

Consumer Choice

買方的消費選擇：效用極大化模型

假設消費者在有限的預算下，追求最大效用，做出最適的消費選擇。

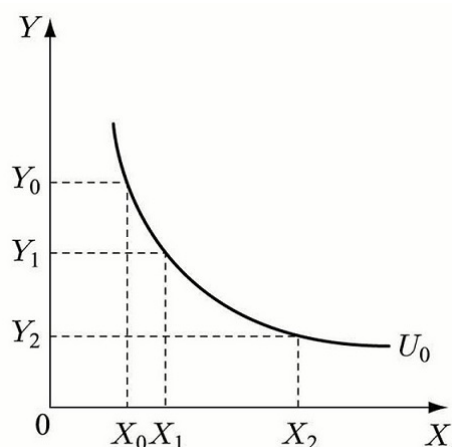
- 偏好與效用：消費者的偏好與效用水準高低有關。
- 預算限制：人們口袋的深淺能夠購買的財貨數量。
- 消費者均衡：在有限的所得下，消費者會購買使他們滿足程度最大的商品組合。

1. 偏好與效用

1-1 無異曲線

(1)無異曲線(Indifference Curve)

帶給消費者相同滿足程度的所有消費組合 (X, Y) 。換言之，對消費者而言，無異曲線上的每一點都代表相同的滿足水準 U_0 。



(2)邊際替代率(marginal rate of substitution): $MRS = \frac{dY}{dX} \big|_{U_0}$

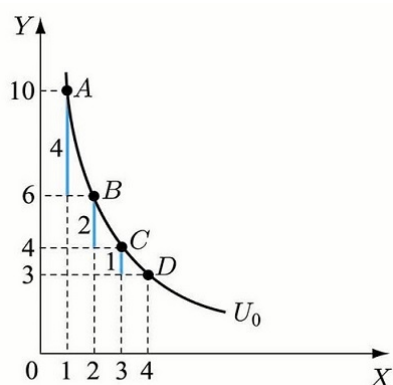
- 無異曲線的切線斜率。
- 維持相同效用水準下，增加1單位X財貨的消費數量，所願意放棄Y財貨的消費數量。

~ 無異曲線的形狀透露出消費者主觀上以某物換取另一物的意願。

- 當物品容易替代時，無異曲線比較平坦，切線斜率比較小；
- 當物品很難替代時，無異曲線比較陡直，切線斜率比較大。

~ 邊際替代率通常取決於消費者目前所消費的物品數量。

通常人們願意拿他們擁有數量較多的東西來交換擁有數量較少的東西。



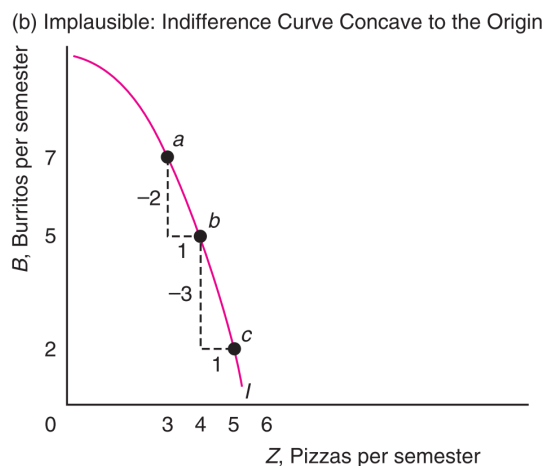
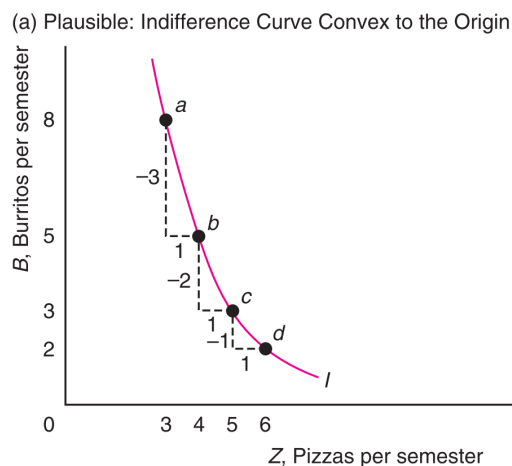
(3) 邊際替代率的變化

