

賽局理論與應用作業

作業：請利用 PAPI 的架構，分析「油價，球丟回政府、中油的抉擇」

各界原以為台塑石化在調高油品批售價後，將會在加油站出走的龐大壓力下，沒面子地調回原價。但顯然台塑石化不打算收回漲價成命，把球丟給政府、中油與加油站業者抉擇。

台塑石化漲價立場堅定，應該是看準國際油價回跌的機率不高，在需求持續成長下，往後原油只會更貴不會更便宜。

若台塑石化判斷無誤，再撐一段時間，中油就得在成本壓力下調高油價。即使誤判形勢，原油大跌，最多就是降回來，而且降得比漲幅更多，那不只討回顏面，還會讓這次沒有調高油價的中油只能跟著降價，讓中油又被剝一次皮。

台塑石化油價喊漲後，參加這場油品梭哈賽局的另三位玩家：政府、中油及加盟台塑石化的加油站業者面臨抉擇。

若中油若跟進漲價，可解決台塑石化加盟站出走的問題，唯一的輸家將是政府，因為得面臨物價上揚的壓力。若中油不跟進漲價，中油與台塑石化加盟站受傷最重，台塑石化可減少虧損，但會付出內銷市場占有率下滑的風險。至於政府，雖得付出中油可能無法達成法定盈餘目標的代價，但可減少今年底的縣市長三合一選舉的選票流失。

以政治優於一切的角度推測，政府可能會要求中油繼續忍下去不要調漲油價，如此一來，政府將是這場賽局的大贏家，中油則要賠上今年前八月所賺的錢，全年還得虧損 88 億元。另一個輸家是台塑石化的加盟站，必須轉向中油購油，卻得面臨中油不想接受的問題，因為中油擔心賣愈多、虧愈多，無意供油給「倒戈」的加油站業者。

加油站業者若無法和中油達成協議，還是得回過頭來和台塑石化合作，雙方協商各退一步，漲價的成本，大家分攤吸收。

～每個參賽者都有各自的利害關係，用 PAPI 的架構分析看看，和沒有用這個架構，在你的分析上有什麼差別。（此題沒有標準答案）

2. 閱讀下面的文章，並做百字摘要。

掌握自己的優勢，避免以劣勢面對競爭者。

美國兩大雜誌《時代》和《新聞周刊》為爭奪市場的決策的過程。

每個星期，《時代》和《新聞周刊》都會各出奇招，要做出最引人注目的封面故事。一個富有戲劇性或者饒有趣味的封面，可以吸引站在報攤前的潛在買主的目光。因此，每個星期，兩家雜誌的編輯們一定會舉行閉門會議，選擇下一個封面的故事。而他們彼此也都知道對方正在做同樣的事情，這兩家新聞雜誌便投入了一場策略的博弈。換言之，《時代》與《新聞周刊》的行動是同時進行的，雙方在毫不知曉對手決定的情況下採取行動。

(1)假定本週有兩個大新聞：一個是國會審核預算問題；二是發佈了一種據說對愛滋病有特效的新藥。編輯們選擇封面故事的時候，首要考慮的是哪一條新聞更能吸引報攤前的買主。

在報攤前的買主當中，假設三十％的人對預算問題感興趣，七十％的人對愛滋病新藥感興趣。這些人只會在自己感興趣的新聞變成封面故事的時候掏錢買雜誌。假如兩本雜誌用了同一條新聞做封面故事，那麼感興趣的買主就會平分兩組，一組買《時代》，另一組買《新聞周刊》。

現在，《時代》的編輯可以進行如下的推理：

假如《新聞周刊》採用愛滋病新藥做為封面故事，那麼，假如《時代》採用「國會預算問題」就會得到全部對國會問題感興趣的讀者，即三十％；假如《時代》採用「愛滋病新藥」，那麼兩家就會平分這部分讀者，即三十五％。由此可見，「愛滋病新藥」為《時代》帶來的收入就會超過「國會預算」問題。

