

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

Fase 1 | Actividad 3

DAVID CLEMENTE CARLOS / A01753740

Ecuaciones de órbita del sistema

Considerando las ecuaciones de Lotka-Volterra, donde $p(t)$ representa las presas y $d(t)$ los depredadores:

$$\begin{cases} p'(t) = \alpha_1 p(t) - \alpha_2 p(t)d(t) \\ d'(t) = -\beta_1 d(t) + \beta_2 p(t)d(t) \end{cases}$$

Las órbitas son las curvas que representan la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\beta_1 y + \beta_2 xy}{\alpha_1 x - \alpha_2 xy}$$

La ecuación es separable. Encontrar las soluciones de manera que se pueda expresar la ecuación de las órbitas como:

$$F(x) = G(y)$$

Estudiar la forma de $F(x)$ y $G(y)$ (por ejemplo, en Desmos) usando:

$$\alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = 0.01, \beta_1 = 0.8, \beta_2 = 0.02$$

Calcular máximos y mínimos de $F(x)$ y $G(x)$.

Δ Solución

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(-\beta_1 + \beta_2 x)}{x(a_1 - a_2 y)} \rightarrow \frac{(a_1 - a_2 y) dy}{y} = \frac{(-\beta_1 + \beta_2 x) dx}{x} \rightarrow \frac{a_1}{y} - a_2 dy = -\frac{\beta_1}{x} + \beta_2 dx \quad \int \int f()$$

$$\int \frac{a_1}{y} dy - \int a_2 dy = \int -\frac{\beta_1}{x} dx + \int \beta_2 dx$$

