

## 需求曲線

1. 假設消費者對商品  $X$  與  $Y$  的消費決策如下所示：

$$\text{Max } U = f(X,Y) = X^2Y$$

$$\text{subject to } 300 = 10X + 20Y$$

試求：①  $X$  商品的所得消費線為何？

$$\text{根據 } MRS_{XY} = \frac{2XY}{X^2} = \frac{10}{20} \rightarrow 4XY = 10X^2 \rightarrow 4Y = X$$

②  $X$  商品的恩格爾曲線為何？

$M$  和  $X^*$  的關係 > 可得知  $X$  是正常/中性/高等財 < 所得彈性。

$X$  商品的恩格爾曲線為不同所得下  $X$  的消費決策，因此將  $4Y=X$  代入  $10X+20Y=M$  預算限制中，可得  $X$  商品的恩格爾曲線： $X=M/15$

③  $X$  商品的需求曲線為何？

$X$  商品的需求線為不同價格下  $X$  的消費選擇，因此改寫成

$$\text{Max } U = f(X,Y) = X^2Y$$

$$\text{subject to } 300 = P_x X + 20Y$$

因為要推導，把  $P_x$  設為變數，根據最優消費條件，

可得： $MRS_{xy} = \frac{2Y}{X} = \frac{P_x}{20} \rightarrow Y = \frac{P_x}{40} X$  再代入預算限制式可得需求線

$$300 = P_x X + 20 \left( \frac{P_x}{40} X \right) \rightarrow X = \frac{200}{P_x}$$

④ 請根據上述求解的所得消費線、恩格爾曲線與需求曲線判斷  $X$  商品的特性。

由消費線和恩格爾曲線可知  $X$  商品為正常財，由需求線可知  $X$  財或符合需求法則。

## 2. 價格變動的所得與替代效果

李先生的消費決策：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad U &= f(X, Y) = X^{2/3} Y^{1/3} \\ \text{subject to} \quad 300 &= 10X + 20Y \end{aligned}$$

可得到**最適消費量**為：

$$X = 20, Y = 5$$

今天如果奶茶因為夏天到來而供不應求，老闆打算將奶茶價格提高為 20 元，

則李先生消費決策：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad U &= f(X, Y) = X^{2/3} Y^{1/3} \\ \text{subject to} \quad 300 &= 20X + 20Y \end{aligned}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{2Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{20}{20} = 1$$

可得  $Y = 1/2X$ 。

可得到**最適消費量**為：

$$X = 10, Y = 5$$

請計算價格上升的

(1) 總效果

$$U = X^{2/3} Y^{1/3} = (20)^{2/3} (5)^{1/3} = (2000)^{1/3} \cdot \text{將 } Y = 1/2X \text{ 代入} \cdot$$

$$U = X^{2/3} Y^{1/3} = ((1/2)X)^{1/3} = (2000)^{1/3} \cdot \text{可得 } X = (4000)^{1/3} \approx 15.87, Y = (500)^{1/3}$$

(2) 替代效果

$$\text{由 } (X, Y) = (20, 5) \text{ 到 } ((4000)^{1/3}, (500)^{1/3})$$

$$X \text{ 替代效果} = (4000)^{1/3} - 20 < 0$$

(3) 所得效果

$$\text{由 } (X, Y) = (10, 5) \text{ 到 } ((4000)^{1/3}, (500)^{1/3})$$

$$X \text{ 替代效果} = (4000)^{1/3} - 10 > 0$$

3. 已知小李對烈酒(X)與麵包(Y)的效用函數為  $U=XY$ ，且  $P_x=10$ 、 $P_y=20$ 、 $M=1000$ 。

(A) 求小李的消費者均衡( $X_0, Y_0$ )及效用水準( $U_0$ )。

$$\begin{cases} MRS_{XY} = \frac{P_X}{P_Y} \\ P_X X + P_Y Y = M \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{Y}{X} = \frac{10}{20} \\ 10X + 20Y = 1000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_0 = 50 \cdot Y_0 = 25 \\ U_0 = X_0 Y_0 = 1250 \end{cases}$$

(B) 若政府為了全民健康，對烈酒課徵每瓶 10 元的消費稅。請問小李對烈酒及書籍的需求會做何變化( $X_1, Y_1$ )？效用又會做何變化( $U_1$ )？

$$\begin{cases} MRS_{XY} = \frac{P_X + t}{P_Y} \\ (P_X + t)X + P_Y Y = M \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{Y}{X} = \frac{20}{20} = 1 \\ 20X + 20Y = 1000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_1 = Y_1 = 25 \\ U_1 = X_1 Y_1 = 625 < U_0 \end{cases}$$

(C) 上題中，政府的稅收有多少？

$$T = 10 \cdot 25 = 250$$

(D) 若政府不課徵消費稅，而直接根據(C)題中的金額以定額稅的方式對小李課稅，請問小李對烈酒及書籍的需求會做何變化( $X_2, Y_2$ )？效用又會做何變化( $U_2$ )？

$$\begin{cases} MRS_{XY} = \frac{P_X}{P_Y} \\ P_X X + P_Y Y = M - T \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \frac{Y}{X} = \frac{10}{20} \\ 10X + 20Y = 1000 - 250 = 750 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_2 = 37.5 \cdot Y_2 = 18.75 \\ U_2 = X_2 Y_2 = 703.125 \end{cases}$$

(E) 以抑制消費烈酒的角度來看，政府應採取何種稅制？

因為  $X_2 > X_1$ ，所以消費稅較能抑制消費。

(F) 小李較偏好哪一種稅制？

因為  $U_2 > U_1$ ，小李寧可接受定額稅。

(G) 延續(C)題，若政府將消費稅的稅收完全退還給小李，請問小李的效用會做何變化？

$$\begin{aligned} MRS_{XY} &= \frac{P_X + t}{P_Y} \\ (P_X + t)X + P_Y Y &= M \\ \rightarrow \begin{cases} \frac{Y}{X} &= \frac{20}{20} = 1 \\ 20X + 20Y &= 1000 + 250 = 1250 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X_1 = Y_1 = 31.25 \\ U_1 = X_1 Y_1 = 976.5625 < U_0 \end{cases} \end{aligned}$$