



Geometría computacional: parte 2

Análisis y diseño de algoritmos
avanzados

Dra. Valentina Narváez Terán

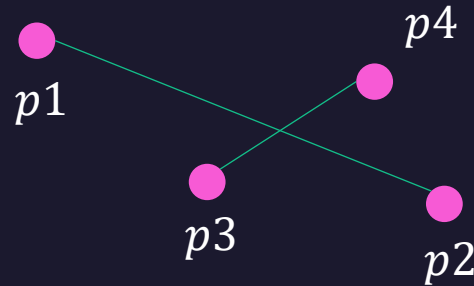


Tecnológico
de Monterrey

Intersección de segmentos de recta

El problema es simple:

Dados dos segmentos de recta...
¿Se intersecan? ¿En que punto?



$$s_1 = p1, p2$$

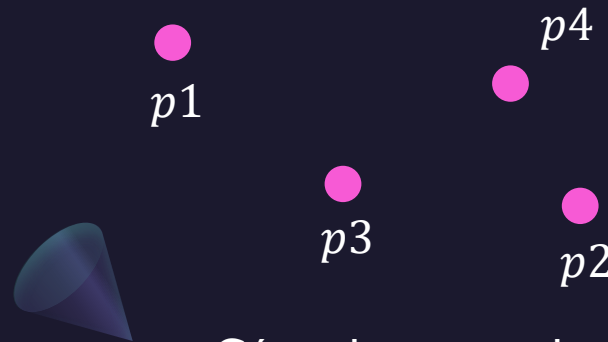
$$s_2 = p3, p4$$

Este par de segmentos se interceptan

Un segmento de recta se representa como las coordenadas de dos puntos

$$((x_1, y_1), (x_2, y_2))$$

Pero la computadora solo tiene esta información



¿Cómo hacer un algoritmo que lo reconozca?

Intersección de segmentos de recta

¿Cómo hacer un algoritmo que lo reconozca? Aplicamos nociones geométricas

La ecuación general de la recta que pasa por dos puntos: $ax + by + c = 0$

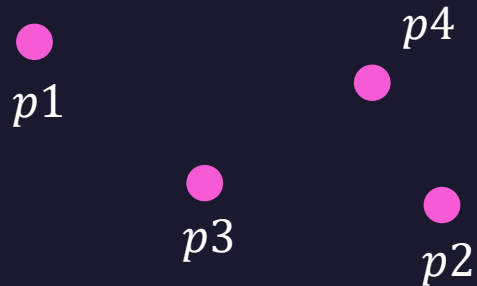
donde:

$$a = y_2 - y_1$$

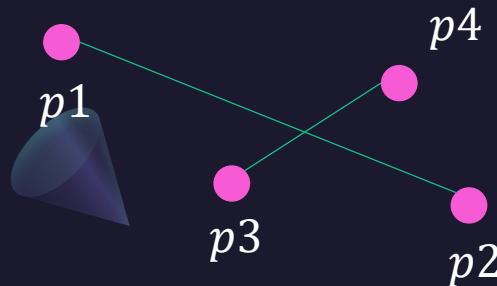
$$b = x_1 - x_2$$

$$c = a * x_1 + b * y_1$$

Si conoces los dos puntos de un segmento $((x_1, y_1), (x_2, y_2))$, puedes evaluar a, b, y c



Una vez que conocemos la a, b, y c de cada segmento, podemos pasar de esto...



... a esto.

Pero la computadora sigue sin ver el cruce...

Intersección de segmentos de recta

El determinante de dos rectas se calcula como: $determinante = a_1 * b_2 - a_2 * b_1$

- El **determinante** de dos rectas paralelas es 0
- Si dos rectas no son paralelas, su determinante es distinto de cero

Y además:

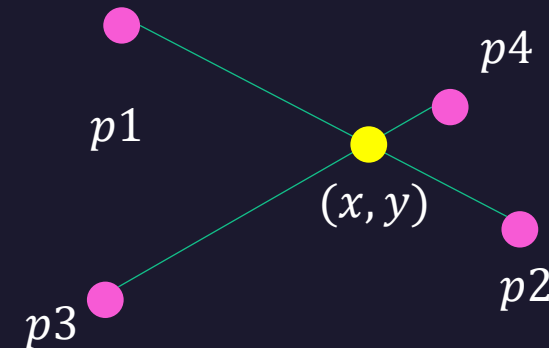
$$x = (b_2 * c_1 - b_1 * c_2) / determinante$$

$$y = (a_1 * c_2 - a_2 * c_1) / determinante$$

Esas rectas se cruzan en (x, y)