$$a_1 \ln|y| - a_2 y = -\beta_1 \ln|x| + \beta_2 x + C$$

$$a_1 = 0.4$$

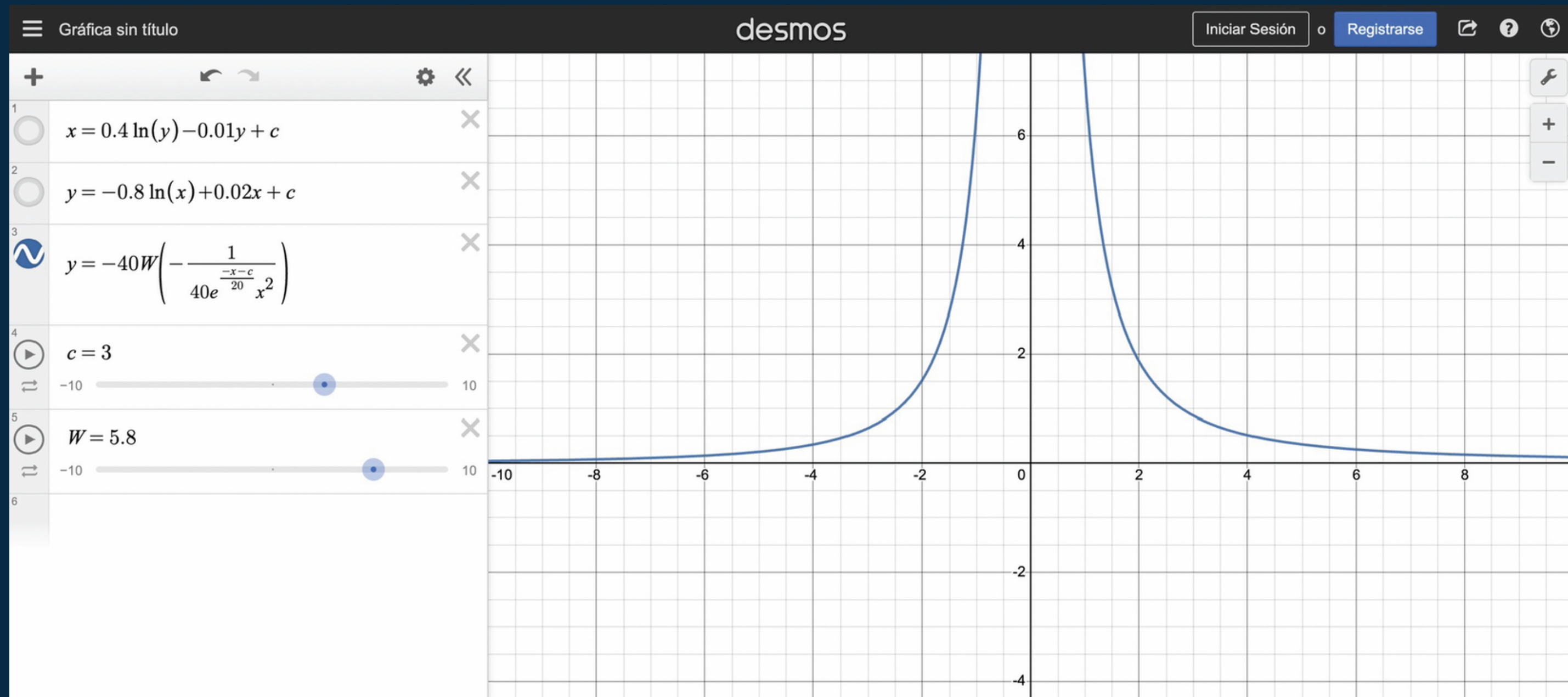
$$a_2 = 0.01$$

$$\beta_1 = 0.8$$

$$\beta_2 = 0.02$$

$$0.4 \ln|y| - 0.01y = -0.8 \ln|x| + 0.02x + C$$

Forma F(x) y G(x) en Desmos



Máximos y Mínimos

Δ Calcular máximos y mínimos de $F(x)$ y $G(x)$

$$F(x) = a_1 \ln|x| - a_2 x = 0$$

$$F'(x) = \frac{a_1}{x} - a_2 = 0$$

Sustituyendo a_1 y a_2

$$\frac{0.4}{x} - 0.01 = 0$$

$$0.4 = 0.01$$

$$0.4 = 0.01x$$

$$\frac{0.4}{0.01} = x$$

$$40 = x$$

Sustituimos en $F(x)$

$$0.4 \ln(40) - 0.01(40)$$

$$1.0755$$

$$(40, 1.0755)$$

Máximo

$$G(x) = -\beta_1 \ln|x| + \beta_2 x = 0$$

$$G'(x) = -\frac{\beta_1}{x} + \beta_2 = 0$$

Sustituye β_1 y β_2

$$\frac{-0.8}{x} + 0.02 = 0$$

