



INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE  
MONTERREY

INTELIGENCIA ARTIFICIAL AVANZADA PARA LA CIENCIA DE DATOS II

GRUPO 101

28 de octubre de 2024

---

## Estadística Avanzada | Actividad Integradora 1 - Precipitaciones máximas mensuales para el diseño de obras hidráulicas

---

*Autor:*

Catherine Johanna Rojas Mendoza - A01798149

*Profesora:*

Blanca R. Ruiz Hernández

## Introducción

El análisis de precipitaciones máximas mensuales es un elemento crucial en la planificación y diseño de infraestructuras hidráulicas como presas, canales y drenajes urbanos. La precipitación extrema es un factor determinante para garantizar la seguridad y durabilidad de las obras de ingeniería civil que dependen de la correcta gestión de grandes volúmenes de agua. Para este tipo de análisis, es fundamental utilizar modelos estadísticos que permitan predecir la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos de precipitación y determinar los periodos de retorno asociados (1).

En este contexto, el uso de distribuciones de probabilidad para ajustar datos históricos de precipitación resulta una herramienta indispensable. Entre las distribuciones más comunes utilizadas en hidrología se encuentran la distribución Log-Normal, la Gamma y la Weibull, entre otras. Estos modelos permiten estimar con precisión los valores de precipitación extrema para diferentes periodos de retorno, lo que ayuda a diseñar obras capaces de resistir condiciones climáticas severas (2). Además, herramientas como la prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS) permiten evaluar la bondad de ajuste de los modelos y seleccionar el más adecuado para la toma de decisiones.

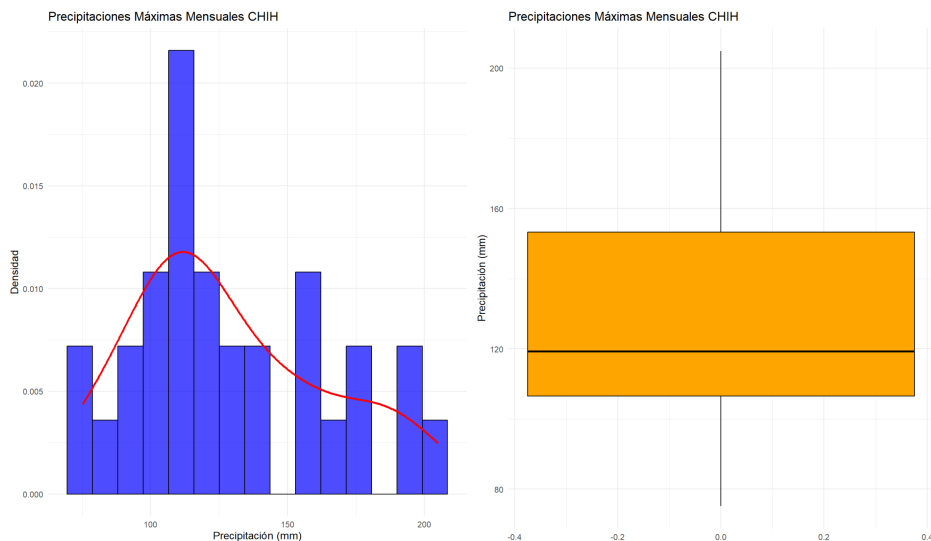
El presente trabajo se enfoca en el análisis estadístico de las precipitaciones máximas mensuales en el estado de Chihuahua durante el periodo 1994-2023, utilizando distribuciones teóricas para modelar los datos y evaluar su ajuste mediante pruebas estadísticas y gráficos comparativos.

## Metodología

La metodología aplicada en el análisis de precipitaciones máximas mensuales tiene como objetivo ajustar los datos históricos a varias distribuciones de probabilidad para seleccionar la que mejor describa el comportamiento de las lluvias extremas. El proceso incluyó las siguientes etapas clave:

### **1. Análisis estadístico descriptivo de las precipitaciones históricas máximas mensuales de un estado:**

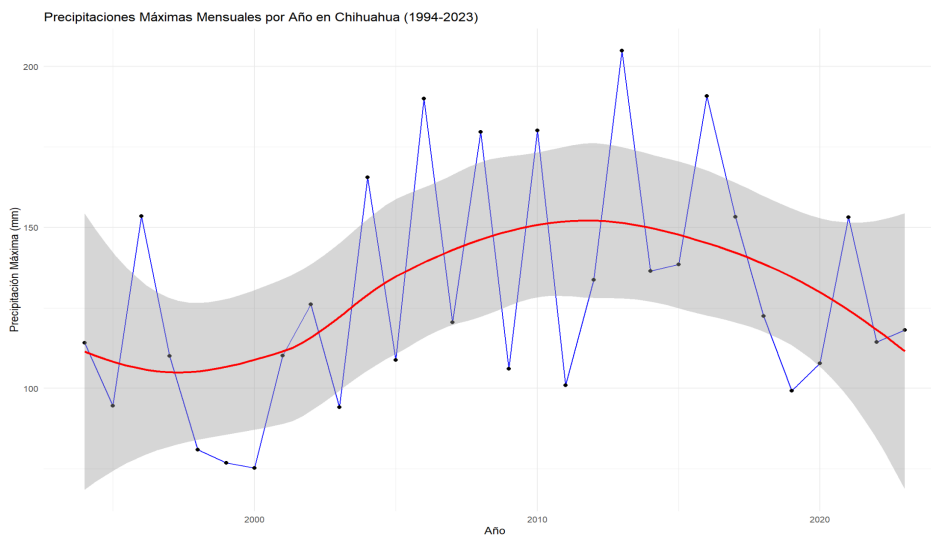
Se utilizaron datos históricos de precipitaciones máximas mensuales de CONAGUA para el estado de Chihuahua, los cuales fueron procesados y filtrados para enfocarse en los valores relevantes. Estos datos fueron preparados para su posterior análisis estadístico, así como para crear gráficos que visualizan la distribución de las precipitaciones máximas mensuales por año con el fin de entender la centralización y la variabilidad de las precipitaciones.



**Figura 1**

*Histogrma y Boxplot de las Precipitaciones Máximas Mensuales Anuales CHIH*

En promedio, la precipitación máxima mensual en Chihuahua es de 128.66 mm, mientras que la mediana es de 119.3 mm, lo que indica una ligera inclinación hacia valores más altos debido a algunos eventos extremos. La desviación estándar de 35.48 mm y la varianza de 1259.007 mm<sup>2</sup> sugieren una variabilidad moderada, con un rango entre 75.2 mm y 204.9 mm. El histograma revela una distribución unimodal con concentraciones de precipitaciones entre 110 y 120 mm, mostrando un sesgo positivo hacia valores más altos, lo que implica algunos eventos extremos de lluvia. El boxplot confirma esta variabilidad, pero no identifica outliers significativos.



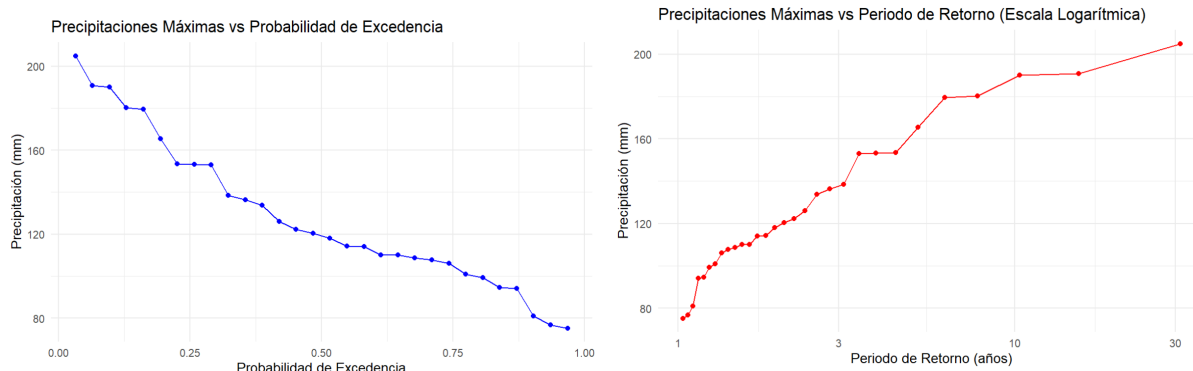
**Figura 2**

*Precipitaciones Máximas Mensuales por Año en Chihuahua (1994-2023)*

Aunque no se observa una tendencia clara a largo plazo, la gráfica de las precipitaciones anuales sugiere ciclos irregulares de aumento y disminución en periodos como 1996, 2006 y 2016. Estas herramientas permiten detectar patrones de cambio climático, útiles para la planificación de infraestructura hidráulica, donde el análisis de fluctuaciones extremas es clave para la gestión del riesgo.

