Momento de Retroalimentación (Portafolio Implementación)

Construcción de un Modelo Estadístico Base

Jorge Chávez Badillo A01749448

2022-09-14

Contaminación por Mercurio

Descripción del Problema

La contaminación por mercurio de peces en el agua dulce comestibles es una amenaza directa contra nuestra salud. Se llevó a cabo un estudio reciente en 53 lagos de Florida con el fin de examinar los factores que influían en el nivel de contaminación por mercurio. Las variables que se midieron se encuentran en mercurio.csv Descargar mercurio.csv y su descripción es la siguiente:

- X1 = número de indentificación
- X2 = nombre del lago
- X3 = alcalinidad (mg/l de carbonato de calcio)
- X4 = PH
- X5 = calcio (mg/l)
- X6 = clorofila (mg/l)
- X7 = concentración media de mercurio (parte por millón) en el tejido muscualar del grupo de peces estudiados en cada lago
- X8 = número de peces estudiados en el lago
- X9 = mínimo de la concentración de mercurio en cada grupo de peces
- X10 = máximo de la concentración de mercurio en cada grupo de peces
- X11 = estimación (mediante regresión) de la concentración de mercurio en el pez de 3 años (o promedio de mercurio cuando la edad no está disponible)
- X12 = indicador de la edad de los peces (0: jóvenes; 1: maduros)

Alrededor de la principal pregunta de investigación que surge en este estudio: ¿Cuáles son los principales factores que influyen en el nivel de contaminación por mercurio en los peces de los lagos de Florida? pueden surgir preguntas paralelas que desglosan esta pregunta general:

- 1. ¿Hay evidencia para suponer que la concentración promedio de mercurio en los lagos es dañino para la salud humana? Considera que las normativas de referencia para evaluar los niveles máximos de Hg (Reglamento 34687-MAG y los reglamentos internacionales CE 1881/2006 y Codex Standard 193-1995) establecen que la concentración promedio de mercurio en productos de la pesca no debe superar los 0.5 mg de Hg/kg.
- 2. ¿Habrá diferencia significativa entre la concentración de mercurio por la edad de los peces?
- 3. Si el muestreo se realizó lanzando una red y analizando los peces que la red encontraba ¿Habrá influencia del número de peces encontrados en la concentración de mercurio en los peces?
- 4. ¿Las concentraciones de alcalinidad, clorofila, calcio en el agua del lago influyen en la concentración de mercurio de los peces?

Exploración de la Base de Datos

Lectura de Datos

```
db_mercurio = read.csv("mercurio.csv")
n_variables = length(db_mercurio)
n_rows = nrow(db_mercurio)

sprintf("Número de Variables: %s", n_variables)

## [1] "Número de Variables: 12"

sprintf("Número de Registros: %s", n_rows)
## [1] "Número de Registros: 53"
```

Cálculo de Medidas Estadísticas y Visualización de los Datos

Variables Cuantitativas

```
getmode <- function(v) {
   uniqv <- unique(v)
   uniqv[which.max(tabulate(match(v, uniqv)))]
}

db_mercurio_num = db_mercurio[3:12]
n = length(db_mercurio_num) # número de variables
d = matrix(NA, ncol = 9, nrow = n)
for(i in 1:n) {
   d[i, ] <- c(as.numeric(summary(db_mercurio_num[, i])), sd(db_mercurio_num[, i]), var(db_mercurio_num[)}
m = as.data.frame(d)
row.names(m) = c("X3", "X4", "X5", "X6", "X7", "X8", "X9", "X10", "X11", "X12")
names(m) = c("Minimo", "Q1", "Mediana", "Media", "Q3", "Máximo", "Desv Est", "Varianza", "Moda")
m</pre>
```

Medidas de Tendencia Central y de Dispersión

```
##
      Mínimo
                Q1 Mediana
                               Media
                                        Q3 Máximo
                                                   Desv Est
                                                                Varianza Moda
## X3
        1.20 6.60
                    19.60 37.5301887 66.50 128.00 38.2035267 1.459509e+03 25.40
        3.60 5.80
                     6.80 6.5905660 7.40
## X4
                                            9.10 1.2884493 1.660102e+00
                                                                        6.90
## X5
        1.10 3.30
                    12.60 22.2018868 35.60 90.70 24.9325744 6.216333e+02
                                                                         3.00
## X6
        0.70 4.60
                   12.80 23.1169811 24.70 152.40 30.8163214 9.496457e+02 3.20
## X7
        0.04 0.27
                    0.48 0.5271698 0.77
                                            1.33 0.3410356 1.163053e-01 0.34
        4.00 10.00
## X8
                   12.00 13.0566038 12.00 44.00 8.5606773 7.328520e+01 12.00
## X9
        0.04 0.09
                     0.25 0.2798113 0.33
                                            0.92 0.2264058 5.125958e-02 0.04
## X10
        0.06 0.48
                     0.84 0.8745283 1.33
                                            2.04 0.5220469 2.725329e-01 1.90
## X11
        0.04 0.25
                     0.45 0.5132075 0.70
                                           1.53 0.3387294 1.147376e-01 0.16
                     1.00 0.8113208 1.00 1.00 0.3949977 1.560232e-01 1.00
## X12
        0.00 1.00
```

Al hacer el cáculo de los datos estadísticos, es posible tener un mayor entendimiento de la información para facilitar la elección de las variables que serán utilizadas, además de elegir cuáles herramientas estadísticas serán implementadas para la solución del problema.

Medidas de Posición Boxplot y Valores Atípicos

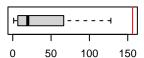
```
x3 = db_mercurio_num$X3
x4 = db_mercurio_num$X4
x5 = db_mercurio_num$X5
x6 = db_mercurio_num$X6
x7 = db_mercurio_num$X7
x8 = db_mercurio_num$X8
x9 = db_mercurio_num$X9
x10 = db_mercurio_num$X10
x11 = db_mercurio_num$X11
# Cuartiles Para x3
q1_3 = quantile(x3, 0.25)
q3_3 = quantile(x3, 0.75)
rc_3 = q3_3 - q1_3 # Rango intercuartílico
y2_3 = q3_3 + 1.5 * rc_3
\# IQR(x3)
# Cuartiles Para x4
q1_4 = quantile(x4, 0.25)
q3_4 = quantile(x4, 0.75)
rc_4 = q3_4 - q1_4 # Rango intercuartílico
y2_4 = q3_4 + 1.5 * rc_4
# IQR(x3)
# Cuartiles Para x5
q1 5 = quantile(x5, 0.25)
q3_5 = quantile(x5, 0.75)
rc_5 = q3_5 - q1_5 # Rango intercuartílico
y2_5 = q3_5 + 1.5 * rc_5
# IQR(x5)
# Cuartiles Para x6
q1_6 = quantile(x6, 0.25)
q3_6 = quantile(x6, 0.75)
rc_6 = q3_6 - q1_6 # Rango intercuartílico
y2_6 = q3_6 + 1.5 * rc_6
# IQR(x6)
# Cuartiles Para x7
q1_7 = quantile(x7, 0.25)
q3_7 = quantile(x7, 0.75)
rc_7 = q3_7 - q1_7 # Rango intercuartílico
y2_7 = q3_7 + 1.5 * rc_7
\# IQR(x7)
# Cuartiles Para x8
q1_8 = quantile(x8, 0.25)
```

```
q3_8 = quantile(x8, 0.75)
rc_8 = q3_8 - q1_8 # Rango intercuartílico
y2_8 = q3_8 + 1.5 * rc_8
# IQR(x8)
# Cuartiles Para x9
q1_9 = quantile(x9, 0.25)
q3_9 = quantile(x9, 0.75)
rc_9 = q3_9 - q1_9 # Rango intercuartílico
y2_9 = q3_9 + 1.5 * rc_9
# IQR(x9)
# Cuartiles Para x10
q1_10 = quantile(x10, 0.25)
q3_10 = quantile(x10, 0.75)
rc_10 = q3_10 - q1_10 # Rango intercuartílico
y2_{10} = q3_{10} + 1.5 * rc_{10}
# IQR(x10)
# Cuartiles Para x11
q1_11 = quantile(x11, 0.25)
q3_11 = quantile(x11, 0.75)
rc_11 = q3_11 - q1_11 # Rango intercuartílico
y2_11 = q3_11 + 1.5 * rc_11
# IQR(x11)
par(mfrow = c(3, 3))
boxplot(x3, main = "Boxplot Alcalinidad", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_3))
abline(v = y2_3, col="red")
X_3 = db_mercurio_num[x3 < y2_3, c("X3")]
print("Summary x3")
## [1] "Summary x3"
summary(X_3)
      Min. 1st Qu. Median
##
                            Mean 3rd Qu.
                                              Max.
##
      1.20 6.60
                   19.60
                            37.53 66.50 128.00
boxplot(x4, main = "Boxplot PH", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_4))
abline(v = y2_4, col="red")
X_4 = db_mercurio_num[x4 < y2_4, c("X4")]
print("Summary x4")
## [1] "Summary x4"
summary(X 4)
     Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu.
                                             Max.
     3.600 5.800 6.800 6.591 7.400 9.100
##
```

