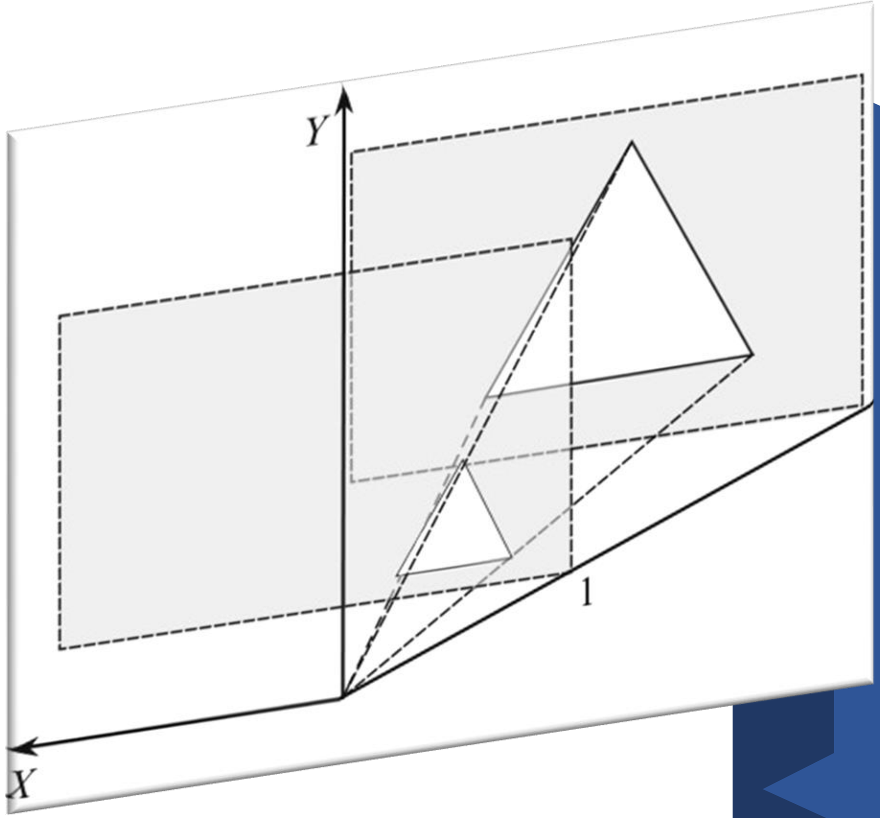
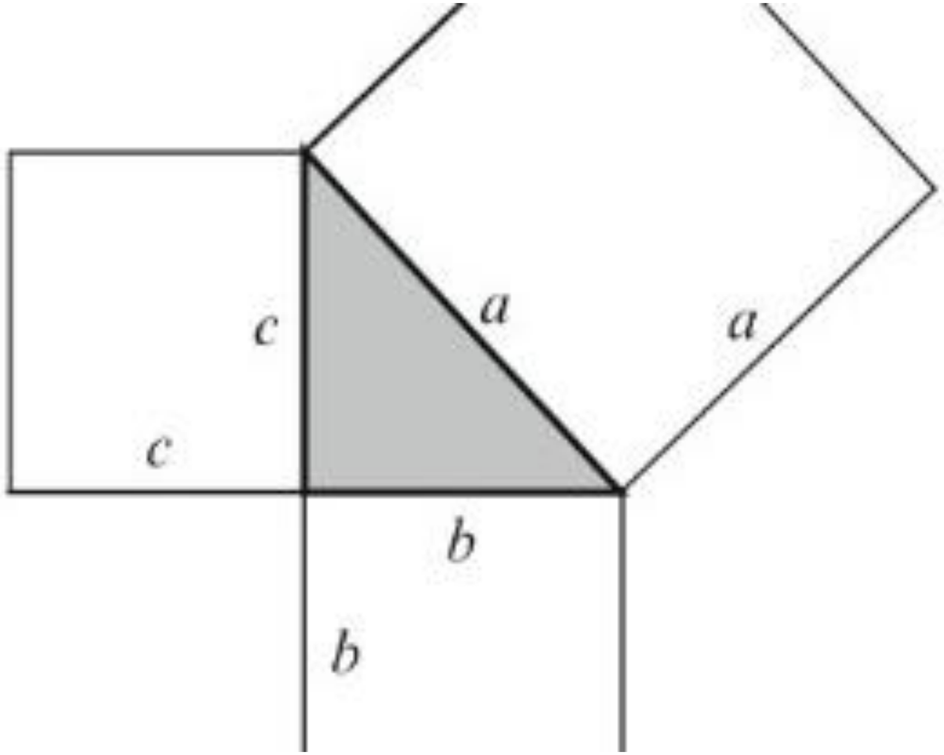


Matemáticas para Gráficas Computacionales

TC2008B Modelación de Sistemas Multiagentes con Gráficas Computacionales

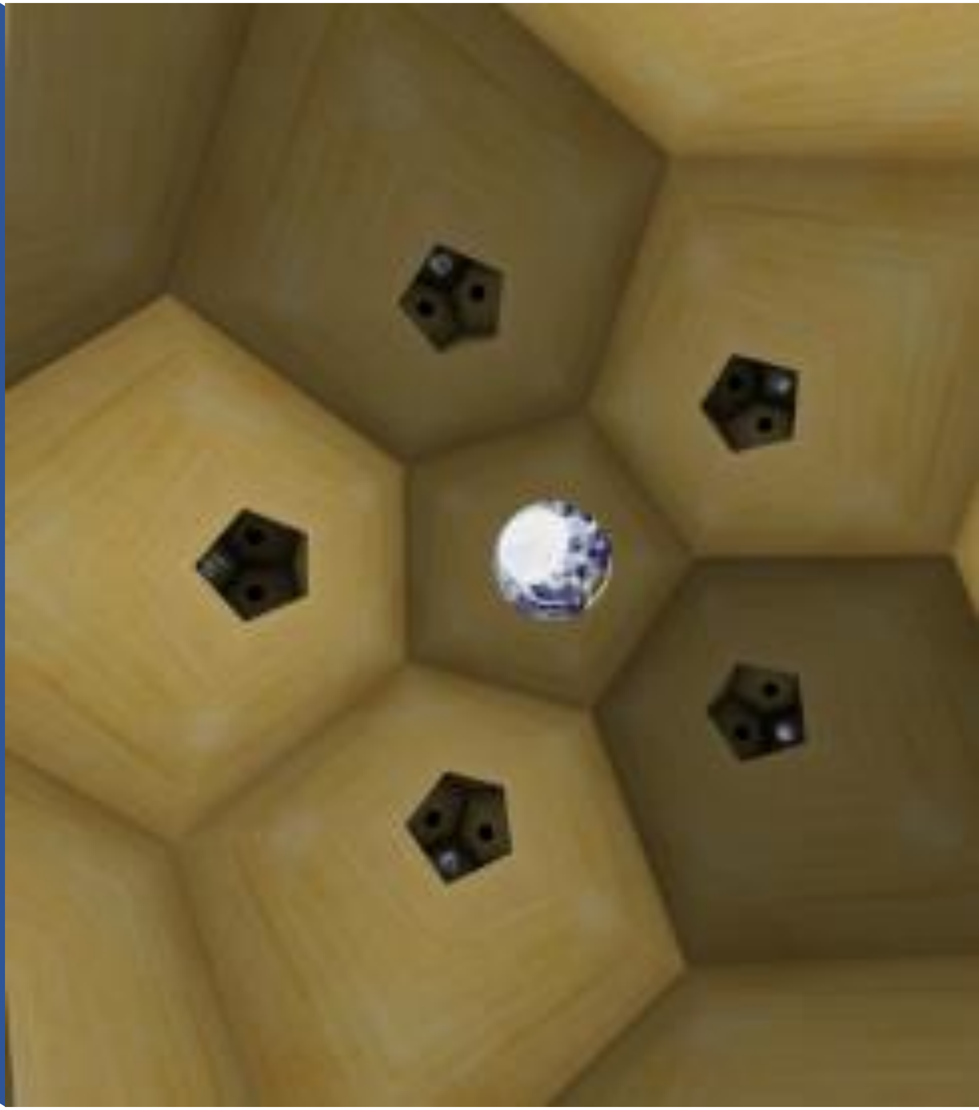
Geometría

- Estudia las relaciones de espacio.
- Utiliza las definiciones matemáticas de puntos, líneas rectas, curvas, superficies y sólidos.
- Está relacionado con las coordenadas.



Topología

- Define las conexiones entre los elementos de la geometría.
- Desde este punto de vista un círculo y una elipse son iguales.
- Deformaciones continuas de escalamiento (sin cortes ni uniones).



Vector vs. Escalar

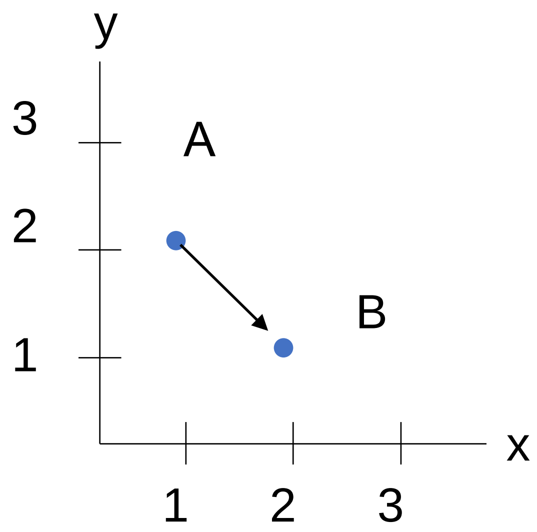
¿Alguien sabe la diferencia?

¿Ejemplos?

