消費者行為

1. 已知下表及所給定的效用函數，將表中空白處填滿：

效用函數	$U_A = X^{0.5}Y^2$	$U_B = X^2+Y^2$	$U_C = \ln X+Y$	$U_D = 2X+Y$	$U_E = XY^4$
MU_x 函數	$0.5X^{-0.5}Y^2$	2X	1/X	2	Y^4
MU_y 函數	$2X^{0.5}Y$	2Y	1	1	$4XY^3$
MU_x 遞減？	遞減	遞增	遞減	固定	固定
MU_y 遞減？	遞增	遞增	固定	固定	遞增
MRS_{xy} 函數	0.25Y/X	X/Y	1/X	2	0.25Y/X
MRS_{xy} 遞增/減？	遞減	遞增	遞減	固定	遞減
無異曲線凸向原點？	凸向原點	凹向原點	凸向原點	不凸不凹	凸向原點

MU 遞增/減 怎麼看? 再微分，<0 遞減，>0 遞增。

$MRS = -MU_X/MU_Y = dy/dx$

2. 試根據下列敘述或效用函數繪出所對應之無異曲線：

(A) 對王二而言，「豆漿」與「咖啡」均為提供滿足感的財貨，且王二之消費習慣為：豆漿不喝則已，愈喝愈想喝。請繪出王二「豆漿—咖啡」的無異曲線群。

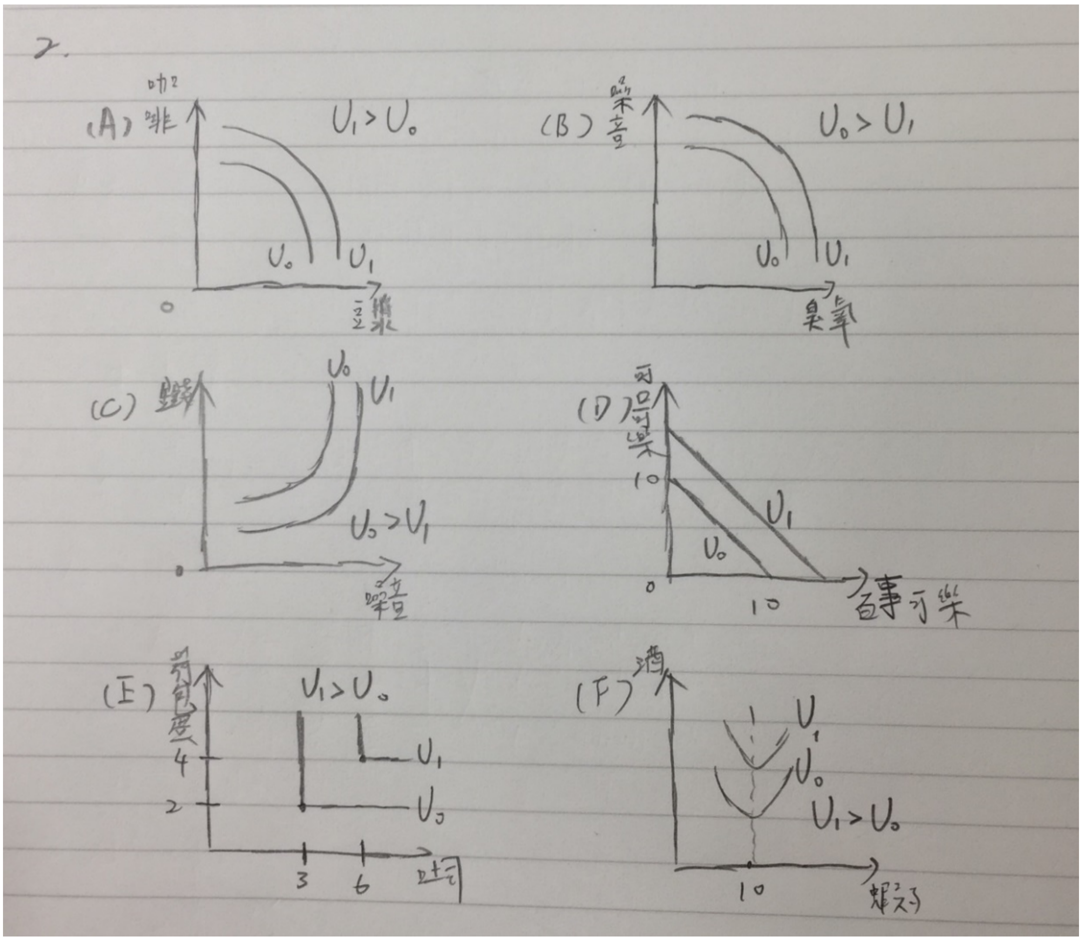
(B) 對楊六而言，「臭氣」與「噪音」均會使他難過，且臭氣愈多，愈加深他的難過程度。請繪出楊六之「臭氣—噪音」的無異曲線群。

