

Tecnológico de Monterrey

Reto Optimizacion Estocástica

Evidencia 1: Situación problema

Jose Manuel Guerrero Arellano | A01747623, José Antonio Torres Villegas | A00835737, Victor Adid Salgado Santana | A01710023, Ricardo Marín Pérez | A01174384, Daniel Ríos Zúñiga | A01174445

7 de mayo de 2025

1. Introducción

México actualmente ha contado con una gran crisis hídrica la cual ha ocasionado problemas de sequía en diversas regiones, es por ende, y siguiendo con lo planteado previamente, se busca mitigar los efectos negativos ocasionados por falta de flora y fauna mediante la restauración ecológica, es decir, la reforestación. Sin embargo, esto no es una tarea fácil, puesto que debe de realizarse esta práctica de manera correcta, evitando la invasión entre plantas. De manera más detallada y para comprender lo que sucede debe de entenderse que la reforestación es un proceso crucial que consiste en la restauración y conservación de los ecosistemas mediante la repoblación de áreas que han sido deforestadas o degradadas. El objetivo principal es evitar la pérdida de las mismas impulsando el mejoramiento de la biodiversidad y combatir los efectos del cambio climático al absorber CO₂; generando así oxígeno y regulando el clima del planeta. Existen 2 tipos de reforestación según el lugar que se practique: urbana y rural. La primera de estas, como se indica, hace referencia a la plantación de árboles en entornos urbanos con el objetivo de mitigar problemáticas y favorecer aspectos que pueden ir desde combatir el calor, mejorar la calidad del aire, aumentar zonas de sombra o embellecer el entorno, por otro lado el rural se enfoca en la plantación de árboles en superficies forestales que han sido deforestadas, usualmente donde existían previamente bosques, selvas o vegetación semiárida; este caso corresponde a la situación problema presentada por la organización: CONAFOR.

Para llevar a cabo una reforestación efectiva, se requiere una planificación cuidadosa que tome en cuenta realizar: un estudio de campo, que implica conocer el terreno, desde el suelo, profundidad, textura, fertilidad, el clima, tipo de población que habita en el ecosistema, entre otros; las especies repobladoras, lo

más recomendable es optar por especies autóctonas que sean compatibles con el suelo y clima; técnica de plantación, que sea lo menos invasiva posible, y establecer un plan de protección para evitar enfermedades, plagas, incendios o talas ilegales, entre otros. Sin embargo, una mala reforestación, como la introducción de plantas invasoras o la creación de monocultivos, puede causar más daño que beneficio. Las plantas invasoras son especies que no son nativas del ecosistema y que pueden desplazar a las especies locales, alterar los ciclos de nutrientes y afectar la estructura del suelo. Por otro lado, el monocultivo, que es la plantación de una única especie de árbol en grandes extensiones de tierra, puede reducir la biodiversidad, agotar los nutrientes del suelo y aumentar la vulnerabilidad de la plantación a plagas y enfermedades. Por tanto, es esencial realizar la reforestación de manera sostenible para asegurar la recuperación y protección de los ecosistemas.

Justificación del problema

Dentro de los enfoques que promueve la restauración ambiental, la reforestación puede buscar resolver el problema con un enfoque de rehabilitación ecológica de la zona, en donde se busca recuperar ciertos atributos de los ecosistemas con especies no necesariamente nativas, o bien, a través de un enfoque de restauración ecológica, en donde se opta por buscar el beneficio máximo de los componentes, funciones y procesos de los sistemas degradados.

El trabajar por mejorar la biodiversidad en estas zonas puede significar un gran cambio tanto a pequeña como a mediana y gran escala. Por ejemplo, a través del suministro de alimentos, en donde la polinización afecta a 70 de las 100 principales especies de cultivos que constituyen nuestra dieta del 90 % de la población. Otro gran ejemplo es el combatir el cambio climático que hoy se considera emergencia climática. La hipótesis del seguro establece que “la biodiversidad asegura a los ecosistemas contra la disminución de su funcionamiento porque muchas especies brindan mayores garantías de que algunas mantendrán su funcionamiento incluso si otras fallan” (Shigeo Yachi, 1999).