Vectores vs. Puntos

Teniendo dos puntos A y B:

El vector $\bar{v}$ es $\bar{v} = B - A$



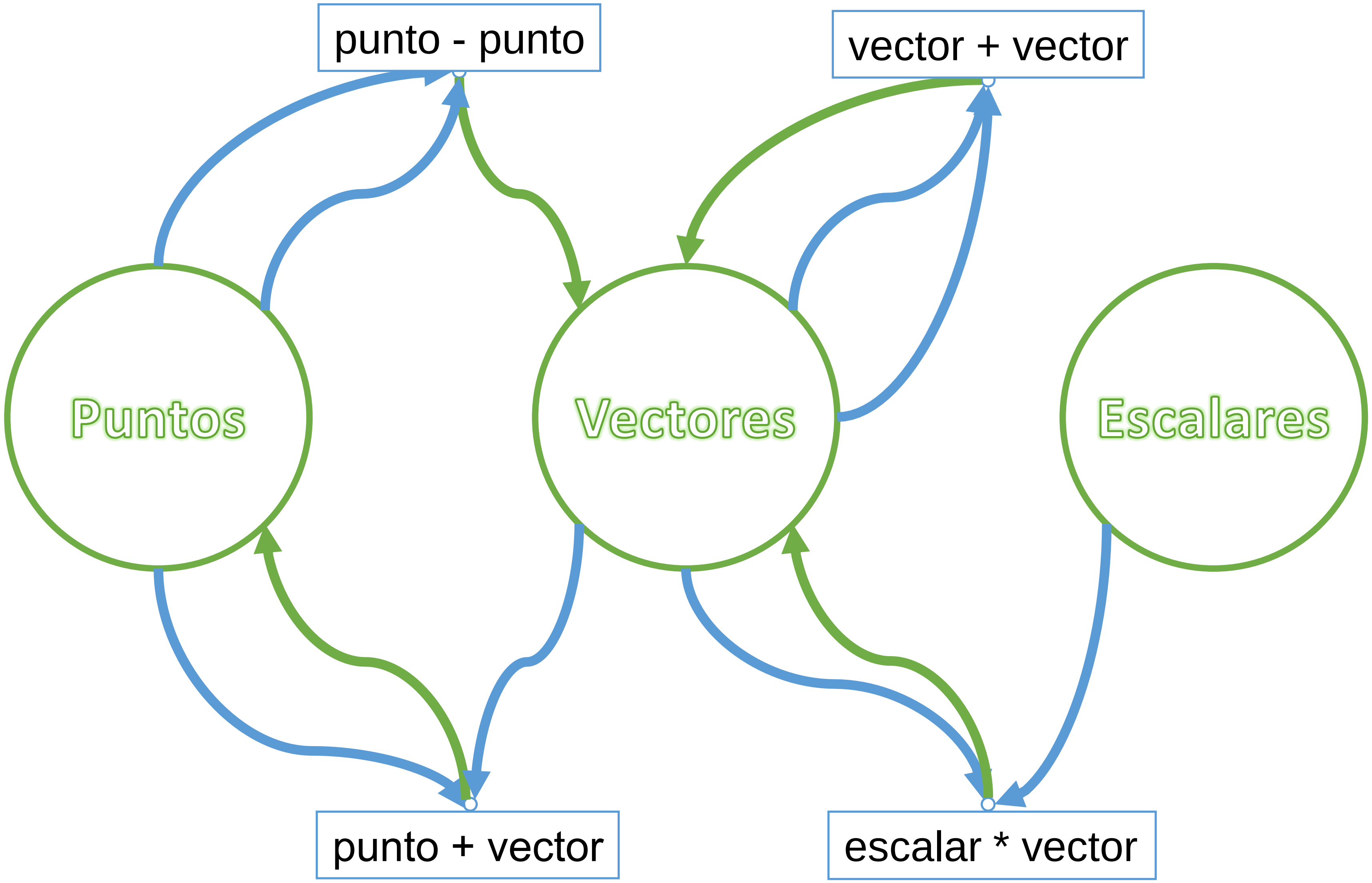
$A = (1,2,0)$, $B = (2,1,0)$

$\bar{v} = B - A = (2,1,0) - (1,2,0) = (1,\text{-}1,0)$

El mismo vector puede ser obtenido por:

$A = (0,0,0)$, $B = (1,\text{-}1,0)$

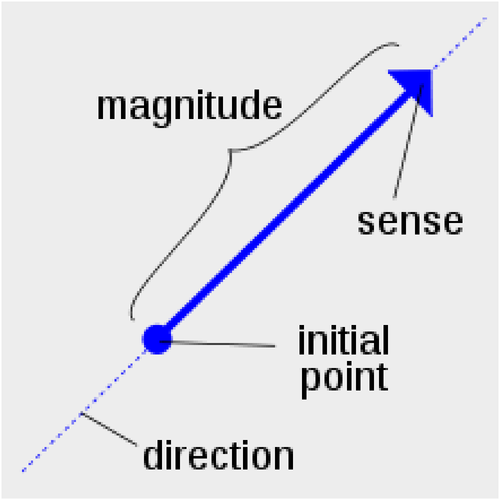
e infinitas combinaciones más.


punto - punto
vector + vector
Puntos
Vectores
Escalares
punto + vector
escalar * vector

$$\bar{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

Vector

- Un **vector** está definido por su **magnitud** y **dirección**:
  - La velocidad de un perro.
  - La fuerza de lanzamiento de una bola.
- Pueden tener dos o más dimensiones:
  - Usualmente dos y tres dimensiones



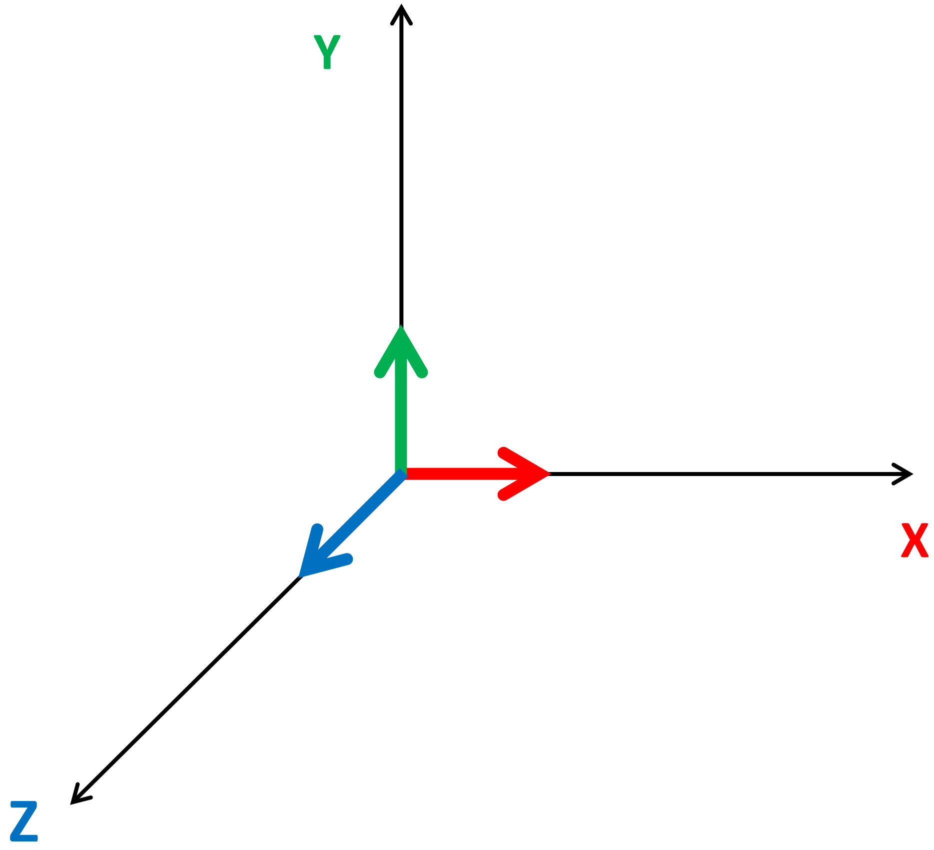
Vectores canónicos

Vectores canónicos $\hat{\boldsymbol{\imath}}, \hat{\boldsymbol{\jmath}}, \widehat{\boldsymbol{k}}$ (magnitud = 1)

$\hat{\imath} = (1,0,0)$

$\hat{\jmath} = (0,1,0)$

$\widehat{k} = (0,0,1)$



Vectores: forma canónica

Podemos escribir cualquier vector $\bar{v} = (v_x, v_y, v_z)$ como:

$$\bar{v} = v_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + v_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + v_z\hat{\boldsymbol{k}}$$

$$\bar{v} = v_x(1,0,0) + v_y(0,1,0) + v_z(0,0,1)$$

$$\bar{v} = (v_x, 0,0) + (0, v_y, 0) + (0,0, v_z)$$

$$\bar{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

Operaciones con vectores

Magnitud de un vector (tamaño) en 3 dimensiones:

$$|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Si dos puntos pueden formar un vector, entonces ¿qué otro nombre puede recibir esta operación?

Operaciones con Vectores

Normalización de un vector (vector unitario):

$$\hat{v} = \frac{\bar{v}}{|\bar{v}|} = \left(\frac{v_x}{|\bar{v}|}, \frac{v_y}{|\bar{v}|}, \frac{v_z}{|\bar{v}|}\right)$$

$$= \left(\frac{v_x}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}, \frac{v_y}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}, \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}\right)$$

Cambia la longitud de cualquier vector a 1 sin modificar su dirección.

Operaciones con Vectores

Suma y resta

Sean $\bar{u}$ y $\bar{v}$ vectores en 3D. Entonces:

$$\bar{u} = (u_x\hat{\boldsymbol{\imath}}+u_y\hat{\boldsymbol{\jmath}}+u_z\hat{\boldsymbol{k}}), \quad \bar{v} = (v_x\hat{\boldsymbol{\imath}}+v_y\hat{\boldsymbol{\jmath}}+v_z\hat{\boldsymbol{k}})$$

$$\bar{u} \pm \bar{v} = (u_x \pm v_x)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (u_y \pm v_y)\hat{\boldsymbol{\jmath}}+(u_z \pm v_z)\hat{\boldsymbol{k}}$$

Operaciones con Vectores

Multiplicación de un vector por un escalar:

Sea $\boldsymbol{\alpha}$ un escalar y $\bar{v}$ un vector en 3D. Entonces:

$$\alpha\bar{v} = \alpha v_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + \alpha v_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \alpha v_z\widehat{\boldsymbol{k}}$$

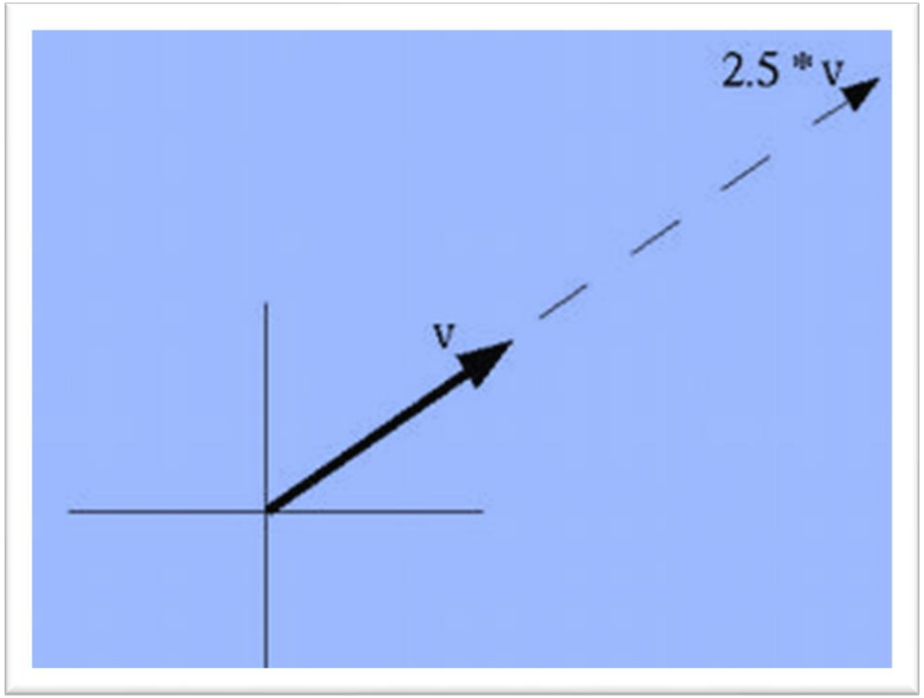
$$\alpha\bar{v} = (\alpha v_x, \alpha v_y, \alpha v_z)$$

Operaciones con Vectores

Multiplicación de un vector por un escalar:

