

Geometría computacional: diagramas de Voronoi

Análisis y diseño de algoritmos
avanzados

Dra. Valentina Narváez Terán



Diagramas de Voronoi

Dado un conjunto de puntos, llamados **sitios**, un diagrama de Voronoi representa regiones, de modo que los puntos en la región de un sitio son mas cercanos a ese sitio que a cualquier otro

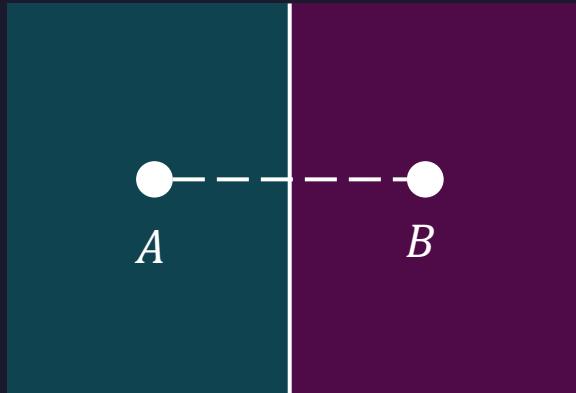
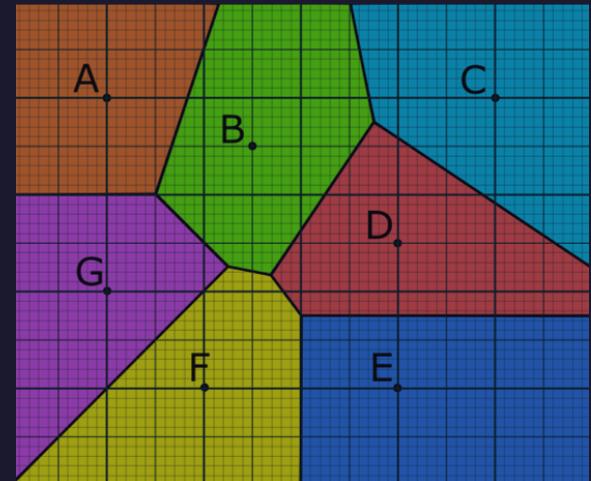


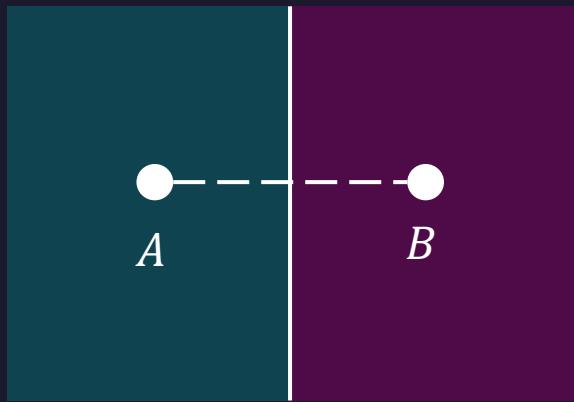
Diagrama de Voronoi

- El segmento de recta que divide las regiones se llama **eje**
- Todos los puntos en la **región azul** están **mas cerca de A**
- Todos los puntos en la **región rosa** están **mas cerca de B**

La forma del diagrama depende de la cantidad de puntos y sus ubicaciones



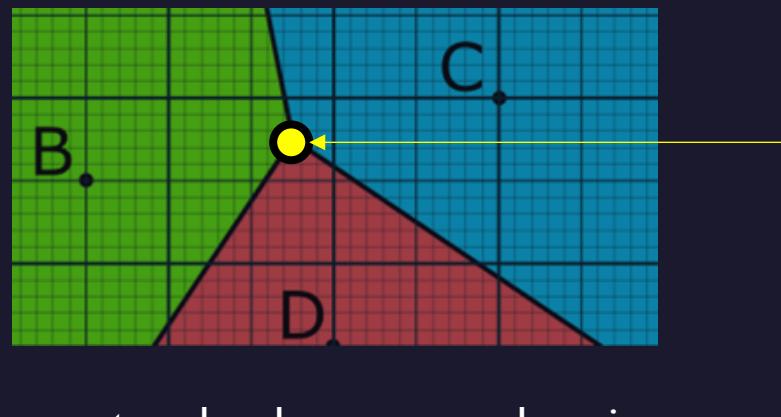
Diagramas de Voronoi



Nota que el eje que divide a ambas regiones:

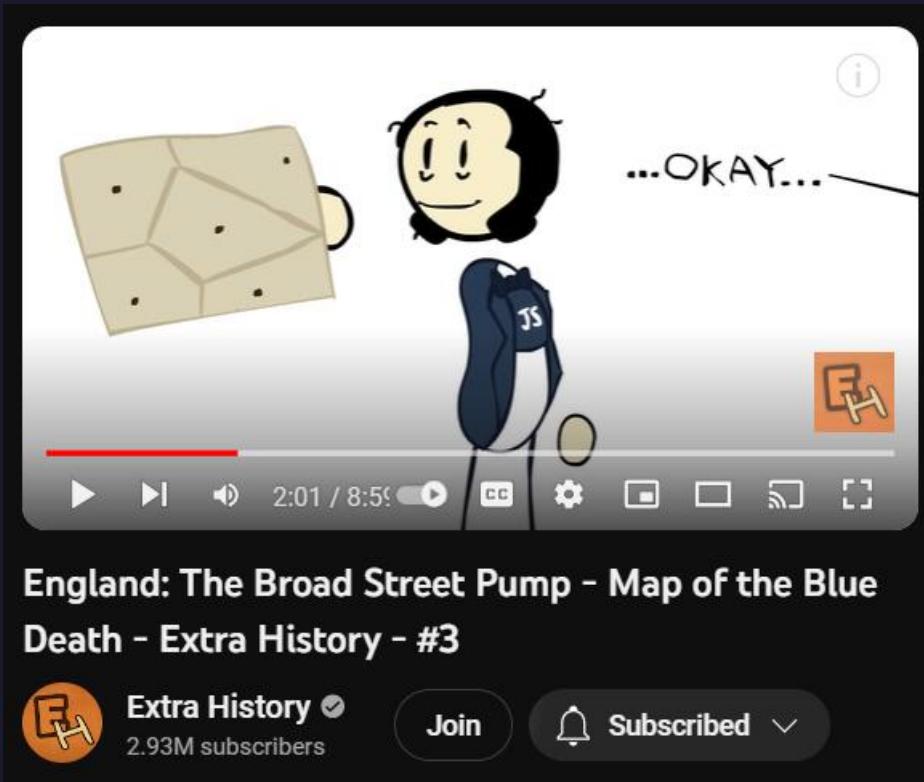
- pasa por el punto medio entre A y B, y
- es perpendicular a la línea recta entre A y B

Lo anterior también se cumple para casos con mas sitios



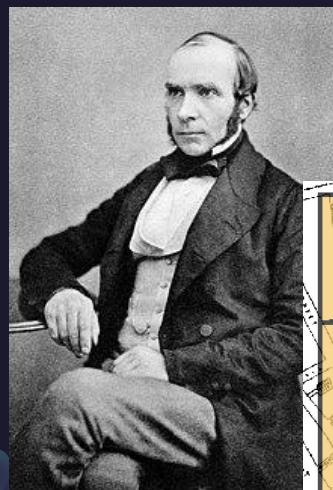
Los puntos donde se cruzan los ejes divisorios se llaman **puntos de intersección** o **puntos de Voronoi**