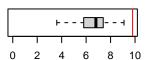
```
boxplot(x5, main = "Boxplot Calcio", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_5))
abline(v = y2_5, col="red")
X_5 = db_mercurio_num[x5 < y2_5, c("X5")]
print("Summary x5")
## [1] "Summary x5"
summary(X_4)
##
     Min. 1st Qu. Median
                            Mean 3rd Qu.
                                             Max.
##
    3.600 5.800 6.800
                            6.591 7.400
                                            9.100
boxplot(x6, main = "Boxplot Clorofila", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_6))
abline(v = y2 6, col="red")
X_6 = db_mercurio_num[x6 < y2_6, c("X6")]
print("Summary x6")
## [1] "Summary x6"
summary(X_6)
##
     Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu.
                                             Max.
##
     0.70
             3.75
                     9.60
                            13.76
                                    20.55
                                            45.20
boxplot(x7, main = "Boxplot Media Mercurio", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_7))
abline(v = y2_7, col="red")
X_7 = db_mercurio_num[x7 < y2_7, c("X7")]
print("Summary x7")
## [1] "Summary x7"
summary(X_7)
     Min. 1st Qu. Median
                             Mean 3rd Qu.
##
                                             Max.
## 0.0400 0.2700 0.4800 0.5272 0.7700 1.3300
boxplot(x8, main = "Boxplot # de Peces", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_8))
abline(v = y2_8, col="red")
X_8 = db_mercurio_num[x8 < y2_8, c("X8")]
print("Summary x8")
## [1] "Summary x8"
summary(X_8)
##
     Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu.
                                             Max.
     4.00 10.00
                   12.00
                            10.52 12.00
##
                                            14.00
```

```
boxplot(x9, main = "Boxplot Minimo Mercurio", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_9))
abline(v = y2_9, col="red")
X_9 = db_mercurio_num[x9 < y2_9, c("X9")]
print("Summary x9")
## [1] "Summary x9"
summary(X_9)
     Min. 1st Qu. Median
                             Mean 3rd Qu.
##
## 0.0400 0.0825 0.2400 0.2454 0.3175 0.6900
boxplot(x10, main = "Boxplot Máximo Mercurio", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_10))
abline(v = y2_10, col="red")
X_10 = db_mercurio_num[x10 < y2_10, c("X10")]
print("Summary x10")
## [1] "Summary x10"
summary(X_10)
     Min. 1st Qu. Median
##
                             Mean 3rd Qu.
                                             Max.
## 0.0600 0.4800 0.8400 0.8745 1.3300 2.0400
boxplot(x11, main = "Boxplot Estimación", horizontal = TRUE, ylim = c(0, y2_11))
abline(v = y2_11, col="red")
```

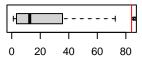
Boxplot Alcalinidad



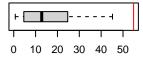
Boxplot PH



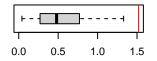
Boxplot Calcio



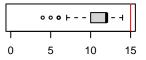
Boxplot Clorofila



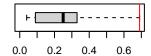
Boxplot Media Mercurio



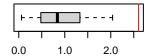
Boxplot # de Peces



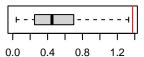
Boxplot Mínimo Mercurio



Boxplot Máximo Mercurio



Boxplot Estimación



```
X_11 = db_mercurio_num[x11 < y2_11, c("X11")]
print("Summary x11")</pre>
```

[1] "Summary x11"

summary(X_11)

```
## Min. 1st Qu. Median Mean 3rd Qu. Max.
## 0.0400 0.2500 0.4500 0.4937 0.6775 1.3300
```

Como se puede observar en los boxblots anteriores, tenemos cada una de las variables numéricas representadas de esta forma para poder tener un mayor entendimiento de su comportamiento.

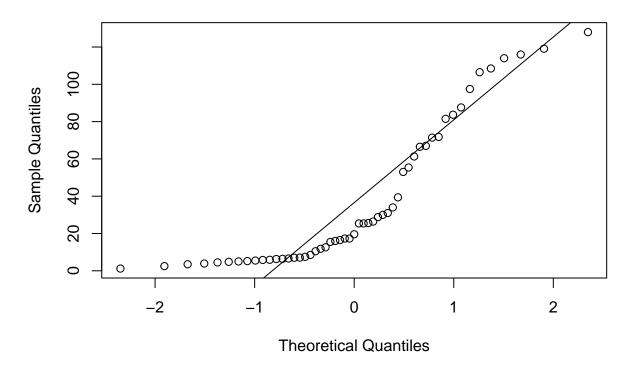
Con estos gráficos es posible obtener información sobre la forma general de la curva, es decir características como la simetría, la curtosis, la mediana, distribución de los datos hacia ambos lados de los valores centrales así como también la presencia de datos atípicos.

Es importante mencionar que los boxplots de las variables del número de peces y el calcio presentan algunos datos atípicos ya que los cálculos no exceden los valores del rango, al observar la gráfica se puede concluir que estos no tienen un gran efecto los cálculos posteriores pues no son una cantidad que represente un riesgo.

Distribución de los Datos Q-Q Plot e Histogramas

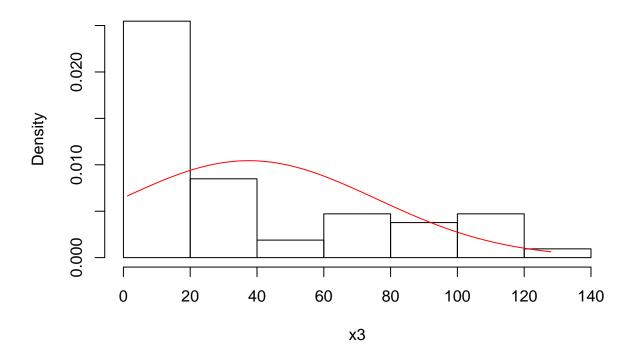
```
# x3
# QQplot
qqnorm(x3, main = "Normal Q-Q Plot Alcalinidad ")
qqline(x3)
```

Normal Q-Q Plot Alcalinidad



```
# Histrograma
hist(x3, main = "Histograma de Alcalinidad", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x3), max(x3), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x3), sd(x3))
lines(x, y, col = "red")
```

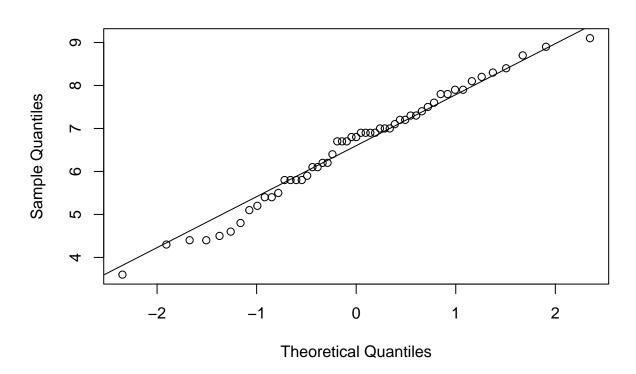
Histograma de Alcalinidad



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una distribución con colas delgadas (alta, curtosis y distribución leptocúrtica), lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, la distribución cuenta con una gran concentración de valores.

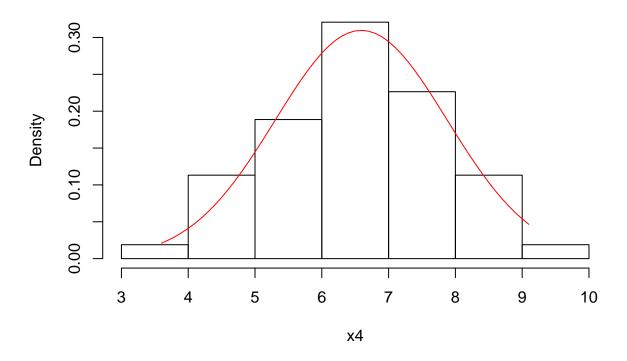
```
# x4
# QQplot
qqnorm(x4, main = "Normal Q-Q Plot PH ")
qqline(x4)
```

Normal Q-Q Plot PH



```
# Histrograma
hist(x4, main = "Histograma de PH", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x4), max(x4), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x4), sd(x4))
lines(x, y, col = "red")
```

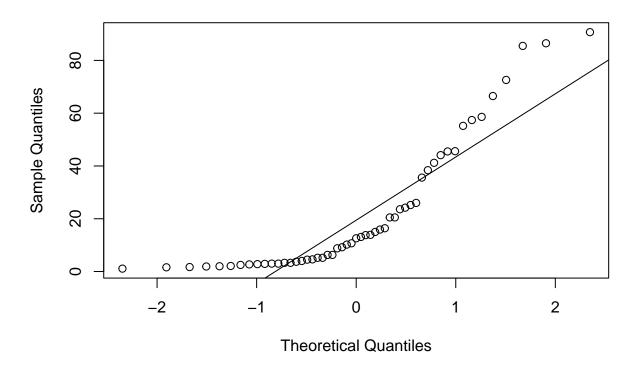
Histograma de PH



Como podemos observar en la gráfica de q
qplot, tenemos que la probabilidad normal es aproximádamente ideal, lo cual se comprue
ba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran con una distribución simétrica.

