

消費者行為

1. 已知下表及所給定的效用函數，將表中空白處填滿：

效用函數	$U_A = X^{0.5}Y^2$	$U_B = X^2 + Y^2$	$U_C = \ln X + Y$	$U_D = 2X + Y$	$U_E = XY^4$
MU_x 函數					
MU_y 函數					
MU_x 遞減？					
MU_y 遞減？					
MRS_{xy} 函數					
MRS_{xy} 遞減？					
無異曲線凸向原點？					

2. 試根據下列敘述或效用函數繪出所對應之無異曲線：

- (A) 對王二而言，「豆漿」與「咖啡」均為提供滿足感的財貨，且王二之消費習慣為：豆漿不喝則已，愈喝愈想喝。請繪出王二「豆漿—咖啡」的無異曲線群。
- (B) 對楊六而言，「臭氣」與「噪音」均會使他難過，且臭氣愈多，愈加深他的難過程度。請繪出楊六之「臭氣—噪音」的無異曲線群。
- (C) 對李四而言，噪音使其難過，金錢則帶給他快樂，且噪音愈大，難過程度愈大。請繪出李四之「噪音—金錢」的無異曲線群。
- (D) 林七不在乎喝可口可樂或百事可樂，只在乎有多少可樂可以喝。試繪出林七之「百事可樂—可口可樂」的無異曲線群，並請寫出效用函數。
- (E) 李大堅持三片吐司要夾二個荷包蛋才吃。試繪出李大之「吐司—荷包蛋」的無異曲線群，並請寫出效用函數。
- (F) 大強喜歡喝酒及吃蝦子，但他吃了 10 尾蝦子之後便會過敏，但酒則是千杯不醉。請繪出大強「蝦子—酒」的無異曲線群。

3. 設 $P_x = P_y = 10$ ，且約翰的每天所得為 500 元。
- (A) 寫出預算線方程式。 **$10X + 10Y \leq 500$**
 - (B) 預算線斜率為多少？ **-1**
 - (C) 政府對 X 財課徵 10%從價稅，則預算線方程式為何？ **$11X + 10Y \leq 500$**
 - (D) 政府對 X 財的消費每單位補貼 2 元，則預算線方程式為何？ **$8X + 10Y \leq 500$**
 - (E) 政府對約翰課徵 100 元所得稅，則預算線方程式為何？ **$10X + 10Y \leq 400$**
 - (F) 瑪莉送給約翰 10 個 X，且言明不得再轉售給他人，則約翰的預算線方程式為何？ **$20X + 10Y \leq 500$**
 - (G) 政府宣布 X 財的消費量超過 30 單位的部分，每單位繳 2 元的消費稅，則約翰的預算線方程式為何？ **$12X + 10Y \leq 200, X \geq 30$**
 - (H) 若政府為了鼓勵人們消費 X 財，對於消費量超過 30 單位的部分，每單位補貼 5 元，則約翰的預算線方程式為何？ **$5X + 10Y \leq 200, X \geq 30$**



4. 博涵每年有 6,400 元預算用來租影片(X)看或購買書籍(Y)。假設書籍每本 200 元，每部片子 80 元。現影片出租店為了促銷，提出下列三種方案供消費者選擇：
- (A) 方案一：年費 200 元，每部片子優惠價 60 元； $200 + 60X + 200Y \leq 6400$
- (B) 方案二：年費 200 元，免費看 5 片，每部片子仍定價 80 元； $200 + 80(X-5) + 200Y \leq 6400$
- (C) 方案三：免收年費，每部片子仍收 80 元，每年消費超過 50 片，贈送 5 片。
- 試根據上述三種方案，寫出預算線方程式。 $80X + 200Y - 400 \leq 6400$

5.不同效用函數的消費者選擇 I

李先生每週有 300 元預算在早餐的消費上，根據他的消費習慣，其消費的商品不外乎單價 10 元的奶茶(X)與 20 元的漢堡(Y)，因此其預算限制式可寫成：

$$300 = 10X + 20Y \quad \text{如果李先生的偏好為：}$$

$$U = f(X, Y) = X^2 Y^3$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & U = f(X, Y) = X^2 Y^3 \quad \text{subject} \\ \text{to} \quad & 300 = 10X + 20Y \end{aligned}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{\frac{2}{3} X^{-\frac{1}{3}} Y^3}{\frac{1}{3} X^2 Y^{-\frac{2}{3}}} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20}$$

可得： $Y = \frac{1}{4} X$ 。將 $Y = \frac{1}{4} X$ 代回預算限制式，可得： $X = 20$ ， $Y = 5$ 。因此，李先生每週會購買 20 杯奶茶與 5 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 II

如果李先生覺得吃早餐只為了追求飽足感，而且他覺得一個漢堡的份量足以抵銷三杯奶茶，則他的偏好寫成：

$$U = f(X, Y) = X + 3Y$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\text{Max} \quad U = f(X, Y) = X + 3Y \quad \text{subject to} \quad 300 = 10X + 20Y$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{1}{3} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20}$$