Diagramas de Voronoi

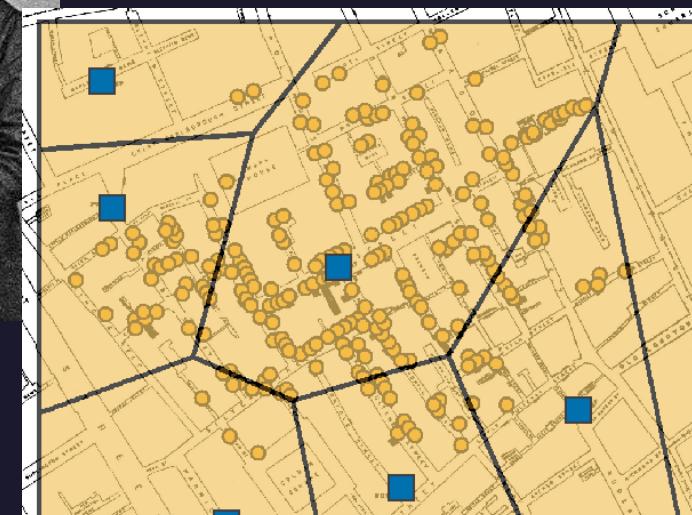


Uno de los usos tempranos de este diagrama fue el trabajo de John Snow analizando un brote de colera, en Londres, 1854

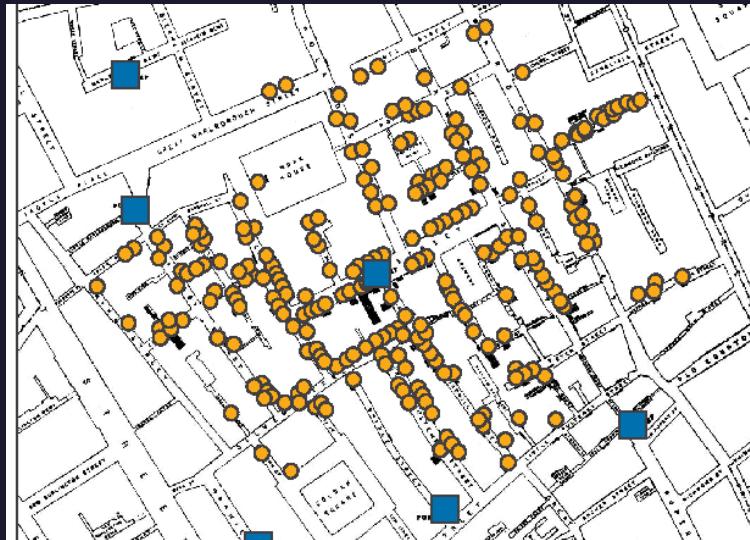
Su trabajo se considera pionero en el campo de la epidemiología



Los puntos amarillos son casos de colera, los puntos azules son fuentes de agua contaminadas

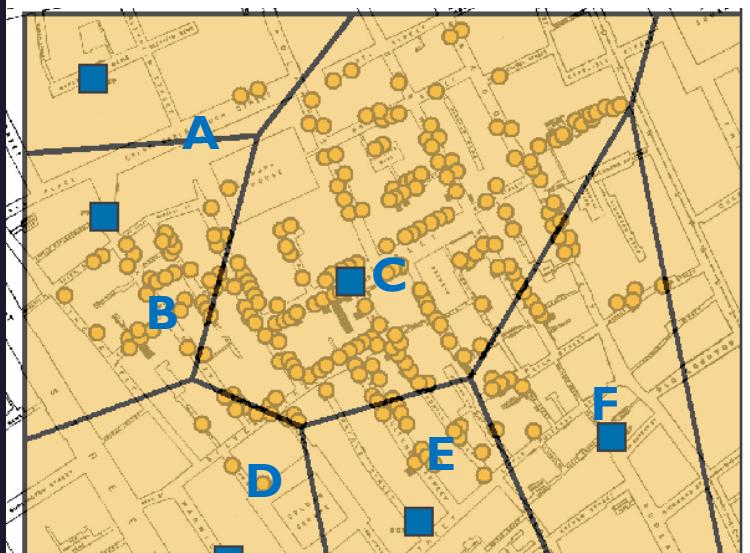


Diagramas de Voronoi



En el ejemplo anterior, los **puntos azules** (fuentes de agua) son la entrada requerida para generar el diagrama