- 無異曲線的切線斜率變化， $\frac{MRS}{dx}$ 。
- 維持相同效用水準下，增加1單位X財貨的消費數量，所願意放棄Y財貨的消費數量變化。

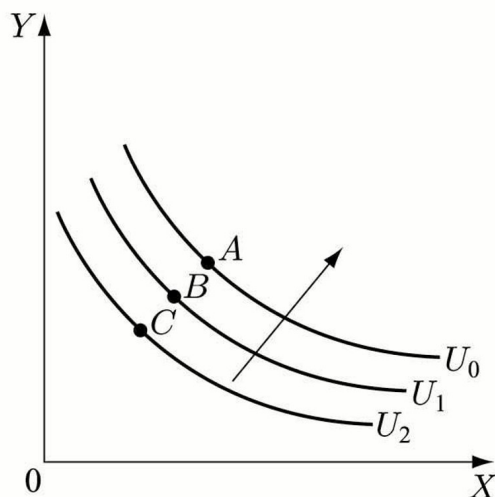
~ **MRS遞增**： $\frac{MRS}{dx} > 0$ ；切線越來越陡、切線斜率越來越大。

~ **MRS遞減**： $\frac{MRS}{dx} < 0$ ；切線越來越平、切線斜率越來越小。

~ **MRS不變**： $\frac{MRS}{dx} = 0$ ；無異曲線為直線、切線斜率不變。



(4) 無異曲線群(indifference curve map)



1-2 偏好

(1) 偏好是指消費者主觀的意願，喜歡什麼商品、不喜歡什麼商品。

針對A與B的商品組合，我們可以下面的方式表示消費這偏好的強弱：

- 弱偏好 (Weakly prefers A to B) : $A \succeq B$
- 強偏好 (Strictly prefers A to B) : $A \succ B$
- A與B無差異 (Indifferent between A and B) : $A \sim B$

(2) 偏好的三個假設：完整性與遞移性與越多越好。

- **Completeness完整性**

$A \succeq B, B \succeq A, \text{ or } A \sim B$. (三一律)

當面對A與B兩個財貨組合時，消費者可以比較各個財貨組合的偏好順序。A組合比B組合好，或B組合比A組合好，還是A組合與B組合一樣好，三一律成立。

- **Transitivity 遞移性**

若 $A \succ B$ 且 $B \succ C$, 則 $A \succ C$. (一致性)

消費者若覺得A組合比B組合好，且B組合比C組合好，那麼他一定覺得A組合比C組合好。亦即消費者偏好結構不會改變，消費行為具有一致性，不會覺得A>C且同時C>A。

~ 偏好符合完整性和遞移性假設的，稱為理性的消費偏好。

- **More is better 多比少好**

所有財貨的消費都會帶給消費者滿足感，消費量增加會使滿足感上升。

~ 偏好滿足多比少好的假設，可以簡化分析，但並沒有必要性。

好財(goods)：商品與勞務的消費量增加，會提高消費者的滿足程度，其邊際效用為正。好財滿足多比少好的特性。

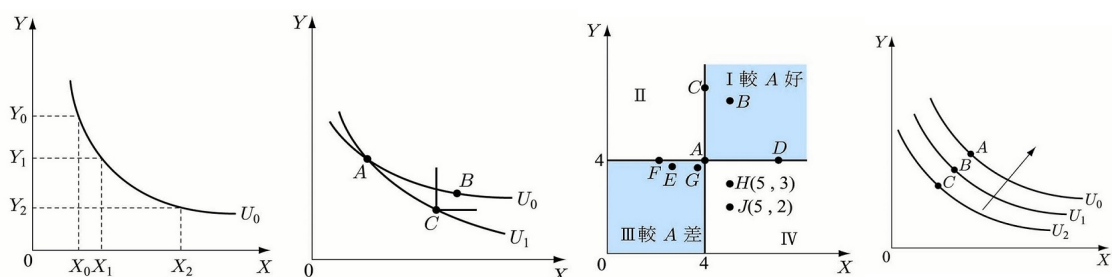
壞財(bads)：商品或勞務的消費量增加，會降低消費者的滿足程度，其邊際效用為負。壞財不滿足多比少好的特性。