Nota: Por cuestiones de precisión, talvez no sea exactamente 0

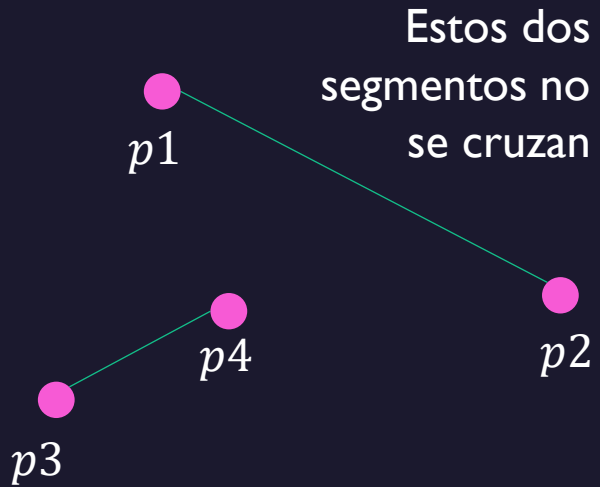
Seria adecuado considerar las comparaciones como suficientemente cercanas



¿Así que ya esta? Casi. Pero no.
Recta no es lo mismo que segmento

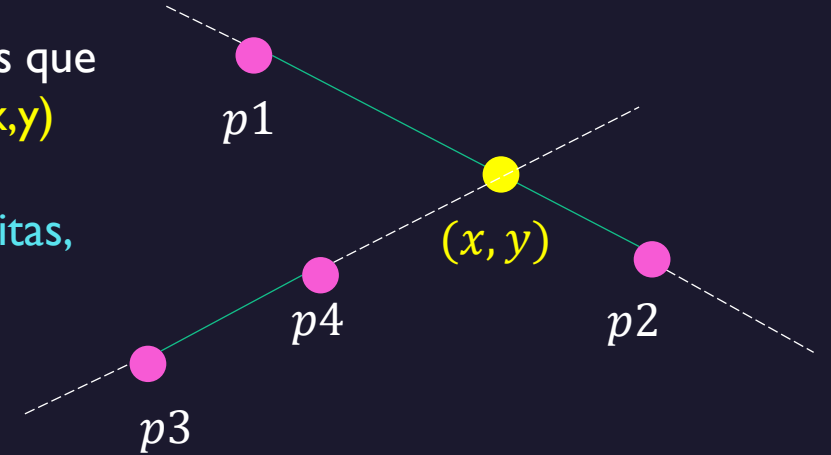
Como actividad investiga: ¿por qué el determinante funciona para esto?

Intersección de segmentos de recta



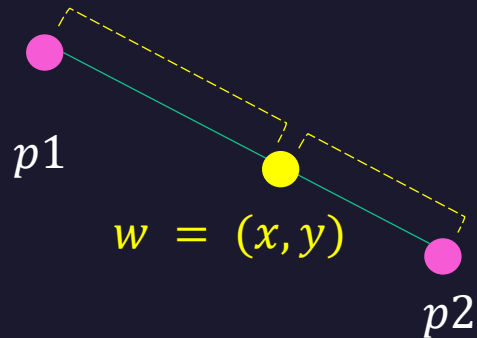
El determinante indicará que las rectas que pasan por esos puntos se cruzan en (x, y)

Esto se debe a que las rectas son infinitas, pero los segmentos no



Así que lo único que falta es averiguar si el punto (x, y) es parte de ambos segmentos
¿Como?

Intersección de segmentos de recta



Idea:

Si el punto $w = (x, y)$ es parte del segmento entre $p1$ y $p2$,

$$d(p1, p2) = d(p1, w) + d(w, p2) \quad \leftarrow d \text{ es distancia}$$

Así que si esto se cumple, para las dos parejas de puntos de cada segmento, entonces se cruzan en el punto (x, y)

