消費者行為

1. 已知下表及所給定的效用函數，將表中空白處填滿：

效用函數	$U_A＝X_{0.5}Y_2$	$U_B＝X^2+Y^2$	$U_C＝\ln X+Y$	$U_D＝2X+Y$	$U_E＝XY^4$
MU_x 函數					
MU_y 函數					
MU_x 遞減？					
MU_y 遞減？					
MRS_{xy} 函數					
MRS_{xy} 遞減？					
無異曲線凸向原點？					

2. 試根據下列敘述或效用函數繪出所對應之無異曲線：

(A) 對王二而言，「豆漿」與「咖啡」均為提供滿足感的財貨，且王二之消費習慣為：豆漿不喝則已，愈喝愈想喝。請繪出王二「豆漿—咖啡」的無異曲線群。

(B) 對楊六而言，「臭氣」與「噪音」均會使他難過，且臭氣愈多，愈加深他的難過程度。請繪出楊六之「臭氣—噪音」的無異曲線群。

(C) 對李四而言，噪音使其難過，金錢則帶給他快樂，且噪音愈大，難過程度愈大。請繪出李四之「噪音—金錢」的無異曲線群。

(D) 林七不在乎喝可口可樂或百事可樂，只在乎有多少可樂可以喝。試繪出林七之「百事可樂—可口可樂」的無異曲線群，並請寫出效用函數。

(E) 李大堅持三片吐司要夾二個荷包蛋才吃。試繪出李大之「吐司—荷包蛋」的無異曲線群，並請寫出效用函數。

(F) 大強喜歡喝酒及吃蝦子，但他吃了 10 尾蝦子之後便會過敏，但酒則是千杯不醉。請繪出大強「蝦子－酒」的無異曲線群。

3. 設 $P_x = P_y = 10$，且約翰的每天所得為 500 元。

(A) 寫出預算線方程式。

(B) 預算線斜率為多少？

(C) 政府對 X 財課徵 10%從價稅，則預算線方程式為何？

(D) 政府對 X 財的消費每單位補貼 2 元，則預算線方程式為何？

(E) 政府對約翰課徵 100 元所得稅，則預算線方程式為何？

(F) 瑪莉送給約翰 10 個 X，且言明不得再轉售給他人，則約翰的預算線方程式為何？

(G) 政府宣布 X 財的消費量超過 30 單位的部分，每單位繳 2 元的消費稅，則約翰的預算線方程式為何？

(H) 若政府為了鼓勵人們消費 X 財，對於消費量超過 30 單位的部分，每單位補貼 5 元，則約翰的預算線方程式為何？

4. 博涵每年有 6,400 元預算用來租影片(X)看或購買書籍(Y)。假設書籍每本 200 元，每部片子 80 元。現影片出租店為了促銷，提出下列三種方案供消費者選擇：

(A) 方案一：年費 200 元，每部片子優惠價 60 元；

(B) 方案二：年費 200 元，免費看 5 片，每部片子仍定價 80 元；

(C) 方案三：免收年費，每部片子仍收 80 元，每年消費超過 50 片，贈送 5 片。

試根據上述三種方案，寫出預算線方程式。

5.不同效用函數的消費者選擇 I

李先生每週有 300 元預算在早餐的消費上，根據他的消費習慣，其消費的商品不外乎單價 10 元的奶茶(X)與 20 元的漢堡(Y)，因此其預算限制式可寫成：

$300 = 10X + 20Y$ 如果李先生的偏好為： $\boldsymbol{U = f(X,Y) = X^{2/3} Y^{1/3}}$

則李先生早餐消費決策為： $Max \quad U = f(X,Y) = X^{2/3} Y^{1/3} \quad subject \ \ to \quad 300 = 10X + 20Y$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{\frac{2}{3} X^{-\frac{1}{3}} Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3} X^{\frac{2}{3}} Y^{-\frac{2}{3}}} = \frac{P_X}{P_Y} = 10/20$$

可得：$Y = \frac{1}{4} X$。將 $Y = \frac{1}{4} X$ 代回預算限制式，可得： $X = 20$，$Y = 5$。因此，李先生每週會購買 20 杯奶茶與 5 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 II

如果李先生覺得吃早餐只為了追求飽足感，而且他覺得一個漢堡的份量足以抵銷三杯奶茶，則他的偏好寫成：

$$\boldsymbol{U = f(X,Y) = X + 3Y}$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\boldsymbol{Max \quad U = f(X,Y) = X + 3Y \quad subject \ \ to \quad 300 = 10X + 20Y}$$