A través de nuestro proyecto, se podrá determinar una estrategia de plantado en un terreno cuadrado de 100 metros a lo largo, en donde se intentará propiciar la restauración ambiental a través de generar una estrategia de plantado de especies locales, de tal manera que se logre tener la menor competencia biológica entre especies, buscando un beneficio óptimo, o bien, lo más cercano posible a través de métodos heurísticos. Dicha plantación será en una forma conocida como plantación al tresbolillo, en donde se procurará plantar un total 625 especímenes a través de la generación de un modelo matemático que pueda determinar dicha solución.

Es importante tomar en cuenta que al momento de generar la estrategia de plantado, se considera la posibilidad de existir plantas de los mismos tipos de especie que se consideran plantar, en una ubicación aleatoria, volviendo el reto de generar una estrategia un proceso estocástico y no determinístico.

Objetivo

Determinar la cantidad y especies de plantas a sembrar dentro de un terreno poligonal delimitado, tomando en cuenta el tiempo, estrategia de sembrado y la compatibilidad biológica entre las especies para maximizar el beneficio en el ecosistema del terreno.

2. Desarrollo

Trabajo relacionado

Coloración de Vértices

La coloración de vértices en grafos es un problema central en la teoría de grafos que consiste en asignar un color a cada vértice de un grafo, de manera que ningún par de vértices adyacentes (aquellos conectados por una arista) compartan el mismo color. El objetivo es minimizar el número de colores utilizados en esta asignación, lo que da lugar al concepto de número cromático de un grafo, que representa la cantidad mínima de colores necesarios para una coloración válida. Sea G una gráfica y V su conjunto de vértices. Una coloración con k colores (o bien una k -coloración) es una función $f : V \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, k\}$. Se dice que una coloración es propia si no hay aristas entre vértices del mismo color. El número cromático de una gráfica G es el menor k tal que G tiene una k -coloración propia. Se denota $x(G)$.

Formalmente, dado un grafo $G = (V, E)$, donde V es el conjunto de vértices y E es el conjunto de aristas, una coloración de vértices es una función $f : V \rightarrow C$, donde C es un conjunto de colores. La coloración es propia si para cada par de vértices $u, v \in V$, se cumple que $f(u) \neq f(v)$. Es decir, no existe ninguna arista $e = (u, v) \in E$ tal que los vértices extremos de e compartan el mismo color.

El número cromático de un grafo G , denotado por $x(G)$, es el número mínimo de colores necesarios para obtener una coloración propia de G . Este valor $x(G)$ es un parámetro fundamental en la teoría de grafos, ya que describe la complejidad mínima de una coloración válida y está estrechamente relacionado con otras propiedades estructurales del grafo, como su densidad y conectividad.

Algunas de las aplicaciones del problema de coloración de vértices son:

- Asignación de registros en compiladores.
- Mapeo de regiones.
- Asignación de tareas en sistemas distribuidos.

- Planificación de horarios.
- Diseño de redes inalámbricas.

Coloración de aristas

La coloración de aristas en un grafo es un tipo de asignación de colores a las aristas (o lados) de un grafo de tal manera que dos aristas que comparten un vértice (es decir, que son adyacentes) no tengan el mismo color. Es una extensión del concepto de coloración de vértices, pero aplicada a las aristas en lugar de a los vértices.

Una coloración con k colores de las aristas de una gráfica con conjunto de aristas es una función $f : E \rightarrow \{1, 2, 3, \dots, k\}$. Una coloración de las aristas de una gráfica es propia si no hay dos aristas del mismo color que lleguen al mismo vértice. El índice cromático de una gráfica G es el menor entero k tal que G tiene una k -coloración propia. Se denota por $x'(G)$.

El grado máximo de una gráfica es el número de aristas que llegan al vértice que más aristas llegan. Sea G una gráfica y $\Delta(G)$ su grado máximo. Se tiene que:

$$x'(G) \geq \Delta(G)$$

El Teorema de Vizing es un resultado fundamental en la teoría de grafos que establece que para cualquier grafo simple G , el número cromático de aristas $x'(G)$, es igual al grado máximo de un vértice $\Delta(G)$ o a $\Delta(G) + 1$. En otras palabras, el teorema afirma que el número mínimo de colores necesarios para colorear las aristas de un grafo de manera que no haya dos aristas adyacentes (es decir, que compartan un vértice) con el mismo color está acotado por $\Delta(G) \leq x'(G) \leq \Delta(G) + 1$.