(C) 對李四而言，噪音使其難過，金錢則帶給他快樂，且噪音愈大，難過程度愈大。請繪出李四之「噪音—金錢」的無異曲線群。

(D) 林七不在乎喝可口可樂或百事可樂，只在乎有多少可樂可以喝。試繪出林七之「百事可樂—可口可樂」的無異曲線群，並請寫出效用函數。

(E) 李大堅持三片吐司要夾二個荷包蛋才吃。試繪出李大之「吐司—荷包蛋」的無異曲線群，並請寫出效用函數。

(F) 大強喜歡喝酒及吃蝦子，但他吃了 10 尾蝦子之後便會過敏，但酒則是千杯不醉。請繪出大強「蝦子－酒」的無異曲線群。



(B)｛$MU_X<0$、$MU_Y>0$｝

(E)兩個財貨互為互補品，圖形呈現 L

3. 設 $P_x = P_y = 10$，且約翰的每天所得為 500 元。

(A) 寫出預算線方程式。

(B) 預算線斜率為多少？

(C) 政府對 X 財課徵 10%從價稅，則預算線方程式為何？

(D) 政府對 X 財的消費每單位補貼 2 元，則預算線方程式為何？

(E) 政府對約翰課徵 100 元所得稅，則預算線方程式為何？

(F) 瑪莉送給約翰 10 個 X，且言明不得再轉售給他人，則約翰的預算線方程式為何？

(G) 政府宣布 X 財的消費量超過 30 單位的部分，每單位繳 2 元的消費稅，則約翰的預算線方程式為何？

(H) 若政府為了鼓勵人們消費 X 財，對於消費量超過 30 單位的部分，每單位補貼 5 元，則約翰的預算線方程式為何？

4. 博涵每年有 6,400 元預算用來租影片(X)看或購買書籍(Y)。假設書籍每本 200 元，每部片子 80 元。現影片出租店為了促銷，提出下列三種方案供消費者選擇：

(A) 方案一：年費 200 元，每部片子優惠價 60 元；

(B) 方案二：年費 200 元，免費看 5 片，每部片子仍定價 80 元；

(C) 方案三：免收年費，每部片子仍收 80 元，每年消費超過 50 片，贈送 5 片。

試根據上述三種方案，寫出預算線方程式。

5.不同效用函數的消費者選擇 I

李先生每週有 300 元預算在早餐的消費上，根據他的消費習慣，其消費的商品不外乎單價 10 元的奶茶(X)與 20 元的漢堡(Y)，因此其預算限制式可寫成：

$$300 = 10X + 20Y$$

如果李先生的偏好為：

$$U = f(X,Y) = X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$$

則李先生早餐消費決策為：

$$Max \quad U = f(X,Y) = X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}} \quad subject \quad to$$

$$300 = 10X + 20Y$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{\frac{2}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{-\frac{2}{3}}} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20}$$

可得：$Y = \frac{1}{4}X$。將 $Y = \frac{1}{4}X$ 代回預算限制式，可得：$X = 20$，$Y = 5$。因此，李先生每週會購買 20 杯奶茶與 5 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 II

如果李先生覺得吃早餐只為了追求飽足感，而且他覺得一個漢堡的份量足以抵銷三杯奶茶，則他的偏好寫成：

$$U = f(X,Y) = X + 3Y$$

則李先生早餐消費決策為：

$$Max \quad U = f(X,Y) = X + 3Y \qquad subject \ to \ 300 = 10X + 20Y$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{1}{3} \square \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

因此李先生願意以奶茶換取漢堡的消費，直到將所有預算都購買漢堡為止，所以，李先生的早餐消費決策為：

$X = 0$，$Y = 15$ 因此，李先生每週會購買 0 杯奶茶與 15 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 III

如果李先生覺得吃早餐是一天最大的享受，如果漢堡太多會覺得太乾難以下嚥，但奶茶太多又會覺得太甜太膩，因此他認為一個漢堡一定要搭配一杯奶茶才符合他對早餐的要求，則他的偏好寫成：

$U=f(X,Y)=\min(X,Y)$ 則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{aligned} &Max \quad U=f(X,Y)=\min(X,Y) \\ &subject \quad to \;\; 300=10X+20Y \end{aligned}$$