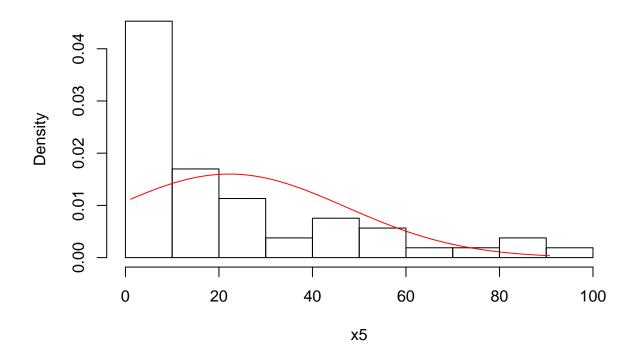
```
# x5
# QQplot
qqnorm(x5, main = "Normal Q-Q Plot Calcio ")
qqline(x5)
```

Normal Q-Q Plot Calcio



```
# Histrograma
hist(x5, main = "Histograma de PH", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x5), max(x5), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x5), sd(x5))
lines(x, y, col = "red")
```

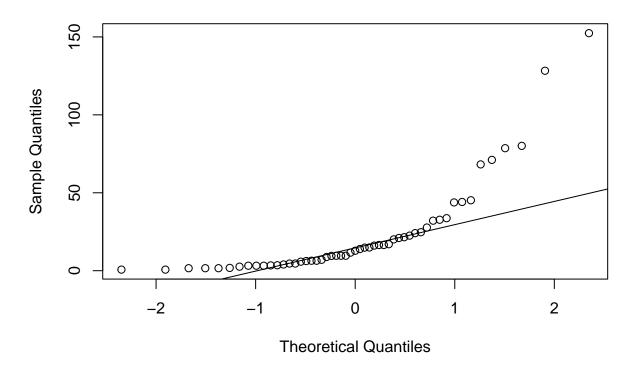
Histograma de PH



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una asimetría positiva con un sesgo a la derecha, lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran recargados hacia el lado izquierdo, lo que significa que la distribución se encuentra sesgada a la derecha.

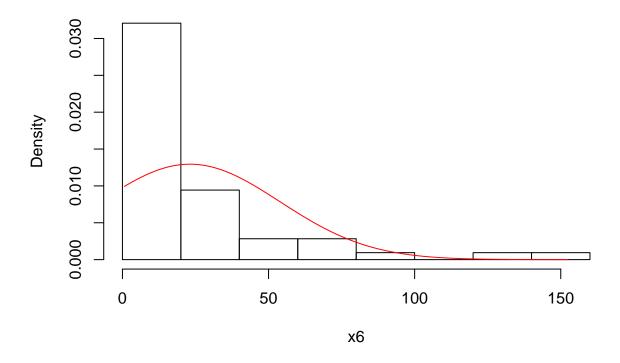
```
# x6
# QQplot
qqnorm(x6, main = "Normal Q-Q Plot Clorofila ")
qqline(x6)
```

Normal Q-Q Plot Clorofila



```
# Histrograma
hist(x6, main = "Histograma de Clorofila", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x6), max(x6), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x6), sd(x6))
lines(x, y, col = "red")
```

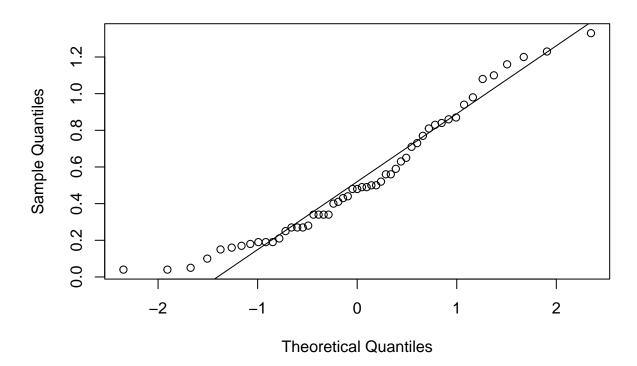
Histograma de Clorofila



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una asimetría positiva con un sesgo a la derecha, lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran recargados hacia el lado izquierdo, lo que significa que la distribución se encuentra sesgada a la derecha.

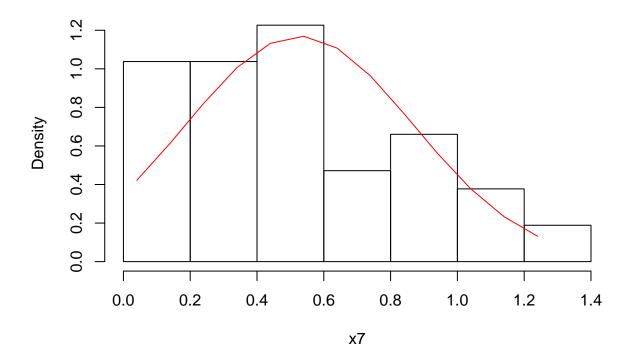
```
# x7
# QQplot
qqnorm(x7, main = "Normal Q-Q Plot Concentración Media de Mercurio")
qqline(x7)
```

Normal Q-Q Plot Concentración Media de Mercurio



```
# Histrograma
hist(x7, main = "Histograma de Concentración Media de Mercurio", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x7), max(x7), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x7), sd(x7))
lines(x, y, col = "red")
```

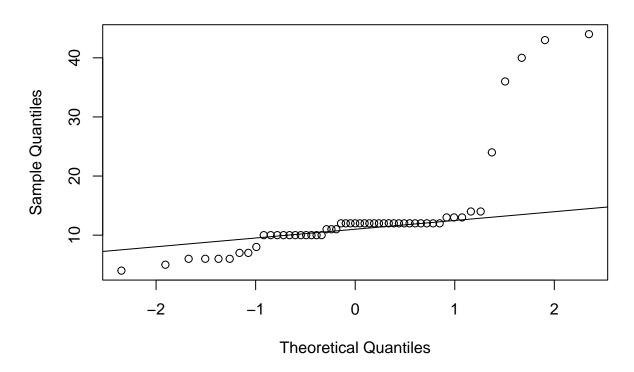
Histograma de Concentración Media de Mercurio



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una asimetría positiva con un sesgo ligeramente a la derecha, lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran mínimamente recargados hacia el lado izquierdo, lo que significa que la distribución se encuentra sesgada a la derecha.

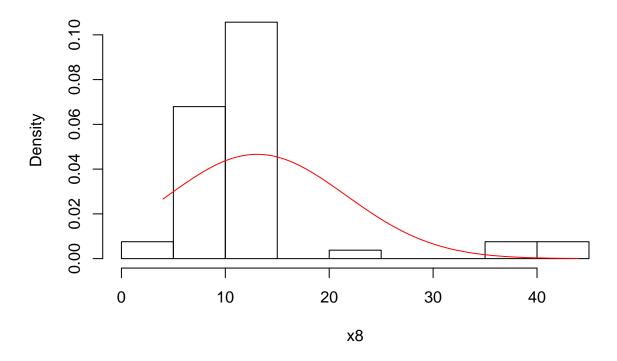
```
# x8
# QQplot
qqnorm(x8, main = "Normal Q-Q Plot Número de Peces Estudiados")
qqline(x8)
```

Normal Q-Q Plot Número de Peces Estudiados



```
# Histrograma
hist(x8, main = "Histograma de Número de Peces Estudiados", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x8), max(x8), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x8), sd(x8))
lines(x, y, col = "red")
```

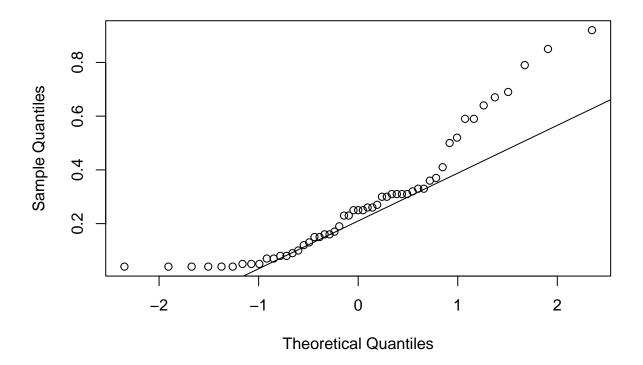
Histograma de Número de Peces Estudiados



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una distribución con colas gruesas (baja curtosis, distribución platicúrtica), lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos son asímetricos con un ligero sesgo a la derecha.

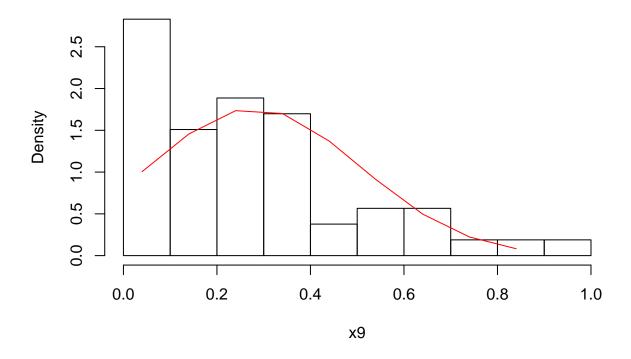
```
# x9
# QQplot
qqnorm(x9, main = "Normal Q-Q Plot Minimo de la Concentración de Mercurio")
qqline(x9)
```

Normal Q-Q Plot Mínimo de la Concentración de Mercurio



```
# Histrograma
hist(x9, main = "Histograma de Mínimo de la Concentración de Mercurio", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x9), max(x9), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x9), sd(x9))
lines(x, y, col = "red")
```

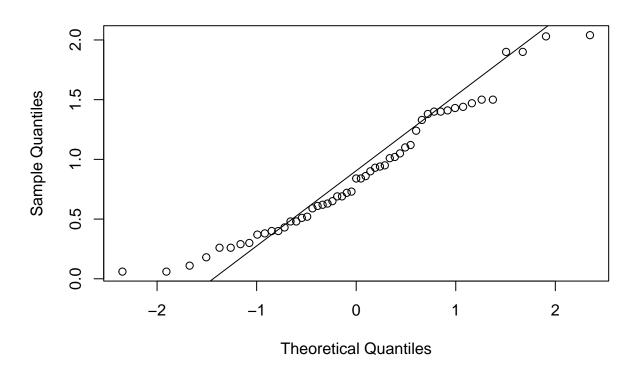
Histograma de Mínimo de la Concentración de Mercurio



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una asimetría positiva con un sesgo a la derecha, lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran recargados hacia el lado izquierdo, lo que significa que la distribución se encuentra sesgada a la derecha.