中立品(neutrals)：商品或勞務的消費量增加，不會影響消費者的滿足程度，其邊際效用為0。中立財也不滿足多比少好的特性。

(3)無異曲線是指對線上財貨組合的偏好沒有差異。

如果滿足上面的三個偏好假設，無異曲線具有下面的特性：

- 任一消費組合均有一條無異曲線通過 (完整性)
- 無異曲線不相交 (若相交，違反遞移性)
- 無異曲線是負斜率 (滿足多比少好特性)
- 越往右上方的無異曲線，滿足程度越高 (滿足多比少好特性)
- 無異曲線不厚 (滿足多比少好特性)



1-3 效用函數

(1)效用(utility)

消費者慾望滿足的程度，也就是消費商品所帶來的滿足程度、快樂程度。

商品或勞務效用水準的高低與消費者個人的偏好有極大的關係。若商品或勞務滿足慾望的能力很大，稱為效用水準高；反之，效用水準低。效用水準的高低可顯示消費者對商品勞務組合偏好的強弱。

(2)效用函數(Utility Function): $U(X)$

衡量消費者對財貨組合的滿足水準。

~ 無異曲線的效用函數為 $U(X, Y)$ 。

(3)總效用(total utility) : $TU = U(X)$

消費某數量的X與Y財貨組合所獲得的總滿足程度。

~ 無異曲線的總效用為 $\bar{U} = U_0 = U(X, Y)$ 。

效用水準相同的雙變數效用函數。

(4)邊際效用(marginal utility): $MU_X = \frac{dTU_X}{dX}$

多增加一單位財貨或勞務的消費量，總效用的變化量。

即總效用變動量除以消費量的變動量。

~ 無異曲線的邊際效用為 $MU_X = \frac{dU}{dX}|_Y$ 與 $MU_Y = \frac{dU}{dY}|_X$ 。

Question: 由無異曲線如何判斷 X 財貨與 Y 財貨是好財還是壞財？

Answer: 由兩條無異曲線的總效用大小比較可以得知。(無異曲線群)

- 好財(goods): 邊際效用為正，隨著財貨消費數量增加，總效用增加。
- 壞財(bads): 邊際效用為負，隨著財貨消費數量的增加，總效用降低。
- 中性財(neutral): 邊際效用為零，隨著財貨消費數量的增加，總效用不變。

例: 中性財之無異曲線

有些財貨對某些消費者來說是無用的，也就是數目無論多寡，對消費者不產生任何效用。因此，不會願意放棄任何 Y 財，而多得到 1 單位這種無關痛癢的 X 財。

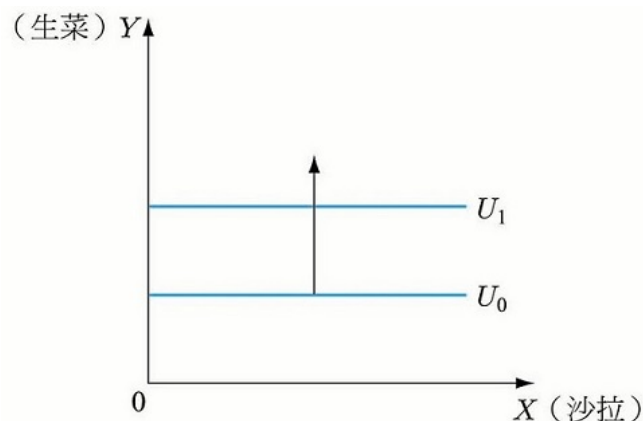
例如：石頭對一般人來說是無用的財貨，貨幣則是有用的財貨。消費者對貨幣 (Y) 與石頭 (X) 的效用函數為： $TU = U(X, Y) = U(Y)$ 。也就是說，石頭是中性財，貨幣是好財。

例如：如果沙拉是中性財，蔬菜是好財，無異曲線怎麼畫？

- 沙拉數量固定時，貨幣蔬菜越多效用越高。
- 蔬菜數量固定時，沙拉數量對效用無影響。

=> 當有中性財時，無異曲線是水平或垂直(MRS)