因此李先生願意以奶茶換取漢堡的消費，直到將所有預算都購買漢堡為止，所以，李先生的早餐消費決策為：

$X = 0$, $Y = 15$ 因此，李先生每週會購買 0 杯奶茶與 15 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 III

如果李先生覺得吃早餐是一天最大的享受，如果漢堡太多會覺得太乾難以下嚥，但奶茶太多又會覺得太甜太膩，因此他認為一個漢堡一定要搭配一杯奶茶才符合他對早餐的要求，則他的偏好寫成：

$U = f(X, Y) = \min(X, Y)$ 則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & U = f(X, Y) = \min(X, Y) \\ \text{subject to} & 300 = 10X + 20Y \end{array}$$

最適消費條件：

$$Y = X$$

將 $Y = X$ 代回預算限制式，可得： $X = Y = 10$ 。因此，李先生每週會購買 10 杯奶茶與 10 個漢堡。

6. 隨著高學歷時代的來臨，學歷只是必備工具之一，想在競爭激烈的職場中立於不敗之地，隨時充實自己有其必要性。小翔是一個對未來充滿抱負的青年，在工作之餘仍不忘利用下班時間充實自己所學，他審視大環境的趨勢、工作的性質與自己的專長，決定利用下班補習英文(X)與電腦(Y)，假設英文課程每小時 400 元，電腦課程每小時 600 元，假設其一個月的進

修預算為 12,000 元，其效用函數為 $U = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$ ，試問：

①小翔的最適課程進修時數為何？

②如果小翔一個月最多只能撥出的進修時間只有 **23** 小時，請問其最適課程進修時數是否會改變？其時數為何？



附錄 4A 不同無異曲線型態的消費者均衡與其特性

設消費者的消費決策為：

$$\text{Max } U = f(X, Y) \quad \text{subject to } M = P_X X + P_Y Y$$

當消費者的無異曲線的型態不同時，則消費者的均衡及不相同。可分 Cobb-Douglas 效用函數、線性效用函數、固定比例的效用函數等。

(1) Cobb-Douglas 效用函數（部分替代品）

$$U = f(X, Y) = X^\alpha Y^\beta, \alpha, \beta > 0$$

可得 $Y = U_0^{\frac{1}{\beta}} X^{-\frac{\alpha}{\beta}}$ ， U_0 為某一特定無異曲線

① 消費者最適均衡解：

$$\left. \text{MRS}_{XY} = -\frac{dY}{dX} \right|_{U=U_0} = -\frac{U_0^{\frac{1}{\beta}} \frac{\alpha}{\beta} X^{-\frac{\alpha}{\beta}-1}}{U_0^{\frac{1}{\beta}} \frac{1}{\beta} X^{-\frac{\alpha}{\beta}}} = -\frac{\alpha}{\beta} \frac{Y}{X} = -\frac{P_X}{P_Y} \quad (1)$$

又 $U_0 = X^\alpha Y^\beta$ 代入 (1) 可得：

$$\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \Rightarrow Y = \frac{P_X}{P_Y} X \quad \text{或} \quad Y = \frac{P_X}{P_Y} X$$

將 $Y = \frac{P_X}{P_Y} X$ 代入預算限制式：

$$\text{可得： } X = \frac{M}{P_X + P_Y} \quad , \quad Y = \frac{M}{P_X + P_Y} \quad \square$$

② 邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = \alpha X^{\alpha-1} Y^\beta > 0$$

$$U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = \beta X^\alpha Y^{\beta-1} > 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta < 0$$

$$\bullet U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \alpha(\alpha-1) X^{\alpha-2} Y^\beta$$

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2}$$

若 $\alpha < 1$ ，則 $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2} < 0$

若 $\alpha = 1$ ，則 $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = 0$

若 $\alpha > 1$ ，則 $U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2} > 0$

② $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2} < 0$

若 $\alpha < 1$ ，則 $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2} < 0$

若 $\alpha = 1$ ，則 $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = 0$

若 $\alpha > 1$ ，則 $U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2} > 0$

③ $U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2} \right) = \frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2} < 0$

可知：邊際效用均大於零，而邊際效用遞減與否全賴 α 與 β 是否小於 1。

③ 邊際替代率及其變化：

$$MRS_{XY} = - \frac{dY}{dX} \bigg|_{U=U_0} = \frac{U_{YX}}{U_{XX}} = \frac{\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2}}{\frac{(\alpha-1)X_1}{X_2^2}} = 1$$

可知邊際替代率隨 X 購買數量增加而下降，具有邊際替代率遞減的特性。

(2) 線性效用函數 (完全替代品)

$$U = f(X, Y) = aX + bY, \quad a, b \geq 0$$

$\overline{U^a X}$, U_0 為某一特定無異曲線

可得：
$$Y = -\frac{a}{b}X$$

① 消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY} = -\frac{dY}{dX} \bigg|_{U=U_0} = -\frac{a}{b}$$

