消費者行為

1. 已知下表及所給定的效用函數，將表中空白處填滿：

效用函數	$U_A=X^{0.5}Y^2$	$U_B=X^2+Y^2$	$U_C=\ln X+Y$	$U_D=2X+Y$	$U_E=XY^4$
MU_x 函數					
MU_y 函數					
MU_x 遞減？					
MU_y 遞減？					
MRS_{xy} 函數					
MRS_{xy} 遞減？					
無異曲線凸向原點？					

2. 試根據下列敘述或效用函數繪出所對應之無異曲線：

(A) 對王二而言，「豆漿」與「咖啡」均為提供滿足感的財貨，且王二之消費習慣為：豆漿不喝則已，愈喝愈想喝。請繪出王二「豆漿—咖啡」的無異曲線群。

(B) 對楊六而言，「臭氣」與「噪音」均會使他難過，且臭氣愈多，愈加深他的難過程度。請繪出楊六之「臭氣—噪音」的無異曲線群。

(C) 對李四而言，噪音使其難過，金錢則帶給他快樂，且噪音愈大，難過程度愈大。請繪出李四之「噪音—金錢」的無異曲線群。

(D) 林七不在乎喝可口可樂或百事可樂，只在乎有多少可樂可以喝。試繪出林七之「百事可樂—可口可樂」的無異曲線群，並請寫出效用函數。

(E) 李大堅持三片吐司要夾二個荷包蛋才吃。試繪出李大之「吐司—荷包蛋」的無異曲線群，並請寫出效用函數。

(F) 大強喜歡喝酒及吃蝦子，但他吃了 10 尾蝦子之後便會過敏，但酒則是千杯不醉。請繪出大強「蝦子－酒」的無異曲線群。

3.　設 $P_x = P_y = 10$，且約翰的每天所得為 500 元。

(A) 寫出預算線方程式。

(B) 預算線斜率為多少？

(C) 政府對 X 財課徵 10%從價稅，則預算線方程式為何？

(D) 政府對 X 財的消費每單位補貼 2 元，則預算線方程式為何？

(E) 政府對約翰課徵 100 元所得稅，則預算線方程式為何？

(F) 瑪莉送給約翰 10 個 X，且言明不得再轉售給他人，則約翰的預算線方程式為何？

(G) 政府宣布 X 財的消費量超過 30 單位的部分，每單位繳 2 元的消費稅，則約翰的預算線方程式為何？

(H) 若政府為了鼓勵人們消費 X 財，對於消費量超過 30 單位的部分，每單位補貼 5 元，則約翰的預算線方程式為何？

4. 博涵每年有 6,400 元預算用來租影片(X)看或購買書籍(Y)。假設書籍每本 200 元，每部片子 80 元。現影片出租店為了促銷，提出下列三種方案供消費者選擇：

(A) 方案一：年費 200 元，每部片子優惠價 60 元；

(B) 方案二：年費 200 元，免費看 5 片，每部片子仍定價 80 元；

(C) 方案三：免收年費，每部片子仍收 80 元，每年消費超過 50 片，贈送 5 片。

試根據上述三種方案，寫出預算線方程式。

5. 不同效用函數的消費者選擇 I

李先生每週有 300 元預算在早餐的消費上，根據他的消費習慣，其消費的商品不外乎單價 10 元的奶茶(X)與 20 元的漢堡(Y)，因此其預算限制式可寫成：

$$300 = 10X + 20Y$$

如果李先生的偏好為：

$$U = f(X,Y) = X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{aligned} &Max \qquad U = f(X,Y) = X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}} \\ &subject \quad to \quad 300 = 10X + 20Y \end{aligned}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{\frac{2}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{-\frac{2}{3}}} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20}$$

可得：$Y = \frac{1}{4}X$。將$Y = \frac{1}{4}X$ 代回預算限制式，可得：$X = 20$，$Y = 5$。因此，李先生每週會購買 20 杯奶茶與 5 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 II

如果李先生覺得吃早餐只為了追求飽足感，而且他覺得一個漢堡的份量足以抵銷三杯奶茶，則他的偏好寫成：

$$U = f(X,Y) = X + 3Y$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{aligned} &Max \qquad U = f(X,Y) = X + 3Y \\ &subject \ to \quad 300 = 10X + 20Y \end{aligned}$$

根據最適消費條件：

$$MRS_{XY} = \frac{1}{3} < \frac{P_X}{P_Y} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