Como menciona West (2001), "El Teorema de Vizing proporciona un límite superior simple para el número cromático de aristas de cualquier grafo simple: el número es a lo sumo $\Delta(G)+1$ ". Este resultado es clave para diversas aplicaciones en sectores como la asignación de frecuencias en redes de telecomunicaciones, diseño de redes eléctricas, asignación de rutas en transporte, e incluso puede utilizarse para asignar horarios de exámenes de manera que no haya conflictos entre materias compartidas por los mismos estudiantes.

Simulación de Montecarlo

También llamada "simulación de probabilidad múltiple", es una técnica matemática utilizada para estimar los posibles resultados de un evento incierto. Inventado por John von Neumann y Stanislaw Ulam, el principio básico de una

simulación de Montecarlo se basa en la ergodicidad, esto quiere decir que, a través de la generación de múltiples muestras aleatorias y la repetición de experimentos simulados, se asume que las propiedades estadísticas de esas muestras aleatorias (como las medias o las distribuciones) representan con precisión el comportamiento global del sistema a lo largo del tiempo.

Si un sistema no fuera ergódico, las simulaciones podrían quedar atrapadas en un subconjunto del espacio de estados, y los promedios obtenidos no serían representativos del comportamiento global del sistema.

La Simulación de Montecarlo cuenta con los siguientes componentes:

- **Modelo Matemático:** Representación matemática que describe la relación entre las variables de entrada y de salida.
- **Variables de entrada:** Conjunto de valores aleatorios que afectan la salida de la simulación de Montecarlo.
- **Generación de números aleatorios:** Uso de algoritmos que producen números aleatorios.
- **Simulaciones:** Múltiples iteraciones del modelo con diferentes conjuntos de números aleatorios para generar una distribución uniforme de resultados posibles.
- **Variables de salida:** Resultado del análisis de Monte Carlo, el sistema genera el resultado en un formato gráfico, como un histograma, representado en el eje X.

El número de iteraciones requeridas para asegurar un cierto nivel de eficiencia varía dependiendo el tamaño del problema a tratar, lo recomendado puede ir desde los 10,000 o 100,000 iteraciones. Un problema clásico utilizado para demostrar la Simulación de Montecarlo es determinar el valor de π por medio de un método probabilístico. Al realizar el modelado con una simulación con 100,000 iteraciones, se obtienen únicamente 4 decimales de π , se observa como va a depender la cantidad de iteraciones con el grado de precisión que se desee para cada problema

Dentro de las principales ventajas que tiene utilizar la Simulación de Montecarlo se encuentra la flexibilidad que tiene al poder utilizarse en una gran variedad de problemas, así como la facilidad para implementarlo; el mayor problema o desventaja que tiene es el consumo computacional, al tratarse de muchas iteraciones para conseguir un resultado preciso dependiendo de la complejidad del problema llega a ser muy dependiente de las corridas realizadas.

Cadenas de Markov

Una cadena de Markov es un modelo matemático que describe un proceso aleatorio con la propiedad de que dado el valor actual del proceso x_t , los valores futuros x_s para $s > t$ son independientes de los valores pasados x_u para $u < t$, lo que quiere decir que el saber cómo llegó al estado actual no afecta las probabilidades de pasar a otro estado en el futuro

$$\begin{aligned} P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n, X_{n-1} = x_{n-1}, \dots, X_0 = x_0) \\ = P(X_{n+1} = x_{n+1} \mid X_n = x_n) \end{aligned}$$

La propiedad de Markov establece la probabilidad de transición a un estado futuro depende únicamente del estado actual y no de cómo se llegó a ese estado. Los sistemas descritos se caracterizan por su conjunto de estados posibles, llevando a una matriz de transición, lo que proporciona las probabilidades de pasar de un estado a otro.

Al ser una herramienta que sirve para analizar procesos en donde una sucesión de variables aleatorias evolucionan en función de otra variable, es posible ser utilizada en muchas áreas.

Principales uso de las cadenas de Markov:

- Economía y finanzas: Modelar activos financieros y predecir tendencias del mercado
- Genética: Modelar la evolución de secuencias de ADN
- Ciencias de la computación: Algoritmos de búsqueda y diseño de sistemas con modelado estocástico
- Juegos: Simulación de escenarios y diseño de estrategias

El uso de las cadenas de Markov son extensas y abarca una gran área de disciplinas, esta versatilidad viene al tratarse de una simplificación de procesos estocásticos complejos.