Sea $\boldsymbol{\alpha}$ un escalar y $\bar{v}$ un vector, entonces:

$$\alpha\bar{v} = \alpha v_x\hat{\boldsymbol{\imath}} + \alpha v_y\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \alpha v_z\widehat{\boldsymbol{k}}$$

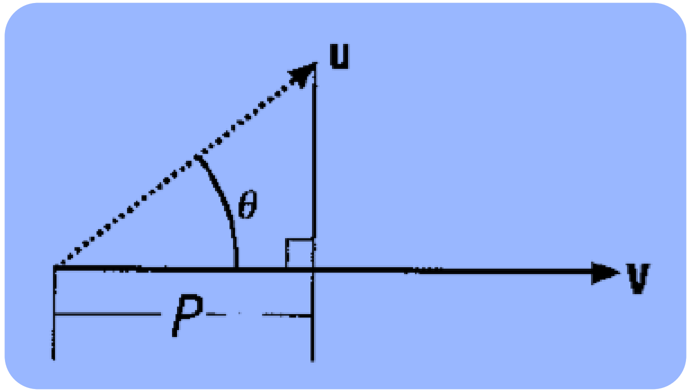


Operaciones con Vectores

Producto Punto:

- Sean $\bar{u}$ y $\bar{v}$ vectores en 3D. Entonces:

$$P = \bar{u} \cdot \bar{v} = |\bar{u}||\bar{v}| \cos\theta$$
$$P = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z$$

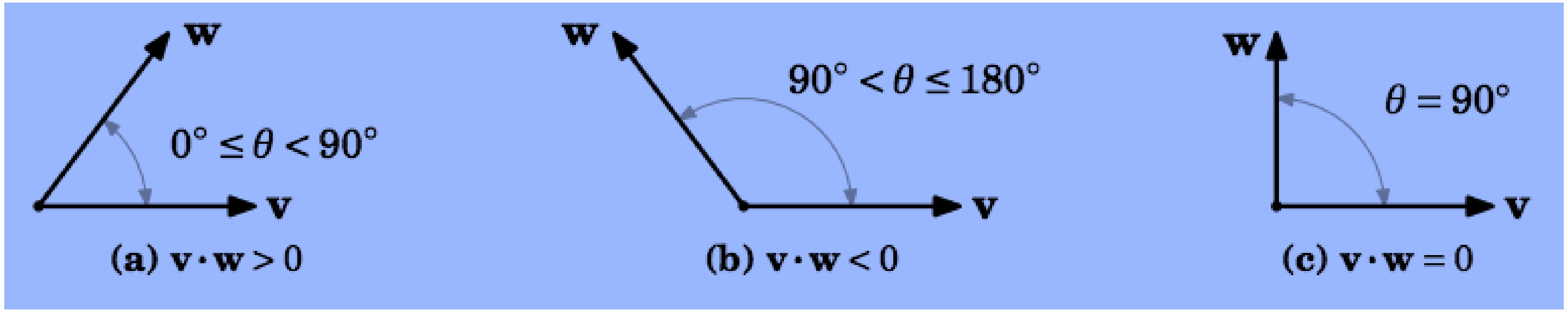


- El resultado es un escalar

Operaciones con Vectores

Producto Punto:

- Nos dice qué tanto, dos vectores tienen la misma dirección (entre [-1,1] cuando son unitarios).



Ángulo entre vectores (3D)

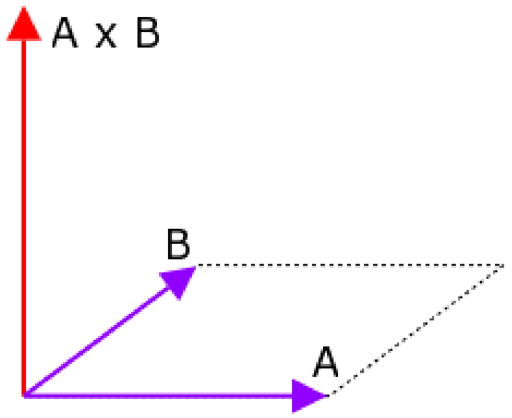
1. Obtener los vectores $\bar{v}, \overline{w}$.
2. Normalizar los vectores.
3. Obtener el producto punto.
4. $\hat{v} \cdot \widehat{w} = |\hat{v}||\widehat{w}| \cos\theta = \cos\theta$
5. $\theta = \cos^{-1}(\hat{v} \cdot \widehat{w}) = \cos^{-1}\left(v_x w_x + v_y w_y + v_z w_z\right)$

Operaciones con Vectores

Producto Vectorial (Producto Cruz)

- Sean $\bar{u}$ y $\bar{v}$ dos vectores en 3D. Entonces:

$$\bar{u} \times \bar{v} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \mathrm{u_x} & \mathrm{u_y} & \mathrm{u_z} \\ \mathrm{v_x} & \mathrm{v_y} & \mathrm{v_z} \end{bmatrix}$$



- El resultado es un vector.

$$\bar{u} \times \bar{v} = (\mathrm{u_y v_z} - \mathrm{u_z v_y})\hat{\boldsymbol{\imath}} + (\mathrm{u_z v_x} - \mathrm{u_x v_z})\hat{\boldsymbol{\jmath}} + (\mathrm{u_x v_y} - \mathrm{u_y v_x})\widehat{\boldsymbol{k}}$$

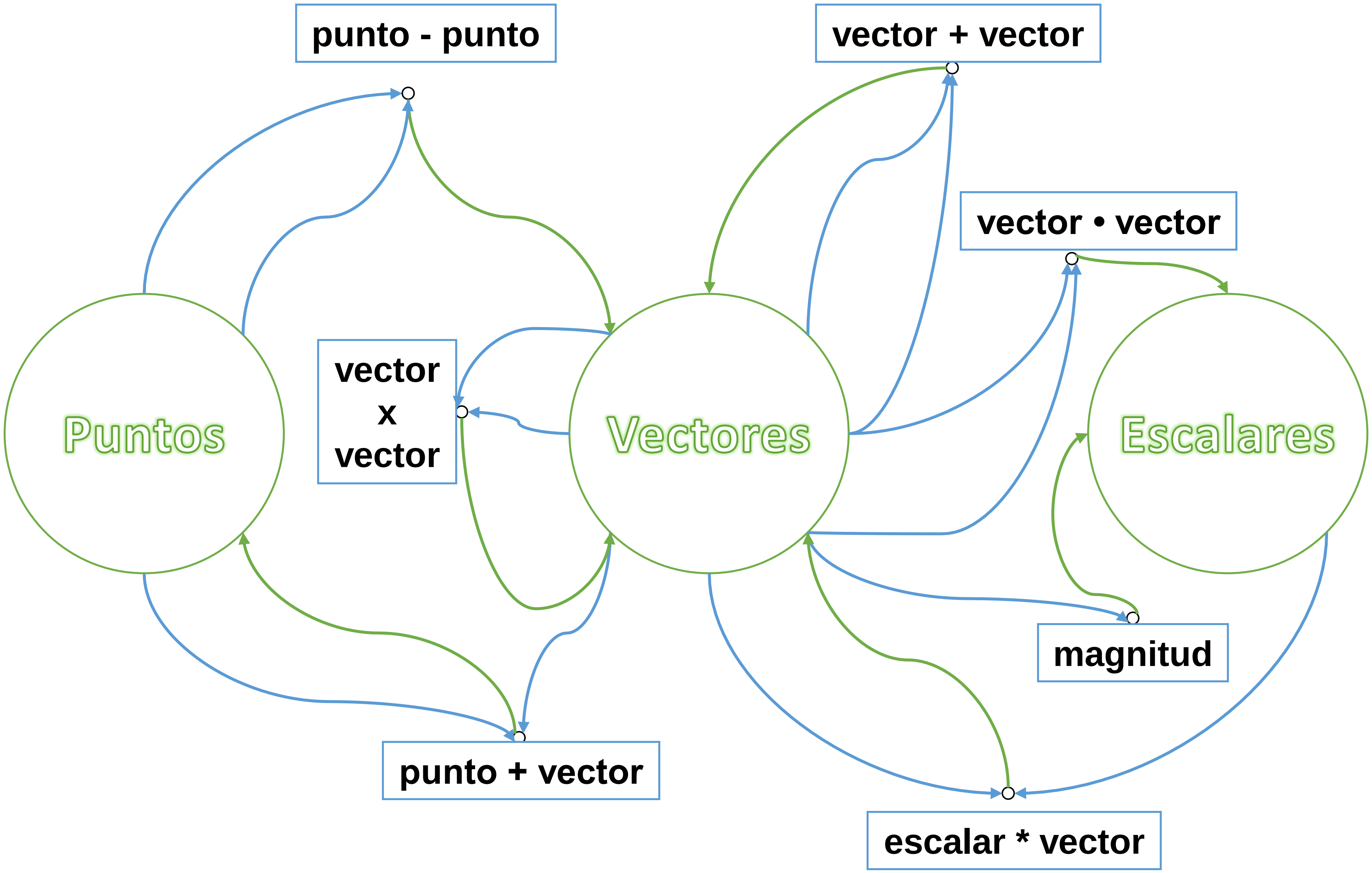
Operaciones con Vectores

Ejemplo:

Sean los vectores $\bar{u} = (2,0,1)$ y $\bar{v} = (1,-1,3)$. Entonces:

$$\bar{u} \times \bar{v} = \left(\mathrm{u_y v_z} - \mathrm{u_z v_y}\right)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (\mathrm{u_z v_x} - \mathrm{u_x v_z})\hat{\boldsymbol{\jmath}} + \left(\mathrm{u_x v_y} - \mathrm{u_y v_x}\right)\widehat{\boldsymbol{k}}$$

$$\bar{u} \times \bar{v} = \left(0 - (-1)\right)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (1-6)\hat{\boldsymbol{\jmath}} + (-2-0)\widehat{\boldsymbol{k}} = (1)\hat{\boldsymbol{\imath}} + (-5)\hat{\boldsymbol{\jmath}} + (-2)\widehat{\boldsymbol{k}}$$
$$= (1,0,0) + (0,-5,0) + (0,0,-2) = (1,-5,-2)$$


punto - punto
vector + vector
vector • vector
vector
x
vector
Puntos
Vectores
Escalares
magnitud
punto + vector
escalar * vector