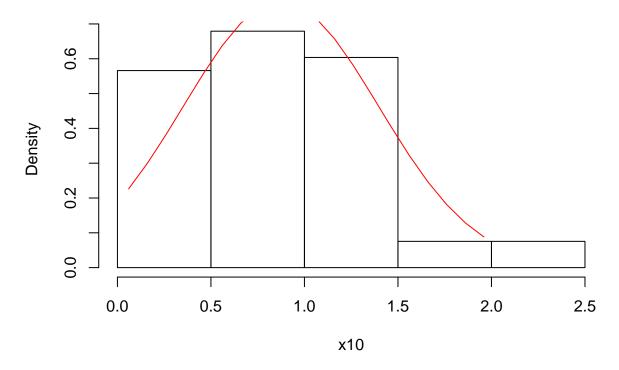
```
# x10
# QQplot
qqnorm(x10, main = "Normal Q-Q Plot Máximo de la Concentración de Mercurio")
qqline(x10)
```

Normal Q-Q Plot Máximo de la Concentración de Mercurio



```
# Histrograma
hist(x10, main = "Histograma de Máximo de la Concentración de Mercurio", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x10), max(x10), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x10), sd(x10))
lines(x, y, col = "red")
```

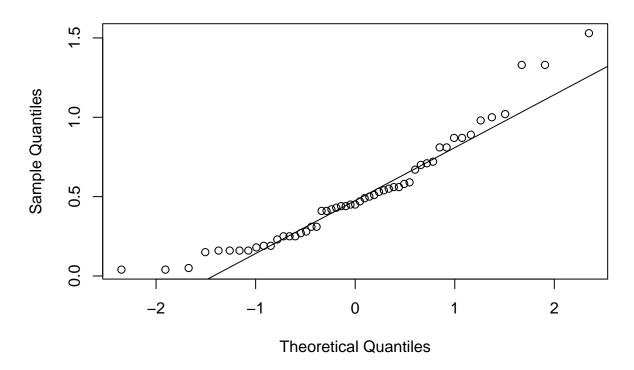
Histograma de Máximo de la Concentración de Mercurio



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal es casi ideal, lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran recargados casi simétricos.

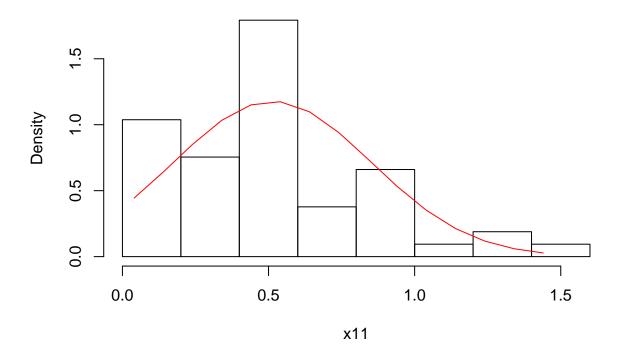
```
# x11
# QQplot
qqnorm(x11, main = "Normal Q-Q Plot Estimación")
qqline(x11)
```

Normal Q-Q Plot Estimación



```
# Histrograma
hist(x11, main = "Histograma de Estimación", prob = TRUE, col = 0)
x = seq(min(x11), max(x11), 0.1)
y = dnorm(x, mean(x11), sd(x11))
lines(x, y, col = "red")
```

Histograma de Estimación



Como podemos observar en la gráfica de qqplot, tenemos que la probabilidad normal tiene una asimetría positiva con un sesgo a la derecha, lo cual se comprueba con el histograma y podemos verificar que, en efecto, los datos se encuentran recargados hacia el lado izquierdo, lo que significa que la distribución se encuentra sesgada a la derecha.

Variables Cualitativas

Gráfica de Frecuencia

Tabla de Distribución de Frecuencia Frecuencia de la Edad de Los Peces

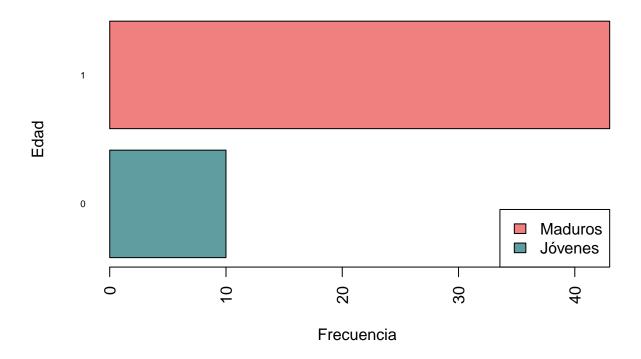
```
edad_peces_table = table(db_mercurio_num$X12)
print("Tabla de Distribución de Frecuencia Edad de los Peces: ")

## [1] "Tabla de Distribución de Frecuencia Edad de los Peces: "

edad_peces_table

##
## 0 1
## 10 43
```

Frecuencia Edad de los Peces



De acuerdo con la gráfica anterior podemos observar que en el dataset utilizado tenemos una mayor cantidad de peces de una edad madura que peces de una edad jóven, lo cual es importante a tomar en cuenta si existe la posibilidad de que la concentración de mercurio varie con respecto a la edad de los peces.

Frecuencia de Lagos que Superaron los 0.5mgdeHg/Kg Establecidos por los Reglamentos

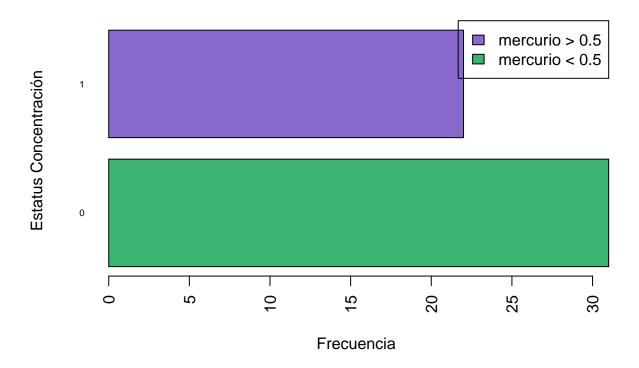
```
db_mercurio_cnt = db_mercurio_num
db_mercurio_cnt$X13 <- with(db_mercurio_cnt, ifelse(X7 > 0.5, 1, 0))
db_mercurio_cnt_table = table(db_mercurio_cnt$X13)
print("Tabla de Distribución de Lagos que Superaron los 0.5 mg de Hg/Kg: ")
### [1] "Tabla de Distribución de Lagos que Superaron los 0.5 mg de Hg/Kg: "
```

```
db_mercurio_cnt_table
```

```
## 0 1
## 31 22
```

```
# Gráfica de Frecuencia
barplot(db_mercurio_cnt_table, width = 1, cex.names = 0.6, col = c("mediumseagreen", "mediumpurple3"),
```

Frecuencia de Lagos que Superaron el Valor Establecido

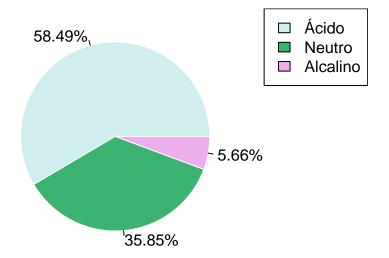


El gráfico anterior se realizó creando una nueva columna tomando el valor permitido de concentración y mostrando así si cada río lo sobrepasaba o se mantenía debajo del mismo, obteniendo así que apróximadamente el 58% de los ríos cuenta con una concentración media de mercurio menor al 0.5 permitido por los reglamentos, lo que indica que una parte significativa se encuentra contaminada y es probable que sea dañina pra el ser humano.

Porcentajes y Distribución de PH

```
db_mercurio_ph = db_mercurio_num
db_mercurio_ph$X4 <- with(db_mercurio_ph, ifelse(X4 < 7.0, "Ácido", ifelse(X4 == 7.0, "Neutro", "Alcali
db_ph_cnt_table = table(db_mercurio_ph$X4)
print("Tabla de Distribución del PH: ")
## [1] "Tabla de Distribución del PH: "
db_ph_cnt_table
##
##
      Ácido Alcalino
                       Neutro
##
         31
                  19
                             3
#Gráfica de pie
colors <- c("lightcyan2", "mediumseagreen", "plum2")</pre>
pie(db_ph_cnt_table, border="white", col = colors, main = "Gráfica del PH", labels = paste0(round(100 *
legend("topright", c("Ácido", "Neutro", "Alcalino"), fill=colors)
```

Gráfica del PH



En este gráfico de pastel podemos observar que existe un mayor porcentaje de ácidos de acuerdo a los registros de ph, lo cual indica que, en efecto, existe contaminación en los lagos, sin embargo también se tiene que un 35.85% el ph es neutro, un 5.66% es alcalino y lo restante es ácido.

