經濟二甲 A108260035 許瀞薐

5. 算下列生產函數的替代彈性

(a)

$F(K,L)=K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}$

替代彈性 $\sigma=\frac{d(\frac{K}{L})/(\frac{K}{L})}{d(\frac{\partial F}{\partial L})/(\frac{\partial F}{\partial L})}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(MRTS)}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(\frac{K}{L})}=1$

(b)

$F(K,L)=2K+L$

替代彈性 $\sigma=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(MRTS)}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(\frac{1}{2})}=\infty$

因為分母為常數，微分=0

8. 假設生產函數的型式 $Q=3K+2L$ 其中 K為資本，L為勞動，Q為產出，考慮生產函數3個敘述：

(1) 函數呈現固定規模報酬

(2) 函數呈現資本與勞動的邊際生產力遞減

(3) 函數呈現固定的技術替代率

選出正確敘述：(1)、(3)

6. $Q=f(L,K)=L^{\alpha}K^{\beta},\ \alpha,\beta>0$

(1) 產出彈性，$AP_L=\frac{Q}{L}=\frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{L}=L^{\alpha-1}K^{\beta}$

$MP_L=\frac{\partial Q}{\partial L}=\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}$

$AP_K=\frac{Q}{K}=\frac{L^{\alpha}K^{\beta}}{K}=L^{\alpha}K^{\beta-1}$

$MP_K=\frac{\partial Q}{\partial K}=\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}$

ε^{L} 勞動產出彈性：$\frac{MP_L}{AP_L}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{L^{\alpha-1}K^{\beta}}=\alpha$

ε^{K} 資本產出彈性，$\frac{MP_K}{AP_K}=\frac{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}{L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\beta$

(2) 生產力彈性，

ε^{λ}

$Q=f(\lambda L,\lambda K)=\lambda^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta}$ ← 勞動與資本要素同時增加λ倍對生產函數的影響

$\varepsilon^{\lambda}=\varepsilon^{L}+\varepsilon^{K}=\alpha+\beta$

$\varepsilon^{\lambda}=\frac{\frac{dQ}{Q}}{\frac{d\lambda}{\lambda}}=\frac{\frac{dQ}{d\lambda}}{\frac{Q}{\lambda}}=\frac{(\alpha+\beta)\lambda^{\alpha+\beta-1}L^{\alpha}K^{\beta}}{\frac{\lambda^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta}}{\lambda}}=\alpha+\beta$

(3) 替代彈性，

$MRTS=\frac{MP_L}{MP_K}=\frac{\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta}}{\beta L^{\alpha}K^{\beta-1}}=\frac{\alpha}{\beta}\frac{K}{L}$

$\varepsilon^{LK}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(MRTS)}=\frac{d\ln(\frac{K}{L})}{d\ln(\frac{\alpha}{\beta})+d\ln(\frac{K}{L})}=1$

因為α與β均為固定的常數，並不隨資本勞動比的變動而變動，故上式可以化簡。可以發現Cobb-Douglas形式生產函數，其替代彈性恆為一，並不因α與β的變動而有所改變

9. 判斷生產函數規模報酬的屬性

(A)

$q=(L^{\alpha}+K^{\alpha})^{\beta}$

$\Rightarrow(\lambda L^{\alpha}+\lambda L^{\alpha})^{\beta}$

$\Rightarrow\lambda(L^{\alpha}+K^{\alpha})^{\beta}$

$\Rightarrow\lambda q$

規模報酬固定

$F(\lambda L,\lambda K)=[(\lambda L)^{\alpha}+(\lambda K^{\alpha})]^{\beta}=\lambda^{\alpha\beta}q$

$\alpha\beta=1$ 規模報酬固定

$\alpha\beta>1$ 規模報酬遞增

$\alpha\beta<1$ 規模報酬遞減

(B)

$\ln q=5+0.5\ln L+0.2\ln K$

左右取e，得 $q=e^{5}L^{0.5}K^{0.2}$

規模報酬遞減

(C)

$q=[\text{Min}\{aL,bK\}]^{\alpha}$

$F(\lambda L,\lambda K)=[\text{Min}\{a\lambda L,b\lambda K\}]^{\alpha}=\lambda^{\alpha}q$

$\alpha=1$，規模報酬固定 CRS

$\alpha>1$，規模報酬遞增 IRS

$\alpha<1$，規模報酬遞減 DRS