=> MRS 固定，沒有遞增或遞減的情況。



(5)邊際替代率(marginal rate of substitution, MRS)

對無異曲線 $\bar{U} = U(X, Y)$ 全微分，可得 $d\bar{U} = 0 = MU_X dX + MU_Y dY$

因此， $MRS = \frac{dY}{dX} = -\frac{MU_X}{MU_Y}$; $|MRS| = -\frac{dY}{dX} = \frac{MU_X}{MU_Y}$

- 當消費者多消費 X 財 dX 單位，將使得他的效用上升 $MU_X dX$ 水準；當消費者少消費 Y 財 dY 單位，將使得他的效用下降 $MU_Y dY$ 單位。唯有在多消費 X 財所提升的效用剛好抵銷少消費 Y 財所下降的效用時，效用才得以維持不變。即 $MU_X dX + MU_Y dY = 0$ 。
- MRS 的絕對值為兩財貨邊際效用的比值。

~ 若 X 財或與 Y 財貨均為好財，則無異曲線的切線斜率 (MRS) 為負。

~ 若 X 財或與 Y 財貨均為壞財，則無異曲線的切線斜率 (MRS) 為負。

~ 若 X 財為好財而 Y 財貨均為壞財，則無異曲線的切線斜率 (MRS) 為正。

~ 若 X 財為壞財而 Y 財貨均為好財，則無異曲線的切線斜率 (MRS) 為正。

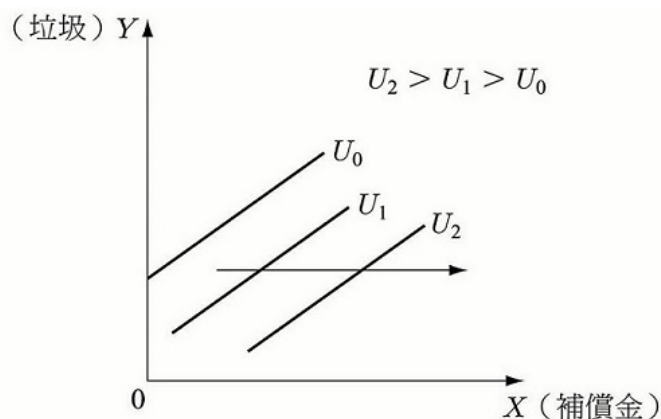
例：一好財一壞財的無異曲線

垃圾是壞財，補償金是好財

- 垃圾數量固定，補償金額越多效用越高(好財，邊際效用為正)
- 補償金額固定，垃圾數量越少效用越高(壞財，邊際效用為負)

=> 無異曲線的斜率MRS為正 ($-\frac{MU_x}{MU_y}$)

- 如果兩商品是完全替代，無異曲線為直線，圖形如下：



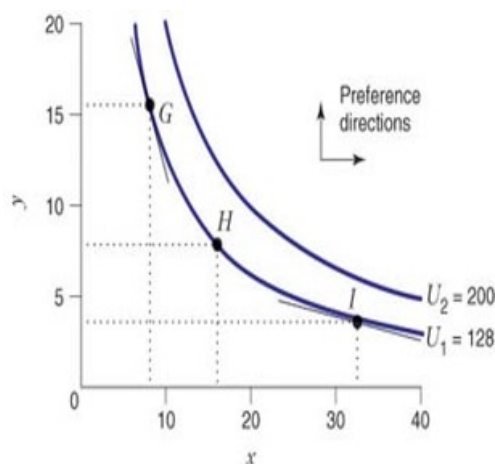
- 如果兩商品不是完全替代，需判斷邊際替代率MRS是遞增或遞減、無異曲線是凸向或凹向原點。

若隨著垃圾數量的增加，使你覺得痛苦。這就表示你需要更多的補償金才能維持相同的效用。因為補償金為X財貨，所以MRS遞減、無異曲線越來越平、無異曲線的切線斜率越來越小。(若垃圾為X財貨，MRS遞增、無異曲線越來越陡、無異曲線的切線斜率越來越大。)