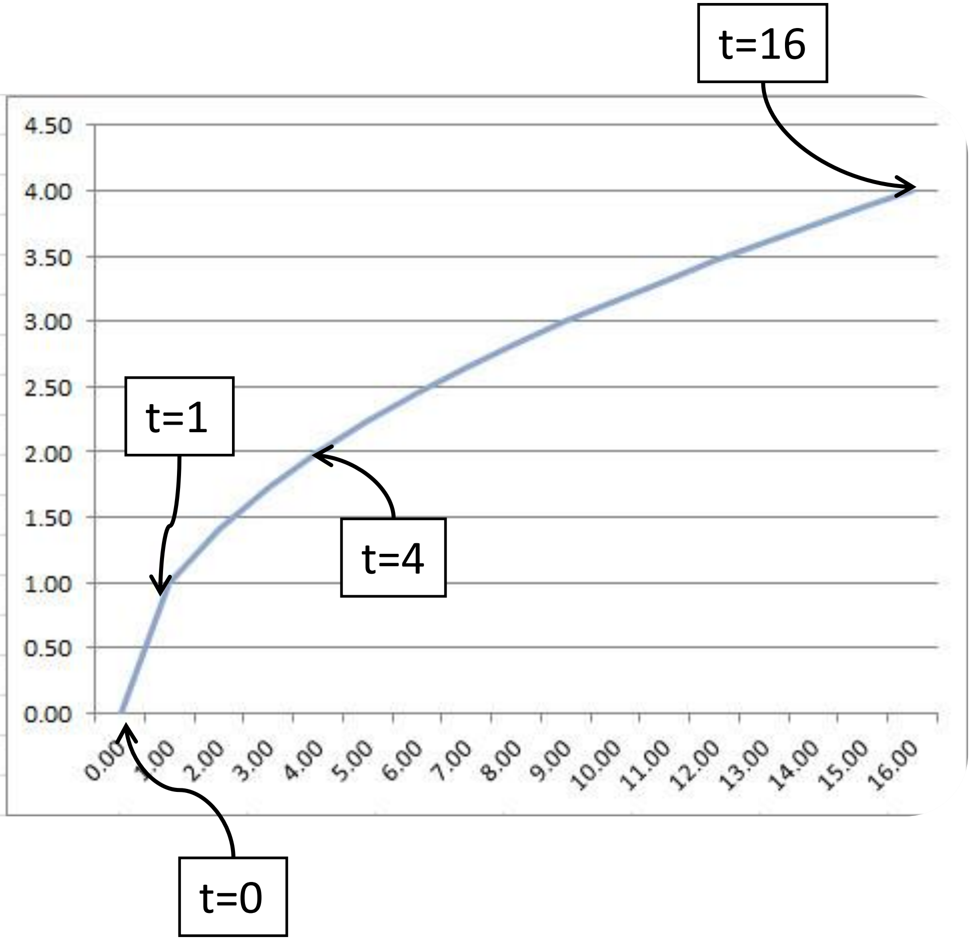
Aplicaciones: Ecuaciones Paramétricas

$$x = t$$

$$y = \sqrt{t}$$

$$0 \leq t \leq 16$$

t	x	y
0.00	0.00	0.00
1.00	1.00	1.00
2.00	2.00	1.41
3.00	3.00	1.73
4.00	4.00	2.00
5.00	5.00	2.24
6.00	6.00	2.45
7.00	7.00	2.65
8.00	8.00	2.83
9.00	9.00	3.00
10.00	10.00	3.16
11.00	11.00	3.32
12.00	12.00	3.46
13.00	13.00	3.61
14.00	14.00	3.74
15.00	15.00	3.87
16.00	16.00	4.00

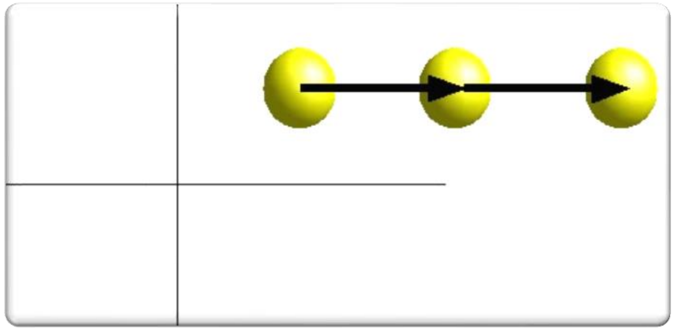


Aplicaciones: Movimiento con vectores

Los movimientos de los objetos se representan con vectores:

- El vector indica la velocidad del objeto:
  - La dirección del vector indica la dirección de movimiento.
  - La magnitud indica la rapidez.

$$P(t) = P_0 + t\bar{v}$$



Aplicaciones: Movimiento con vectores

Ejemplo. Un auto parte del origen en dirección $\hat{\boldsymbol{\imath}}$, con rapidez de $2\ \mathrm{m/s}$, calcule su posición después de cinco segundos:

$$P(t) = P_0 + t\bar{v}$$

$$\bar{v} = 2\hat{\boldsymbol{\imath}} = 2(1,0,0) = (2,0,0)$$

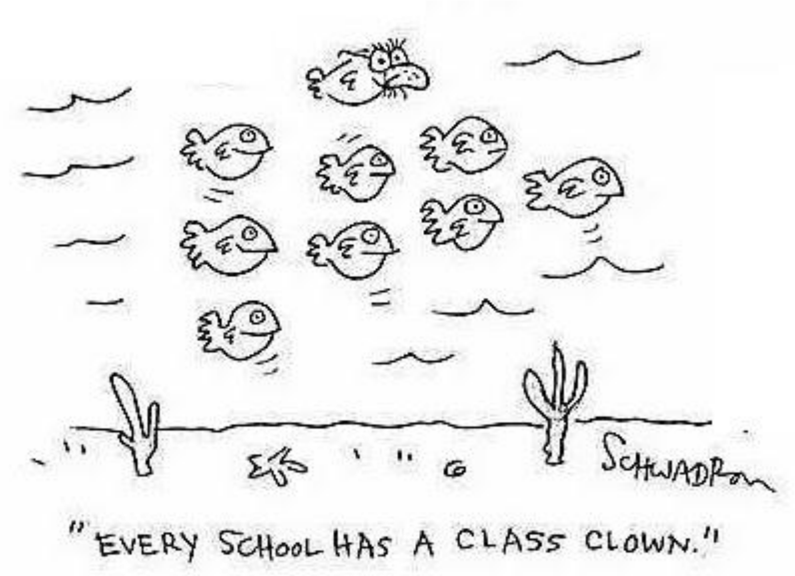
$$P(5) = (0,0,0) + 5(2,0,0) = (\mathbf{10}, \mathbf{0}, \mathbf{0})$$

Aplicaciones: Movimiento con vectores

1. A un cardumen le lleva moverse del punto $(21, 32, 10)$ al punto $(65, 10, 7)$ 34 segundos, ¿cuál será la velocidad con la que se mueve?
2. ¿Cuál será su rapidez?

1. $P(t) = P_0 + t\bar{v}$

2. $|\bar{v}|$



Aplicaciones: Líneas

- ¿Por qué la ecuación explícita de la línea no es adecuada para Gráficas Computacionales?
- La ecuación de la recta en 2D es:

$$y = mx + b, \text{ donde } m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

  - No puede representar líneas verticales ($m \rightarrow \infty$).
  - No puede representar segmentos de línea.
  - No puede representar líneas en 3D.

Aplicaciones: Líneas

Ecuación paramétrica de la línea

- Definida por dos puntos A y B:
  $P(t) = \left(x(t), y(t), z(t)\right) = A + t(B - A); -\infty < t < \infty$
- Existen casos especiales: $\mathrm{P(0) = A, P(1) = B.}$
- $\mathrm{Punto + t\ Vector = Punto}$

Aplicaciones: Líneas

Ejemplo:

$$A \quad = (1,2,3), \quad B = (0,1,6)$$

$$P(t) = (\ x(t), y(t), z(t)\ )$$

$$= (1,2,3) + t\ (\ (0,1,6) - (1,2,3)\ )$$

$$= (1,2,3) + t\ (-1,-1,3)$$

$$= (1,2,3) + (-t,-t,3t)$$

$$= (1\text{-}t,\ 2\text{-}t,\ 3+3t)$$

$$P(0) = (1,2,3)$$

$$P(1) = (1\text{-}1,\ 2\text{-}1,\ 3+3) = (0,1,6)$$

Aplicaciones: Líneas

- También puede ser utilizada como una función de blending:

$$x(t) = (1\text{-}t)X_1 + t\,X_2$$
$$y(t) = (1\text{-}t)Y_1 + t\,Y_2$$
$$z(t) = (1\text{-}t)Z_1 + t\;\;Z_2$$

- Es una función que sirve para hacer una transición lineal entre el valor 1 y el valor 2.
- Estos valores pueden ser colores, ángulos, posiciones, coordenadas de textura, etcétera.

Aplicaciones: Rayo reflejado

El plano está definido por un punto P y un vector normal $\bar{n}$.

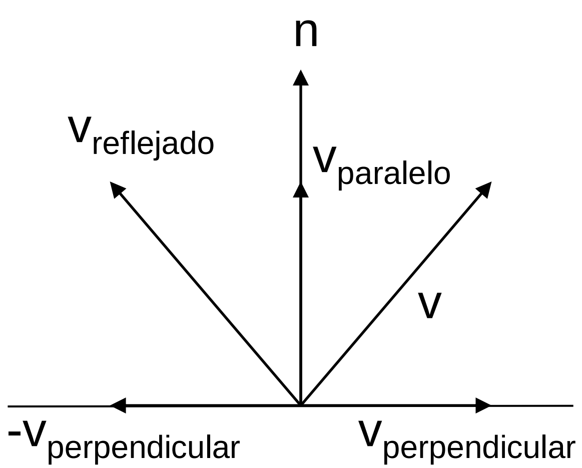
Se busca el vector $\bar{v}_{reflejado}$ de $\bar{v}$.

Definamos los vectores $\bar{v}_{paralelo}$ y $\bar{v}_{perpendicular}$

1) $\bar{v}_{paralelo} = \bar{n}(\bar{n} \cdot \bar{v})$

2) $\bar{v}_{perpendicular} = \bar{v} - \bar{v}_{paralelo}$

3) $\bar{v}_{reflejado} = \bar{v}_{paralelo} - \bar{v}_{perpendicular}$



Aplicaciones: Distancia de un punto a un plano

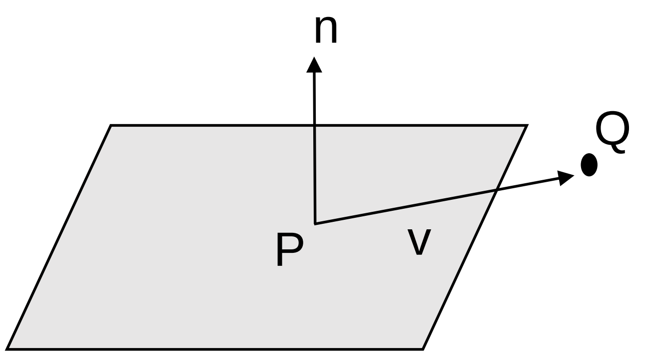
- El plano se define por el punto P y el vector normal $\bar{n}$.
- Se requiere calcular la distancia al punto Q.

1) Expresar el vector $\bar{v} = Q - P$.

2) Evaluar la proyección de $\bar{v}$ sobre $\bar{n}$.

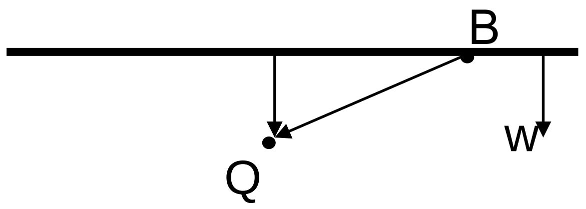
$$\bar{s} = \bar{n}(\bar{n} \cdot \bar{v})$$

3) La magnitud de $\bar{s}$ es la distancia entre el punto y el plano.



Aplicaciones: Distancia de un punto a la línea

- La línea se define por el punto B y el vector normal $\bar{w}$. Se requiere calcular la distancia de la línea al punto Q.