Búsqueda de Correlaciones

```
library(psych)
Rc = corr.test(db_mercurio_num)
Rc
## Call:corr.test(x = db_mercurio_num)
## Correlation matrix
##
          ХЗ
                Х4
                      Х5
                            Х6
                                   Х7
                                         Х8
                                               Х9
                                                    X10
## X3
        1.00
              0.72
                    0.83
                          0.48 - 0.59
                                      0.01 -0.53 -0.60 -0.63 -0.09
## X4
        0.72
              1.00
                    0.58
                          0.61 -0.58 -0.02 -0.54 -0.55 -0.61
                          0.41 -0.40 -0.09 -0.33 -0.41 -0.46
## X5
        0.83
              0.58
                    1.00
                          1.00 -0.49 -0.01 -0.40 -0.48 -0.51 -0.28
## X6
        0.48
             0.61
                    0.41
       -0.59 -0.58 -0.40 -0.49
                                1.00
                                      0.08
                                            0.93
                                                   0.92
                                                         0.96
## X7
## X8
        0.01 -0.02 -0.09 -0.01
                                0.08
                                      1.00 -0.08
                                                   0.16
                                                         0.03
      -0.53 -0.54 -0.33 -0.40
                                0.93 -0.08
                                            1.00
                                                   0.77
                                                         0.92
## X10 -0.60 -0.55 -0.41 -0.48
                                0.92
                                       0.16
                                             0.77
                                                   1.00
                                                               0.09
                                                         0.86
## X11 -0.63 -0.61 -0.46 -0.51
                                0.96
                                       0.03
                                             0.92
                                                   0.86
                                                         1.00
## X12 -0.09 0.04 0.00 -0.28 0.11 0.21
                                            0.10
                                                   0.09
                                                         0.09
## Sample Size
```

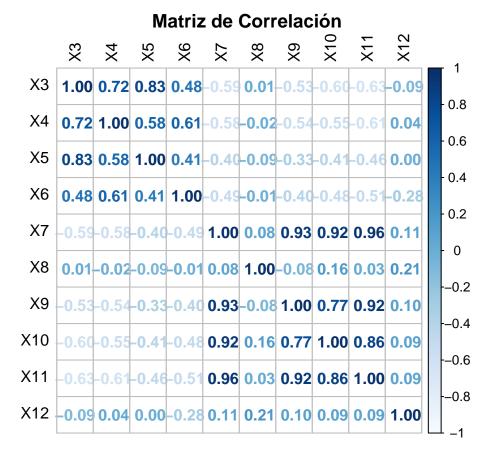
```
## [1] 53
## Probability values (Entries above the diagonal are adjusted for multiple tests.)
        Х4
            Х5
               Х6
                  Х7
                     Х8
                         X9 X10 X11 X12
    ## X3
    ## X5 0.00 0.00 0.00 0.05 0.06 1.00 0.27 0.05 0.01 1.00
## X6 0.00 0.00 0.00 0.00 1.00 0.06 0.01 0.00 0.68
    0.94 0.89 0.52 0.93 0.57 0.00 1.00 1.00 1.00 1.00
## X9 0.00 0.00 0.01 0.00 0.00 0.56 0.00 0.00 0.00 1.00
## X12 0.50 0.79 0.99 0.04 0.44 0.14 0.47 0.50 0.52 0.00
##
## To see confidence intervals of the correlations, print with the short=FALSE option
```

Visualización de la Matriz de Correlación

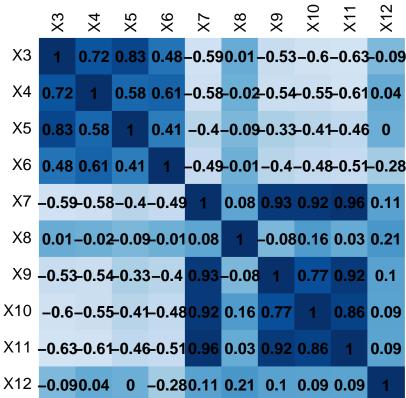
```
library(corrplot)
```

corrplot 0.92 loaded

```
corrplot(cor(db_mercurio_num), method = "number", col = COL1("Blues"), tl.col = "black", main = "Matriz
```



Matriz de Correlación



ANOVA

```
# Edad
media_mercurio_j = db_mercurio_num[db_mercurio_num$X12 == 0, ]$X7
media_mercurio_m = db_mercurio_num[db_mercurio_num$X12 == 1, ]$X7

print("jovenes")

## [1] "jovenes"

media_mercurio_j

## [1] 1.33 0.04 0.44 0.05 0.41 0.50 0.87 0.56 0.04 0.27

print("maduros")

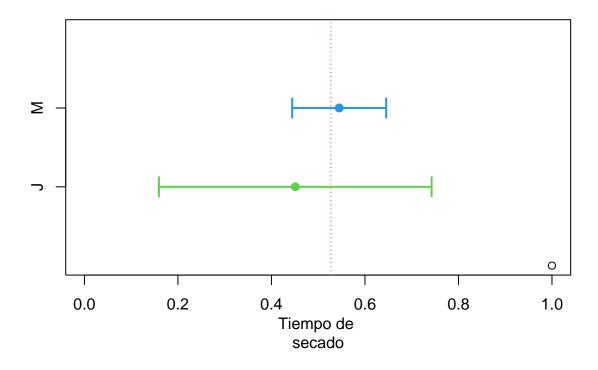
## [1] "maduros"
```

```
media_mercurio_m
## [1] 1.23 1.20 0.27 0.48 0.19 0.83 0.81 0.71 0.50 0.49 1.16 0.15 0.19 0.77 1.08
## [16] 0.98 0.63 0.56 0.73 0.34 0.59 0.34 0.84 0.34 0.28 0.34 0.17 0.18 0.19 0.49
## [31] 1.10 0.16 0.10 0.48 0.21 0.86 0.52 0.65 0.94 0.40 0.43 0.25 0.27
media_mercurio = c(media_mercurio_j, media_mercurio_m)
media_mercurio
## [1] 1.33 0.04 0.44 0.05 0.41 0.50 0.87 0.56 0.04 0.27 1.23 1.20 0.27 0.48 0.19
## [16] 0.83 0.81 0.71 0.50 0.49 1.16 0.15 0.19 0.77 1.08 0.98 0.63 0.56 0.73 0.34
## [31] 0.59 0.34 0.84 0.34 0.28 0.34 0.17 0.18 0.19 0.49 1.10 0.16 0.10 0.48 0.21
## [46] 0.86 0.52 0.65 0.94 0.40 0.43 0.25 0.27
len_j = length(media_mercurio_j)
len_m = length(media_mercurio_m)
edad = c(rep("J", len_j), rep("M", len_m))
edad = factor(edad)
edad
## [39] M M M M M M M M M M M M M M M
## Levels: J M
A <- aov(media_mercurio ~ edad)
summary(A)
              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
##
              1 0.072 0.07151
## edad
                                 0.61 0.438
## Residuals 51 5.976 0.11718
m = tapply(media_mercurio, edad, mean)
s = tapply(media_mercurio, edad, sd)
n = tapply(media_mercurio, edad, length)
print("Medias de los tratamientos:")
## [1] "Medias de los tratamientos:"
          .J
## 0.4510000 0.5448837
print("Desviación estándar de los tratamientos:")
```

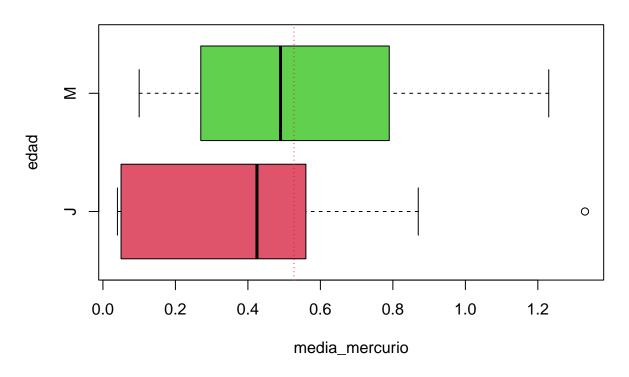
[1] "Desviación estándar de los tratamientos:"

```
## 0.4076614 0.3266232
print("Tamaño de la muestra de los tratamientos")
## [1] "Tamaño de la muestra de los tratamientos"
## J M
## 10 43
sm = s / sqrt(n)
E = abs(qt(0.025, n - 1)) * sm
In = m - E
Sup = m + E
In
##
          J
                     М
## 0.1593766 0.4443639
Sup
          J
## 0.7426234 0.6454035
plot(0, ylim = c(0,3), xlim = c(0, 1), yaxt = "n", ylab = "", xlab = "Tiempo de
secado", main = "Secado de diferentes tipos de pintura")
axis(2, at = c(1:2), labels = c("J", "M"))
for(i in 1:2) {
 arrows(In[i], i, Sup[i], i, angle = 90, code = 3, length = 0.1, lwd = 2, col = i + 2)
 points(m[i], i, pch = 19, cex = 1.1, col = i + 2)
abline(v = mean(media_mercurio), lty = 3, col = "red")
```