(6)邊際替代率的變化： $\frac{MRS}{dx}$

- 無異曲線凸向原點(convex to origin)，邊際替代率遞減。

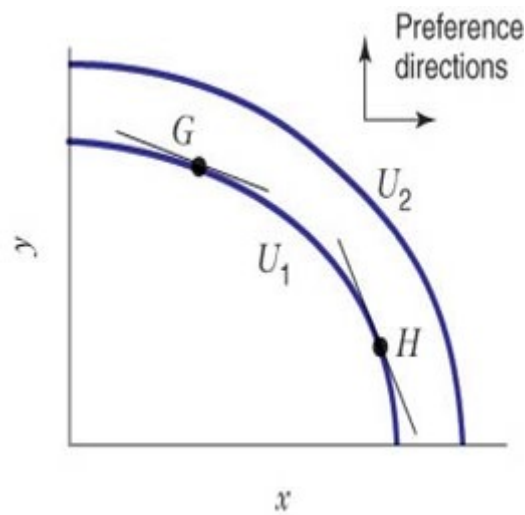
隨著X財的消費量增加，無異曲線的切線越來越平，稱邊際替代率遞減法則。即 $\frac{d|MRS|}{dX} < 0$ ，無異曲線切線斜率的絕對值越來越小。



~ 上面的圖形顯示：X財貨與Y財貨都是好財，邊際效用為正；兩個好財，無異曲線的切線斜率為負；隨著X財貨消費數量的增加，消費者只願意用較少的Y財貨來取得X財貨，MRS遞減。

- 當無異曲線凹向原點時，無異曲線的切線越來越陡直，稱邊際替代率遞增。即 $\frac{d|MRS|}{dX} > 0$ ，無異曲線的切線斜率絕對值越來越大。

例：越吃越想吃的商品，毒品。

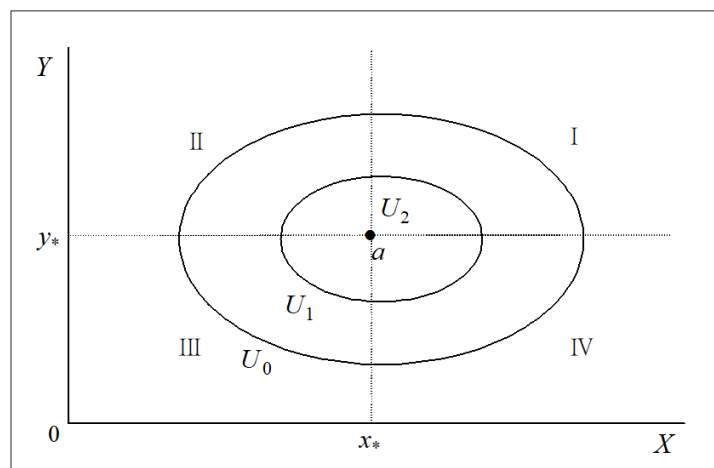


~ 上面的圖形顯示：X財貨與Y財貨都是好財，邊際效用為正；兩個好財，無異曲線的切線斜率為負；隨著X財貨消費數量的增加，消費者願意用更多的Y財貨來取得X財貨，MRS遞增。

挑戰題：飽和點的無異曲線(Optional)

人們在消費時，有時會存在著一個最佳消費組合。越遠離此一組合（過多或過少），均會使此人的滿足感下降，此一組合稱為飽和點。

飽和的物品



圖中的a點（消費數量 X^* 與 Y^* ）表示帶給消費者最高滿足程度的消費組合，此時效用水準為 U_2 。我們可以推得，離a點越遠、效用水準越低。因此，我們可以畫出以a點為中心的同心圓，半徑越小效用越高，也就是 $U_2 > U_1 > U_0$ 。

Question 1：請告訴我X商品與Y商品是好財還是壞財？

~ 首先，區分商品為四個象限；然後透過邊際效用的正負來決定好財與壞財。

- 第一象限：X與Y均為壞財。
- 第二象限：X為好財，Y為壞財。
- 第三象限：X與Y均為好財。
- 第四象限：Y為好財、X為壞財。

舉例說明：X是酒 Y是海鮮，喝酒與吃海鮮過量會起酒疹與過敏。在未達飽和點時，X與Y都是好東西，多吃會使滿足感上升。第I、IV象限表示喝酒已過量，再多喝會使你效用下降，但海鮮還沒有過量，多吃還是會提高滿足感。同理，可以解釋第II、III象限。第一象限則表示X與Y均過量，都是壞東西。多吃一口海鮮會使滿足感下降，需要少喝點酒來提高滿足程度，才能維持效用不變。

