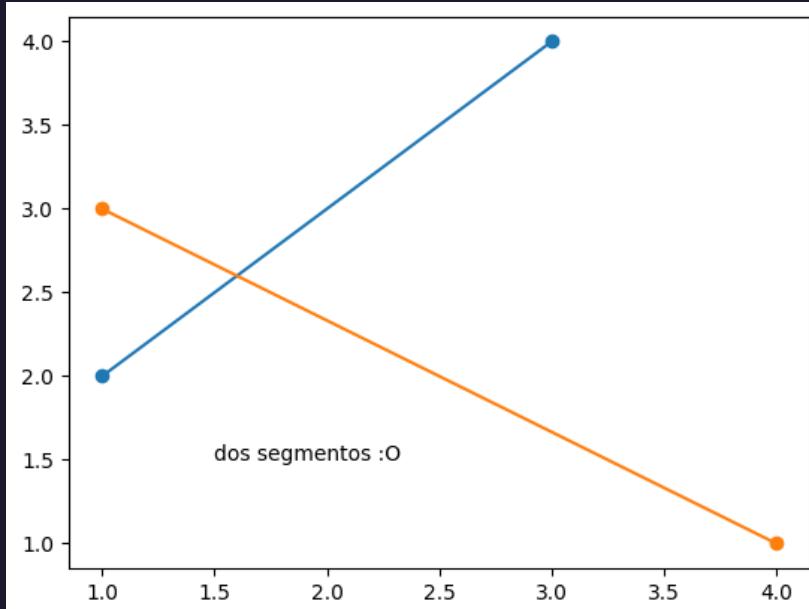
Codifícalo para dar la respuesta correcta

Grafica el punto de intersección de las rectas

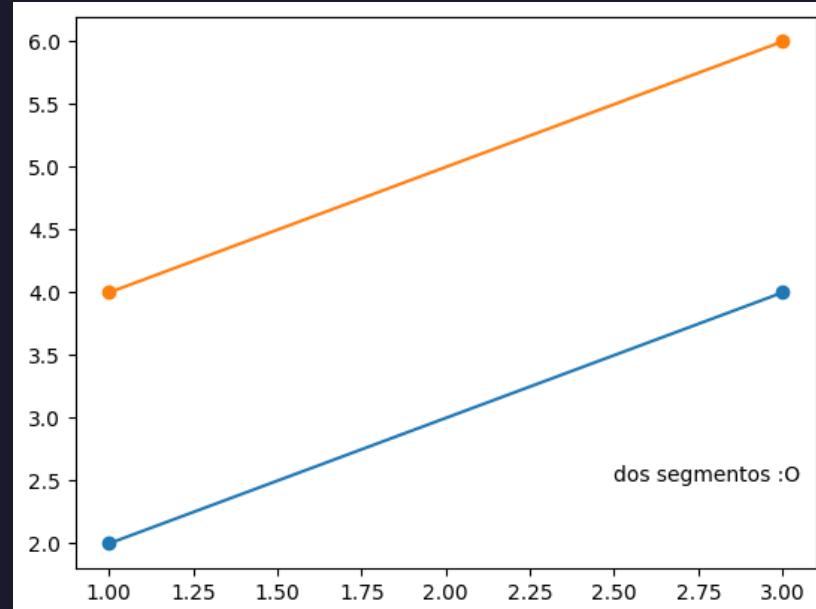
Indica si hay intersección de segmentos o no (agrega texto en la imagen)



```
S1 = [[1.0, 2.0], [3.0, 4.0]]  
S2 = [[2.0, 2.0], [4.0, 1.0]]
```



```
S1 = [[1.0, 2.0], [3.0, 4.0]]  
S2 = [[1.0, 3.0], [4.0, 1.0]]
```



```
S1 = [[1.0, 2.0], [3.0, 4.0]]  
S2 = [[1.0, 4.0], [3.0, 6.0]]
```