(3) $\mu$ 之 95%信賴區間長度為

$$24.38 - 22.22 = 2.16$$

6.7 (1)

$\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.96 \frac{4.29}{\sqrt{36}} = \cancel{16.33 \pm 1.4}$

$(14.93, 17.73)$ #

例 6.7

依例 6.1 之資料，推估消費者更換手機之平均時間的 95%及 90%信賴區間。

**解** 設 $\mu$ 表示消費者更換手機之平均時間，由於母體分配未知，樣本 $n = 36 > 30$ 為大樣本，因此依中央極限定理得知，樣本平均數 $\overline{X}$ 會近似常態分配，而 $\mu$ 之區間估計為 $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$；經計算結果得知，$\bar{x} = 16.33$（月），$s = 4.29$（公斤），其中 $\sigma$ 未知，故以 $s$ 估

6.7 (2) $\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.645 \frac{4.29}{\sqrt{36}} = 16.33 \pm 1.18$



$(15.15, 17.51)$ #

(2) 依題意，$1-\alpha = 0.90$，$\frac{\alpha}{2} = 0.05$，$z_{\frac{\alpha}{2}} = z_{0.05} = 1.645$，所以 $\mu$ 之 90%信賴區間為

$$\bar{x} \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = 16.33 \pm 1.645 \frac{4.29}{\sqrt{36}} = 16.33 \pm 1.18$$

即 (15.15, 17.51)。



6.9

(1) $\mu = 15,291.67$

(2) $\bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} = 15,291.67 \pm 1.796 \frac{197.52}{\sqrt{12}}$

$= 15,291.67 \pm 102.41$ #

(3) $15,394 - 15,189.26 = 204.82$

$2 t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} = 2 \times t_{0.05}(11) \frac{197.52}{\sqrt{12}} = 2 \times 1.796 \times \frac{197.52}{\sqrt{12}} = 2 \times 102.41 = 204.82$ #

$$1-\alpha = P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}(v) < T < t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\right)$$

$$= P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}(v) < \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} < t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\right)$$

$$= P\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\frac{S}{\sqrt{n}} < \overline{X}-\mu < t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

$$= P\left(\overline{X} - t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\frac{S}{\sqrt{n}}\right)$$

表示包含母體未知參數 $\mu$ 的機率為 $1-\alpha$，將樣本平均數值 $\bar{x}$ 與樣本標準差值 $s$ 代入等式右邊，可得 $\mu$ 之 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間為

$$\left(\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}}(v)\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

0.95，則所需樣本數為 189。

$n = \left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}} s}{e}\right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 0.05}{0.01}\right)^2 = 96.04$ #

例 6.19

某工廠有一奶粉自動裝袋機，為了估計它分配的每袋奶粉平均重量 $\mu$，隨機觀……標準差為 0.05 公斤。試問需要增加多少樣本數