1) Obtener el vector $\bar{v} = (Q - B)$

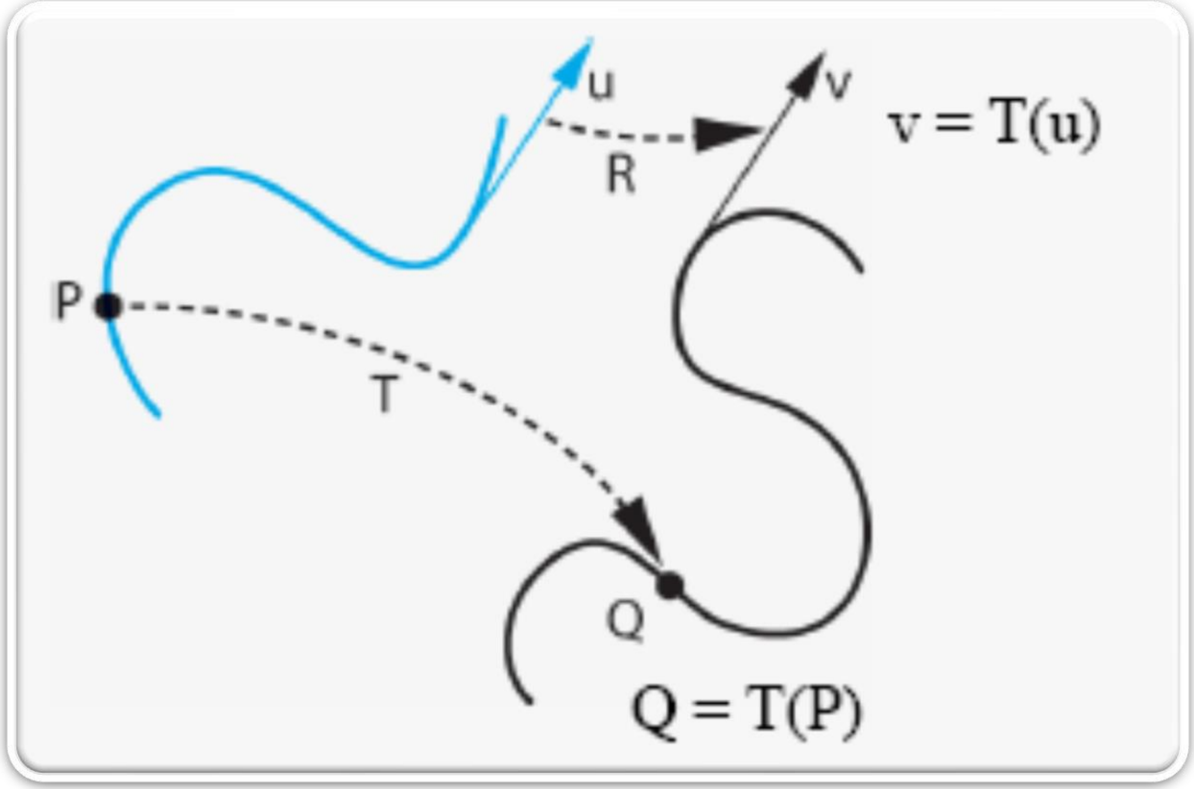
2) Descomponer $\bar{v}$ en $\bar{v}_{paralelo}$ y $\bar{v}_{perpendicular}$

3) La magnitud de $\bar{v}_{paralelo}$ es la distancia a la línea

Transformaciones

Transformaciones

- Una transformación mapea puntos a otros puntos y vectores a otros vectores



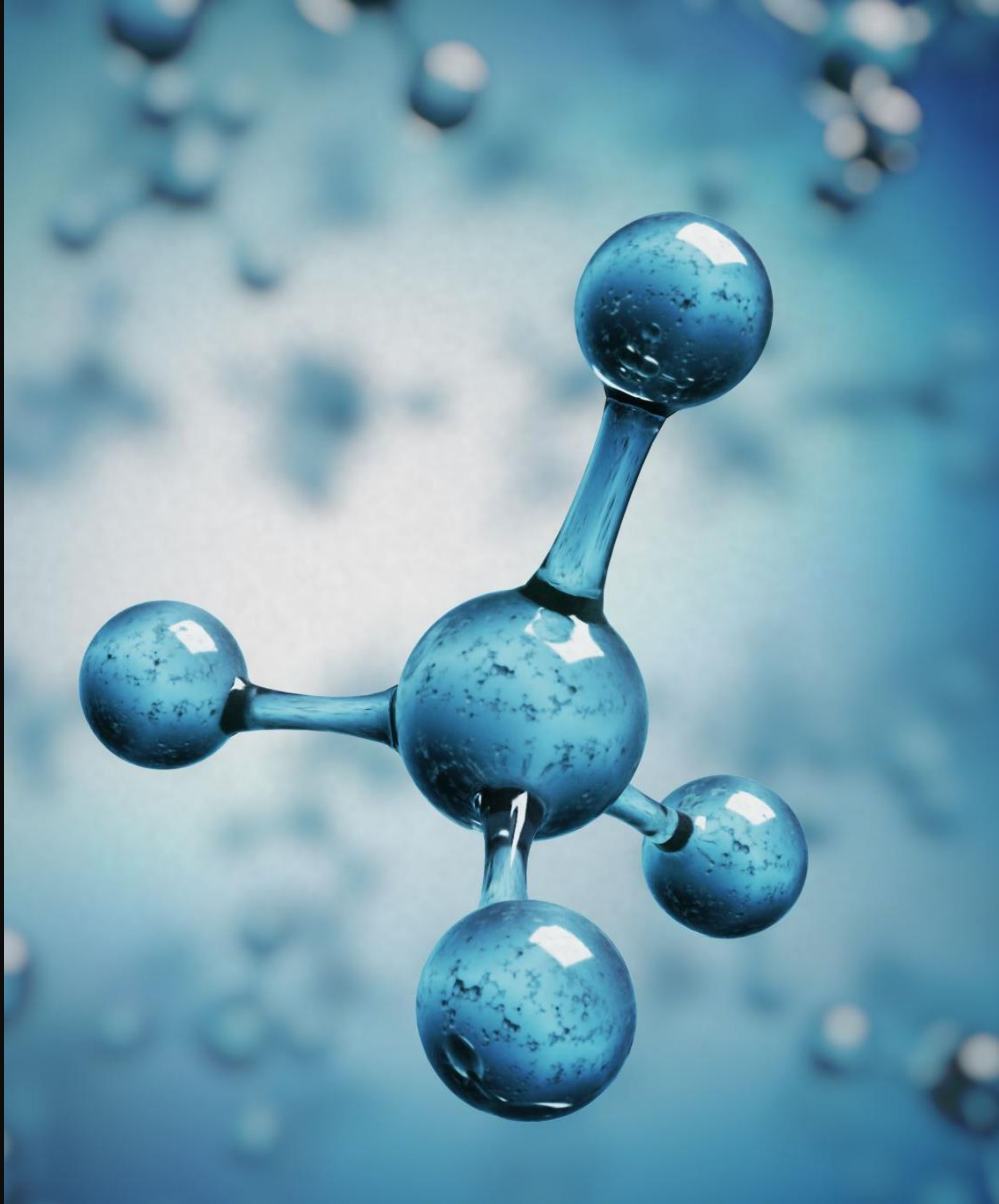
Transformaciones (Observación)

- Las líneas se preservan
  - Las líneas siguen siendo líneas después de una transformación
  - No se curvan o deforman
- Sólo se necesita transformar los puntos extremos de los segmentos de línea
  - Tras la transformación se calculan los puntos entre los extremos, se dibuja la línea

Transformaciones

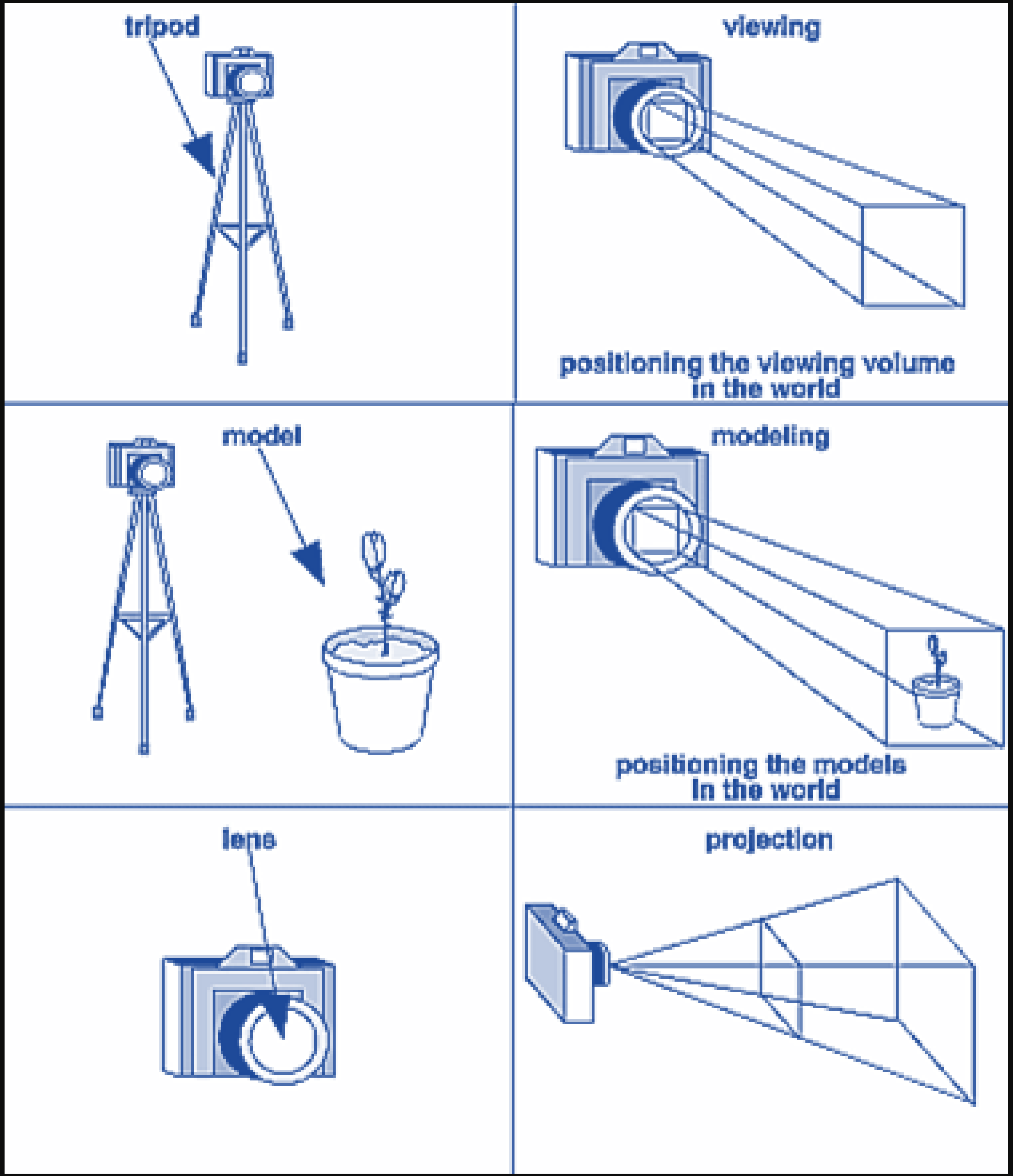
Existen tres tipos de transformaciones geométricas:

- ***Modelo***
- ***Vista***
- ***Proyección***



Transformaciones

- ***VISTA***
- ***MODELADO***
- ***PROYECCIÓN***



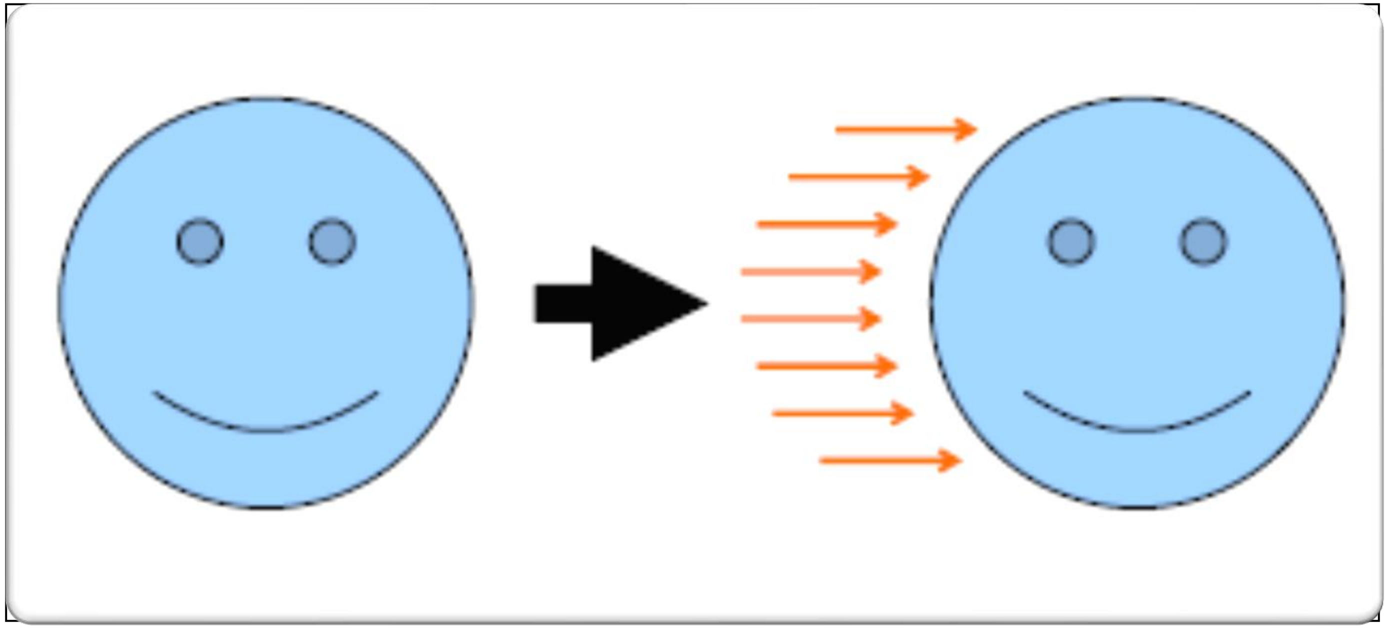
Transformaciones de Modelo

Las principales transformaciones de modelado son:

- Traslación
- Escala
- Rotación
- Sesgo (Shear)

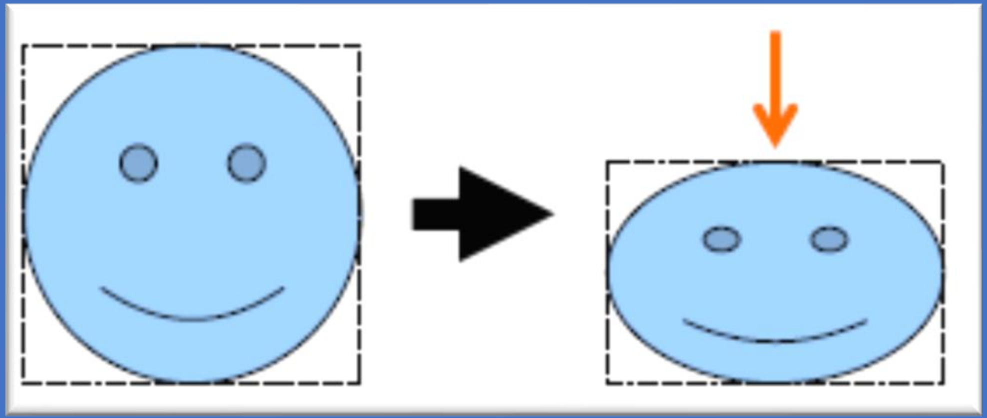
Traslación

Cada punto es desplazado por el mismo vector.



Escala

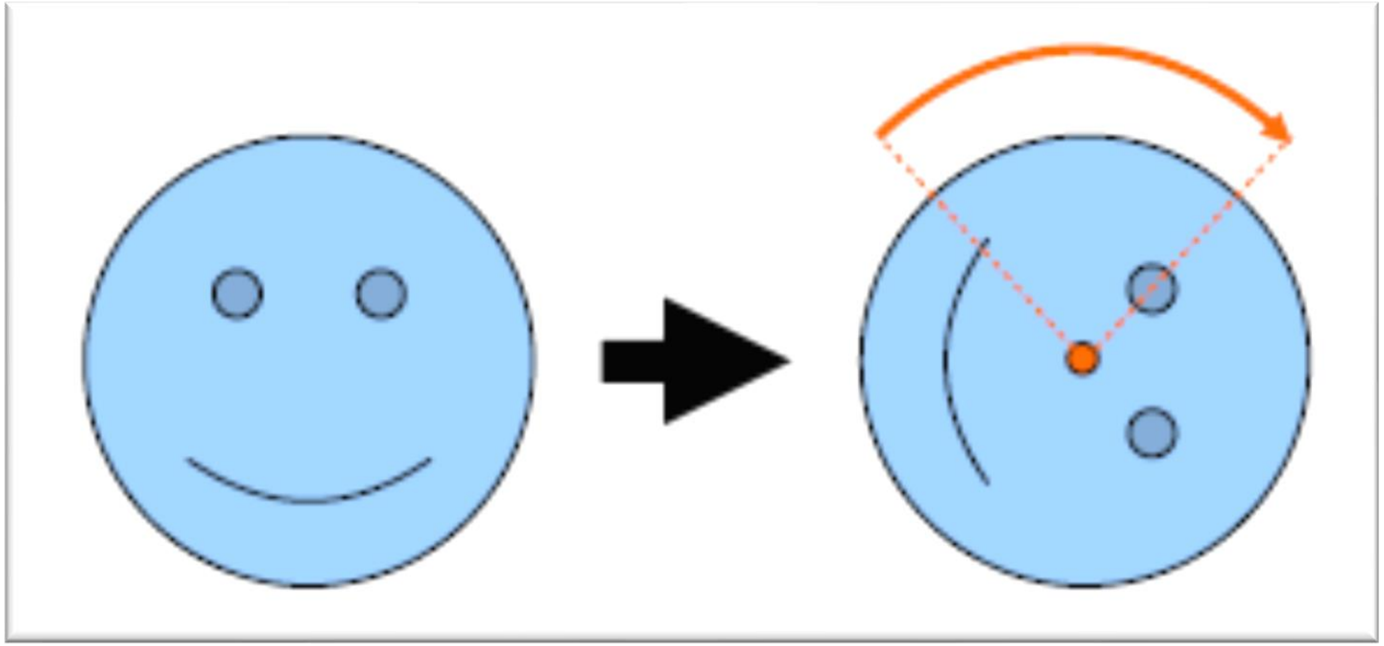
Estirar o compactar un objeto en una dirección o en ambas direcciones.



Rotación

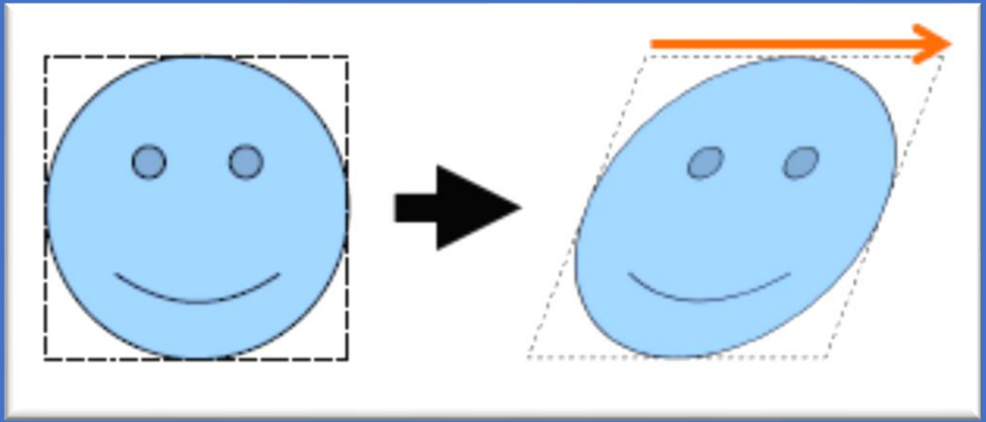
Cada punto rota alrededor de un punto pivote

- El pivote no tiene que estar en el centro del objeto.



Sesgo (Shear)

Traslación de uno de los lados de la caja que encierra al objeto.



Transformaciones y Matrices

- Cualquier transformación lineal puede representarse por una *matriz*:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \cdots & \mathbf{M}_{1n} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} & \cdots & \mathbf{M}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{M}_{m1} & \mathbf{M}_{m2} & \cdots & \mathbf{M}_{mn} \end{bmatrix}$$

- Por convención, el elemento de la matriz $\mathbf{M}_{rc}$ se localiza en la fila *r* y columna *c.*

Transformaciones y Matrices

- También por convención los vectores y puntos son representados como matrices de una sola columna:

$$v = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- A esto se le conoce como coordenadas homogéneas para representar vectores y puntos en 3D.