Secado de diferentes tipos de pintura

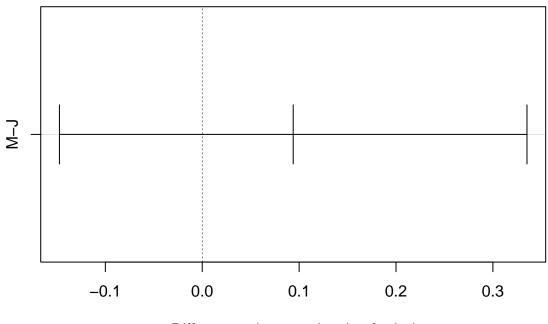


```
boxplot(media_mercurio ~ edad, col = 2:5, horizontal = TRUE)
abline(v = mean(media_mercurio), lty = 3, col = "red")
```



```
Tu = TukeyHSD(A)
Tu
     Tukey multiple comparisons of means
##
       95% family-wise confidence level
##
##
## Fit: aov(formula = media_mercurio ~ edad)
##
## $edad
##
             {\tt diff}
                          lwr
                                    upr
                                             p adj
## M-J 0.09388372 -0.1473904 0.3351579 0.4383058
plot(TukeyHSD(A))
```

95% family-wise confidence level

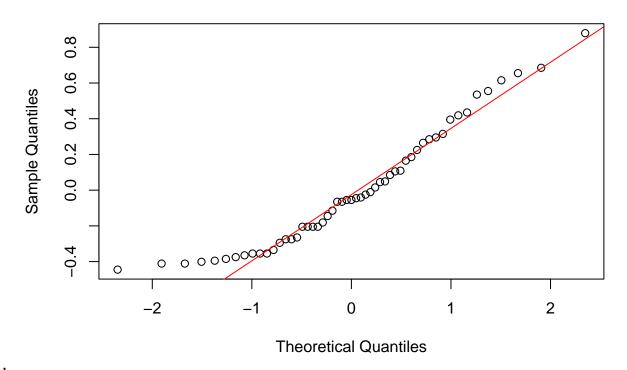


Differences in mean levels of edad

Verificación de supuestos:

```
qqnorm(A$residuals)
qqline(A$residuals, col = "red")
```

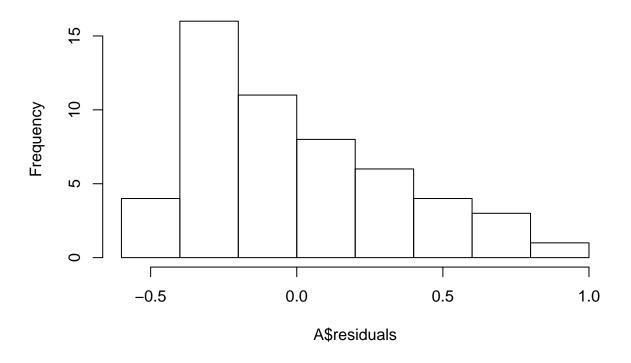
Normal Q-Q Plot



Normalidad

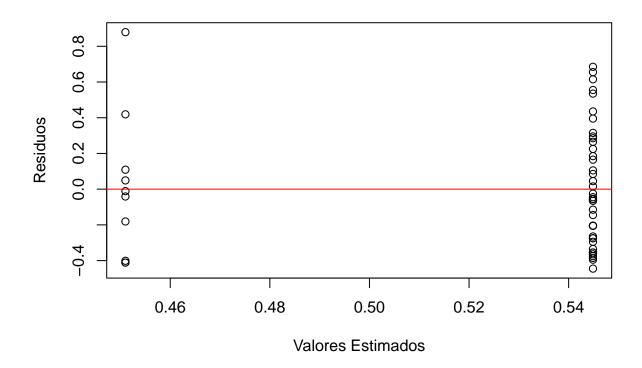
hist(A\$residuals, col = 0)

Histogram of A\$residuals



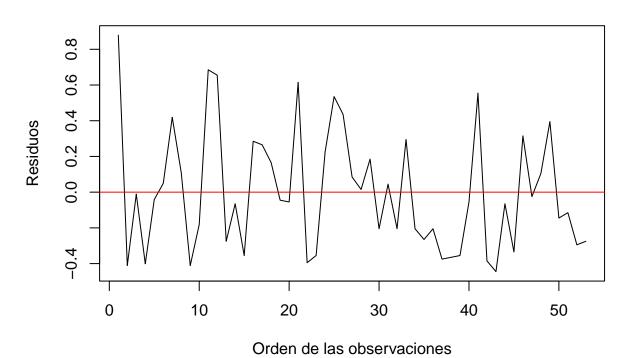
Homocedasticidad Valores estimados vs residuos.

```
plot(A$fitted.values, A$residuals, ylab = "Residuos", xlab = "Valores Estimados")
abline(h = 0, col = "red")
```



```
plot(c(1:53), A$residuals, type = "l", main = "Errores vs Orden de Observación", xlab = "Orden de las o
abline(h = 0, col = "red")
```

Errores vs Orden de Observación



Independencia

Regresión Múltiple

```
db_mercurio_mult = db_mercurio_num[1:5]
```

Correlación

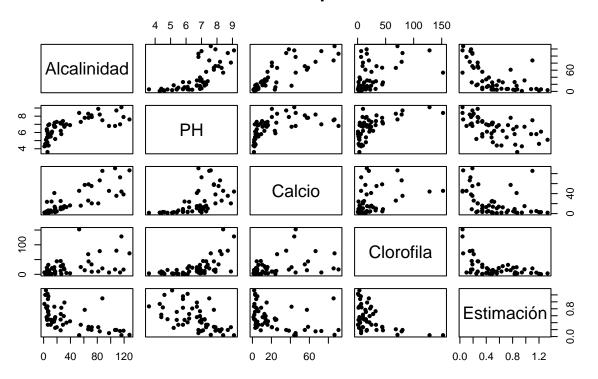
library(Hmisc)

```
## Loading required package: lattice
## Loading required package: survival
## Loading required package: Formula
## Loading required package: ggplot2
##
## Attaching package: 'ggplot2'
```

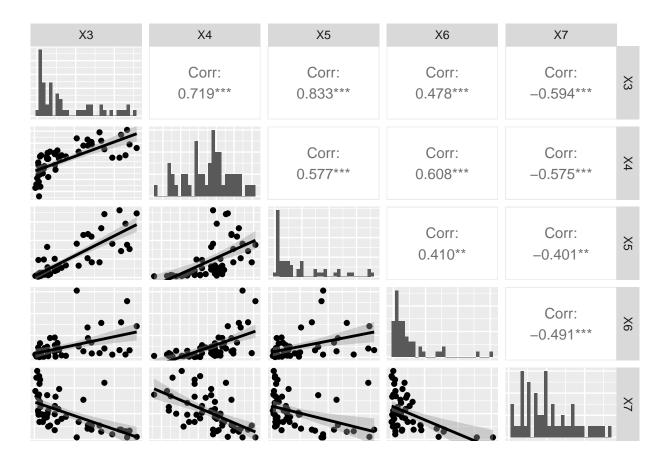
```
## The following objects are masked from 'package:psych':
##
##
       %+%, alpha
##
## Attaching package: 'Hmisc'
## The following object is masked from 'package:psych':
##
##
       describe
## The following objects are masked from 'package:base':
##
##
       format.pval, units
Rc = rcorr(as.matrix(db_mercurio_mult))
##
         ХЗ
               Х4
                     Х5
                           Х6
                                 Х7
## X3 1.00 0.72 0.83 0.48 -0.59
## X4 0.72 1.00 0.58 0.61 -0.58
## X5 0.83 0.58 1.00 0.41 -0.40
## X6 0.48 0.61 0.41 1.00 -0.49
## X7 -0.59 -0.58 -0.40 -0.49 1.00
##
## n = 53
##
##
## P
##
                    Х5
                           Х6
                                  Х7
      ХЗ
            Х4
             0.0000 0.0000 0.0003 0.0000
## X3
## X4 0.0000
                    0.0000 0.0000 0.0000
## X5 0.0000 0.0000
                           0.0023 0.0029
## X6 0.0003 0.0000 0.0023
                                  0.0002
## X7 0.0000 0.0000 0.0029 0.0002
```

pairs(db_mercurio_mult, labels=c("Alcalinidad", "PH", "Calcio", "Clorofila", "Estimación"), main = "Mat

Matriz de Dispersión



library(GGally)

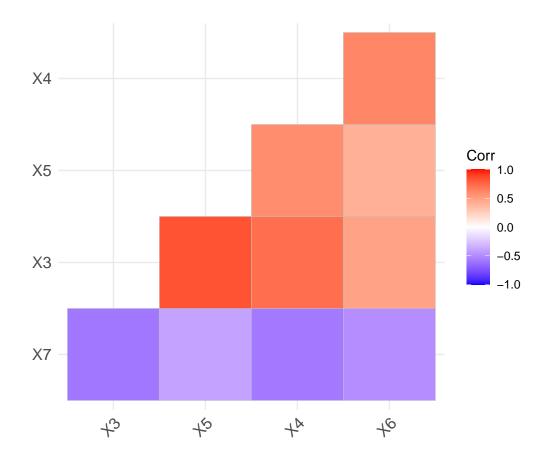


library(ggcorrplot) library(polycor)

```
##
## Attaching package: 'polycor'

## The following object is masked from 'package:psych':
##
## polyserial
```

```
mat_cor <- hetcor(db_mercurio_mult)$correlations
ggcorrplot(mat_cor,type="lower",hc.order = T)</pre>
```