Distribución de probabilidad

Una distribución de probabilidad es una función matemática la cual describe la distribución de probabilidades entre los posibles resultados de un proceso estocástico. Las distribuciones de probabilidad se dividen en dos categorías principales:

Distribuciones de probabilidad discretas: Estas se aplican a variables aleatorias que pueden tomar un número finito o contable de valores. Donde se encuentran:

- Distribución binomial: La probabilidad de obtener exactamente k éxitos en n pruebas

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

- Distribución de Poisson: Modela el número de eventos que ocurren en un periodo de tiempo determinado

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

Distribuciones de probabilidad continua: Se encuentran aplicadas para las variables aleatorias que pueden tomar cualquier valor que se encuentre en un rango continuo. Donde se encuentra:

- Distribución exponencial: Modela el tiempo que ocurre entre cada evento en un proceso de Poisson, el cual su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

- Distribución normal: Simétrica en torno a su media, descrita como una forma de campana, utilizada para modelar errores de medición, su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Definición del Problema

En este proyecto colaboramos con la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR) para llevar a cabo la reforestación de un “polígono” o zona de siembra. El objetivo es desarrollar un algoritmo que permita planificar el orden de plantación de diversas especies, considerando la competencia entre plantas y su supervivencia.

El algoritmo propuesto debe ser capaz de cumplir los siguientes objetivos:

- Simular distribución de plantas: Basado en probabilidades de aquellas que pueden estar presentes y de las más propensas a colocar.

- Minimizar la competencia: Reducir la competencia entre especies plantándolas en puntos estratégicos.
- Disminuir los costos asociados: Minimizar los costos operativos relacionados con la posible extracción de plantas.
- Mejorar la distribución de las plantas: Buscando una mejor homogenización en la distribución de las plantas a sembrar y asegurando que el polígono reciba la cantidad adecuada y las especies necesarias.

Variables y posibles parámetros a tomar en cuenta

1. Plantas existentes: Por medio de una simulación se generan plantas en la zona, se le asignan probabilidades a cada especie.
2. Demanda de plantas del polígono: 655 plantas por hectárea.
3. Distancias entre plantas y la métrica que se utilizará (Manhattan, Euclidiana, etc).
4. Nivel de competencia existente entre especies.
5. Costos operativos: Remover o trasplantar para minimizar la competencia.
6. Cantidad de plantas por especie: Cada especie tiene una cantidad asignada a cumplir por hectárea.
7. Tamaño del polígono de siembra: 1 hectárea.

Función objetivo a optimizar y sus restricciones: Para cumplir con los objetivos mencionados, se debe considerar la siguiente restricción propia del problema:

- Demanda de plantas: Cumplir con los requerimientos específicos de cantidad y especies de plantas para el polígono, considerando la cantidad y especies ya existentes en la zona.

La **función objetivo** debe ser una combinación entre minimizar la competencia entre las especies plantadas y sus costos asociados.

