= 4.76，所以我們棄卻 H_0，也就是認為四種食品包裝對銷售量影

$MSTR = \frac{SSTR}{k-1} = \frac{25800}{3} = 8600$

$SSTR = 25800$

$SSE = 4600$ $MSE = \frac{SSE}{n-k} = \frac{4600}{6} = 767$

$SST = 30400$

$\frac{8600}{767} = 11.2$

因子完全隨機實驗的 F 檢定結果是棄卻 H_0，則我們可以處理）對實驗單位的影響有顯著差異。但是，這樣的檢定個處理的影響效果之間，至少有兩個有顯著差異而已。通

$11.2 > F_{0.05}(3,6) = 4.76$

有差異#

$SSTR = \sum_{i=1}$	$k-1$	$MSTR = \dfrac{SSTR}{(k-1)}$
$SSE = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y}_i)^2$	$n-k$	$MSE = \dfrac{SSE}{(n-k)}$
$SST = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}(Y_{ij}-\overline{Y})^2$	$n-1$	

$T = 300+390+570+540 = 1800$

$120^2+180^2+140^2+120^2+130^2+190^2+170^2+210^2+240^2+300^2 = 354400$

$SST = 354400 - \frac{(1800)^2}{10} = 30400$

A、B、C、D四種外殼顏色對銷售量的影響，得到數家直營店的資

$SSTR = \frac{(300)^2}{2} + \frac{(390)^2}{3} + \frac{(570)^2}{3} + \frac{(540)^2}{2} - \frac{(1800)^2}{10} = 25800$

（單位：支）

包裝	銷售量
A	120+180 = 300
B	140+120+130 = 390
C	190+170+210 = 570
D	240+300 = 540

$SSE = SST - SSTR$

$30400 - 25800$

$= 4600$ #

$) + 180 = 300$ $\quad T_2 = 140 + 120 + 130 = 390$

$) + 170 + 210 = 570$ $\quad T_4 = 240 + 300 = 540$

$0.88+0.64+0.82+0.76+0.05=3.15$
$1.54+1.78+1.29+1.53+1.91+1.14=9.19$
$1.98+1.51+1.78+2.20+1.72+2.25=11.44$
$3.15+9.19+11.44=23.78$
$\frac{3.15}{5}=0.63$ $\frac{9.19}{6}=1.53$ $\frac{11.44}{6}=1.91$

聯合信賴區間

實驗中有 k 個處理，我們可以同時考慮 $\binom{k}{2}=m$ 對母體平均數差異

它們同時包含 $\mu_i-\mu_l(i\neq l)$ 的總信賴程度是 $100(1-\alpha)\%$：

$$(\overline{Y}_i-\overline{Y}_l)\pm t_{\frac{\alpha}{2m}}(n-k)S\sqrt{\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_l}}$$

$\frac{0.63+1.53+1.91}{3}=\frac{4.07}{3}=1.40$

$n=17$

$S=\sqrt{\frac{SSE}{n-k}}$，$t_{\frac{\alpha}{2m}}(n-k)$ 為 $t(n-k)$ 分配之查表值（附錄表三）

$SST=39.151-33.264=5.895$

別信賴區間總數。

式算出 m 個信賴區間，則這 m 個區間包含全部 m 個 $(\mu_i-\mu_l)$ 真值

$SSTR=37.873-33.264=4.609$

度為 $100(1-\alpha)\%$。

$SSE=T-R=5.895-4.609=1.286$

$F=\frac{2.305}{0.092}=25.05$

比較三種減肥藥的功效，將17個自願者隨機分成三組，記錄30天後的減

$25.05>F_{0.05}(2,14)=3.74$ 有差異#

$t_{\frac{\alpha}{2m}}(14)=t_{0.0083}(14)=2.718$

反應值	總和	平均數
0.88, 0.64, 0.82, 0.76, 0.05	$T_1=3.15$	$\overline{y}_1=0.63$
1.54, 1.78, 1.29, 1.53, 1.91, 1.14	$T_2=9.19$	$\overline{y}_2=1.53$
1.98, 1.51, 1.78, 2.20, 1.72, 2.25	$T_3=11.44$	$\overline{y}_3=1.91$
	$T=23.78$	$\overline{y}=1.40$

