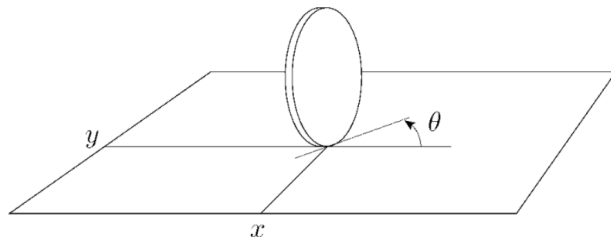


# El modelo canónico de robots móviles no-holonómicos

Kjartan Halvorsen

March 30, 2022

# Modelo canónico a.k.a modelo unicycle



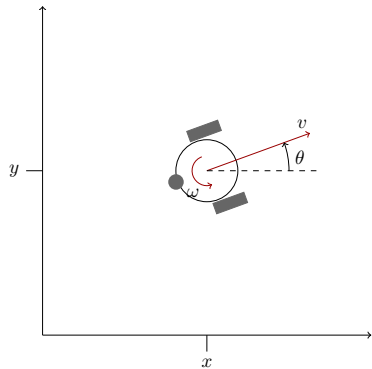
De Martina Zambelli (2013) *Posture regulation for unicycle-like robots with prescribed performance guarantees*. KTH - Royal Institute of Technology, Sweden.

## Robot tipo diferencial (*differential drive*)



X80Pro Dr. Robot Inc.

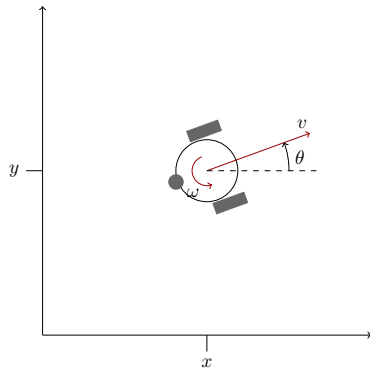
# Robot móvil - modelo unicycle



# Robot móvil - modelo uniciclo



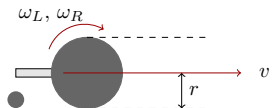
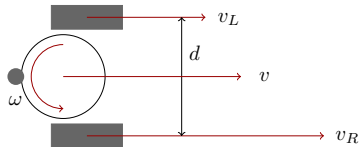
## Cinemática



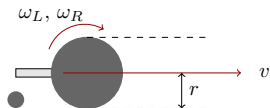
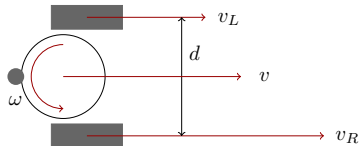
$$\xi = \begin{bmatrix} \theta \\ x \\ y \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} \omega \\ v \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt}\xi = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega \\ v \cos \theta \\ v \sin \theta \end{bmatrix}$$

## Diferencial a modelo unicycle



# Diferencial a modelo unicycle

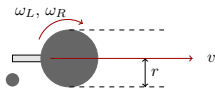
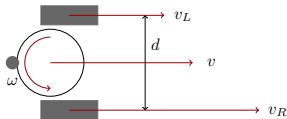


## Actividad Determine

1. La velocidad lineal ( $v_R, v_L$ ) de cada rueda dado su velocidad angular ( $\omega_R, \omega_L$ )
2. La velocidad lineal  $v$  del centro robot dado las dos velocidades  $v_R$  y  $v_L$
3. La velocidad angular  $\omega$  del robot dado las dos velocidades  $v_R$  y  $v_L$
4. Las relaciones invertidas. Es decir, las velocidades angulares  $\omega_R$  y  $\omega_L$  de los ruedas dado las velocidades  $v$  y  $\omega$ .

# Diferencial a modelo unicycle

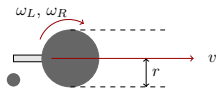
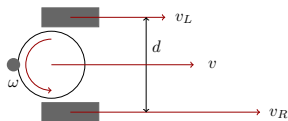
Asumiendo simetría entre las dos ruedas y en la dirección de giro.



$$\omega_L, \omega_R \in [-\omega_{max}, \omega_{max}]$$



# Diferencial a modelo unicycle



Asumiendo simetría entre las dos ruedas y en la dirección de giro.

$$\omega_L, \omega_R \in [-\omega_{max}, \omega_{max}]$$

**Actividad** Dibuje la región de posibles valores de la señal de entrada al modelo canónico,

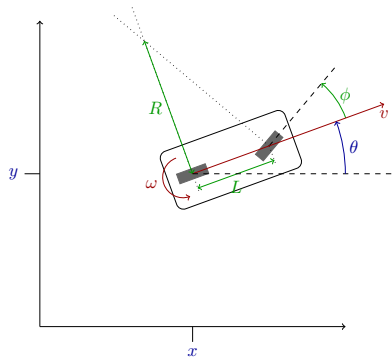
$$u(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix},$$

dado los límites de la velocidad angular de las ruedas.