根據最適消費條件：

$$\boldsymbol{MRS_{XY} = \frac{1}{3} < \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}}$$

因此李先生願意以奶茶換取漢堡的消費，直到將所有預算都購買漢堡為止，所以，李先生的早餐消費決策為：

$\boldsymbol{X = 0}$ **，** $\boldsymbol{Y = 15}$ **因此，李先生每週會購買 0 杯奶茶與** 15 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 III

如果李先生覺得吃早餐是一天最大的享受，如果漢堡太多會覺得太乾難以下嚥，但奶茶太多又會覺得太甜太膩，因此他認為一個漢堡一定要搭配一杯奶茶才符合他對早餐的要求，則他的偏好寫成：

$U = f(X,Y) = \min(X,Y)$ 則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{Max} && \mathbf{U = f(X,Y) = \min(X,Y)} \\ &\boldsymbol{subject\ \ to} && \mathbf{300 = 10X + 20Y} \end{aligned}$$

最適消費條件：

$$Y=X$$

將 $Y=X$ 代回預算限制式，可得： $X = Y = 10$ 。因此，李先生每週會購買 10 杯奶茶與 10 個漢堡。

6. 隨著高學歷時代的來臨，學歷只是必備工具之一，想在競爭激烈的職場中立於不敗之地，隨時充實自己有其必要性。小翔是一個對未來充滿抱負的青年，在工作之餘仍不忘利用下班時間充實自己所學，他審視大環境的趨勢、工作的性質與自己的專長，決定利用下班補習英文(X)與電腦(Y) ，假設英文課程每小時 400 元，電腦課程每小時 600 元，假設其一個月的進修預算為 12,000 元，其效用函數為 $U = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$，試問：

①小翔的最適課程進修時數為何？

②如果小翔一個月最多只能撥出的進修時間只有 **23** 小時，請問其最適課程

進修時數是否會改變？其時數為何？

6.

① Max $U=f(x,y)=x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}$

subject to $400x+600y=12000$

$$MRS_{xy}=\frac{\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}y^{-\frac{1}{2}}}=\frac{2}{3}$$

$\frac{3y}{2x}-1=0 \qquad -2x+3y=0$

英文課10小時、電腦課15小時

②

$x+y=23$

$400x+600y=12000$

$x=9$, $y=14$

會改變，英文課9小時、電腦課14小時

附錄 4A　不同無異曲線型態的消費者均衡與其特性

設消費者的消費決策為：

$$Max \quad U=f(X,Y) \quad subject\ to \quad M=P_XX+P_YY$$

當消費者的無異曲線的型態不同時，則消費者的均衡及不相同。可分 CobbDouglas 效用函數、線性效用函數、固定比例的效用函數等。

（1）Cobb-Douglas 效用函數（部分替代品）

$$U = f(X,Y) = X^{\alpha}Y^{\beta}，\alpha,\beta > 0$$

可得 $Y = U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha}{\beta}}$，$U_0$ 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0} = \frac{\alpha}{\beta} U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}} = \frac{P_X}{P_Y} \qquad （1）$$

又 $U_0 = X^{\alpha}Y^{\beta}$ 代入（1）可得：

$$\frac{\alpha}{\beta}\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow Y = \frac{\beta}{\alpha}\frac{P_X}{P_Y}X$$

將 $Y = \frac{\beta}{\alpha}\frac{P_X}{P_Y}X$ 代入預算限制式：

可得：$X = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{P_X}$，$Y = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{M}{P_Y}$。

②邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = \alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta} > 0$$

$$U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = \beta X^{\alpha}Y^{\beta-1} > 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}$$

❶ $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}$

若 $\alpha < 1$，則 $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta} < 0$

若 $\alpha > 1$，則 $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta} > 0$

若 $\alpha = 1$，則 $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta} = 0$

❷ $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2}$

若 $\beta < 1$，則 $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2} < 0$

若 $\beta > 1$，則 $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2} > 0$

若 $\beta = 1$，則 $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2} = 0$

❸ $U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = \alpha\beta X^{\alpha-1}Y^{\beta-1} > 0$

可知：邊際效用均大於零，而邊際效用遞減與否全賴 α 與 β 是否小於 1。

③邊際替代率及其變化：

$$MRS_{XY} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0} = \frac{\alpha}{\beta} U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}} > 0$$

$$\frac{dMRS_{XY}}{dX} = -\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\alpha+\beta}{\beta}\right) U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha+2\beta}{\beta}} < 0$$