Referencias

- [1] Alqueria.(2000). *La reforestación y la importancia de que las empresas la realicen.* ”<https://alqueria.com.co/sostenibilidad/reforestacion#:~:text=Proporcionar%20un%20h%C3%A1bitat%20a%20diversas,la%20salud%20de%20las%20personas.>”
- [2] Iberdrola. (s.f.). *La reforestación, una alternativa para revertir la desertificación.* <https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/que-es-reforestacion#:~:text=Dentro%20de%20la%20reforestaci%C3%B3n%20rural,y%20restauraci%C3%B3n%20C%20agroforestal%20o%20productiva.>
- [3] Domínguez, G. Pérez. (2009). *Is the Mesa Central of Mexico a biogeographical province? Descriptive analysis based on freshwater biotic components.* http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1870-34532009000300025&lng=es&tlng=en
- [4] Hernández, R. (2011). *El Altiplano Mexicano o Altiplanicie Mexicana.* <https://www.expresionesveterinarias.com/2011/11/el-altiplano-mexicano-o-altiplanicie.html>
- [5] Nieto, A., Alaniz, S., Camprubí, A. (2005). *La Mesa Central de México: estratigrafía, estructura y evolución tectónica cenozoica.* <https://doi.org/10.18268/bsgm2005v57n3a3>
- [6] Almarural. (2024). *El método Tresbolillo: la clave para el aprendizaje eficiente.* https://almarural.com.ar/general/que-es-el-metodo-tresbolillo/#google_vignette
- [7] Comisión Nacional Forestal. (2010). *Prácticas de reforestación: Manual básico.* <https://biblioteca.semarnat.gob.mx/janium/Documentos/Ciga/Libros2013/CD002064.pdf>
- [8] Batista Moreno, R. E., Lao León, Y. O., Moreno Pino, M. R. (2019). *Una mirada al ruteo de vehículos: métodos, técnicas y análisis bibliométrico.* <http://hdl.handle.net/20.500.11763/rilco03ruteo-vehiculos>
- [9] Ruiz-Meza, J. (2021). *Problema de ruteo de vehículos multi-objetivo con entregas y recogidas simultáneas y minimización de emisiones.* <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-33052021000300435>
- [10] Lüer, A., Benavente, M., Bustos, J., Venegas, B. (2009). *El problema de rutas de vehículos: Extensiones y métodos de resolución, estado del arte.* <https://ceur-ws.org/Vol-558/Art.23.pdf>
- [11] Sáez Aguado, J. (2015). *Problemas de rutas de vehículos: modelos, aplicaciones logísticas y métodos de resolución.* <https://uvadoc.uva.es/bitstream/handle/10324/13287/TFG-I-236.pdf?sequence=1>

- [12] Henao Santa, F. A., Muñoz Rodríguez, J. H. (2020). *Formulación y Solución de un Problema de Enrutamiento de Vehículos Periódico para la Distribución de Alimentos Perecederos en la Zona Sur – Oriente de la Ciudad de Medellín*. https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/16023/4/HenaoFabio_2020_FormulacionSolucionEnrutamiento.pdf
- [13] Global Forest Watch. (2023). *México, Cambio Forestal, Pérdida Forestal*. <https://www.globalforestwatch.org/dashboards/country/MEX/?category=forest-change&firesAlerts=eyJpbnRlcmFjdGlvbiI6e319&gladAlerts=eyJpbnRlcmFjdGlvbiI6e319&lang=es.MX&location=WYJjb3VudHJ5IiwidTUVVYlI0%3D&mainMap=eyJzaG93QW5hbHlzaXMiOnRydWUImhpZGVmZWdlbmQiOmZhbHNlfQ%3D%3D&map=eyJjZW50ZXIiOnsibGF0IjotNS44NDI0NjI1NDQyNjY3NjYsImxuZyI6LTc1LjQxNTk5NTk%3D%3D&menu=eyJkYXRhc2V0Q2F0ZWdvcnkiOiIiLCJtZW51U2VjdGlvbiI6IiJ9&showMap=true&treeCoverLocated=eyJwYWdlIjowfQ%3D%3D&treeLoss=eyJpbnRlcmFjdGlvbiI6e319&treeLossLocated=eyJwYWdlIjowLCJ1bml0IjoIJSJ9&treeLossPct=eyJoaWdobGlnaHRlZCI6ZmFsc2UsImh0ZGVyYWN0aW9uIjp7fX0%3D&treeLossTsc=eyJpbnRlcmFjdGlvbiI6e319>
- [14] Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales. (2018). *Qué hacer antes de reforestar*. <https://www.gob.mx/semarnat/articulos/que-hacer-antes-de-reforestar>
- [15] Lopez, S. (2023). *ESCASEZ DE AGUA Y SEQUÍA EN MÉXICO: CRISIS ACTUAL*. <https://imco.org.mx/escasez-de-agua-y-sequia-en-mexico-crisis-actual/#:~:text=El%20aumento%20de%20la%20poblaci%C3%B3n,y%20variaci%C3%B3n%20en%20las%20precipitaciones>
- [16] Gaiambiente. (2023). *Cómo poner en marcha un plan de reforestación en tu empresa*. <https://www.gaiambiente.es/como-poner-en-marcha-un-plan-de-reforestacion-en-tu-empresa/#:~:text=La%20reforestaci%C3%B3n%20empresarial%20>