假如《新聞周刊》採用「國會預算」問題，那麼，假如《時代》採用同樣的故事，會得到一半的讀者，即十五％；假如《時代》採用「愛滋病新藥」，就會得到全部關注愛滋病的讀者，即七十％。這一次，第二方案同樣會為《時代》帶來更大的收入。

因此，《時代》雜誌就會有一個優勢策略，就是採用愛滋病新藥做封面。無論我的對手選擇採用上述兩個新聞當中的哪一個，這一策略都會比其他策略更勝一籌。同樣，《新聞周刊》也會有同樣的思考，在這個博弈裏，雙方都具有一個優勢策略。

(2)有時候，某個參與者有一優勢策略，其他參與者則沒有。我們只要略微修改一下《時代》與《新聞周刊》的封面故事大戰的例子，就可以描述這種情形。

假設全體讀者略偏向於選擇《時代》。假如兩個雜誌同樣的新聞做封面故事，喜歡這個新聞的潛在買主當中有六十％的人選擇《時代》，四十％的人選擇《新聞周刊》。對於《時代》，「愛滋病新藥」仍然是優勢策略，但對於《新聞周刊》就不再是了，因為《時代》的優勢策略是選擇「愛滋病新藥」這個主題，如果它也做同樣選擇，那麼只能得到二十八％的讀者，小於選擇預算問題的三十％。

換言之，《新聞周刊》的最佳選擇不再與《時代》的策略無關。假如《時代》選擇「愛滋病新藥」，《新聞周刊》選擇「國會預算問題」就能得到更好的銷量，對於《新聞週刊》，「國會預算問題」市場總比「愛滋病新藥」市場要大。

《新聞周刊》的編輯們不會知道《時代》的編輯們將會選擇什麼，不過他們可以分析出來。因為《時代》有一個優勢策略，那一定就是他們的選擇。因此，《新聞周刊》的編輯們可以很有把握地假定《時代》已經選了愛滋病新藥，並據此選擇自己的最佳策略，即「國會預算問題」。

(3)現在再讓我們假設一下《時代》和《新聞周刊》之間爆發了一場價格戰。

假設每本雜誌的製作成本是一美元，且售價只有兩個價位可以選擇，分別是三美元（意味著每本利潤為二美元）和二美元（意味著每本利潤為一美元）。

假設顧客永遠傾向於選擇價格較低的雜誌，且在雜誌價格相同的時候兩種雜誌各得一半讀者。雜誌定價三美元時，讀者總數是五百萬；雜誌價格降到二美元，讀者總數將升到八百萬。這時，你可以輕易算出《時代》在四種可能出現的價格組合裏將會獲得多少利潤，即如果你們都是三美元，利潤都是五百萬；一方降價至二美元，獨得八百萬，另一方分文不得；如果雙方都降，每一方利潤都是四百萬。

有點像「囚犯困境」是不是？的確，在「囚犯困境」中，雙方的優勢策略都是招供，在這裏都是降價。

《時代》的優勢策略是定價二美元（《新聞周刊》亦如此）。《時代》採用這個優勢策略可能得到的最壞結果是盈利四百萬美元。但是，採用另外一個策略可能得到的最佳結果將超過這一數字，達到五百萬美元。問題是比較這兩個數字毫無意義。五百萬美元的數字是在兩本雜誌同時定價三美元的時候出現的；不過，假如這時《時代》把價格降到二美元，利潤還會更高，達到八百萬美元。

3. **A** 與 **B** 參與一次定勝負的猜拳遊戲，獲勝的一方可以從輸的一方獲得一元的獎勵，如果平手則誰都不必支付金錢。假如 **A** 根據過去與 **B** 猜拳的經驗對 **B** 出招的信念為： $\frac{1}{2}$ 的機率出剪刀， $\frac{1}{3}$ 的機率出石頭， $\frac{1}{6}$ 的機率出布，則 **A** 的最佳策略為何？預期報酬為何？