## 2. Análisis de Frecuencias Método Gráfico:

El método gráfico utilizado en este análisis permite comparar las precipitaciones máximas con la probabilidad de excedencia y el periodo de retorno. Para esto, se ordenan las precipitaciones máximas de mayor a menor, se les asigna un rango, y se calcula la probabilidad de excedencia con la fórmula de Weibull. Posteriormente, se calcula su complemento, la probabilidad de no excedencia, y el periodo de retorno, que es el inverso de la probabilidad de excedencia. Los resultados obtenidos se grafican para analizar la relación entre estos valores.



**Figura 3**

*Precipitaciones Máximas vs Probabilidad de Excedencia (izquierda) y Periodo de Retorno (derecha)*

Las gráficas comparan las precipitaciones máximas con su probabilidad de excedencia y periodo de retorno. En la gráfica de la izquierda, se observa que las precipitaciones más altas (cerca de 200 mm) tienen una probabilidad de excedencia baja, indicando que estos eventos son raros. A medida que las precipitaciones disminuyen, aumenta la probabilidad de que estos valores sean igualados o superados. En la gráfica de la derecha, los eventos de mayor precipitación están asociados con periodos de retorno más largos, mostrando que ocurren con menor frecuencia, mientras que las precipitaciones menores presentan periodos de retorno más cortos, es decir, son más comunes.

### ***Análisis de probabilidad de excedencia y periodo de retorno***

- La *probabilidad de excedencia* representa la probabilidad de que una precipitación máxima sea igualada o superada en un año determinado. Por ejemplo, si una precipitación tiene una probabilidad de excedencia de 0.01, significa que hay un 1 % de probabilidad de que un evento de esa magnitud o mayor ocurra en un año (3).

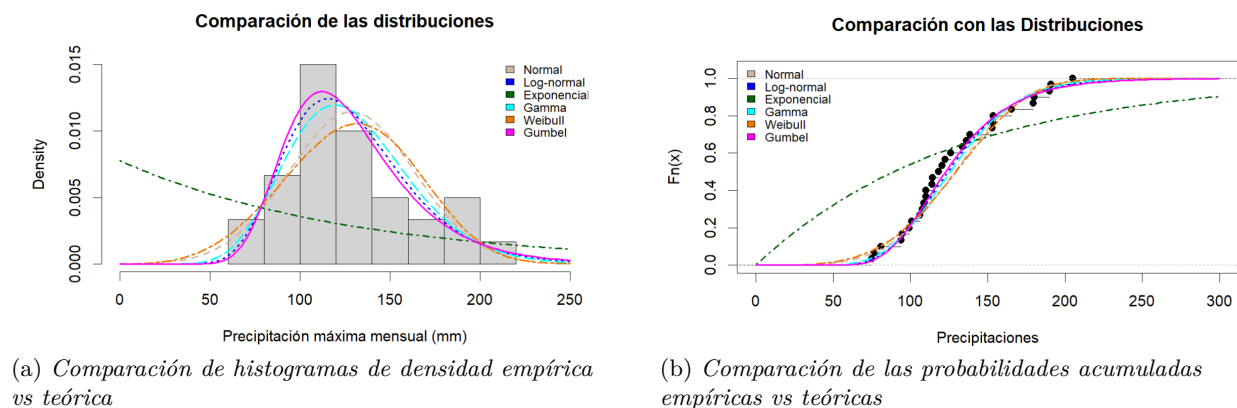
- El *periodo de retorno* es el tiempo promedio entre eventos de una magnitud específica. Un periodo de retorno de 100 años significa que, en promedio, un evento de esa magnitud ocurriría una vez cada 100 años. En hidrología, estas medidas son fundamentales para diseñar infraestructuras hidráulicas que puedan soportar eventos extremos como inundaciones (4).

### **Importancia en el diseño hidrológico**

Tanto la probabilidad de excedencia como el periodo de retorno son esenciales en el diseño de obras hidráulicas, como presas o sistemas de drenaje, ya que permiten dimensionar las estructuras para resistir eventos raros pero potencialmente catastróficos. En términos de diseño, es deseable que las probabilidades de excedencia sean bajas. Por ejemplo, en el diseño de infraestructuras, se utilizan probabilidades de excedencia cercanas a 0.01 o menores (es decir, eventos con un periodo de retorno de 100 años o más), lo que garantiza la seguridad y robustez de la obra ante eventos extremos poco frecuentes (5; 6).