Question 2: 請告訴我X商品與Y商品的邊際替代率特性？

~ 首先，區分商品為四個象限；然後依據X商品與Y商品是好財還是壞財，決定MRS是正是負；最後，判斷無異曲線是凸向或凹向原點。

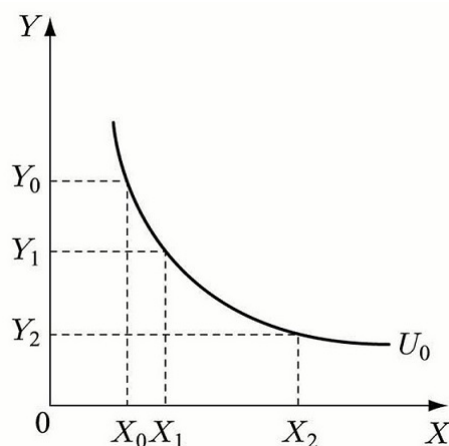
- 第一象限：MRS為負，MRS遞增。
- 第二象限：MRS為正，MRS遞減。
- 第三象限：MRS為負，MRS遞減。
- 第四象限：MRS為正，MRS遞增。

作業：Learning by Doing 2

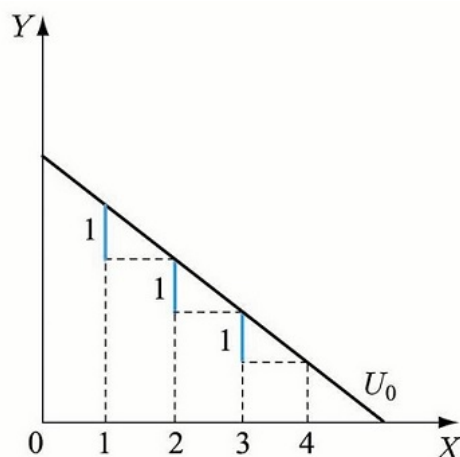
1-4. 特殊效用函數

(1) C D效用函數(Cobb-Douglas Utility Function): $U(X, Y) = X^a Y^b$

- 邊際效用、邊際效用遞減
- 邊際替代率、邊際替代率遞減
- 無異曲線凸向原點



(2) 線性效用函數 (Linear Utility Function) : $U(X, Y) = aX + bY$



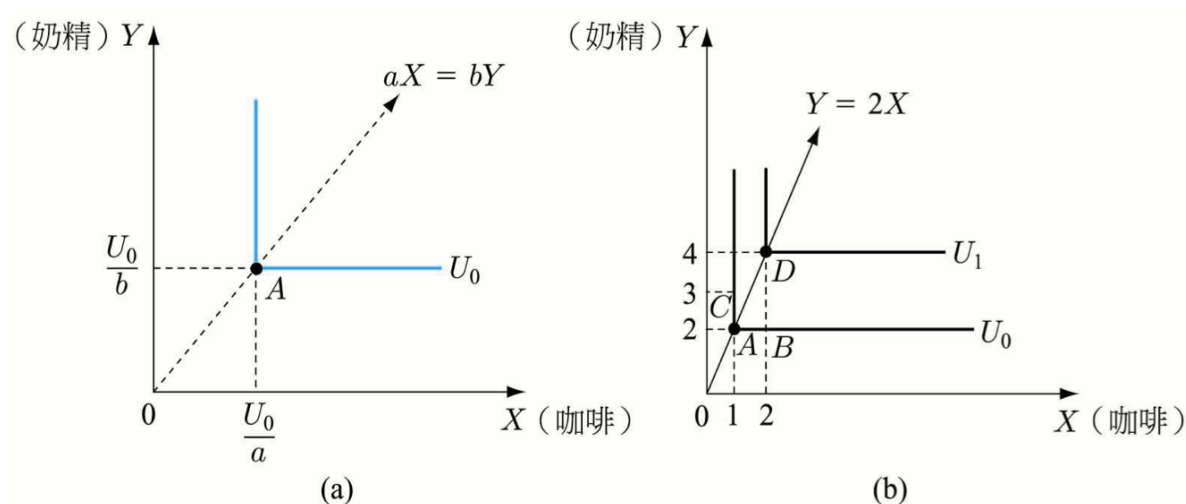
有些財貨對消費者來說是無差異的，是可以完全互相代替的。

例如一個十元硬幣和兩個五元硬幣對你而言是不分軒輊的；換句話說，不管你選的那一堆硬幣有多少五元硬幣和十元硬幣，你願意用一個十元的硬幣換兩個五元硬幣，亦即兩硬幣間的邊際替代率固定為2。

當兩種財貨的邊際替代率是常數時，我們稱此兩種財貨為完全替代品(perfect substitutes)，此時無異曲線為直線，其方程式為： $U(X, Y) = aX + bY$ ，邊際替代率為： $MRS = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{a}{b}$ 。