可知邊際替代率隨 X 購買數量增加而下降，具有邊際替代率遞減的特性。

（2）線性效用函數（完全替代品）

$$U = f(X,Y) = aX + bY \text{，} a,b > 0$$

可得：$Y = \frac{U_0}{b} - \frac{a}{b}X$，$U_0$ 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

若 $\frac{a}{b} > \frac{P_X}{P_Y}$，表示因為增加一單位 X 消費所願意犧牲的的 Y 財貨，會比實際支付的 Y 財貨數量來得少，消費者會將所有預算都用於 X 消費，所以均衡解為：$X = \frac{M}{P_x}$，$Y = 0$。

若 $\frac{a}{b} < \frac{P_X}{P_Y}$：因為減少 X 財貨換取 Y 消費能得到較高的效用，消費者會將所有預算都用於 Y 消費，所以均衡解為：$X = 0$，$Y = \frac{M}{P_y}$。

若 $\frac{a}{b} = \frac{P_X}{P_Y}$，表示因為無論如何在預算線上變動消費組合皆無法使效用再增加，所以均衡解為：預算限制線上的任一消費組合。

②邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = a > 0 \text{，} U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = b > 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0 \text{，} U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

可知：邊際效用為一大於零的常數。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

而 $\frac{dMRS_{XY}}{dX} = 0$。可知：完全替代品的邊際替代率恆為零。

（3）固定比例的效用函數（完全互補品）

$$U = f(X,Y) = \min(aX, bY)\text{，}a,b > 0$$

可得：$\begin{cases} U_0 = aX & if\ \ aX < bY \\ U_0 = bY & if\ \ aX > bY \\ U_0 = aX = bY & if\ \ aX = bY \end{cases}$，$U_0$ 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解

若 $aX < bY$，則無異曲線斜率為 ∞，表示不願意放棄任何的 X 財貨來增加 Y 的消費。

若 $aX > bY$，則無異曲線斜率為 0，表示不願意放棄任何的 Y 財貨來增加 X 的消費。

若 $aX = bY$，表示無法定義該點的無異曲線斜率。

由上可知：完全互補的情形下，消費者對兩種財貨需搭配一定比例消費，而過多的 X 或 Y 財貨並無法增加消費者的效用，故消費組合應有以下的關係為 $aX = bY$。

將 $aX = bY$ 代入預算限制式，可得 $X = \dfrac{bM}{bP_X + aP_Y}$，$Y = \dfrac{aM}{bP_X + aP_Y}$。

②邊際效用值及其變化

若 $aX < bY$，則：

$U_X = \dfrac{\partial U}{\partial X} = a > 0$，$U_Y = \dfrac{\partial U}{\partial Y} = 0$，$U_{XX} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0$，$U_{YY} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$，

$U_{XY} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$

若 $aX > bY$，則：

$U_X = \dfrac{\partial U}{\partial X} = 0$，$U_Y = \dfrac{\partial U}{\partial Y} = b > 0$，$U_{XX} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0$，$U_{YY} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$，

$U_{XY} = \dfrac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$

（4）Quasi-linear 效用函數

$$U = f(X,Y) = g(X) + Y\text{，}\ g'(X) > 0\text{，}\ g''(X) < 0\text{，}\ g(0) = 0$$

可得 $Y = U_0 - g(X)$，U_0 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解

$$MRS_{XY} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0} = g(X) = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$□\, X = g'^{-1}□□□□\, PP_{YX}□□□□$$

將 $X = g'^{-1}□□□□\, PP_{YX}□□□□$代入預算限制式：

$□\, X = g'^{-1}□□□\, PP_{YX}□□□□$，$Y = M - P_X P g_Y'^{-1}□□□□\, PP_{YX}$ □□□□

□

②邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{□U}{□X} = g'(X)\ 0\ □$$

$$U_Y = \frac{□U}{□Y} = 1□\ 0$$

$$U_{XX} = \frac{□_2 U}{□X_2} = g''(X)□\ 0$$

$$U_{YY} = \frac{□_2 U}{□Y_2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{□_2 U}{□X□Y} = 0$$

可知：X與 Y財貨的邊際效用皆為正數，且邊際效用並不因另一財貨的消費而影響。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0} = g'(X)□\ 0\text{，}\quad \frac{dMRS_{XY}}{dX} = g''(X)□\ 0$$

可知：在 $g''(X)$ □ 0 的假定下，Quasi-linear 效用函數邊際替代率才會遞減。