### **3. Análisis de Frecuencias Método Analítico:**

El método analítico supone que los datos pueden ajustarse a una Función de Densidad de Probabilidad (FDP) conocida para modelar y pronosticar eventos de precipitaciones extremas. Este proceso involucra probar diferentes distribuciones y utilizar pruebas de bondad de ajuste para determinar cuál ofrece el mejor ajuste. Para cada una, se utilizaron métodos de estimación de parámetros como el de máxima verosimilitud (MLE) y se utilizó el método de momentos para verificar el cálculo de los parámetros.



**Figura 4**

*Comparación de histogramas de densidad y probabilidades acumuladas empíricas vs teóricas*

#### **1. Ajuste a una Distribución Normal**

Al sobreponer una curva normal al histograma empírico, se observa que los datos no se ajustan bien a una distribución normal debido a la presencia de varios picos irregulares y asimetría. Los parámetros de la distribución normal, la media ( $\mu$ ) y la desviación estándar ( $\sigma$ ), fueron calculados de manera estándar.

Además, su gráfica Q-Q refuerza esta conclusión, mostrando una desviación significativa de los puntos con respecto a la línea de referencia, lo que indica que los datos no siguen una distribución normal.

**Bondad de ajuste:** La prueba de Shapiro-Wilk arrojó un p-value de 0.1094 y la prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS) un p-value de 0.5818, lo que sugiere que no se puede rechazar la hipótesis nula de que los datos provienen de una distribución normal. Sin embargo, basándonos en el análisis gráfico, es claro que la normalidad no es un buen ajuste, especialmente en los valores extremos.

## ***2. Ajuste a una Distribución Log-Normal***

El histograma y la curva log-normal ajustada muestran que esta distribución parece ajustarse mejor que la normal, especialmente en la cola derecha, donde se encuentran los valores más altos. Los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  fueron estimados utilizando el método de máxima verosimilitud (MLE).

**Bondad de ajuste:** La prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS) arrojó un p-value de 0.9605, indicando que los datos podrían seguir una distribución log-normal. Aunque visualmente no es perfecta, especialmente en los picos del histograma, la distribución log-normal proporciona un buen ajuste.

## ***3. Ajuste a una Distribución Exponencial***

La distribución exponencial no captura adecuadamente los picos irregulares ni los eventos extremos. El histograma y la curva exponencial sobrepuesta indican un mal ajuste en los extremos. El valor de  $\lambda$  se calculó como el inverso de la media empírica de las precipitaciones.

**Bondad de ajuste:** La prueba KS muestra un p-value muy bajo (0.000007148), por lo que se rechaza la hipótesis nula de que los datos siguen una distribución exponencial.

## ***4. Ajuste a una Distribución Gamma***

La distribución Gamma parece ajustarse mejor que la exponencial, pero sigue teniendo discrepancias en los valores extremos. Los parámetros de forma ( $k$ ) y tasa ( $\lambda$ ) fueron estimados mediante MLE y el método de momentos.

**Bondad de ajuste:** La prueba KS con un p-value de 0.8613 indica que no se rechaza la hipótesis nula de que los datos siguen una distribución Gamma.

## ***5. Ajuste a una Distribución Weibull***

**Ajuste visual:** Aunque la distribución Weibull ofrece un ajuste razonable en el rango medio, no captura bien los valores extremos, especialmente en las precipitaciones más bajas. Los parámetros de forma y escala fueron estimados mediante MLE.

**Bondad de ajuste:** La prueba KS arrojó un p-value de 0.5583, lo que sugiere que los datos podrían seguir una distribución Weibull.

## 6. Ajuste a una Distribución Gumbel

**Ajuste visual:** El ajuste teórico de la distribución Gumbel es razonablemente bueno en general, aunque no captura con precisión los valores extremos. Los parámetros  $a$  (localización) y  $b$  (escala) fueron estimados mediante MLE.

**Bondad de ajuste:** La prueba KS, con un p-value de 0.9541, sugiere que no se rechaza la hipótesis nula de que los datos siguen una distribución Gumbel.