最適消費條件：

$$Y=X$$

將 $Y=X$ 代回預算限制式，可得： $X=Y=10$ 。因此，李先生每週會購買 10 杯奶茶與 10 個漢堡。

6. 隨著高學歷時代的來臨，學歷只是必備工具之一，想在競爭激烈的職場中立於不敗之地，隨時充實自己有其必要性。小翔是一個對未來充滿抱負的青年，在工作之餘仍不忘利用下班時間充實自己所學，他審視大環境的趨勢、工作的性質與自己的專長，決定利用下班補習英文(X)與電腦(Y)，假設英文課程每小時 400 元，電腦課程每小時 600 元，假設其一個月的進修預算為 12,000 元，其效用函數為 $U = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$，試問：

□小翔的最適課程進修時數為何？

□如果小翔一個月最多只能撥出的進修時間只有 23 小時，請問其最適課程進修時數是否會改變？其時數為何？

附錄 4A　不同無異曲線型態的消費者均衡與其特性

設消費者的消費決策為：

$$Max \quad U = f(X,Y) \ \ subject \ \ to \ \ M = P_X X + P_Y Y$$

當消費者的無異曲線的型態不同時，則消費者的均衡及不相同。可分 CobbDouglas 效用函數、線性效用函數、固定比例的效用函數等。

（1）Cobb-Douglas 效用函數（部分替代品）

$$U = f(X,Y) = X^{□} Y^{□}，□,□□ 0$$

可得 $Y = U_0^{\frac{1}{□}} X^{-\frac{□}{□}}$，$U_0$ 為某一特定無異曲線

□消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\bigg|_{U=U_0□} = □U_0^{\frac{1}{□}} X^{-\frac{□+□}{□}} = \frac{P_X}{P_Y} \qquad (1)$$

又 $U_0 = X^{□} Y^{□}$ 代入（1）可得：

$$□□□ \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} □ Y = \frac{□□□□□□ P_X}{□□□□ P_Y} X$$

將 $Y = \frac{□□□□□□ P_X}{□□□□ P_Y} X$ 代入預算限制式：

可得：$X = \frac{□}{□+□} \frac{M}{P_X}$ □□□□□□□□，$Y = \frac{□}{□+□} \frac{M}{P_Y}$ □□□□□□□□。

□

□邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{□U}{□X} = □X^{□-1} Y^{□} □ 0$$

$$U_Y = \frac{□U}{□Y} = □X^{□} Y^{□-1} □ 0$$

$$U_{XX} = \frac{□^2 U}{□X^2} = □(□-1) X^{□-2} Y^{□}$$

□

$\square U_{XX}$ —— $= \square_2 U = \square_{\square-2} Y \square$
$(\square-1)X$
X_2
$\square$

若□□1，則 $U_{XX} =$ —— $\square X_2 U_2 = \square(\square-1)X\square$
$_{-2} Y \square \square 0$
$\square$

—— $\square_2 U^{\square-2} Y^{\square} \square 0$
若□□1，則 $U_{XX} = X_2 = \square(\square-1)X$
$\square$

$1)X$
若□=1，則 $U_{XX} = {}^{\square}{}_2 U_2 = \square(\square-$ —— $\square_{-2} Y \square = 0$
$\square X$

$\square U_{YY}$ —— $= {}^{\square} Y^2 {}^{U}{}_2 = \square(\square-1)X\square Y\square_{-2}$
$\square$
—— $\square_2 U$ $^{\square} Y^{\square-2} \square 0$
若□□1，則 $U_{YY} = Y_2 = \square(\square-1)X$
$\square$

若□□1，則 $U_{YY} =$ ——$\square Y_2 U_2 = \square(\square-1)X\square Y\square_{-2} \square 0$
$\square$

若□=1，則 $U_{YY} =$ ——$^{\square}{}^2 U_2 = \square(\square-1)X\square Y\square_-^2 = 0$
$\square Y$

$\square U_{XY} =$ ——$^{\square}{}^2 U = \square\square X\square_{-1} Y\square_{-1} \square 0$
$\square X \square Y$

可知：邊際效用均大於零，而邊際效用遞減與否全賴□與□是否小於 1。

□邊際替代率及其變化：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\Big|_{U=U_0} = \square U_0^{\square} X^{-\square} \square 0 \square$$

$$\cancel{MRS_{XY}} \quad \square \square + \square\square\square\square\square U_0 \square_1 X^{-} \quad \square+\square 2\square \square 0 \; dX \quad \square\square - \square$$

$$\square\square\square\square\square\square\square\square\square\square = \square$$

可知邊際替代率隨 X 購買數量增加而下降，具有邊際替代率遞減的特性。

（2）線性效用函數（完全替代品）

$$U = f(X,Y) = aX + bY，a,b \,\square\, 0$$

$\overline{U}^{a}X$，U_0為某一特定無異曲線

可得：$Y = -\ bb$

□消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\bigg|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