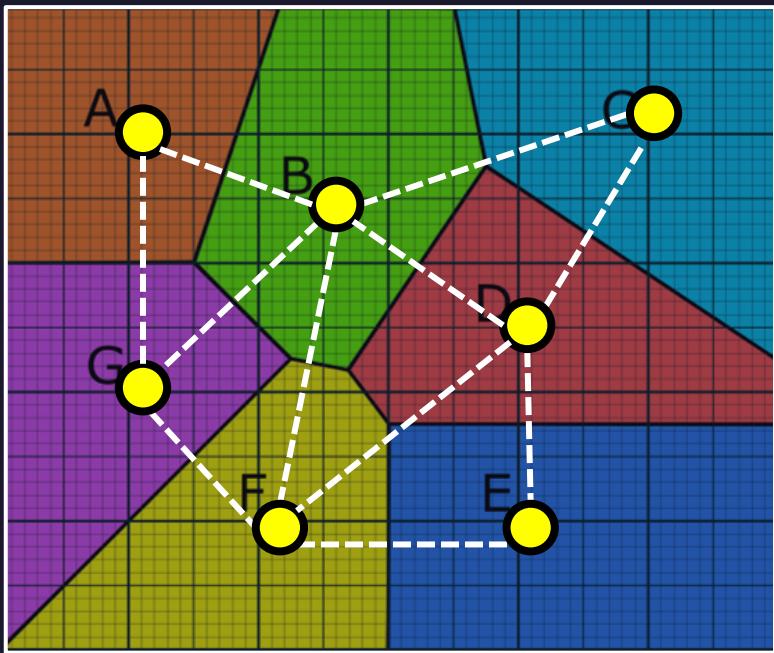
Los diagramas de Voronoi tienen otras aplicaciones, relacionadas con la **sectorización geográfica**



Por ejemplo:

- Sucursales de tiendas, bancos
- Estaciones policiales o de bomberos
- Estaciones eléctricas, de red telefónica...
- Consultorios médicos
- Y también clustering y clasificación en machine learning

Diagramas de Voronoi

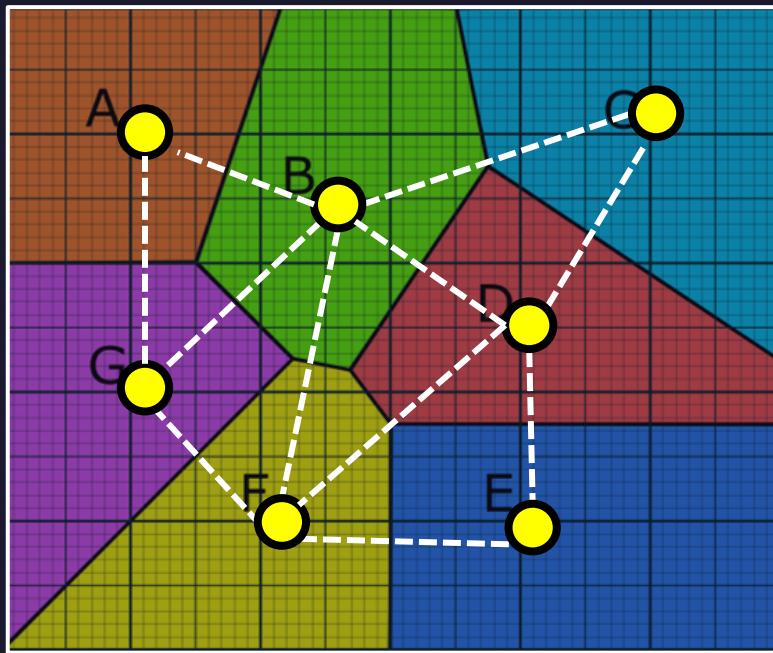


Los diagramas de Voronoi están relacionados con un problema que ya conoces

Las líneas punteadas conectan puntos cuyas zonas resultan adyacentes en el diagrama

¿A que se parecen?