$S=\sqrt{0.092}=0.303$

$u_2-u_1=(1.53-0.63)\pm2.718\times0.303\times\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{5}}=(0.401,1.399)$ 不含0
$u_3-u_2=(1.91-1.53)\pm\ldots\ldots=(-0.095,0.855)$ 含0
$u_3-u_1=(1.91-0.63)\pm\ldots\ldots=(0.781,1.779)$ 不含0
1,2 和 1,3 有差異#

表 9-3 森林資料的變異數分析表

變異來源	平方和	自由度	均方	F 檢定值
減肥藥	$SSTR=4.609$	$3-1=2$	$MSTR=2.305$	$\frac{2.305}{0.092}=25.05$
隨機誤差	$SSE=1.286$	$17-3=14$	$MSE=0.092$	
總和	$SST=5.895$	$17-1=16$		

由變異數分析表可知，$F=25.05>F_{0.05}(2,14)=3.74$，

所以我們棄卻 H_0，認為三種減肥藥對減重的影響力有明顯差異。

聯合信賴區間計算

$$m=\binom{3}{2}=3，\frac{\alpha}{2m}=\frac{0.05}{2\times3}=0.0083，$$

$$t_{\frac{\alpha}{2m}}(14)=t_{0.0083}(14)=2.718，S=\sqrt{MSE}=\sqrt{0.092}=0.303，$$

則可求出信賴程度為95%的三個聯合信賴區間如下：

$$\mu_2-\mu_1：(1.53-0.63)\pm2.718\times0.303\times\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{5}}=(0.401,1.399)，不包含0$$

$$\mu_3-\mu_2：(1.91-1.53)\pm2.718\times0.303\times\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}=(-0.095,0.855)，包含0$$

$$\mu_3-\mu_1：(1.91-0.63)\pm2.718\times0.303\times\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{5}}=(0.781,1.779)，不包含0$$

結論：減肥藥2與3之間並無顯著差異，但方法1, 2與1, 3間有顯著差異。

$S = \sqrt{0.092} = 0.303$, $\sqrt{(k-1)F} = \sqrt{(3-1)3.74} = 2.73$

$u_2 - u_1 = (1.53-0.63) \pm 2.73 \times 0.303 \times \sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{5}} = (0.399, 1.401)$ 不含0

$u_3 - u_2 = (1.91-1.53) \pm \ldots = (-0.098, 0.858)$ 含0

$u_3 - u_1 = (1.91-0.63) \pm \ldots = (0.779, 1.781)$ 不含0

2, 3 無明顯差異 #

三、Scheffe聯合信賴區間

Scheffe聯合信賴區間的計算公式為

$$(\overline{Y}_i - \overline{Y}_l) \pm \sqrt{(k-1)F}\left(S\sqrt{\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_l}}\right)$$

其中$S = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{SSE}{n-k}}$，$F = F_\alpha(v_1, v_2)$分配查表值（附錄表五），$v_1 = k -$ 1，$v_2 = n - k$。

若依照此公式算出$m = \binom{k}{2}$個信賴區間，則這m個區間包含全部m個$(\mu_i - \mu_l)$真值的聯合信賴程度至少為$(1-\alpha)\times 100\%$。

例9.12

依例9.10，$m = \binom{3}{2} = 3$，$F_{0.05}(3-1, 17-3) = 3.74$，

$$S = \sqrt{MSE} = \sqrt{0.092} = 0.303，\sqrt{(k-1)F} = \sqrt{(3-1)3.74} = 2.73，$$

可求出信賴程度為95%的聯合信賴區間如下：

$\mu_2 - \mu_1$：$(1.53-0.63) \pm 2.73 \times 0.303 \times \sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{5}} = (0.399, 1.401)$，不包含0

$\mu_3 - \mu_2$：$(1.91-1.53) \pm 2.73 \times 0.303 \times \sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}} = (-0.098, 0.858)$，包含0