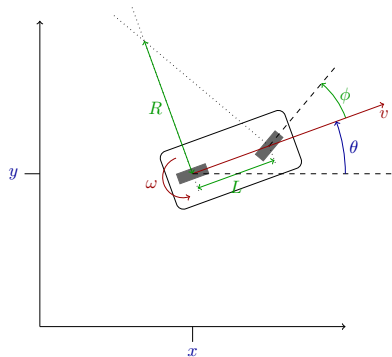
# Implementación

Notebook en google colab (página en Canvas)

## Robots tipo coche - modelo bicicleta

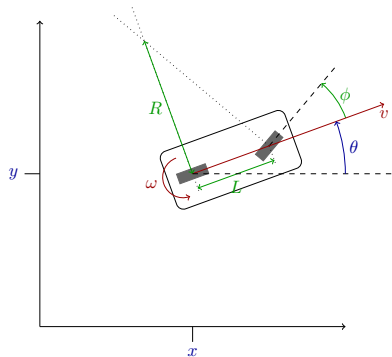


## Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio  $R$ , la relación entre la velocidad lineal  $v$  y la velocidad angular  $\omega$  es

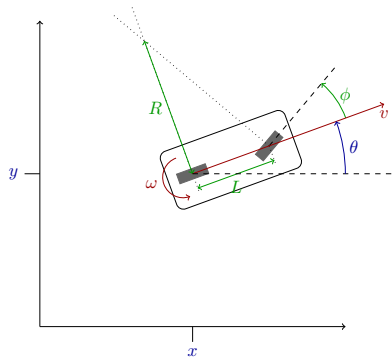
## Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio  $R$ , la relación entre la velocidad lineal  $v$  y la velocidad angular  $\omega$  es

$$v = R\omega \quad \omega = \frac{1}{R}v$$

## Robots tipo coche - modelo bicicleta

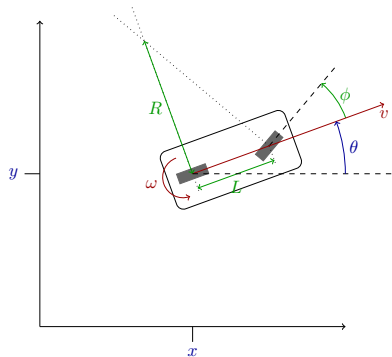


Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio  $R$ , la relación entre la velocidad lineal  $v$  y la velocidad angular  $\omega$  es

$$v = R\omega \quad \omega = \frac{1}{R}v$$

**Actividad** Determine el radio de giro instantaneo  $R$  como función del ángulo de dirección  $\phi$ .

## Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para un robot que se mueve instantaneamente en una trayectoria circular con radio  $R$ , la relación entre la velocidad lineal  $v$  y la velocidad angular  $\omega$  es

$$v = R\omega \quad \omega = \frac{1}{R}v$$

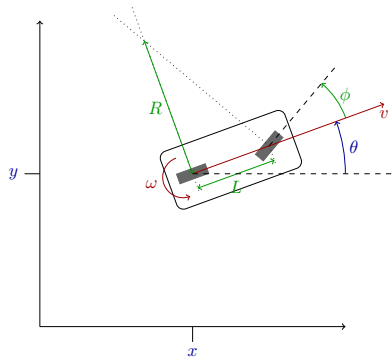
**Actividad** Determine el radio de giro instantáneo  $R$  como función del ángulo de dirección  $\phi$ .

**Actividad** Determine la velocidad angular  $\omega$  como función de la velocidad  $v$  y del ángulo de dirección  $\phi$ . Determine también la función inversa.

## Robots tipo coche - modelo bicicleta

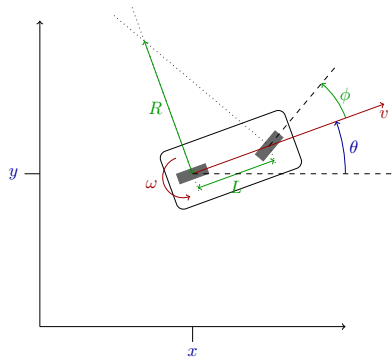
Para cierto robot

$$v \in [-v_{lm}, v_{um}], \quad \phi \in [-\phi_{max}, \phi_{max}]$$





## Robots tipo coche - modelo bicicleta



Para cierto robot

$$v \in [-v_{lm}, v_{um}], \quad \phi \in [-\phi_{max}, \phi_{max}]$$

**Actividad** Dibuje la región de posibles valores de la señal de entrada al modelo canónico,

$$u(t) = \begin{bmatrix} \omega(t) \\ v(t) \end{bmatrix},$$

dado los límites de la velocidad  $v$  y del ángulo de dirección  $\phi$ .

# Implementación

Notebook en google colab (página en Canvas)