

CÁLCULO PARA ENGENHARIA

FICHA 1

Funções trigonométricas inversas e funções hiperbólicas

1. Calcule :

- | | |
|--|--|
| (a) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ | (b) $2\arcsin(-1)$ |
| (c) $\cos(\arcsin \frac{1}{2})$ | (d) $\tan\left(\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ |
| (e) $\cot\left(\arcsin\left(-\frac{4}{5}\right)\right)$ | (f) $\sin(\arcsin\left(-\frac{5}{13}\right))$ |
| (g) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \arctan \frac{4}{5}\right)$ | (h) $\cos\left[\arcsin\left(\frac{1}{2}\right) - \arccos\left(\frac{3}{5}\right)\right]$ |

2. Determine o número real designado por:

- | |
|---|
| (a) $\arcsin\left(\sin \frac{\pi}{2}\right) + 4\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ |
| (b) $\cos^2\left(\frac{1}{2}\arccos \frac{1}{3}\right) - \sin^2\left(\frac{1}{2}\arccos \frac{1}{3}\right)$ |
| (c) $\tan^2(\arcsin \frac{3}{5}) - \cot^2(\arccos \frac{4}{5})$ |

3. Determine o conjunto solução das seguintes inequações:

$$(a) \cos(x) > \frac{1}{2}, \quad |\tan(x)| > 1, \quad \sin^2(x) < \frac{1}{4}.$$

4. Mostre as relações seguintes:

- | |
|--|
| (a) $\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ |
| (b) $\sin(\arctan(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}$ |
| (c) $\cos(\arcsin(x)) = \sin(\arccos(x)) = \sqrt{1-x^2}, \forall x \in [-1, 1].$ |

5. Determine o domínio e o contradomínio das funções abaixo indicadas. Caracterize as suas funções inversas.

- | | |
|---|--|
| (a) $f(x) = 2\arcsin(2x - 1) + \pi$ | (b) $g(x) = \cos \pi + 3\arccos(1 - 4x)$ |
| (c) $h(x) = 2\arccos\left(\frac{3}{x+2}\right) + \frac{\pi}{2}$ | (d) $i(x) = \frac{\pi}{3} + \arctan\left(\frac{1}{x+5}\right)$ |

6. Considere a função real de variável real definida por

$$p(x) = \frac{\pi}{3} - 2\arccos(x + 1)$$

- | |
|--|
| (a) Calcule $p(-1) - p(-\frac{3}{2})$. |
| (b) Determine o domínio e o contradomínio da função. |
| (c) Calcule caso existam, os zeros de p . |
| (d) Caracterize a função inversa de p . |
| (e) Resolva a inequação $p(x) \leq -\frac{\pi}{3}$. |

7. Considere a função real de variável real definida por

$$t(x) = \frac{\pi}{4} + \arctan\left(\frac{1}{x+1}\right)$$

- (a) Calcule $t(0) + t(-2)$.
 (b) Determine o domínio e o contradomínio de t .
 (c) Determine conjunto solução de $A = \{x \in \mathbb{R} : t(x) > 0\}$.
 (d) Caracterize a função inversa de t .

8. Considere a função real de variável real definida por

$$g(x) = \frac{\pi}{3} + 2 \arcsin\left(\frac{1}{x}\right)$$

- (a) Calcule $g(1) + g(-2)$.
 (b) Determine o domínio e o contradomínio de g .
 (c) Determine o conjunto solução de $A = \{x \in \mathbb{R} : g(x) \leq \frac{2\pi}{3}\}$.
 (d) Caracterize a função inversa de g .

9. Mostre as propriedades seguintes

- (a) $\sinh(x+y) = \sinh(x)\cosh(y) + \cosh(x)\sinh(y)$,
 (b) $\cosh(x+y) = \cosh(x)\cosh(y) + \sinh(x)\sinh(y)$,
 (c) $\cosh(x) + \sinh(x) = e^x$, $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.

10. Simplifique as relações seguintes:

- (a) $f(x) = \log_{10}(2x^n)$, $f(x) = \exp(2+x)\exp(2x-3)$, $f(x) = \ln(x+1) + \ln(x-1) - \ln(x^2-1)$.
 (b) $f(x,y) = e^{x\ln(y)-y\ln(x^2)}$, $f(x) = \cosh(x) - \sinh(x)$, $f(x) = \sin(\pi \sinh(\ln(2)))$.
 (c) $f(x,y) = e^{3x\ln(5)+y\ln(2)}$, $f(x) = 2\ln(e^{\frac{x}{2}}) - 2e^{\ln(\frac{x}{2})}$, $f(x) = \ln(2xe^{4x})$.

11. Determine o conjunto solução das equações seguintes:

- (a) $\ln(x-1) = 2\ln(x+1)$, $e^{x+4} = 3e^{2x-1}$, $25^x + 5^{x+1} - 6 = 0$.
 (b) $2^x > 3^x$, $\ln(x+2) + \ln(x+3) = \ln(x+11)$, $-\cosh(x) + 2\sinh(x) = -1$.