Diagramas de Voronoi

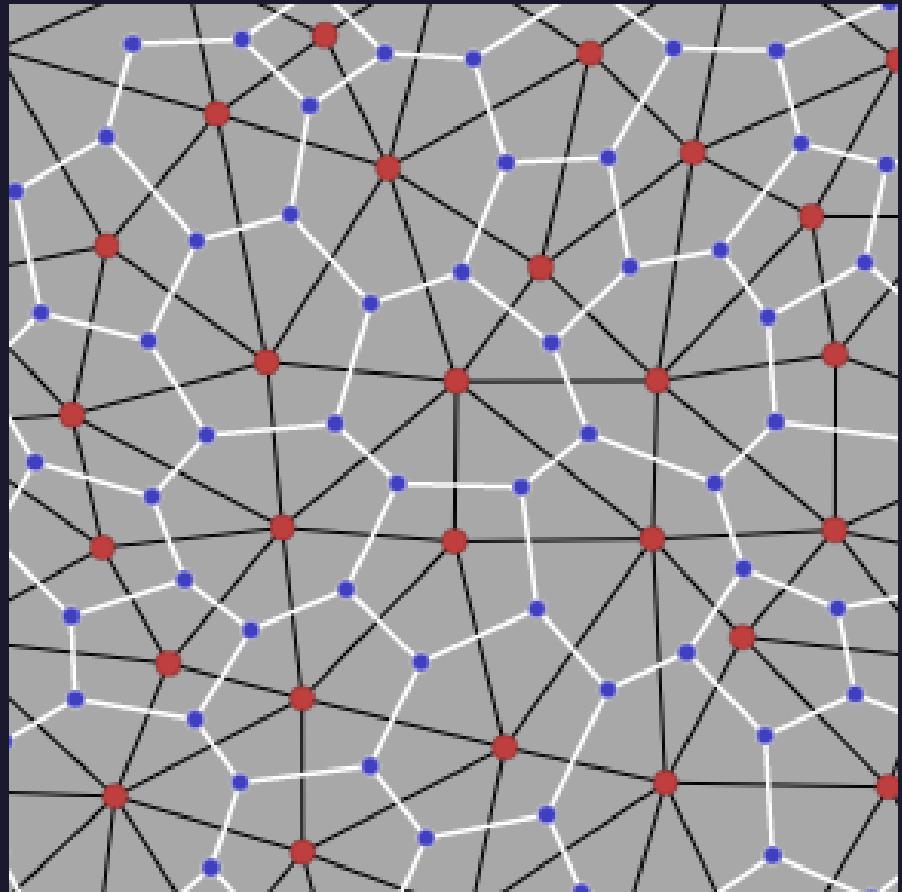


Puedes obtener el diagrama a partir de la triangulación de Deluanay, y viceversa

Los segmentos del diagrama son **perpendiculares** a los segmentos de la triangulación

Los puntos de Voronoi son los circuncentros de los triángulos

Diagramas de Voronoi y triangulación de Delaunay



En este ejemplo:

- Los **puntos rojos** conectados con líneas negras son la triangulación
- Los **puntos azules**, conectados con líneas blancas son el diagrama de Voronoi

Diagrama a triangulación: conecta los puntos de regiones adyacentes



Triangulación a diagrama: calcula segmentos bisectores entre puntos conectados en la triangulación

Algoritmo incremental

Otra posibilidad para obtener el diagrama es el cálculo incremental de **segmentos bisectores**

Obtener el segmento bisector A, B de los dos primeros puntos

Para $i = 2$ hasta n :