若 $\frac{a}{b} \,\square\, \frac{P_X}{P_Y}$，表示因為增加一單位 X 消費所願意犧牲的的 Y 財貨，會比實際支付的 Y 財貨數量來得少，消費者會將所有預算都用於 X 消費，所以均衡解為：$X = \frac{M}{P_x}$，$Y = 0$。

若 $\frac{a}{b} \,\square\, \frac{P_X}{P_Y}$：因為減少 X 財貨換取 Y 消費能得到較高的效用，消費者會將所有預算都用於 Y 消費，所以均衡解為：$X = 0$，$Y = \frac{M}{P_y}$。

若 $\frac{a}{b} = \frac{P_X}{P_Y}$，表示因為無論如何在預算線上變動消費組合皆無法使效用再增加，所以均衡解為：預算限制線上的任一消費組合。

□邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = a \,\square\, 0，U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = b \,\square\, 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0，U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

□X□ Y

可知：邊際效用為一大於零的常數。

□邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\Big|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

MRS^{XY} 0。可 知：完全替代品的邊際替代率恆為零。

而 = dX

（3）固定比例的效用函數（完全互補品）

$$U = f(X,Y) = \min(aX, bY)，a,b□ 0$$

□$U_0 = aX$ if aX□ bY

□

可得：□$U_0 = bY$ if aX□ bY，U_0 為某一特定無異曲線

□

□$U_0 = aX = bY$ if $aX = bY$

□消費者最適均衡解

若 aX□ bY，則無異曲線斜率為□，表示不願意放棄任何的 X 財貨來增加 Y 的消費。

若 aX□ bY，則無異曲線斜率為 0 ，表示不願意放棄任何的 Y 財貨來增加 X 的消費。

若 $aX = bY$，表示無法定義該點的無異曲線斜率。

由上可知：完全互補的情形下，消費者對兩種財貨需搭配一定比例消費，而過多的 X 或 Y 財貨並無法增加消費者的效用，故消費組合應有以下的關係為 $aX = bY$。

將 $aX = bY$ 代入預算限制式，可得 $X = \frac{bM}{}$，Y。$\frac{aM}{}$

□邊際效用值及其變化

若 aX□ bY，則：

$U_X = \frac{□U}{□X} = a□ 0$ ，$U_Y = \frac{□U}{□Y} = 0$，U_{XX}

$U_{XY} = \frac{□^2 U}{□X□Y} = 0$

若 aX□ bY，則：

$U_X = \frac{□U}{□X} = 0$ ，$U_Y = \frac{□U}{□Y} = b□ 0$ ，U_{XX}

$U_{XY} = \frac{□^2 U}{□X□Y} = 0$

（4）Quasi-linear 效用函數

=

$bP_X + aP_Y$ $bP_X + aP_Y$

$\square^2 U$ $\square^2 U$
$= X^2 =$ 0，$U_{YY} =$ $\square Y^2$
$= 0$ ，
$\square$

$\square^2 U$ $\square^2 U$
$= X^2 = 0$，$U_{YY} = \square Y^2 = 0$ ，
$\square$

$$U = f(X, Y) = g(X) + Y \text{ ， } g'(X) \square 0 \text{ ， } g''(X) \square 0 \text{ ， } g(0) = 0$$

可得 $Y = U_0 - g(X)$，U_0 為某一特定無異曲線

□消費者最適均衡解

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\bigg|_{U=U_0} = g'(X) = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$\square\ X = g'^{-1}\square\square\square\square\ PP_{YX}\square\square\square\square$$

將 $X = g'^{-1}\square\square\square\square\ PP_{YX}\square\square\square\square$代入預算限制式：

$$\square\ X = g'^{-1}\square\square\square\ PP_{YX}\square\square\square\square\text{，}Y = M - P_X P g_Y'^{-1}\square\square\square\square\ PP_{YX}\square\square\square\square$$

$\square$

□邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\square U}{\square X} = g'(X)\ 0$$

$$U_Y = \frac{\square U}{\square Y} = 1 \square\ 0$$

$$U_{XX} = \frac{\square^2 U}{\square X^2} = g''(X) \square\ 0$$

$\square$

$$U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

可知：X 與 Y 財貨的邊際效用皆為正數，且邊際效用並不因另一財貨的消費而影響。

□邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX}\bigg|_{U=U_0} = g'(X) > 0 \text{，} \quad \frac{dMRS_{XY}}{dX} = g''(X) < 0$$

可知：在 $g''(X) < 0$ 的假定下，Quasi-linear 效用函數邊際替代率才會遞減。