— $\frac{a}{b} \frac{P_X}{P_Y}$ ，表示因為增加一單位 X 消費所願意犧牲的 Y 財貨，會比實若 $\frac{a}{b} \frac{P_X}{P_Y}$

際支付的 Y 財貨數量來得少，消費者會將所有預算都用於 X 消費，所以 M 均衡解為： $X = \frac{M}{P_X}$ ， $Y = 0$ 。

— $\frac{a}{b} \frac{P_X}{P_Y}$ ：因為減少 X 財貨換取 Y 消費能得到較高的效用，消費者會將若 $\frac{a}{b} \frac{P_X}{P_Y}$

所有預算都用於 Y 消費，所以均衡解為： $X = 0$ ， $Y = \frac{M}{P_Y}$ 。

— $\frac{a}{b} \frac{P_X}{P_Y}$ ，表示因為無論如何在預算線上變動消費組合皆無法使效用若 $\frac{a}{b} \frac{P_X}{P_Y}$

再增加，所以均衡解為：預算限制線上的任一消費組合。

② 邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = a \geq 0, \quad U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = b \geq 0$$

$$U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0, \quad U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

可知：邊際效用為一大於零的常數。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = - \frac{dY}{dX} \bigg|_{U=U_0} = \frac{a}{b}$$

而 $MRS_{XY} = 0$ 。可知：完全替代品的邊際替代率恆為零。

(3) 固定比例的效用函數（完全互補品）

$$U = f(X, Y) = \min(aX, bY), a, b > 0$$

$$\Delta U_0 = aX \quad \text{if } aX < bY$$

可得： $\Delta U_0 = bY \quad \text{if } aX > bY$ ， U_0 為某一特定無異曲線

$$\Delta U_0 = aX = bY \quad \text{if } aX = bY$$

①消費者最適均衡解

若 $aX < bY$ ，則無異曲線斜率為 Δ ，表示不願意放棄任何的 X 財貨來增加 Y 的消費。

若 $aX > bY$ ，則無異曲線斜率為 0，表示不願意放棄任何的 Y 財貨來增加 X 的消費。

若 $aX = bY$ ，表示無法定義該點的無異曲線斜率。

由上可知：完全互補的情形下，消費者對兩種財貨需搭配一定比例消費，而過多的 X 或 Y 財貨並無法增加消費者的效用，故消費組合應有以下的關係為 $aX = bY$ 。

$$\text{將 } aX = bY \text{ 代入預算限制式，可得 } X = \frac{bM}{aX}, Y = \frac{aM}{bY}$$

②邊際效用值及其變化

若 $aX < bY$ ，則：

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = a > 0, U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = 0$$

$$= 0, \frac{U_{XX}}{\partial X}$$

∂X

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y}$$

$$U_{XY} = 0$$

$$\partial X \partial Y$$

$$bP_X + aP_Y$$

$$bP_X + aP_Y$$

(4) Quasi-linear 效用函數

若 $aX < bY$ ，則：

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = 0, U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = b, U_{XX} = \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} = 0, U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

□

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} &= X_2 = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0, \quad U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0, \\ &= 0, \end{aligned}$$

$$U = f(X, Y) = g(X) + Y, \quad g'(X) \geq 0, \quad g''(X) \leq 0, \quad g(0) = 0$$

可得 $Y = U_0 - g(X)$ ， U_0 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解

$$MRS_{XY} = - \frac{\frac{dY}{dX} \Big|_{U=U_0}}{P_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$X = g'^{-1} \left(\frac{P_X}{P_Y} \right)$$

將 $X = g'^{-1} \left(\frac{P_X}{P_Y} \right)$ 代入預算限制式：

$$X = g'^{-1} \left(\frac{P_X}{P_Y} \right), \quad Y = M - P_X g'^{-1} \left(\frac{P_X}{P_Y} \right)$$

□

②邊際效用值及其變化

$$U_X = \frac{\partial U}{\partial X} = g'(X) \geq 0$$

$$U_Y = \frac{\partial U}{\partial Y} = 1 \geq 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}$$

$$U_{XX} = X_2 = g''(X) \leq 0$$

□

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

$$U_{YY} = \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} = 0$$

□

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y}$$

$$U_{XY} = \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y}$$

可知：X 與 Y 財貨的邊際效用皆為正數，且邊際效用並不因另一財貨的消費而影響。

③ 邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY} = - \frac{dY}{dX} \bigg|_{U=U_0} = - \frac{U_Y}{U_X} = - \frac{g'(X)}{1} = -g'(X)$$

可知：在 $g''(X) < 0$ 的假定下，Quasi-linear 效用函數邊際替代率才會遞減。