

6. 假設 A 與 B 兩家筆記型電腦公司均在考慮是否要生產 19 吋螢幕，兩家廠商的償付矩陣如下：

		B	
		生產	不生產
A	生產	10, 10	15, 12
	不生產	12, 15	8, 8

- (A) 此遊戲有 Nash 均衡嗎？如果有，為何？
 (B) 如果 A 是領導廠商，B 是跟隨廠商，其解為何？符合先動者優勢嗎？
 (C) 若採取混合策略時，在 Nash 均衡下，兩家廠商的預期報酬為多少？

ANS :

(A)

有 Nash 均衡。有兩個，分別為(生產，不生產)、(不生產，生產)。

		B	
		生產	不生產
A	生產	10, 10	15, 12
	不生產	12, 15	8, 8

(B) 假設 A 先選(生產)，則 B 必選擇(不生產)，為(15, 12)。在 A 選擇(生產)情形下，B 選擇(不生產)的利潤相較 B 如果選擇(生產)的利潤來的多，符合先動者優勢。

(C) 假設 p 表示 A 公司採取「生產」策略之機率；(1 - p)表示採取「不生產」策略之機率。

令 q 表示 B 公司採取「生產」策略之機率；(1 - q)表示採取「不生產」策略之機率。

$$\text{令 } E_A(\text{生產}) = E_A(\text{不生產})$$

$$\leftrightarrow q(10) + (1 - q)15 = q(12) + (1 - q)8 \leftrightarrow q^* = \frac{7}{9}$$

$$\text{令 } E_B(\text{生產}) = E_B(\text{不生產})$$

$$\leftrightarrow p(10) + (1 - p)15 = p(12) + (1 - p)8 \leftrightarrow p^* = \frac{7}{9}$$

A 與 B 公司的報酬同為：

$$\frac{7}{9}(\frac{7}{9} \times 10 + \frac{2}{9} \times 15) + \frac{2}{9}(\frac{7}{9} \times 12 + \frac{2}{9} \times 8) = \frac{100}{9}$$

7. 下表的賽局中：

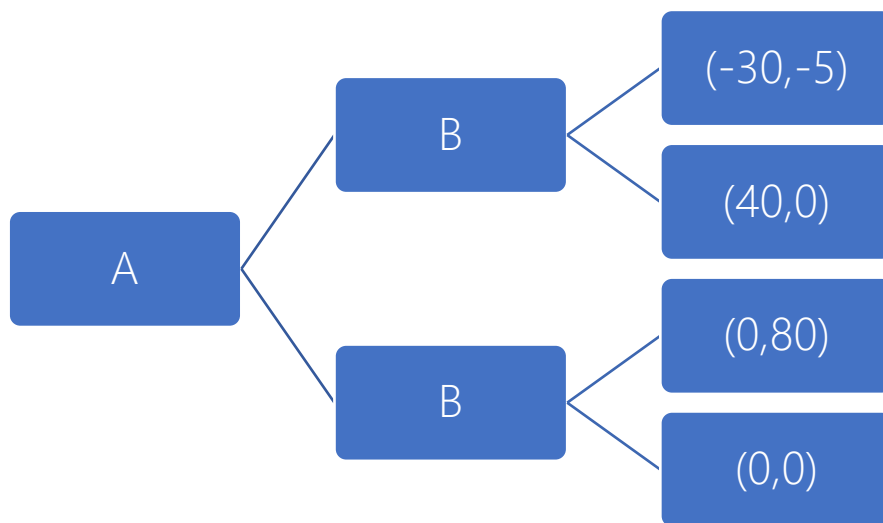
(1)若 A 先採取行動，其納許均衡解為何？

(2)若 A 和 B 同時採取行動，其納許均衡解為何？

A \ B	1	2
	1	2
1	$(-30, -5)$	$(40, 0)$
2	$(0, 80)$	$(0, 0)$

Ans:

(1) 選一往上走，選二往下走。



因為 A 先行動，所以先以 A 的最優策略，B 再去選擇最優策略。

該策略的 Nash 均衡為 $[40, 0]$ ，A 為 40，B 為 0。

(2) 對 A 來說，B 選 1→A 選 2

B 選 2→A 選 1

對 B 來說，A 選 1→B 選 2

A 選 2→B 選 1

所以 $[0, 80][40, 0]$ 兩組為 Nash 均衡。

8. 下表為一個賽局，兩造是兩個電視網路業者，ABC 和 NBC。他們可採行的策略是廣告或是不廣告。假使他們都不廣告，則可平分市場且省下廣告成本。假使他們都廣告，則雖然收視率很高但廣告成本也很高，所以因而利潤降低。如果只有其中一家廣告而另一家無，則廣告者獲利。以下報酬矩陣表示每一年賺得的利潤，以百萬元為單位。

	NBC		
		廣告	不廣告
	ABC		
	廣告	(100,100)	(300,0)
	不廣告	(0,300)	(200,200)

(1) 求出此賽局玩一次的 Nash 均衡是什麼？

(2) 考慮重複賽局。假設 ABC 第一期拒絕廣告，且只要 NBC 不廣告則他就持續不廣告，但一旦 NBC 背離一次，ABC 將永遠採行廣告的策略。雖然此賽局應是無限重複性賽局，為了簡化問題，本題只要考慮十期即可。

假如 NBC 與 ABC 均採取不廣告策略，則 NBC 每期的利潤加總為何？

假如利用 ABC 於第一期不廣告時，NBC 趁機廣告，接下來九期均招致 ABC 的報復，則 NBC 的總利潤為何？比較這兩種所得，NBC 將會如何決策？

Ans:

(1) 此賽局只玩一次，ABC 與 NBC 皆會選擇廣告，因為是同時選擇，且每家賺 100。

(2) 若 NBC 與 ABC 都選擇不廣告策略，

前 10 期的利潤為 $\pi_{NBC} = 10 \times 200 = 2000$ 。

假如 NBC 在 ABC 於第一期不廣告時，趁機廣告賺 300，但 ABC 在往後每期將會廣告，則其利潤為： $\pi_{NBC} = 300 + 9 \times 100 = 1200$ 。

所以 NBC 會採用不廣告的策略，因為不廣告的利潤比廣告的利潤來的多，多了 800 單位。

9. 假設 A、B 兩家比鄰營業的加油站，其價格策略的利潤矩陣如下：

		B	
		原價	促銷價
A	原價	50 萬，50 萬	10 萬，100 萬
	促銷價	100 萬，10 萬	30 萬，30 萬

試問：

- ① 如果 A、B 兩加油站只存在一期，則其 Nash 均衡為何？

Ans.

A&B 的 Nash 均衡策略為[促銷價，促銷價]。

- ② 如果 A、B 不只存在一期，A 為了避免與對手進行惡性的價格競爭，於是向 B 提出合作訂價的建議，亦即兩家都以原價為其訂價策略，如果任何一方破壞協議而進行促銷，則另一方便永久性的訂定促銷價格，如果現行市場的跨期利率為 50%，則 A 與 B 的合作案是否可以順利進行？

Ans.

B 選擇遵守合作案下的報酬為：

$$\pi_B = 50 + \frac{50}{1 + 0.5} + \frac{50}{(1 + 0.5)^2} + \dots = \frac{50}{1 - \frac{1}{1 + 0.5}} = 150$$

B 選擇背離合作案下的報酬為：

$$\pi'_B = 100 + \frac{30}{1 + 0.5} + \frac{30}{(1 + 0.5)^2} + \dots = 100 + \frac{\frac{30}{1 + 0.5}}{1 - \frac{1}{1 + 0.5}} = 160$$

$$\pi'_B > \pi_B (= 150)$$

所以 B 有誘因背叛合作案，因此合作案將會破局。

③ 承第②小題，當跨期利率的範圍為何時，雙方才有合作的機會？

Ans.

選擇背離合作案下的報酬為：

$$\pi'B = 100 + \frac{30}{1+r} + \frac{30}{(1+r)^2} + \dots = 100 + \frac{\frac{30}{1+r}}{1 - \frac{1}{1+r}} = 100 + \frac{30}{r}$$

如果 B 選擇會遵守合作案，則需符合下列條件：

$$\left[\pi B = \frac{50(1+r)}{r} \right] > \left[\pi' B = 100 + \frac{30}{r} \right]$$
$$\rightarrow [50 + 50r] > [100r + 30] \rightarrow r > 40\%$$

也就是當跨期利率小於 40%時，A&B 都沒有誘因背叛對方，合作案可以順利進行。