Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Fase 1 | Actividad 3

DAVID CLEMENTE CARLOS / A01753740

Ecuaciones de órbita del sistema

Considerando las ecuaciones de Lotka-Volterra, donde p(t) representa las presas y d(t) los depredadores:

$$\begin{cases} p'(t) = \alpha_1 p(t) - \alpha_2 p(t)d(t) \\ d'(t) = -\beta_1 d(t) + \beta_2 p(t)d(t) \end{cases}$$

Las órbitas son las curvas que representan la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\beta_1 y + \beta_2 xy}{\alpha_1 x - \alpha_2 xy}$$

La ecuación es separable. Encontrar las soluciones de manera que se pueda expresar la ecuación de las órbitas como:

$$F(x) = G(y)$$

Estudiar la forma de F(x) y G(y) (por ejemplo, en Desmos) usando:

$$\alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = 0.01, \beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.02$$

Calcular máximos y mínimos de F(x) y G(x).

△ Solución

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(-\beta_1 + \beta_2 x)}{x(a_1 - a_2 y)} \longrightarrow \frac{(a_1 - a_2 y)\,dy}{y} = \frac{(-\beta_1 + \beta_2 x)\,dx}{x} \longrightarrow \frac{a_1}{y} - a_2\,dy = -\frac{\beta_1}{x} + \beta_2\,dx \quad \int\int f()$$

$$\int \frac{a_1}{y}\,dy - \int a_2\,dy = \int -\frac{\beta_1}{x}\,dx + \int \beta_2\,dx$$