因此李先生願意以奶茶換取漢堡的消費，直到將所有預算都購買漢堡為止，所以，李先生的早餐消費決策為：

$$X = 0 \ ，\ Y = 15$$

因此，李先生每週會購買 0 杯奶茶與 15 個漢堡。

不同效用函數的消費者選擇 III

如果李先生覺得吃早餐是一天最大的享受，如果漢堡太多會覺得太乾難以下嚥，但奶茶太多又會覺得太甜太膩，因此他認為一個漢堡一定要搭配一杯奶茶才符合他對早餐的要求，則他的偏好寫成：

$$U = f(X,Y) = \min(X,Y)$$

則李先生早餐消費決策為：

$$\begin{aligned} &Max \qquad U = f(X,Y) = \min(X,Y) \\ &subject\ \ to \quad 300 = 10X + 20Y \end{aligned}$$

最適消費條件：

$$Y = X$$

將 $Y = X$ 代回預算限制式，可得： $X = Y = 10$ 。因此，李先生每週會購買 10 杯奶茶與 10 個漢堡。

6. 隨著高學歷時代的來臨，學歷只是必備工具之一，想在競爭激烈的職場中立於不敗之地，隨時充實自己有其必要性。小翔是一個對未來充滿抱負的青年，在工作之餘仍不忘利用下班時間充實自己所學，他審視大環境的趨勢、工作的性質與自己的專長，決定利用下班補習英文(X)與電腦(Y)，假設英文課程每小時 400 元，電腦課程每小時 600 元，假設其一個月的進修預算為 12,000 元，其效用函數為$U = X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$，試問：

①小翔的最適課程進修時數為何？

②如果小翔一個月最多只能撥出的進修時間只有 **23** 小時，請問其最適課程進修時數是否會改變？其時數為何？

附錄 4A　不同無異曲線型態的消費者均衡與其特性

設消費者的消費決策為：

$$\begin{aligned}&Max \quad U=f(X,Y)\\&subject\ to \quad M=P_X X+P_Y Y\end{aligned}$$

當消費者的無異曲線的型態不同時，則消費者的均衡及不相同。可分 Cobb-Douglas 效用函數、線性效用函數、固定比例的效用函數等。

（1）Cobb-Douglas 效用函數（部分替代品）

$$U=f(X,Y)=X^{\alpha}Y^{\beta} \text{，} \alpha,\beta>0$$

可得 $Y=U_0^{\frac{1}{\beta}}X^{-\frac{\alpha}{\beta}}$，$U_0$ 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0}=\frac{\alpha}{\beta}U_0^{\frac{1}{\beta}}X^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}}=\frac{P_X}{P_Y} \qquad (1)$$

又 $U_0=X^{\alpha}Y^{\beta}$ 代入（1）可得：

$$\frac{\alpha}{\beta}\cdot\frac{Y}{X}=\frac{P_X}{P_Y}\Rightarrow Y=\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)X$$

將 $Y=\frac{\beta}{\alpha}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)X$ 代入預算限制式：

可得：$X=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\left(\frac{M}{P_X}\right)$，$Y=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\left(\frac{M}{P_Y}\right)$。

②邊際效用值及其變化

$$U_X=\frac{\partial U}{\partial X}=\alpha X^{\alpha-1}Y^{\beta}>0$$

$$U_Y=\frac{\partial U}{\partial Y}=\beta X^{\alpha}Y^{\beta-1}>0$$

$$U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=\alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}$$

❶ $U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=\alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}$

若 $\alpha>1$，則 $U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=\alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}>0$

若 $\alpha<1$，則 $U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=\alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}<0$

若 $\alpha=1$，則 $U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=\alpha(\alpha-1)X^{\alpha-2}Y^{\beta}=0$

❷ $U_{YY}=\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=\beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2}$

若 $\beta>1$，則 $U_{YY}=\dfrac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=\beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2}>0$

若 $\beta<1$，則 $U_{YY}=\dfrac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=\beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2}<0$

若 $\beta=1$，則 $U_{YY}=\dfrac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=\beta(\beta-1)X^{\alpha}Y^{\beta-2}=0$

❸ $U_{XY}=\dfrac{\partial^2 U}{\partial X\partial Y}=\alpha\beta X^{\alpha-1}Y^{\beta-1}>0$

可知：邊際效用均大於零，而邊際效用遞減與否全賴 α 與 β 是否小於 1。

③邊際替代率及其變化：

$$MRS_{XY}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0}=\frac{\alpha}{\beta}U_0^{\frac{1}{\beta}}X^{-\frac{\alpha+\beta}{\beta}}>0$$

$$\frac{MRS_{XY}}{dX}=\left(-\frac{\alpha+\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)U_0^{\frac{1}{\beta}}X^{-\frac{\alpha+2\beta}{\beta}}<0$$