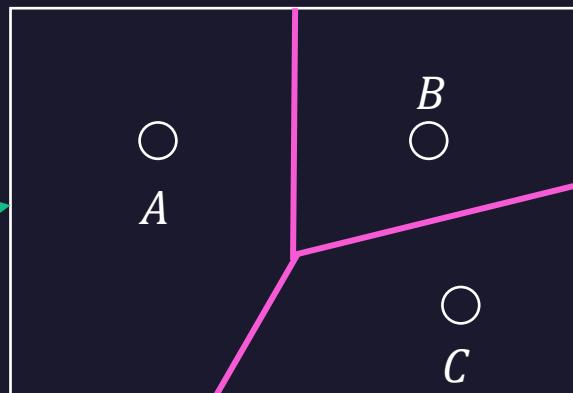
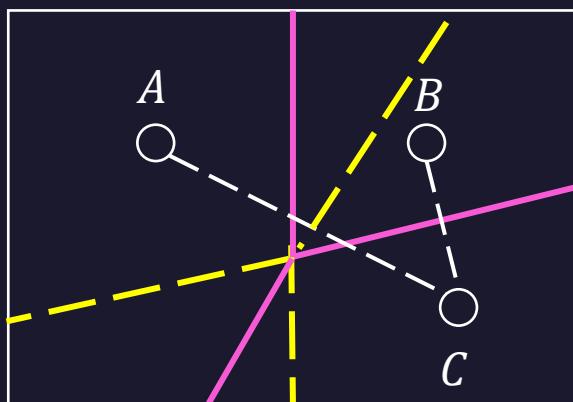
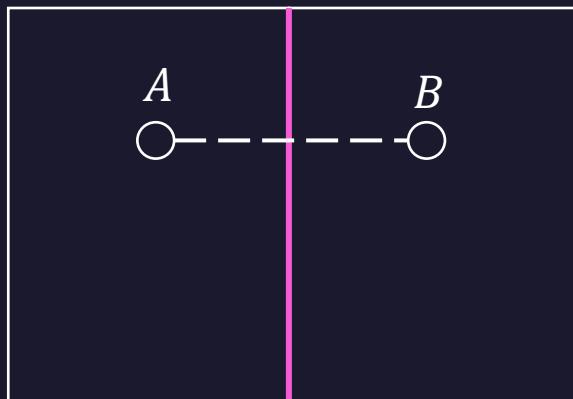
Por cada punto de $j = 0$ hasta i

Calcular el segmento bisector i, j

Por cada segmento ya existente

Si intercepta con el segmento i, j

Elimina las secciones de ambos segmentos que están mas cerca de un punto diferente a los asociados con los segmentos bisectores



En este ejemplo, conservamos solo las secciones rosas

Ej. La sección amarilla del bisector A,B esta mas cerca de C
que de A y B, así que se elimina

Datos para creación de **diagramas de Voronoi**

En Teams (clase 22) puedes encontrar los siguientes archivos para recrear el mapa de John Snow

	A	B	C
1	Pump Name	X coordinate	Y coordinate
2	Broad St.	51.51334	-0.13667
3	Crown Chapel	51.51388	-0.13959
4	Gt Marlborough	51.51491	-0.13967
5	Dean St.	51.51235	-0.13163
6	So Soho	51.51214	-0.13359
7	Bridle St.	51.51154	-0.13592
8	Coventry St.	51.51002	-0.13396
9	Warwick	51.5113	-0.1382

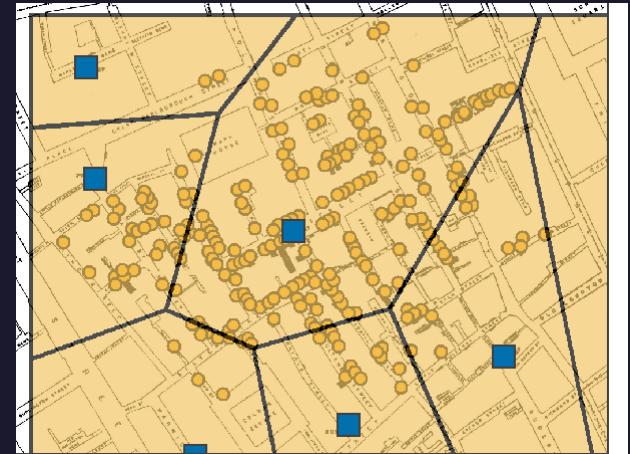
pumps.csv

coordenadas de las fuentes de agua

	A	B	C	D
1	Death	X coordinate	Y coordinate	
2	1	51.51342	-0.13793	
3	1	51.51342	-0.13793	
4	1	51.51342	-0.13793	
5	1	51.51336	-0.13788	
6	1	51.51336	-0.13788	
7	1	51.51332	-0.13785	
8	1	51.51326	-0.13781	
9	1	51.5132	-0.13777	
10	1	51.5132	-0.13777	
11	1	51.5132	-0.13777	

deaths.csv

coordenadas de casos de colera



Crea un diagrama de Voronoi similar a este

En equipo, una semana desde ahora