Distribución	KS_Statistic	p_value
Normal	0.13672355	0.581844272797
Log-normal	0.08743888	0.960517144639
Exponencial	0.44259941	0.000007148288
Gamma	0.10501644	0.861326558653
Weibull	0.13930375	0.558348575215
Gumbel	0.08906633	0.954121487414

### Cuadro 1

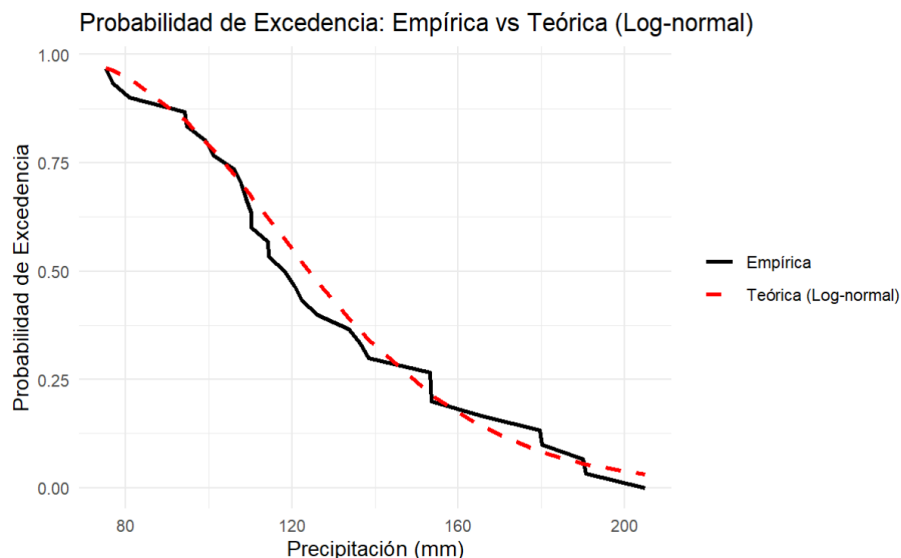
*Resultados de la prueba KS para diferentes distribuciones*

**Selección de la mejor distribución:** Con base en los resultados de la prueba KS y la visualización gráfica, se seleccionó la mejor distribución para modelar las precipitaciones máximas mensuales, identificando la que mejor ajustó tanto en los rangos medios como en los extremos. En este caso, la distribución log-normal y la distribución Gumbel parecen ofrecer los mejores ajustes según los gráficos y las pruebas de bondad de ajuste. Sin embargo, ninguna distribución modela perfectamente los valores extremos, lo que sugiere la posibilidad de utilizar distribuciones más especializadas o modelos híbridos en futuros análisis.

## 4. Diseño de obras hidráulicas:

Finalmente, se estimaron periodos de retorno y probabilidad de excedencia para distintos valores de precipitación, lo cual es crucial para el diseño de obras hidráulicas como presas, considerando eventos extremos poco frecuentes pero de gran impacto.

El diseño de una presa derivadora en una zona de riego mediana, que cubre entre 1,000 y 10,000 hectáreas, requiere considerar un periodo de retorno recomendado entre 100 y 500 años, lo que garantiza la capacidad de la obra para gestionar caudales extremos y prevenir inundaciones (7).



**Figura 5**  
*Probabilidad de Excedencia: Empírica vs Teórica*

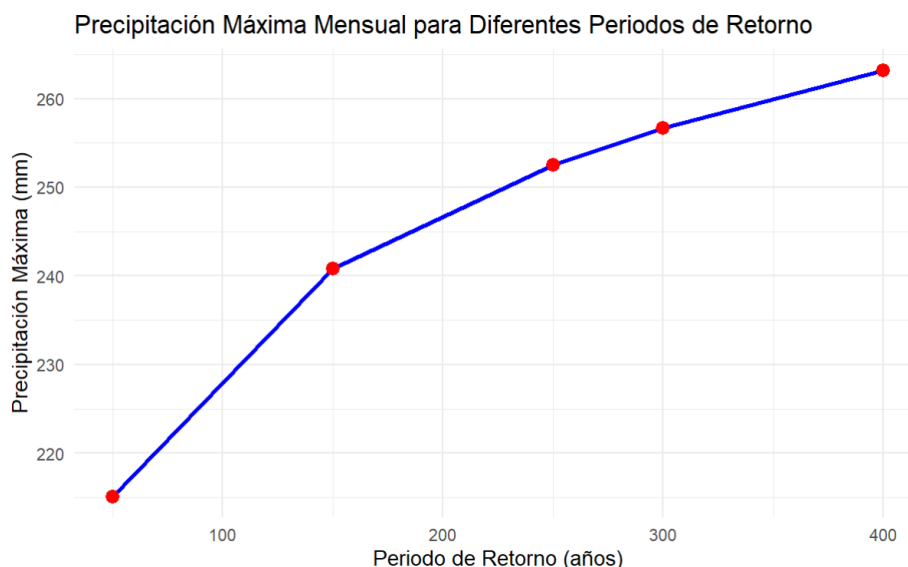
Para analizar la adecuación de la distribución Log-normal seleccionada previamente, se realizó un gráfico comparativo entre la probabilidad de excedencia empírica y teórica. Este gráfico, indica que la distribución Log-normal modela correctamente estos eventos. Sin embargo, para valores extremos, tanto bajos como altos, la curva teórica tiende a desviarse ligeramente de la empírica, lo que sugiere que la Log-normal no capta perfectamente los eventos extremos, aunque las diferencias no son significativas.