4. 在下列賽局的報酬矩陣中，有任一廠商具有優勢策略嗎？是否有 Nash 均衡？

		廠商 B	
		網路販售	不在網路販售
廠商 A	網路販售	50, 60	20, 30
	不在網路販售	40, 20	60, 40

5. 如果 A 與 B 共謀一起恐怖攻擊但失風被捕，由於警方無直接證據起訴二人，因此對二人進行隔離偵訊，而警方對二人個別偵訊時所開出的條件如下：

		B	
		招供	不招
A	招供	8 年，8 年	1 年，10 年
	不招	10 年，1 年	2 年， 2 年

亦即如 A 招供而 B 不招供，則 A 會得到法官從輕量刑，只有一年的有期徒刑，但 B 則會被重判 10 年有期徒刑，其他情形可依此類推，試問：

- ① 如果只根據警方開出的量刑條件，你認為 A 與 B 最後的策略為何？
- ② 承第①小題，該策略組合是否為 Nash 均衡？而該策略組合對 A、B 兩嫌犯而言是否具有效率？
- ③ 如果 A、B 具有虔誠的宗教信仰，認為出賣同志會遭受神的制裁，因此兩人除考量遭求刑所產生的負效用外，也考慮了無形的制裁力量，最後兩人都毫不考慮地選擇不招，你認為該無形的制裁力量對二人帶來的負效用相當於多少年的監禁？

6. 假設 A 與 B 兩家筆記型電腦公司均在考慮是否要生產 19 吋螢幕，兩家廠商的償付矩陣如下：

		B	
		生產	不生產
A	生產	10 , 10	15 , 12
	不生產	12 , 15	8 , 8

- (A) 此遊戲有 Nash 均衡嗎？如果有，為何？
- (B) 如果 A 是領導廠商，B 是跟隨廠商，其解為何？符合先動者優勢嗎？
- (C) 若採取混合策略時，在 Nash 均衡下，兩家廠商的預期報酬為多少？

7. 下表的賽局中：

(1)若 A 先採取行動，其納許均衡解為何？

(2)若 A 和 B 同時採取行動，其納許均衡解為何？

A \ B	1	2
	1	2
1	$(-30, -5)$	$(40, 0)$
2	$(0, 80)$	$(0, 0)$

8. 下表為一個賽局，兩造是兩個電視網路業者，ABC 和 NBC。他們可採行的策略是廣告或是不廣告。假使他們都不廣告，則可平分市場且省下廣告成本。假使他們都廣告，則雖然收視率很高但廣告成本也很高，所以因而利潤降低。如果只有其中一家廣告而另一家無，則廣告者獲利。以下報酬矩陣表示每一年賺得的利潤，以百萬元為單位。

		NBC	
		廣告	不廣告
ABC	廣告	(100,100)	(300,0)
	不廣告	(0,300)	(200,200)

(1) 求出此賽局玩一次的 Nash 均衡是什麼？

(2) 考慮重複賽局。假設 ABC 第一期拒絕廣告，且只要 NBC 不廣告則他就持續不廣告，但一旦 NBC 背離一次，ABC 將永遠採行廣告的策略。雖然此賽局應是無限重複性賽局，為了簡化問題，本題只要考慮十期即可。假如 NBC 與 ABC 均採取不廣告策略，則 NBC 每期的利潤加總為何？假如利用 ABC 於第一期不廣告時，NBC 趁機廣告，接下來九期均招致 ABC 的報復，則 NBC 的總利潤為何？比較這兩種所得，NBC 將會如何決策？