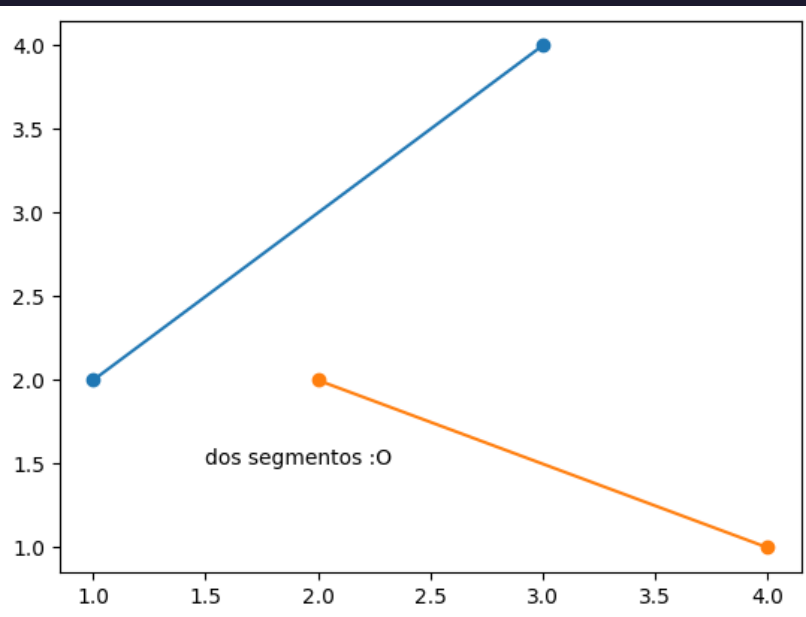


Casos de prueba

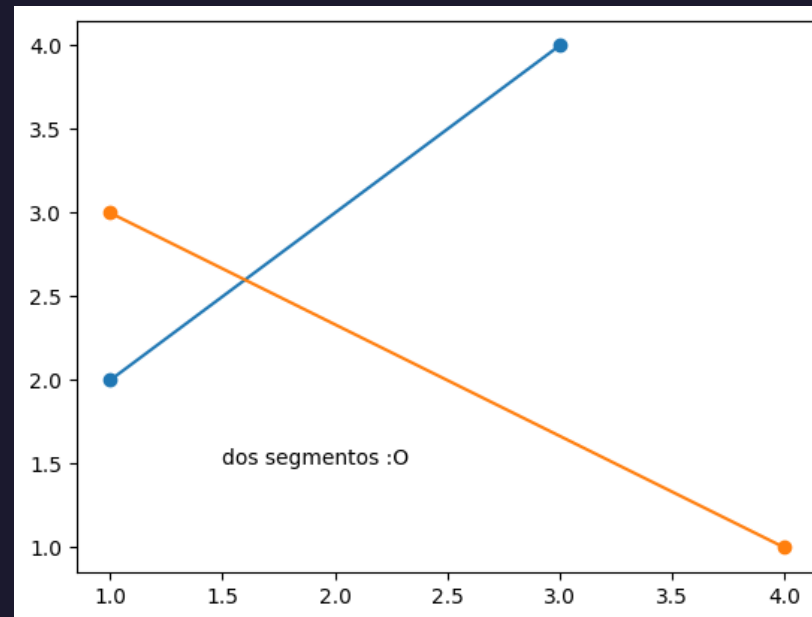
Codifícalo para dar la respuesta correcta

Grafica el punto de intersección de las rectas

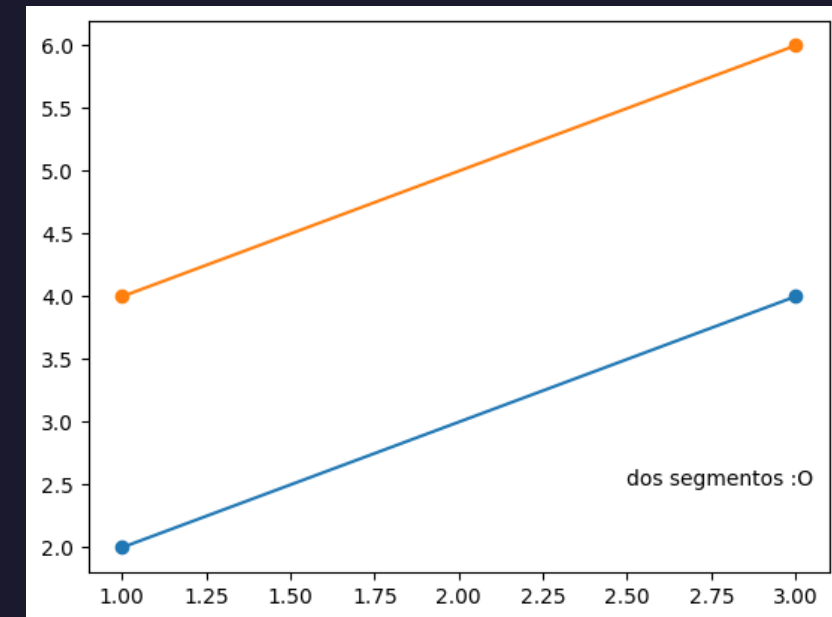
Indica si hay intersección de segmentos o no (agrega texto en la imagen)



$S1 = [[1.0, 2.0], [3.0, 4.0]]$
 $S2 = [[2.0, 2.0], [4.0, 1.0]]$



$S1 = [[1.0, 2.0], [3.0, 4.0]]$
 $S2 = [[1.0, 3.0], [4.0, 1.0]]$



$S1 = [[1.0, 2.0], [3.0, 4.0]]$
 $S2 = [[1.0, 4.0], [3.0, 6.0]]$