$$a_1 \ln|y| - a_2 y = -\beta_1 \ln|x| + \beta_2 x + C$$

$a_1 = 0.4$

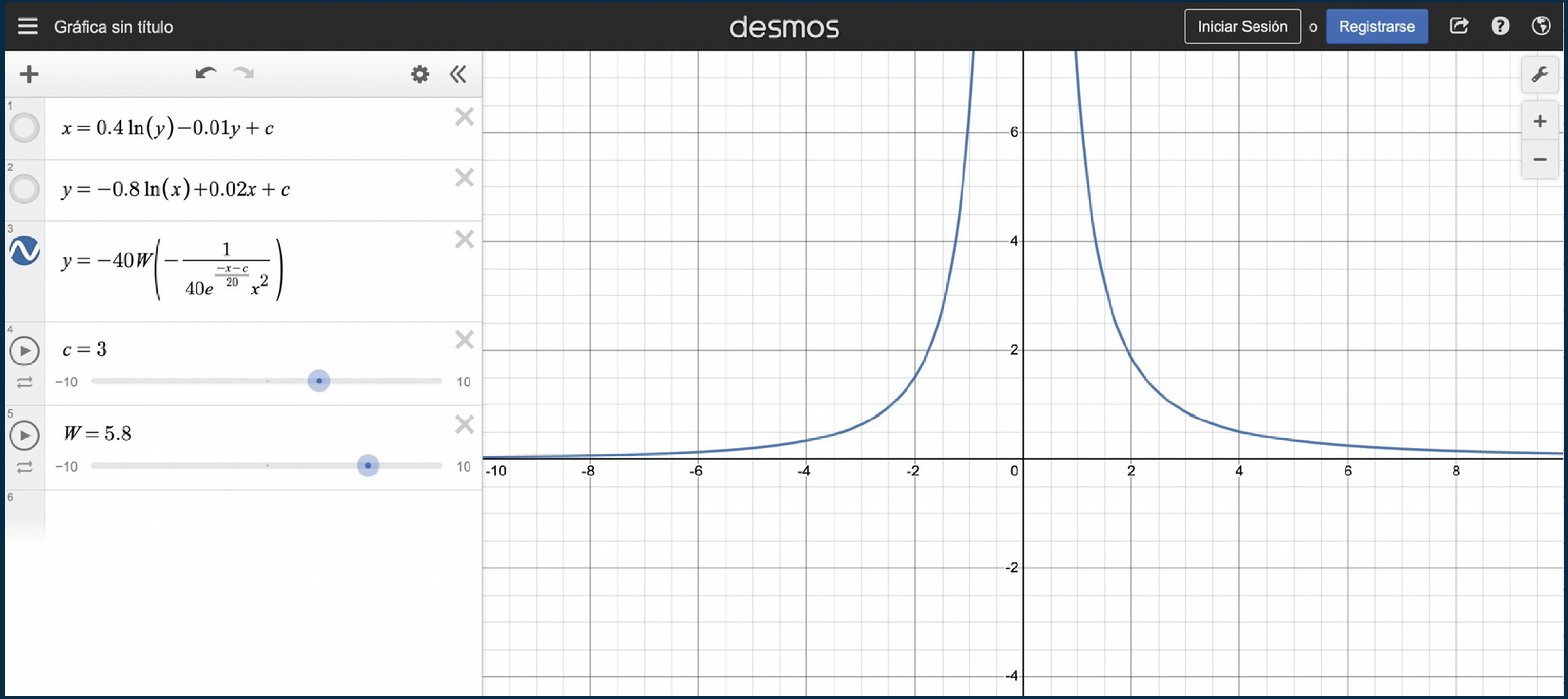
$a_2 = 0.01$

$\beta_1 = 0.8$

$\beta_2 = 0.02$

$$0.4 \ln|y| - 0.01 y = -0.8 \ln|x| + 0.02 x + C$$

Forma F(x) y G(x) en Desmos



Máximos y Mínimos

Δ Calcular máximos y mínimos de $F(x)$ y $G(x)$

$$F(x) = a_1 \ln|x| - a_2 x = 0$$
$$F'(x) = \frac{a_1}{y} - a_2 = 0$$

Sustituyendo a_1 y a_2

$$\frac{0.4}{x} - 0.01 = 0$$
$$0.4 = 0.01$$
$$0.4 = 0.01x$$
$$\frac{0.4}{0.01} = x$$
$$40 = x$$

Sustituimos en $F(x)$

$$0.4\ln(40) - 0.01(40)$$
$$1.0755$$

$(40, 1.0755)$

Máximo

$$G(x) = -\beta_1 \ln|x| + \beta_2 x = 0$$
$$G'(x) = -\frac{\beta_1}{x} + \beta_2 = 0$$

Sustituye β_1 + β_2

$$\frac{-0.8}{x} + 0.02 = 0$$
$$-\frac{0.8}{x} = -0.02$$
$$-0.8 = -0.02x$$
$$\frac{-0.8}{-0.02} = x$$
$$40 = x$$