Transformaciones y Matrices

- La multiplicación Matriz-Vector aplica una transformación lineal a un vector y da como resultado un nuevo vector.

$$\mathbf{M} \bullet \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \mathbf{M}_{13} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} & \mathbf{M}_{23} \\ \mathbf{M}_{31} & \mathbf{M}_{32} & \mathbf{M}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_x \\ \mathbf{v}_y \\ \mathbf{v}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}'_x \\ \mathbf{V}'_y \\ \mathbf{V}'_z \end{bmatrix}$$

- Recordatorio:
  - ¿Cómo se multiplican matrices?

$$\boxed{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ax + by \\ cx + dy \end{bmatrix}}$$

Ejemplo

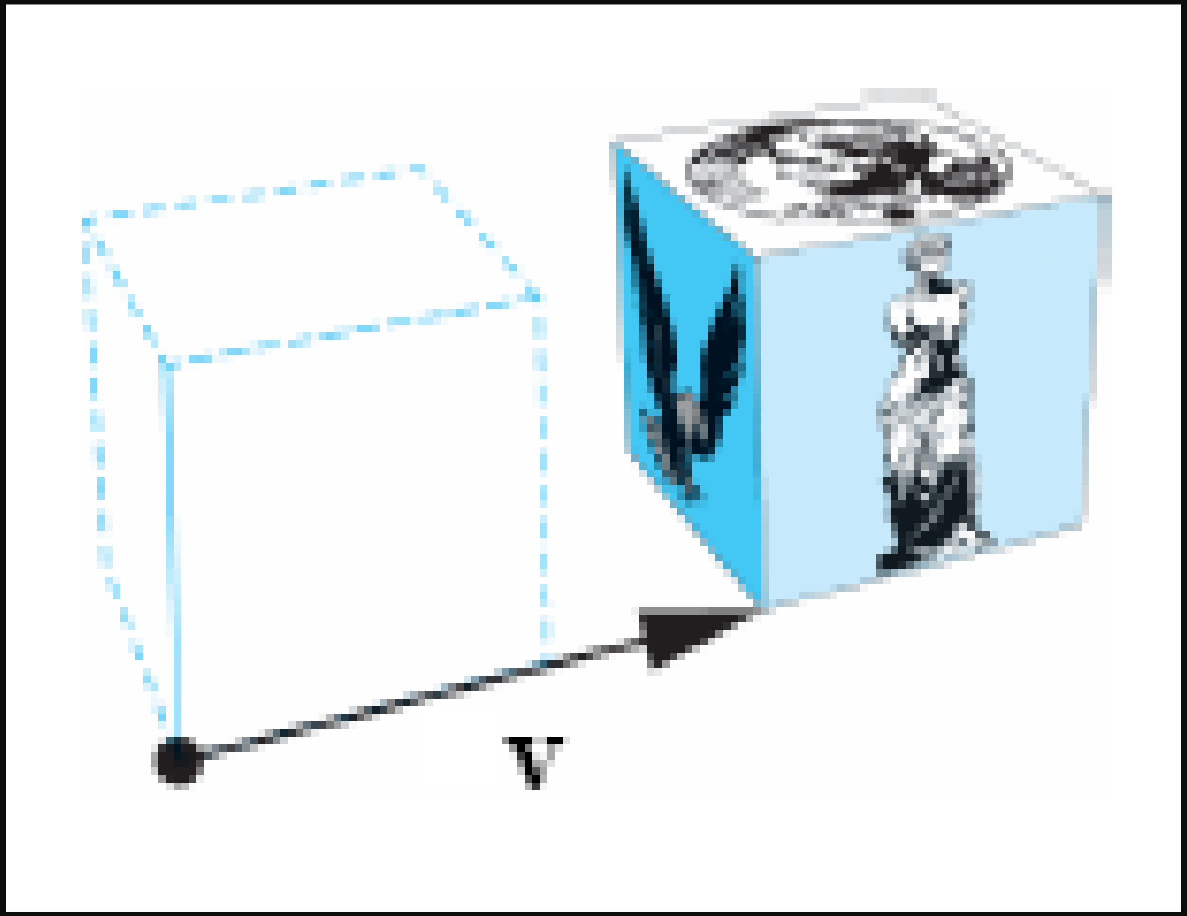
$$Mv = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 12 & 98 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3(4)+7(6) \\ 12(4)+98(6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54 \\ 636 \end{bmatrix} = (54{,}636)$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 8 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 10 \\ 2 \end{bmatrix} =$$

Traslación

- Mover un punto a una nueva localidad.
  - Existen **3 direcciones** (x,y,z) de libertad en el desplazamiento
- El desplazamiento está determinado por el vector **v**:

P’ = P + v



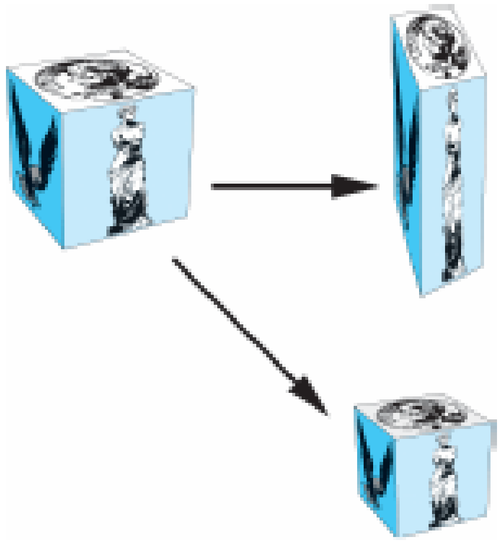
Traslación Homogénea

- Se expresa la traslación utilizando una matriz 4x4:

$$P' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & v_x \\ 0 & 1 & 0 & v_y \\ 0 & 0 & 1 & v_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Esta forma es mejor porque:
  - Todas las transformaciones pueden expresarse de esta manera.

Escala



Expandir o contraer con respecto a uno, dos o tres ejes.

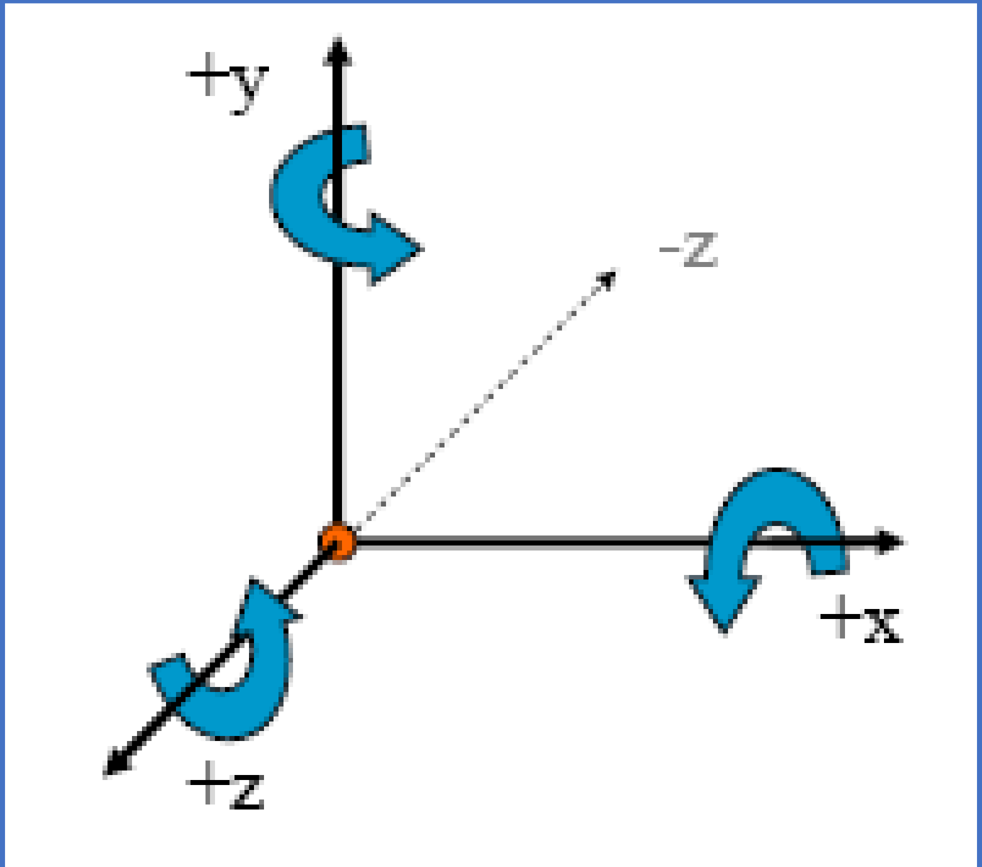
$$P' = P * S$$

Escala Homogénea

$$P' = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & s_z \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rotación

Se tienen 3 ejes y se puede rotar alrededor de cualquiera de ellos:



$$\mathbf{R}_z(\theta) = \begin{bmatrix} \boxed{\begin{matrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 & 0 \end{matrix} & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación Homogénea

La matriz de **rotación** alrededor del **eje Z**

$$\mathbf{R}_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación Homogénea

La matriz de **rotación** alrededor del **eje X**:

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotación Homogénea

La matriz de **rotación** alrededor del **eje Y**

Rotar alrededor de un punto pivote

- Hasta el momento, estas transformaciones consideran que el objeto está en el origen.
- ¿Qué habría que hacer para rotar un objeto alrededor de un punto pivote o fijo, diferente del origen?

Rotar alrededor de un punto pivote

Descomponer la operación en:

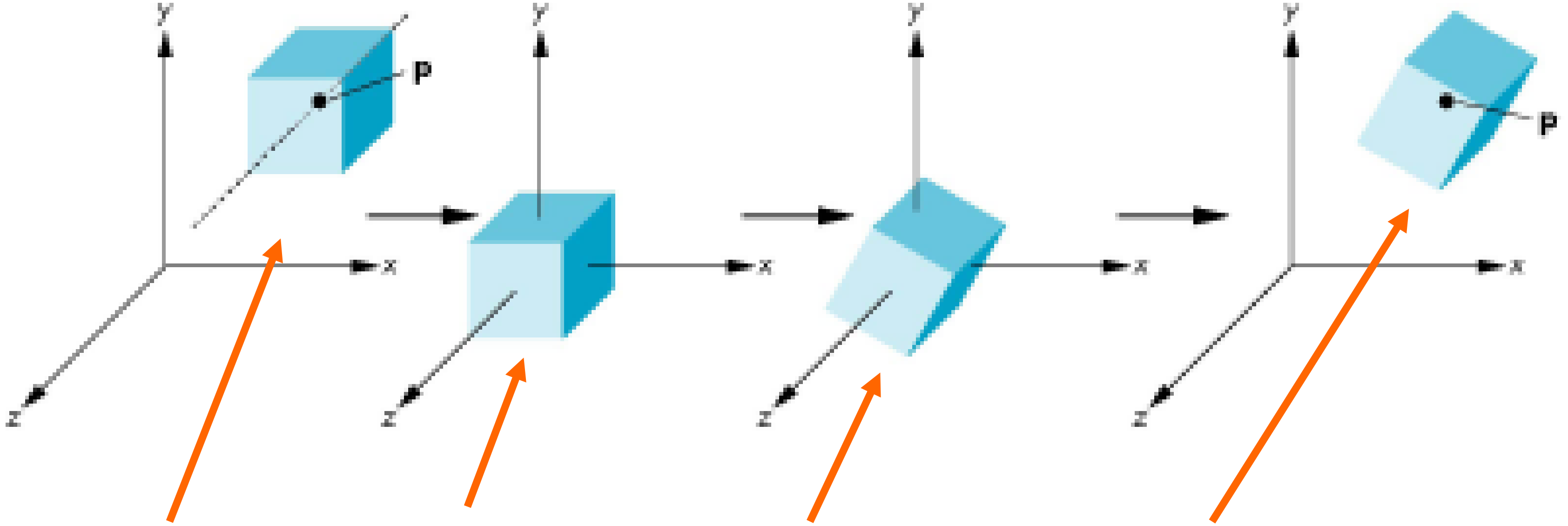
1. Trasladar el objeto al origen
2. Rotarlo
3. Regresarlo a la posición original

$$\boxed{\mathbf{M} = \mathbf{T}\,(\mathbf{R}\,(\mathbf{T}^{-1}\,P))}$$

Nota: aquí, $\mathbf{T}^{-1}$ no representa la inversa de la matriz de translación, sino la matriz de translación que lleva el centro del objeto al origen. Por tanto **T** representa la matriz que traslada al objeto desde el centro hasta su posición original.