8. 假設 A、B 兩家比鄰營業的加油站，其價格策略的利潤矩陣如下：

		B	
		原價	促銷價
A	原價	50 萬， 50 萬	10 萬， 100 萬
	促銷價	100 萬， 10 萬	30 萬， 30 萬

試問：

- ① 如果 A、B 兩加油站只存在一期，則其 Nash 均衡為何？
- ② 如果 A、B 不只存在一期，A 為了避免與對手進行惡性的價格競爭，於是向 B 提出合作訂價的建議，亦即兩家都以原價為其訂價策略，如果任何一方破壞協議而進行促銷，則另一方便永久性的訂定促銷價格，如果現行市場的跨期利率為 50%，則 A 與 B 的合作案是否可以順利進行？
- ③ 承第②小題，當跨期利率的範圍為何時，雙方才有合作的機會？

補充：重複無限次賽局均衡

假設市場上有 A、B 兩家廠商以 Bertrand 方式從事寡占競爭，雙方的定價與利潤分別為：

$$P_A = P_B = MC$$

$$\pi_A = \pi_B = 0$$

如果 A 廠商想要打破目前超額水準為零的局面，向 B 廠商提出一同合作來增加彼此利潤的提案，只要 B 廠商願意合作，雙方便能一同享有獨占定價的利潤，即：

$$P_A = P_B = P_m$$

$$\pi_A^c = \pi_B^c = \frac{\pi_m}{2}$$

但是在合作的情形下，如果有一家偷偷的把價格降低一點，便能擁有所有的市場利潤，但另一家則無法享受任何超額利潤，因此背叛的廠商所獲得的利潤為：

$$\pi^u = \pi_m - \Delta\pi$$

其中 $\Delta\pi$ 為背叛廠商因價格下降而減少獲得的利潤，由於假設價格下降的幅度相當的小，因此可以假設：

$$\Delta\pi \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow \pi^u = \pi_m$$

雙方單期賽局的報酬矩陣為：

A 廠商 \ B 廠商	合作	不合作
	合作	不合作
合作	$\left(\frac{\pi_m}{2}, \frac{\pi_m}{2}\right)$	$(0, \pi_m)$
不合作	$(\pi_m, 0)$	$(0, 0)$

然而，在單期下的賽局 Nash 均衡為(不合作,不合作)，因此如果只考慮合作一期的情形下，A、B 兩家廠商都有誘因選擇背叛對方而回到原先無超額利潤的情形。

然而如果將合作的期間拉長到無限期的情形下，是否有誘因合作呢？

AB 兩家廠商的合作協定如下：『一旦同意後便開始「永久性」的合作，一同享有市場中的超額利潤，但如果任何一方違反合作的協定時，從下一期開始便「永久性」地回復到 Bertrand 競爭狀態，且絕無轉圜的餘地。』

在考量是否有背叛的誘因時，不合作的利益為背叛當期所得到對方應得的利潤：

$$R = \frac{\pi_m}{2}$$

不合作的成本為未來各期中因背叛對方而減少得到的利潤：

$$\begin{aligned} C &= \frac{\pi_m}{2} \cdot \frac{1}{(1+r)} + \frac{\pi_m}{2} \cdot \frac{1}{(1+r)^2} + \frac{\pi_m}{2} \cdot \frac{1}{(1+r)^3} + \dots \\ &= \frac{\pi_m}{2} \cdot \frac{\frac{1}{(1+r)}}{1 - \frac{1}{(1+r)}} \\ &= \frac{\pi_m}{2} \cdot \frac{1}{r} \end{aligned}$$

如果背叛協定可以多獲得的單期利益大於未來少賺得的利潤時，則任何一方會選擇背叛協定來增加自己的利潤：

$$\begin{aligned} R = \frac{\pi_m}{2} > C = \frac{\pi_m}{2} \cdot \frac{1}{r} \\ r > 1 \end{aligned}$$

亦即，除非在折現率 $r > 1$ 的情形下，廠商才有可能選擇違反合作協定，由於 $r > 1$ 發生的可能性不大，因此在未來折現率不超過 1 的情形下，可以預期雙方會永久性的持續保持合作。