El Modelo

```
R = lm(X7 ~ X3 + X4 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult)
summary(R)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = X7 ~ X3 + X4 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult)
## Residuals:
##
       Min
                  1Q Median
## -0.42260 -0.19155 -0.08438 0.14334 0.62234
##
## Coefficients:
##
               Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                          0.257561
                                    3.900 0.000299 ***
## (Intercept) 1.004440
                                    -2.713 0.009224 **
## X3
               -0.005503
                          0.002028
## X4
              -0.046709
                          0.045329 -1.030 0.307968
               0.004129
## X5
                           0.002648
                                    1.559 0.125484
## X6
              -0.002361
                          0.001497 -1.577 0.121257
## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## Residual standard error: 0.2629 on 48 degrees of freedom
```

```
## Multiple R-squared: 0.4515, Adjusted R-squared: 0.4058
## F-statistic: 9.879 on 4 and 48 DF, p-value: 6.499e-06
```

Selección del mejor modelo

```
step(R, direction = "both", trace = 1)
## Start: AIC=-136.87
## X7 ~ X3 + X4 + X5 + X6
##
         Df Sum of Sq
##
                          RSS
                                  AIC
## - X4
              0.07338 3.3904 -137.72
## <none>
                       3.3171 -136.87
## - X5
          1
               0.16803 3.4851 -136.25
## - X6
         1
              0.17196 3.4890 -136.19
## - X3
         1
               0.50874 3.8258 -131.31
##
## Step: AIC=-137.71
## X7 ~ X3 + X5 + X6
          Df Sum of Sq
##
                        RSS
                                  AIC
## <none>
                       3.3904 -137.72
## - X5
               0.18606 3.5765 -136.88
          1
## + X4
          1
              0.07338 3.3171 -136.87
## - X6
          1 0.35080 3.7412 -134.50
## - X3
          1 0.90855 4.2990 -127.13
##
## Call:
## lm(formula = X7 ~ X3 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult)
##
## Coefficients:
## (Intercept)
                         ХЗ
                                      Х5
                                                   Х6
      0.744583
                  -0.006487
                                0.004333
                                            -0.003035
El mejor modelo
R1 = lm(X7 \sim X3 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult)
S = summary(R1)
##
## Call:
## lm(formula = X7 ~ X3 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult)
## Residuals:
       Min
                  1Q Median
                                    3Q
## -0.38746 -0.18520 -0.07092 0.14490 0.61422
##
```

```
## Coefficients:
##
     Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) 0.744583 0.052401 14.209 < 2e-16 ***
## X3
         ## X5
## X6
          ## ---
## Signif. codes: 0 '*** 0.001 '** 0.01 '* 0.05 '.' 0.1 ' 1
##
## Residual standard error: 0.263 on 49 degrees of freedom
## Multiple R-squared: 0.4394, Adjusted R-squared: 0.4051
## F-statistic: 12.8 on 3 and 49 DF, p-value: 2.676e-06
```

Intervalos de confianza

confint(R1)

```
## 2.5 % 97.5 %

## (Intercept) 0.6392783659 0.849887688

## X3 -0.0100848532 -0.002889577

## X5 -0.0009770002 0.009643095

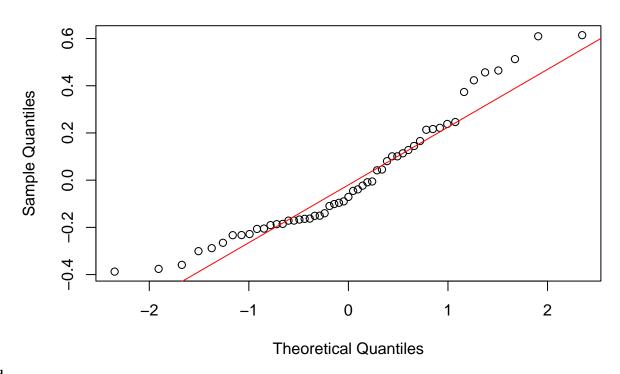
## X6 -0.0057427822 -0.000326232
```

Verificación de supuestos

```
E = R1$residuals
Y = R1$fitted.values

qqnorm(E)
qqline(E, col = "red")
```

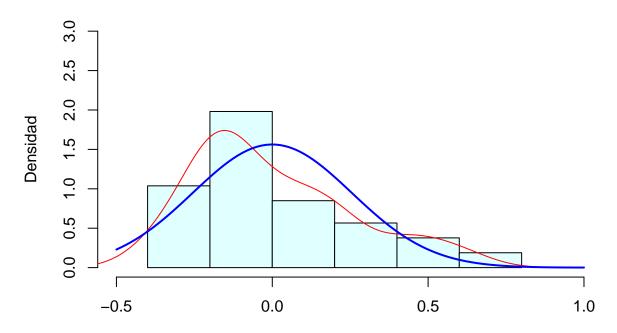
Normal Q-Q Plot



Normalidad

```
hist(E, col = "lightcyan", freq = FALSE, main = "Histograma de Residuos", xlim = c(-0.5, 1), ylim = c(0
lines(density(E), col = "red")
curve(dnorm(x, mean = mean(E), sd = sd(E)), add = TRUE, col = "blue", lwd = 2)
```

Histograma de Residuos

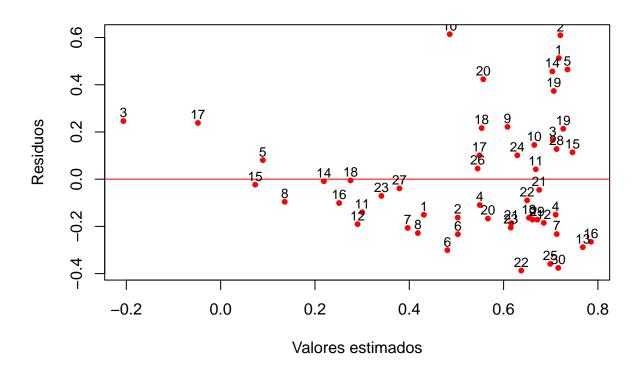


shapiro.test(E)

```
##
## Shapiro-Wilk normality test
##
## data: E
## W = 0.93258, p-value = 0.005116
```

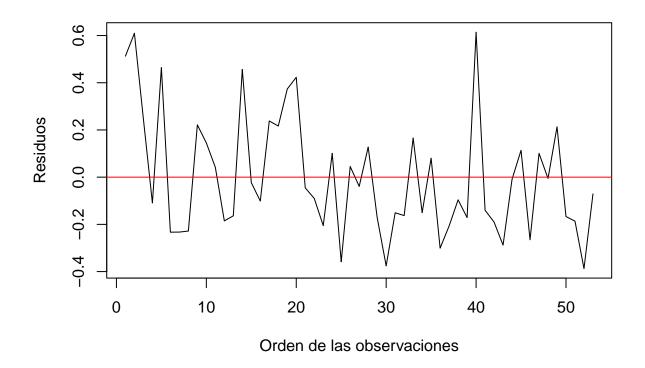
Homocedasticidad y modelo apropiado Gráfica Valores estimados vs Residuos

```
plot(Y, E, ylab = "Residuos", xlab = "Valores estimados", pch = 20, col = "red")
abline(h = 0, col = "red")
text(Y[], E[], 1:30, cex = 0.8, pos = 3, offset = 0.2)
```



Independencia Errores vs Orden de observación

```
n = length(db_mercurio_mult$X7)
plot(c(1:n), R1$residuals, type = "l", xlab = "Orden de las observaciones", ylab = "Residuos")
abline(h = 0, col = "red")
```



```
\#Prueba de autocorrelación para verificar independencia: HO: rho=0
library(car)
## Loading required package: carData
##
## Attaching package: 'car'
## The following object is masked from 'package:psych':
##
##
       logit
dwt(R1, alternative = "two.sided")
##
    lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
##
              0.1660837
                              1.588784
    Alternative hypothesis: rho != 0
```

Datos atípicos o influyentes

Datos atípicos Se estandarizan los residuos y se observa si hay distancias mayores a 3.

library(dplyr) ## ## Attaching package: 'dplyr' ## The following object is masked from 'package:car': ## ## recode ## The following objects are masked from 'package:Hmisc': ## ## src, summarize ## The following objects are masked from 'package:stats': ## ## filter, lag ## The following objects are masked from 'package:base': ## ## intersect, setdiff, setequal, union db_mercurio_mult\$residuos_estandarizados <- rstudent(R1) #Introduce una columna en D con los residuos

 $ggplot(data = db_mercurio_mult, aes(x = predict(R1), y = abs(residuos_estandarizados))) +$

labs(title = "Distribución de los residuos estandarizados",x = "predicción modelo") +