Rotar alrededor de un punto pivote

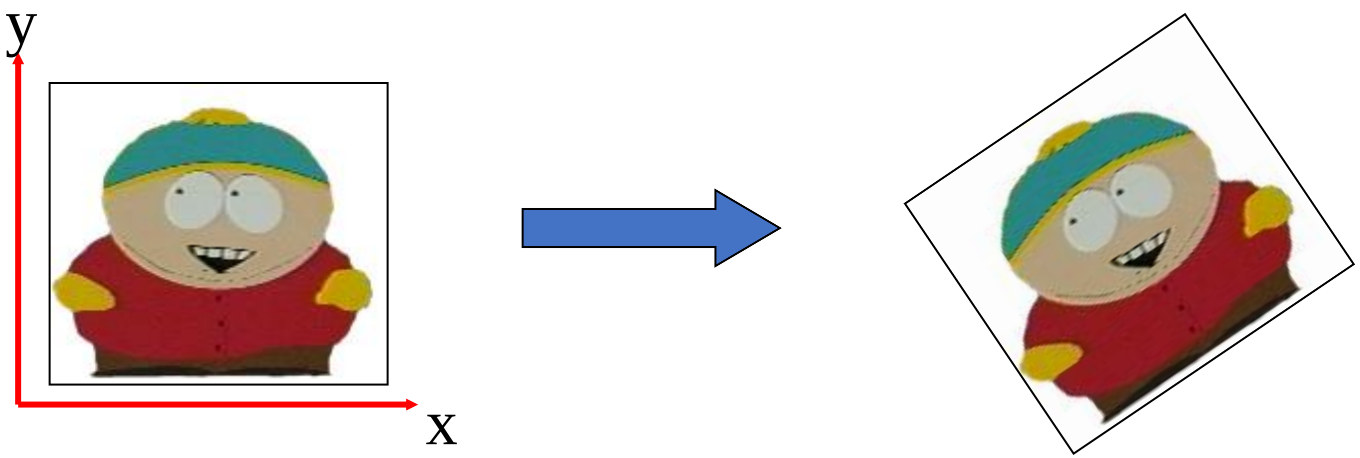
$$\mathbf{M} = \mathbf{T}\,(\mathbf{R}\,(\mathbf{T}^{-1}\,P))$$



P $\quad$ $(\mathbf{T}^{-1}\,P)$ $\quad$ $\mathbf{R}(\mathbf{T}^{-1}\,P)$ $\quad$ $\mathbf{T}\,(\mathbf{R}\,(\mathbf{T}^{-1}\,P))$

Ejemplo

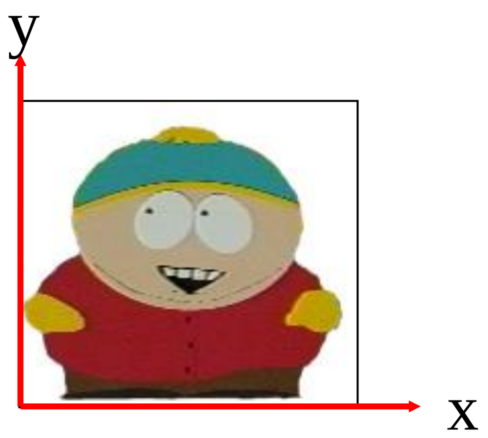
Rotar una imagen 30 grados alrededor de su centro.

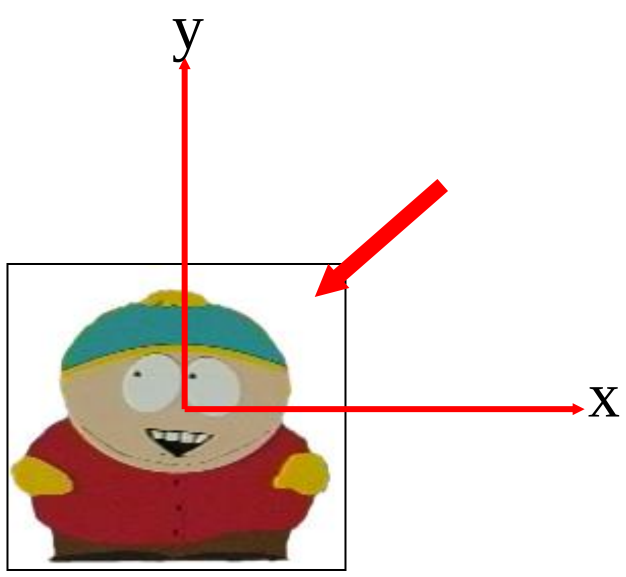


1. Trasladar el objeto al origen

Dónde es el centro de una imagen de tamaño (w , h)?

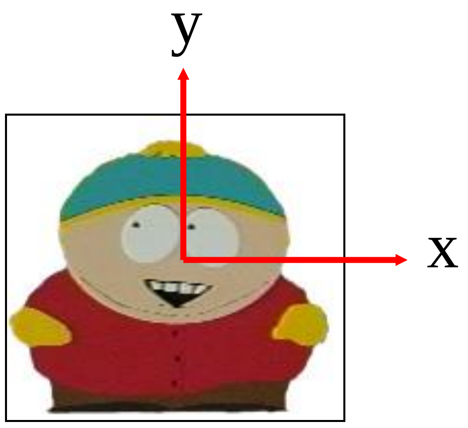
Traslada (-w/2, -h/2)

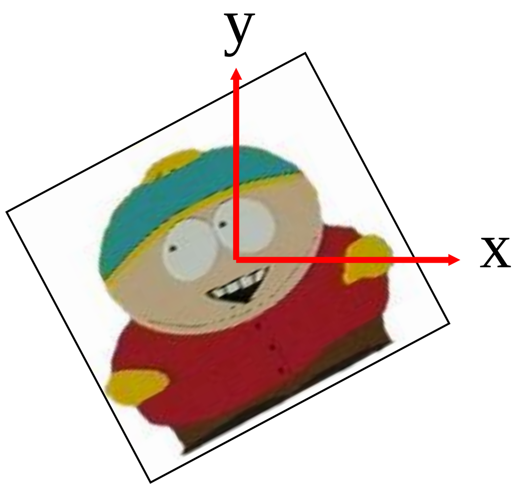




$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -w/2 \\ 0 & 1 & -h/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-w/2 \\ y-h/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2. Rotarlo. ¿Alrededor de qué eje?

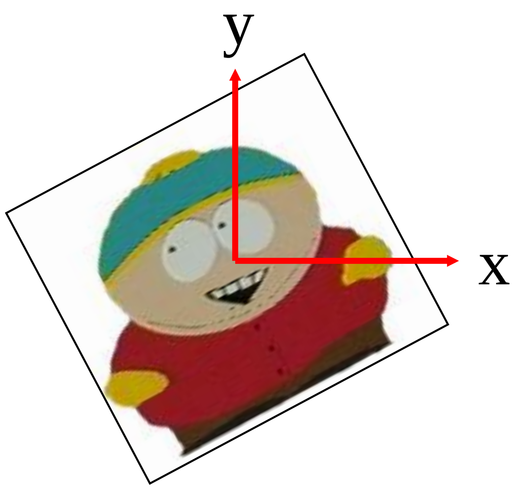


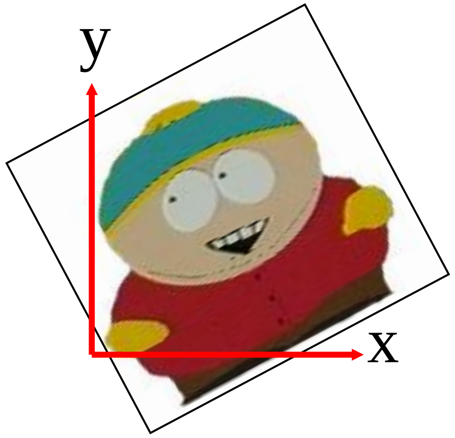


$$\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x\cos\theta - y\sin\theta \\ x\sin\theta + y\cos\theta \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Regresarlo al lugar original

Traslada (w/2, h/2)





$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & w/2 \\ 0 & 1 & h/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + w/2 \\ y + h/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ejemplo

Suponiendo una imagen 100 por 100, en una posición *P*

$$M = (M_2(R_{30}(M_1 P)))$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & w/2 \\ 0 & 1 & h/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(30^\circ) & -\sin(30^\circ) & 0 \\ \sin(30^\circ) & \cos(30^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -w/2 \\ 0 & 1 & -h/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 50 \\ 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 0 \\ 0.5 & 0.866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -50 \\ 0 & 1 & -50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 50 \\ 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & -18.3 \\ 0.5 & 0.866 & -68.3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P = \begin{bmatrix} 0.866 & -0.5 & 31.7 \\ 0.5 & 0.866 & -18.3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} P$$

Ejercicios

Matemáticas para Gráficas Computacionales

Ejercicio

Encuentra el ángulo (en grados) que existe entre los vectores:

$$\bar{u} = (1.077, 4.501, 7.523)$$

$$\bar{v} = (-6.530, -1.382, 2.369)$$

Observar: las computadoras no usan grados (Los grados son útiles para los humanos, pues tienen sentido visual). Recuerda siempre transformar los grados a **radianes** antes de usarlos en operaciones trigonométricas.

Ejercicio

Encuentra el producto cruz entre los vectores:

$$\bar{u} = (1.077, 4.501, 7.523)$$

$$\bar{v} = (-6.530, -1.382, 2.369)$$

Ejercicios

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 6 & 7 & 6 \\ -2 & 3 & 2 \\ 5 & -1 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 3 & 5 \\ 7 & 1 \end{pmatrix} =$$

Ejercicio

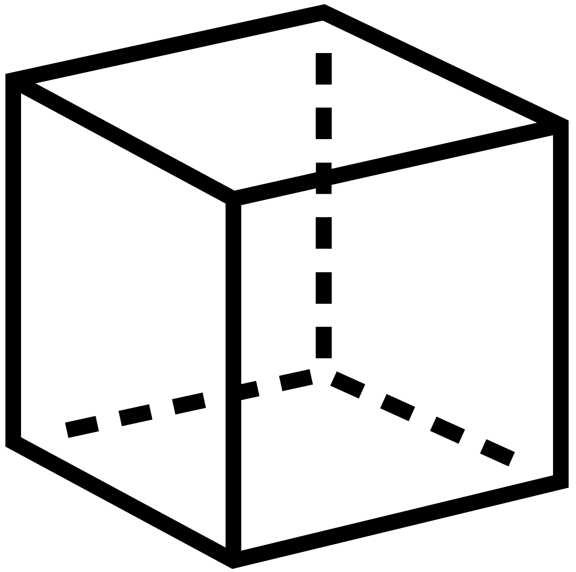
Se tienen dos puntos

A = (1, 1, 0)

B = (2, 1, 0)

Rotar el punto B, 22° en el eje Y tomando A como el pivote de la rotación

Observar: las computadoras no usan grados (Los grados son útiles para los humanos, pues tienen sentido visual). Recuerda siempre transformar los grados a **radianes** antes de usarlos en operaciones trigonométricas.



Ejercicio

Teniendo un cubo de lado 2.5, con centro en C=(7, -2.2, 3.01)

- Localiza sus vértices (8 puntos)
- Encuentra la posición final de cada vértice al rotar el cubo respecto al pivote P=(-0.23, 4.1, 0.81).
- Usa el eje Z para rotar