可知邊際替代率隨 X 購買數量增加而下降，具有邊際替代率遞減的特性。

（2）線性效用函數（完全替代品）

$$U=f(X,Y)=aX+bY\ \text{，}\ a,b>0$$

可得：$Y=\dfrac{U_0}{b}-\dfrac{a}{b}X$ ，U_0 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解：

$$MRS_{XY}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0}=\frac{a}{b}$$

若 $\dfrac{a}{b}>\dfrac{P_X}{P_Y}$，表示因為增加一單位 X 消費所願意犧牲的的 Y 財貨，會比實際支付的 Y 財貨數量來得少，消費者會將所有預算都用於 X 消費，所以均衡解為：$X=\dfrac{M}{P_x}$ ，$Y=0$。

若 $\dfrac{a}{b}<\dfrac{P_X}{P_Y}$：因為減少 X 財貨換取 Y 消費能得到較高的效用，消費者會將所有預算都用於 Y 消費，所以均衡解為：$X=0$ ，$Y=\dfrac{M}{P_y}$ 。

若 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{P_X}{P_Y}$ ，表示因為無論如何在預算線上變動消費組合皆無法使效用再增加，所以均衡解為：預算限制線上的任一消費組合。

②邊際效用值及其變化

$$U_X=\frac{\partial U}{\partial X}=a>0\ \text{，}\ U_Y=\frac{\partial U}{\partial Y}=b>0$$

$$U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=0\text{ ，}U_{YY}=\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=0$$

$$U_{XY}=\frac{\partial^2 U}{\partial X\partial Y}=0$$

可知：邊際效用為一大於零的常數。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0}=\frac{a}{b}$$

而 $\frac{MRS_{XY}}{dX}=0$ 。可知：完全替代品的邊際替代率恆為零。

（3）固定比例的效用函數（完全互補品）

$$U=f(X,Y)=\min(aX,bY)\text{ ，}a,b>0$$

可得：$\begin{cases}U_0=aX & if \quad aX<bY\\ U_0=bY & if \quad aX>bY\\ U_0=aX=bY & if \quad aX=bY\end{cases}$ ，U_0 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解

若 $aX<bY$ ，則無異曲線斜率為 ∞ ，表示不願意放棄任何的 X 財貨來增加 Y 的消費。

若 $aX>bY$ ，則無異曲線斜率為 0 ，表示不願意放棄任何的 Y 財貨來增加 X 的消費。

若 $aX=bY$ ，表示無法定義該點的無異曲線斜率。

由上可知：完全互補的情形下，消費者對兩種財貨需搭配一定比例消費，而過多的 X 或 Y 財貨並無法增加消費者的效用，故消費組合應有以下的關係為 $aX=bY$ 。

將 $aX=bY$ 代入預算限制式，可得 $X=\frac{bM}{bP_X+aP_Y}$ ，$Y=\frac{aM}{bP_X+aP_Y}$ 。

②邊際效用值及其變化

若 $aX<bY$ ，則：

$$U_X=\frac{\partial U}{\partial X}=a>0\text{ ，}U_Y=\frac{\partial U}{\partial Y}=0\text{ ，}U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=0\text{ ，}U_{YY}=\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=0\text{ ，}$$

$$U_{XY}=\frac{\partial^2 U}{\partial X\partial Y}=0$$

若 $aX>bY$ ，則：

$$U_X=\frac{\partial U}{\partial X}=0\text{ ，}U_Y=\frac{\partial U}{\partial Y}=b>0\text{ ，}U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=0\text{ ，}U_{YY}=\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=0\text{ ，}$$

$$U_{XY}=\frac{\partial^2 U}{\partial X\partial Y}=0$$

（4）Quasi-linear 效用函數

$$U=f(X,Y)=g(X)+Y \text{ ， } g'(X)>0 \text{ ， } g''(X)<0 \text{ ， } g(0)=0$$

可得 $Y=U_0-g(X)$ ，U_0 為某一特定無異曲線

①消費者最適均衡解

$$MRS_{XY}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0}=g'(X)=\frac{P_X}{P_Y}$$

$$\Rightarrow X=g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)$$

將 $X=g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)$ 代入預算限制式：

$$\Rightarrow X=g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right) \text{ ， } Y=\frac{M-P_X g'^{-1}\left(\frac{P_X}{P_Y}\right)}{P_Y}$$

②邊際效用值及其變化

$$U_X=\frac{\partial U}{\partial X}=g'(X)>0$$

$$U_Y=\frac{\partial U}{\partial Y}=1>0$$

$$U_{XX}=\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}=g''(X)<0$$

$$U_{YY}=\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}=0$$

$$U_{XY}=\frac{\partial^2 U}{\partial X\partial Y}=0$$

可知： X 與 Y 財貨的邊際效用皆為正數，且邊際效用並不因另一財貨的消費而影響。

③邊際替代率及其變化

$$MRS_{XY}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_0}=g'(X)>0 \text{ ， } \frac{MRS_{XY}}{dX}=g''(X)<0$$

可知：在 $g''(X)<0$ 的假定下，Quasi-linear 效用函數邊際替代率才會遞減。