

3. **A** 與 **B** 參與一次定勝負的猜拳遊戲，獲勝的一方可以從輸的一方獲得一元的獎勵，如果平手則誰都不必支付金錢。假如 **A** 根據過去與 **B** 猜拳的經驗對 **B** 出招的信念為： $\frac{1}{2}$ 的機率出剪刀， $\frac{1}{3}$ 的機率出石頭， $\frac{1}{6}$ 的機率出布，則 **A** 的最佳策略為何？預期報酬為何？

**Ans.**

假設 A 出剪刀、石頭、布的混合機率為： $P_1$ 、 $P_2$ 、 $(1-P_1-P_2)$ ，則 A 的期望報酬為：

$$\begin{aligned} EX &= P_1\left[\frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot (-1) + \frac{1}{6} \cdot 1\right] + P_2\left[\frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{6} \cdot (-1)\right] + (1-P_1-P_2)\left[\frac{1}{2} \cdot (-1) + \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 0\right] \\ &= -\frac{1}{6} \cdot P_1 + \frac{1}{3} \cdot P_2 - \frac{1}{6}(1-P_1-P_2) = \frac{1}{3} \cdot P_2 - \frac{1}{6} \end{aligned}$$

		B		
		剪刀	石頭	布
A	剪刀	0,0	-1,1	1,-1
	石頭	1,-1	0,0	-1,1
	布	-1,1	1,-1	0,0

報酬期望得出， $P_2$  越大對 A 的期望報酬越高，因此 A 的策略為  $P_1=0$ 、 $P_2=1$ ，也就是只出石頭的單純策略，在該策略下的期望報酬為  $1/6$ 。

4. 在下列賽局的報酬矩陣中，有任一廠商具有優勢策略嗎？是否有 Nash 均衡？

		廠商 B	
		網路販售	不在網路販售
廠商 A	網路販售	50, 60	20, 30
	不在網路販售	40, 20	60, 40

Ans:

對廠商 A 來說，若廠商 B 選擇網路販售，則廠商 A 也選網路販售；廠商 B 選擇不在網路販售，則廠商 A 也選不在網路販售。

對廠商 B 來說，若廠商 A 選擇網路販售，則廠商 B 也選網路販售；廠商 A 選擇不在網路販售，則廠商 B 也選不在網路販售。

所以廠商 A&B 皆無優勢策略，有兩個 Nash 均衡，一個是廠商 A 選網路販售，廠商 B 選網路販售；另一個是廠商 A 選不在網路販售，廠商 B 選不在網路販售。

5. 如果 **A** 與 **B** 共謀一起恐怖攻擊但失風被捕，由於警方無直接證據起訴二人，

因此對二人進行隔離偵訊，而警方對二人個別偵訊時所開出的條件如下：

		<b>B</b>	
		招供	不招
<b>A</b>	招供	8 年，8 年	1 年，10 年
	不招	10 年，1 年	2 年，2 年

亦即如 **A** 招供而 **B** 不招供，則 **A** 會得到法官從輕量刑，只有一年的有期徒刑，但 **B** 則會被重判 10 年有期徒刑，其他情形可依此類推，試問：

- ① 如果只根據警方開出的量刑條件，你認為 **A** 與 **B** 最後的策略為何？
- ② 承第①小題，該策略組合是否為 **Nash** 均衡？而該策略組合對 **A**、**B** 兩嫌犯而言是否具有效率？
- ③ 如果 **A**、**B** 具有虔誠的宗教信仰，認為出賣同志會遭受神的制裁，因此兩人除考量遭求刑所產生的負效用外，也考慮了無形的制裁力量，最後兩人都毫不考慮地選擇不招，你認為該無形的制裁力量對二人帶來的負效用相當於多少年的監禁？

**Ans.**

該題是囚犯的困境，最後 **A** & **B** 都會選擇招供。

**Ans.**

[招供,招供]為囚犯的困境的 **Nash** 均衡，**A** & **B** 都沒有偏離的誘因，但明顯地，該策略組合對 **A** & **B** 而言並不是最有效率的組合。若兩人都不招，他們只會一起被監禁兩年，明顯比一起招供的監禁年數[八年]短，因此[招供,招供]並不是最有效率的策略組合。

**Ans.**

假設無形的制裁效果相當於  $x$  年的監禁，因此 **A** 與 **B** 的策略成本矩陣如下：

因為[不招,不招]是 **A** & **B** 囚犯的困境的 **Nash** 均衡，因此需符合下列條件：

當 **A**(**B**)不招供，**B**(**A**)選擇不招供： $(1+x)>2 \rightarrow x>1$

當 **A**(**B**)招供，**B**(**A**)選擇不招供： $(8+x)>10 \rightarrow x>2$

在兩者同時成立下的條件為  $x>2$ ，也就是無形的制裁力量對 **A**、**B** 二人所帶來的負效果，相當超過兩年的監禁，因此 **A**、**B** 才會選擇不招供。