La probabilidad de excedencia para un periodo de retorno de 100 años, calculada como  $P_{exe} = \frac{1}{P_{ret}}$ , es del 1 %, lo que significa que este evento de precipitación máxima podría ocurrir en cualquier año. Este valor es clave para evaluar la seguridad de la presa derivadora. Utilizando esta probabilidad y la distribución Log-normal ajustada, se determinó la precipitación máxima mensual asociada al periodo de retorno de 100 años, representando la cantidad esperada de precipitación que ocurriría, en promedio, una vez cada 100 años, asegurando que la infraestructura esté preparada para manejar estos eventos extremos.

Si se incrementa el periodo de retorno, el valor de la precipitación máxima también aumenta, ya que los eventos más raros suelen ser más extremos. Cabe destacar que los valores de caudal máximo podrían variar si se utilizan datos históricos de otra región, debido a las diferencias en las condiciones climáticas y geográficas. Esto resalta la importancia de emplear datos locales para el diseño de obras hidráulicas.

El diseño de infraestructuras hidráulicas basado en periodos de retorno recomendados es clave para su funcionamiento adecuado en eventos extremos. Conocer la distribución de probabilidad que mejor se ajusta a los datos históricos permite realizar predicciones precisas sobre la magnitud y frecuencia de estos eventos. Al explorar diferentes periodos de retorno, se observa que la precipitación máxima aumenta a medida que





**Figura 6**

*Precipitación Máxima Mensual para Diferentes Periodos de Retorno*

incrementamos el periodo de retorno, lo que subraya la importancia de un diseño robusto y adaptado a las necesidades específicas del entorno.

### Discusión y conclusiones

Se realizó un análisis sobre la precipitación máxima mensual en Chihuahua, orientado al diseño de una presa derivadora en una zona de riego mediana. Se ajustaron varias distribuciones probabilísticas a los datos, siendo la distribución Log-normal la que mostró mejor ajuste, según las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y las comparaciones gráficas. Esta distribución se utilizó para calcular la precipitación máxima mensual para distintos periodos de retorno.

El valor calculado para un periodo de retorno de 100 años, correspondiente a una probabilidad de excedencia del 1 %, proporciona una base sólida para asegurar que la presa derivadora podrá manejar eventos extremos de precipitación. Además, la exploración de otros periodos de retorno demostró cómo varía la precipitación máxima con el tiempo, lo cual es clave para el diseño seguro de la infraestructura. La selección de la distribución Log-normal y el uso de métodos estadísticos rigurosos permitieron obtener estimaciones confiables de la precipitación extrema, garantizando que la presa podrá mitigar riesgos de eventos raros y peligrosos, asegurando un suministro de agua seguro para la zona de riego.

## Referencias

- Chow, V. T., Maidment, D. R., & Mays, L. W. (1988). *Applied Hydrology*. McGraw-Hill.
- Loucks, D. P., van Beek, E., Stedinger, J. R., Dijkman, J. P., & Villars, M. T. (2005). *Water Resources Systems Planning and Management: An Introduction to Methods, Models and Applications*. UNESCO.
- Shaw, E., Beven, K. J., Chappell, N. A., & Lamb, R. (2011). *Hydrology in Practice*. CRC Press.
- Todini, E. (2008). Hydrological predictions for small basins. In *Encyclopedia of Hydrological Sciences*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Smith, P., & Clarke, P. (2013). *Hydraulic Structures: Fourth Edition*. Wiley.
- Niehoff, D., Fritsch, U., & Bronstert, A. (2002). Rainfall-runoff processes in a mesoscale catchment. *Journal of Hydrology*, 267(1), 97–110.
- Comisión Nacional del Agua. (n.d.). *Periodos de retorno recomendados*. Recuperado de [https://pon.sdsu.edu/periodos\\_de\\_retorno\\_cna.html](https://pon.sdsu.edu/periodos_de_retorno_cna.html)