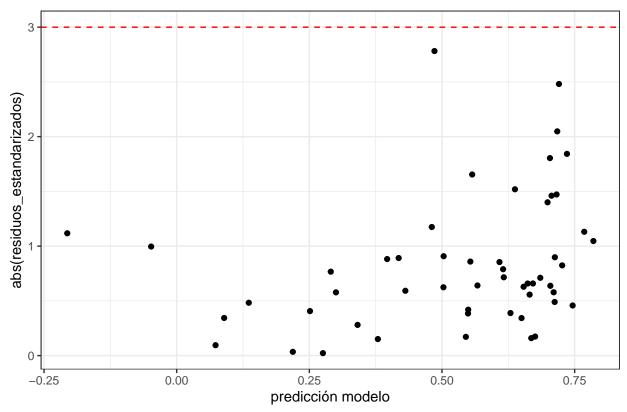
se identifican en rojo observaciones con residuos estandarizados absolutos > 3
geom_point(aes(color = ifelse(abs(residuos_estandarizados) > 3, 'red', 'black'))) +

geom_hline(yintercept = 3, color = "red", linetype = "dashed") +

theme_bw() + theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5))

scale_color_identity() +





which(abs(db_mercurio_mult\$residuos_estandarizados)>3)

integer(0)

```
summary(influence.measures(R1))
```

Datos influyentes

```
## Potentially influential observations of
    lm(formula = X7 ~ X3 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult) :
##
##
     dfb.1_ dfb.X3 dfb.X5
                           dfb.X6 dffit
                                                  cook.d hat
##
                                          cov.r
                           -0.09
## 2
      0.48 -0.11
                  -0.04
                                   0.48
                                           0.70_*
                                                   0.05
                                                          0.04
     -0.22
                   -0.29
                            0.52
                                   0.72
## 3
             0.28
                                           1.39_*
                                                   0.13
                                                         0.29_*
## 15 0.02
             0.00 -0.02
                           -0.01
                                 -0.04
                                           1.28_*
                                                  0.00
                                                         0.15
## 35 -0.02
             0.17
                  -0.11
                           -0.07
                                   0.18
                                           1.38_*
                                                  0.01
                                                          0.22
             0.07 -0.31
## 37 0.07
                            0.18 -0.46
                                           1.29_*
                                                  0.05
                                                          0.21
## 38 0.06
             0.17 -0.09
                           -0.40 -0.43
                                           1.90_*
                                                  0.05
                                                          0.44_*
## 40 -0.11
                    1.14_* -0.38
                                  1.38_*
                                           0.75_*
                                                  0.42
                                                          0.20
            -0.50
     0.03 -0.09 -0.06
                            0.15 -0.25
                                           1.26_*
                                                  0.02
                                                          0.16
## 41
## 48 0.00 -0.01
                            0.00 -0.01
                    0.01
                                           1.25_* 0.00
                                                          0.13
```

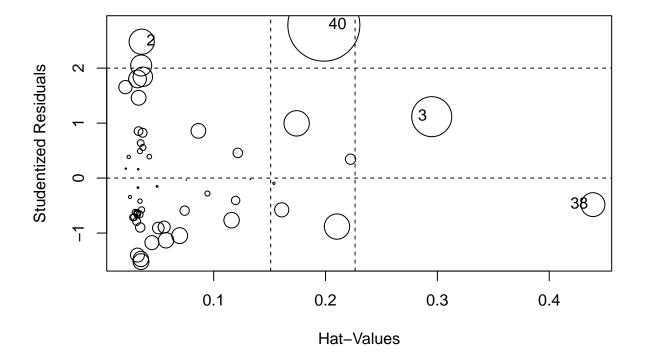
```
## Influence measures of
##
    lm(formula = X7 ~ X3 + X5 + X6, data = db_mercurio_mult) :
##
##
                       dfb.X5
                              dfb.X6
       dfb.1
               dfb.X3
                                       dffit cov.r
                                                  cook.d
     0.388970 -0.06468 -0.039438 -0.10827 0.39101 0.805 3.59e-02 0.0352
## 1
     0.476052 - 0.10616 - 0.043719 - 0.08697 0.47696 0.695 5.15e - 02 0.0356
    -0.222093 0.28467 -0.290188 0.51806 0.72269 1.390 1.30e-01 0.2949
    -0.050777 -0.03679 0.028122 0.04376 -0.07886 1.108 1.58e-03 0.0341
     0.358090 -0.10303 -0.003135 -0.07513 0.35939 0.858 3.08e-02 0.0366
## 5
## 6
    -0.106736 0.00905 0.077856 -0.13501 -0.20935 1.068 1.10e-02 0.0505
    -0.000803 0.04359 -0.134767 0.01498 -0.21654 1.077 1.18e-02 0.0557
## 9
     ## 10 0.092138 -0.04622 0.000161 0.03486 0.10886 1.099 3.01e-03 0.0368
## 11 0.027551 -0.00706 -0.004475 0.00319 0.02932 1.120 2.19e-04 0.0326
## 12 -0.113077 0.03581 -0.022954 0.04127 -0.12261 1.072 3.80e-03 0.0289
## 13 -0.079432 0.05788 -0.062119 0.02397 -0.11338 1.085 3.25e-03 0.0315
     0.324494 -0.08702 -0.007267 -0.05235 0.32752 0.863 2.56e-02 0.0319
     0.016324 -0.00374 -0.015564 -0.00657 -0.04060 1.282 4.21e-04 0.1538
     ## 17 -0.102253 0.32584 -0.281250 0.17347 0.45733 1.212 5.23e-02 0.1742
     0.033523 -0.09567 0.203278 -0.08968 0.26404 1.118 1.75e-02 0.0863
     0.268051 -0.06087 -0.017937 -0.04918 0.26942 0.944 1.77e-02 0.0329
     ## 21 -0.030911 0.00432 0.006855 0.00159 -0.03181 1.119 2.58e-04 0.0324
## 22 -0.052783 0.00940
                    ## 23 -0.122204 0.01528
                     0.040693 -0.03176 -0.14141 1.064 5.04e-03 0.0311
                     ## 24 0.058190 -0.03705
## 25 -0.249601 0.03884
                     ## 26 0.020025 0.00299 -0.007356 0.00132 0.02538 1.107 1.64e-04 0.0215
## 27 -0.010863 -0.02630 0.024816 0.00358 -0.03446 1.140 3.03e-04 0.0495
     0.090883 -0.02778 -0.002940 -0.00800 0.09201 1.102 2.15e-03 0.0341
## 29 -0.115528 0.02872 0.021206 -0.01434 -0.12326 1.084 3.84e-03 0.0338
## 30 -0.278097 0.04597 0.027058 0.07899 -0.27978 0.943 1.91e-02 0.0349
## 31 0.004002 0.07299 -0.125312 -0.02624 -0.16750 1.139 7.11e-03 0.0740
## 32 -0.068435 -0.01467 0.047262 -0.04320 -0.10944 1.084 3.03e-03 0.0298
     0.120124 -0.01556 -0.021264 -0.02504 0.12102 1.088 3.71e-03 0.0348
## 34 -0.110458 0.01698 0.018111 0.02124 -0.11104 1.095 3.13e-03 0.0355
## 35 -0.015672 0.16987 -0.108245 -0.07402 0.18390 1.383 8.61e-03 0.2223
             0.00731 0.086380 -0.16680 -0.25421 1.015 1.60e-02 0.0448
## 36 -0.120720
     ## 38 0.061805 0.16772 -0.086795 -0.40496 -0.42728 1.899 4.64e-02 0.4391
## 39 -0.113188 0.01743 0.026472 -0.00363 -0.11885 1.082 3.57e-03 0.0316
## 40 -0.110028 -0.49826 1.135482 -0.38357 1.38433 0.745 4.21e-01 0.1985
## 41 0.031899 -0.08908 -0.059832 0.15064 -0.25298 1.259 1.62e-02 0.1608
## 42 0.000794 -0.20023 0.071853 0.16526 -0.27777 1.170 1.95e-02 0.1160
## 43 -0.184014 0.18795 -0.188752 0.07401 -0.27905 1.037 1.94e-02 0.0574
     ## 45 0.054380 -0.14636 0.150082 0.01941 0.17037 1.215 7.38e-03 0.1216
## 46 -0.173793 0.23206 -0.208028 0.01075 -0.28623 1.066 2.04e-02 0.0696
## 47 0.045465 -0.00424 -0.012677 0.01864 0.06040 1.099 9.28e-04 0.0240
```

```
## 48 -0.001014 -0.00801
                          0.006119
                                    0.00361 -0.00881 1.252 1.98e-05 0.1328
      0.158099 -0.05348 -0.002747 -0.01164 0.16034 1.065 6.47e-03 0.0365
## 50 -0.083993 -0.04831
                          0.045527
                                    0.05603 -0.11580 1.084 3.39e-03 0.0316
## 51 -0.110028
                0.00368
                          0.036853 -0.00788 -0.12129 1.071 3.71e-03 0.0279
## 52 -0.257310 -0.06797
                          0.124997
                                    0.09761 -0.28953 0.933 2.04e-02 0.0350
## 53 -0.017163 -0.07863
                          0.059160
                                    0.04006 -0.09064 1.191 2.09e-03 0.0944
```

Se consideran influyentes aquellas observaciones:

- que tengan leverages mayores a $2.5(p+1)/n = 2.5*3/30 = 2.5/10 \ 0.25$
- que tengan distancia de Cook superiores a 4/n.

influencePlot(R1)



```
## StudRes Hat CookD
## 2 2.4809441 0.03564225 0.05145857
## 3 1.1173717 0.29494242 0.12991250
## 38 -0.4829154 0.43910418 0.04636791
## 40 2.7817319 0.19849694 0.42117600
```

Conclusión

- Escribir el Modelo
- Variabilidad explicada por el modelo (coeficiente de determinación)

- Significancia del modelo: Valor p del modelo (F)
- Si se satisfacen todos los supuestos del modelo (indicar ligeros alejamientos)
- Si hay datos atípicos o datos que influyan en el modelo.
- En caso de que se haya hecho el análisis sin datos influyentes, se reportan ambos modelos comparando sus mejoras.