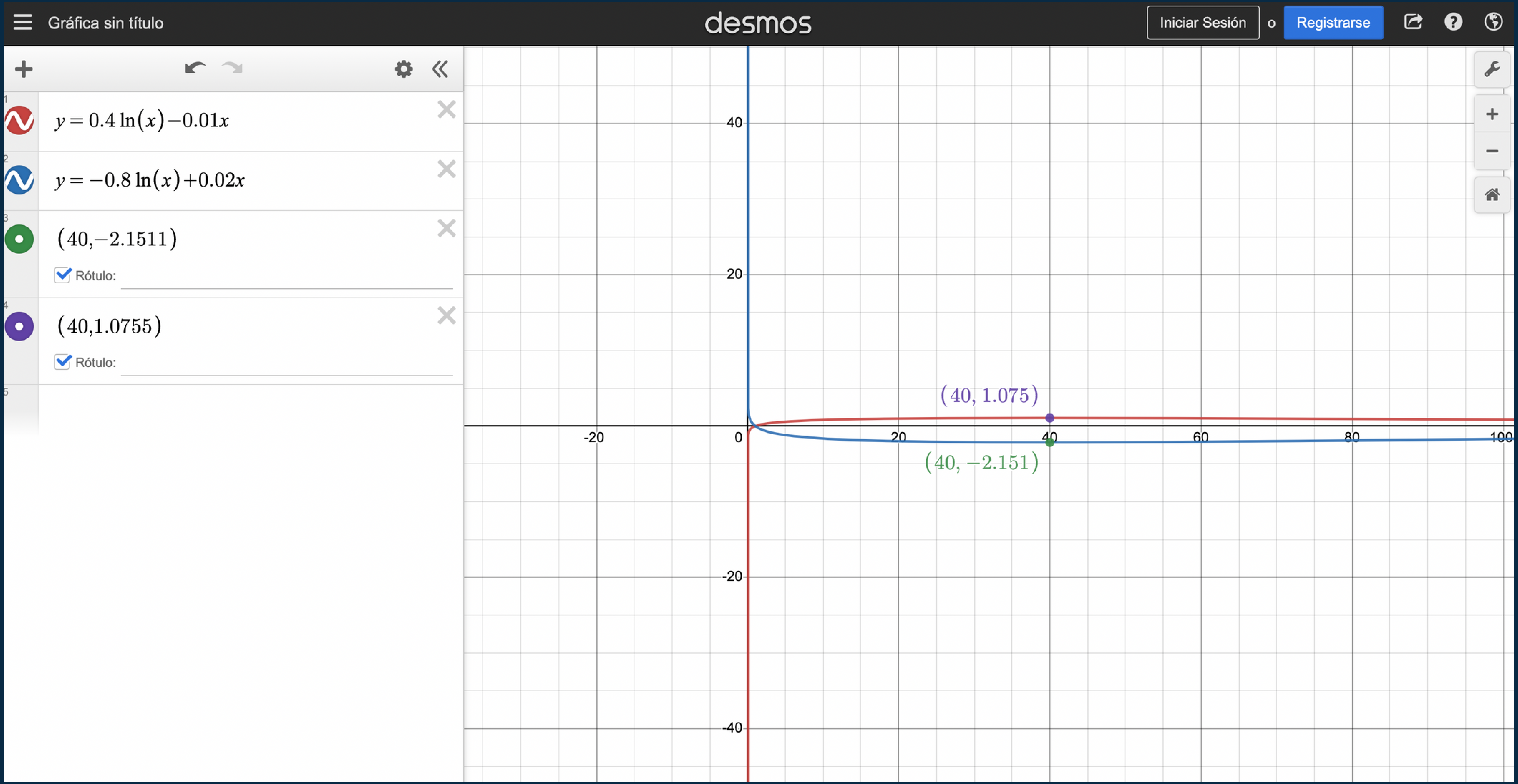
Sustituimos en $G(x)$

$$-0.8\ln(40) + 0.02(40) = 0$$
$$-2.1511$$

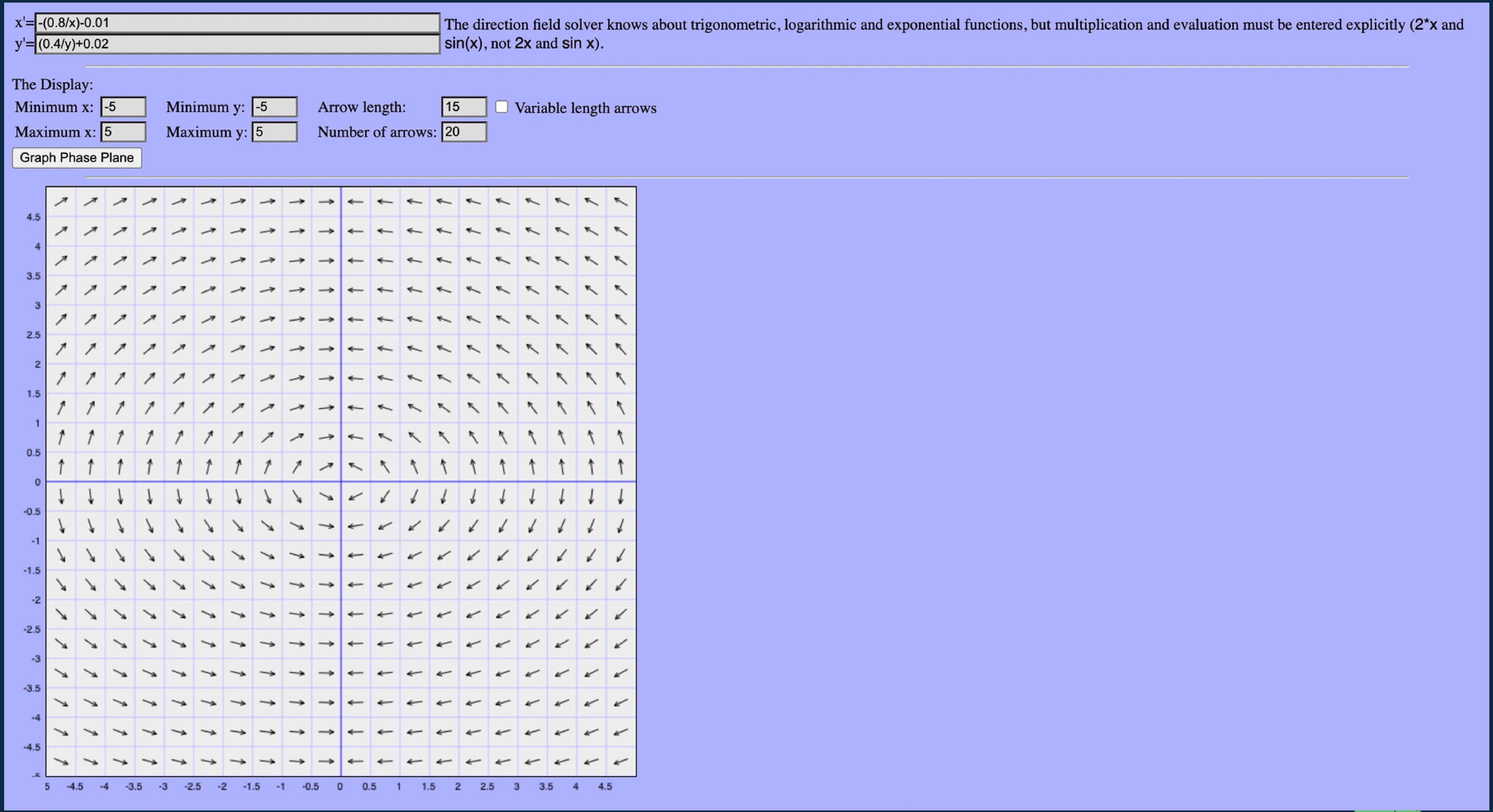
$(40, -2.1511)$

Mínimo

Puntos Máximos y Mínimos en Desmos



Orbitas del sistema



https://aeb019.hosted.uark.edu/pplane.html