$$\frac{-0.8}{x} = -0.02$$

$$-0.8 = -0.02x$$

$$\frac{-0.8}{-0.02} = x$$

$$40 = x$$

$$40 = x$$

Sustituimos en $G(x)$

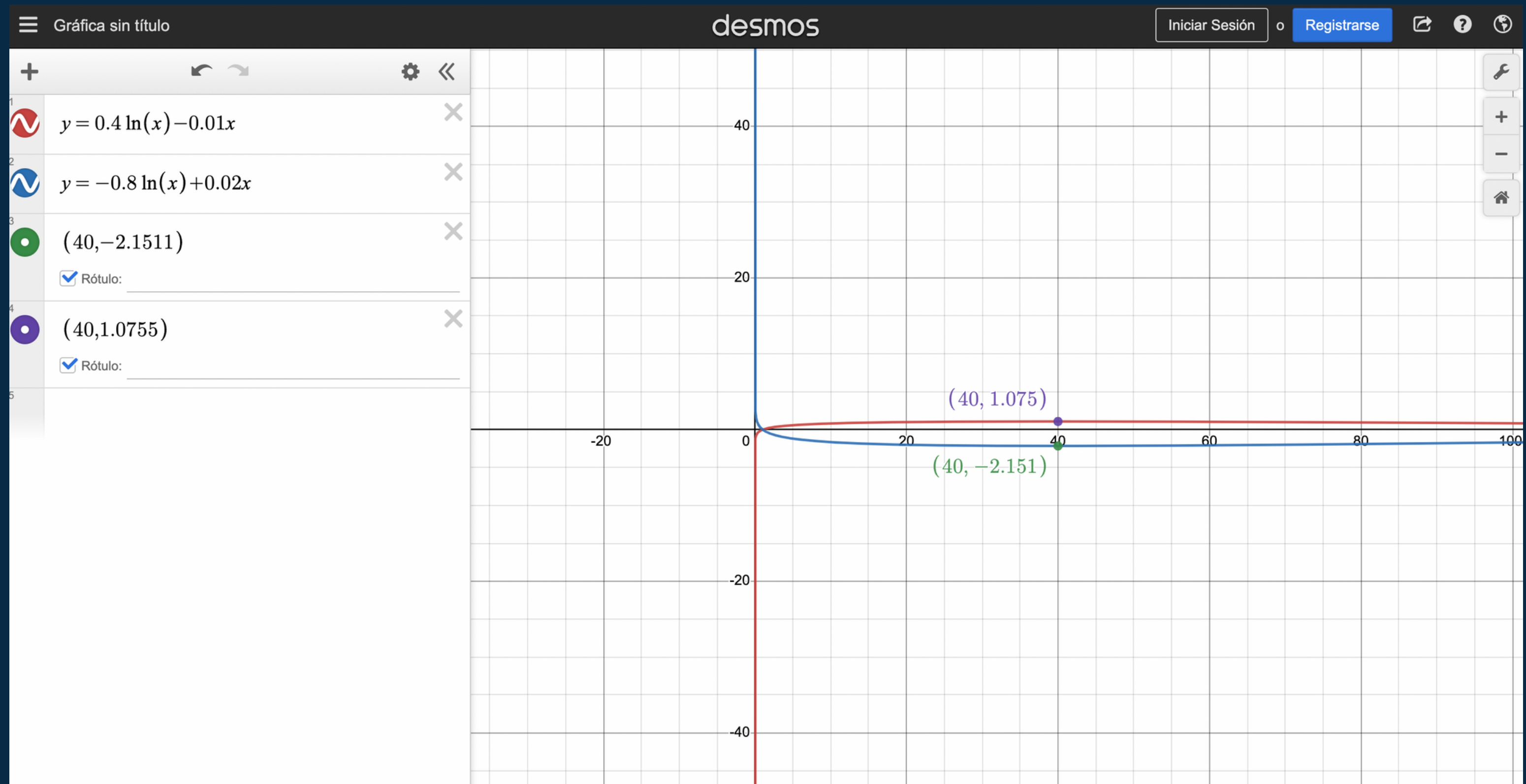
$$-0.8 \ln(40) + 0.02(40) = 0$$

$$-2.1511$$

$$(40, -2.1511)$$

Mínimo

Puntos Máximos y Mínimos en Desmos



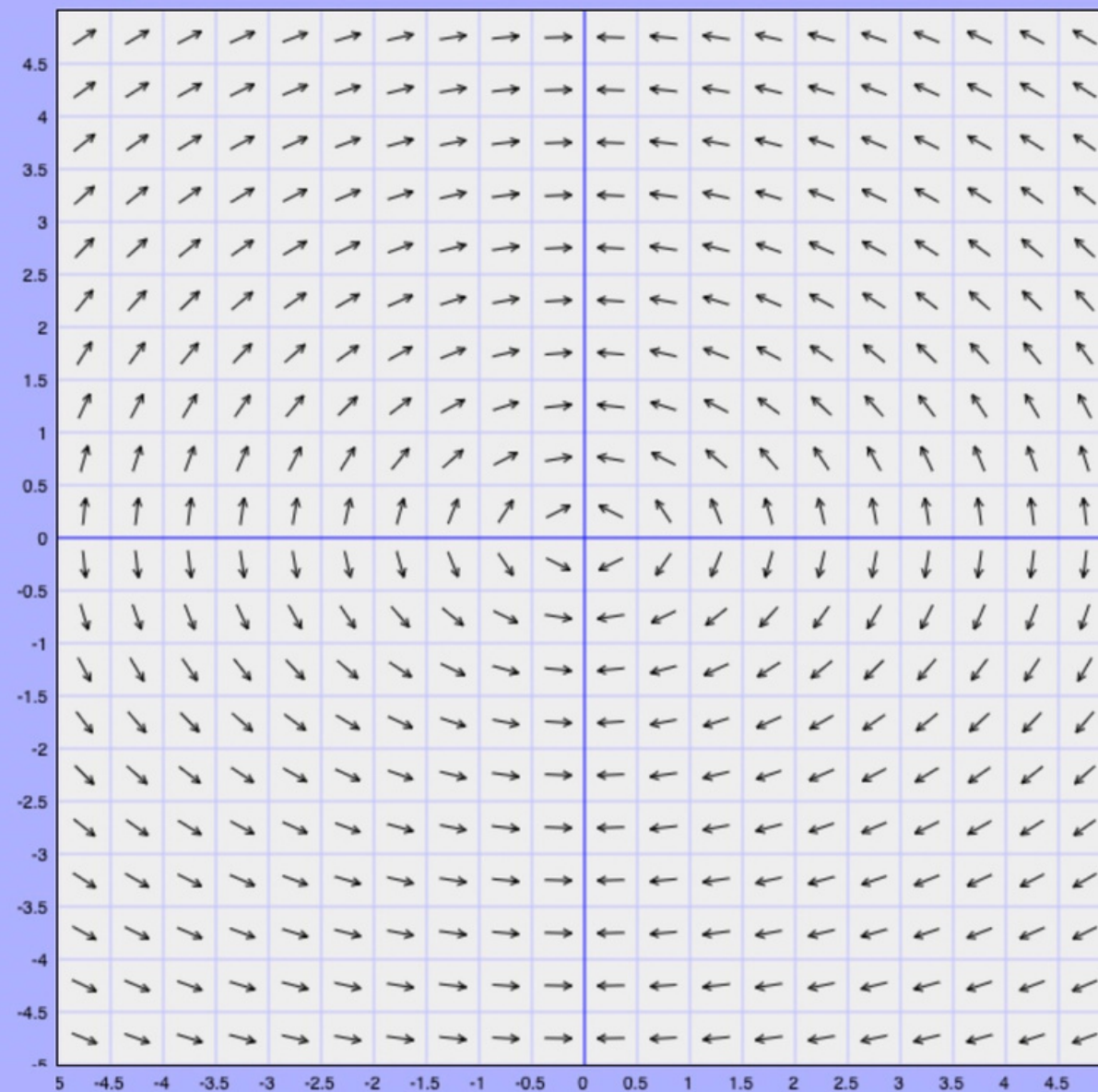
Orbitas del sistema

$x' = -(0.8/x) - 0.01$ The direction field solver knows about trigonometric, logarithmic and exponential functions, but multiplication and evaluation must be entered explicitly ($2*x$ and $y' = (0.4/y) + 0.02$ $\sin(x)$, not $2x$ and $\sin x$).

The Display:

Minimum x: Minimum y: Arrow length: ☐ Variable length arrows

Maximum x: Maximum y: Number of arrows:



<https://aeb019.hosted.uark.edu/pplane.html>