Fase 1 – Actividad 3 - Ecuaciones de órbita del sistema
Considerando las ecuaciones de Lotka-Volterra, donde p(t) representa las presas y d(t) los depredadores:
Las órbitas son las curvas que representan la solución de la ecuación diferencial:

La ecuación es separable. Encontrar las soluciones de manera que se pueda expresar la ecuación de las órbitas como:

$$F(x) = G(y)$$

Estudiar la forma de F(x) y G(y) (por ejemplo en Desmos) usando:
Calcular máximos y mínimos de F(x) y G(x).

Sabemos que las funciones F(x) y G(y) deben ser iguales, esto sólo es posible si el rango se encuentra entre el valor mínimo de F(x) y el máximo de G(y). Cuando F(x) alcanza el mínimo, entonces G(y) puede tomar dos posibles valores, que corresponden al valor más alto y más bajo de la población de depredadores. En el valor máximo de G(y), la función F(x) toma también dos posibles valores, que son los niveles de población más bajo y más alto de presas.
Usar la aplicación siguiente:
https://aeb019.hosted.uark.edu/pplane.html
para representar las órbitas del sistema.

Fase 1 – Actividad 3 - Ecuaciones de órbita del sistema

Considerando las ecuaciones de Lotka-Volterra, donde p(t) representa las presas y d(t) los depredadores:

Las órbitas son las curvas que representan la solución de la ecuación diferencial:

$$(\alpha_1 x - \alpha_2 xy)\,dy = (-\beta_1 y + \beta_2 xy)\,dx$$ – ecuación diferencial

$$\frac{\alpha_1}{y} - \alpha_2 \, dy = \frac{-\beta_1}{x} + \beta_2 \, dx$$

$$\int \frac{\alpha_1}{y} - \alpha_2 \, dy = \int -\frac{\beta_1}{x} + \beta_2 \, dx$$

$$\alpha_1 \ln|y| - \alpha_2 y = -\beta_1 \ln|x| + \beta_2 x + C \;//$$

La ecuación es separable. Encontrar las soluciones de manera que se pueda expresar la ecuación de las órbitas como:

$$F(x) = G(y)$$

$$F(x) = -\beta_1 \ln|x| + \beta_2 x$$

$$G(y) = \alpha_1 \ln|y| - \alpha_2 y \;//$$

$$F'(x) = -\frac{\beta_1}{x} + \beta_2$$

$$x = \frac{\beta_2}{\beta_1} \;//$$

$$x' = p'(t) = \alpha_1 x - \alpha_2 x d_t$$

$$y' = d'(t) = -\beta_1 d(t) + \beta_2 x d_t \;//$$

$$G'(y) = \frac{\alpha_1}{y} - \alpha_2 = 0$$

$$y = \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \;//$$

Sabemos que las funciones F(x) y G(y) deben ser iguales, esto sólo es posible si el rango se encuentra entre el valor mínimo de F(x) y el máximo de G(y). Cuando F(x) alcanza el mínimo, entonces G(y) puede tomar dos posibles valores, que corresponden al valor más alto y más bajo de la población de depredadores. En el valor máximo de G(y), la función F(x) toma también dos posibles valores, que son los niveles de población más bajo y más alto de presas.
Usar la aplicación siguiente:
https://aeb019.hosted.uark.edu/pplane.html
para representar las órbitas del sistema.