(3) L型效用函數 Leontief Utility Function: $U(X, Y) = \min\{aX, bY\}$

例：1杯咖啡 + 2球奶精



有些財貨對消費者來說是互補的，是一起消費使用的。例如鞋子、襪子是要成雙成對消費，左右腳一起買。

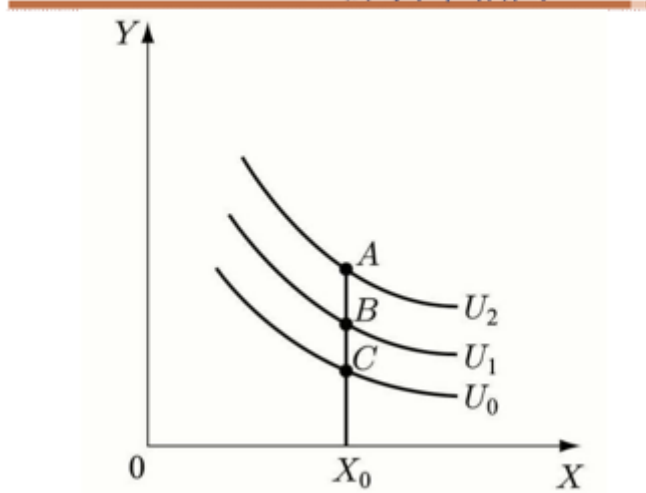
互補產品必須一起消費，是完全互補品(perfect complements)。其無異曲線呈L狀，方程式為： $U(X, Y) = \text{Min}\{aX, bY\}$ 。

(4)準線性效用函數(quasi-linear utility function)： $U = bY + V(X)$ 。

準線性效用函數對Y財貨的效用是線性的，但對X財貨則不是。

- X財貨消費數量相同時，無異曲線有相同的 $MRS = \frac{V_x(X)}{b}$ 。
- 無異曲線凸向原點，邊際替代率MRS只和X有關（非線性效用財貨的消費數量）、與Y無關（線性效用財貨的消費數量）。

圖6-6 準線性偏好：
A、B、C三點斜率相同



作業：Learning by Doing 1

困境與抉擇

許多同學應該都還記得聯考前夕的焦慮：差一分可能就要掉好幾個志願，甚至於一生的命運從此改觀！到了大四，這種焦慮可能更強烈而複雜：到底要先當兵、就業，還是先考研究所？我就經常碰到學生充滿焦慮地問我這些問題。可是，這些焦慮實在是莫需有的！譬如，我的兩個孩子國中成績都沒有到「就算失常也穩考得上」的程度，但是我和兩個孩子就都不曾在聯考前夕真正地焦慮過。

生命是一種長期而持續的累積過程，絕不會因為單一的事件而毀了一個人的一生，也不會因為單一的事件而救了一個人的一生。屬於我們該得的，遲早會得；屬於我們不該得的，即使僥倖巧取也不可能長久保有。如果我們看得清這個事實。許多所謂「人生的重大抉擇」就可以淡然處之，根本無需焦慮。而所謂「人生的困境」，也往往當下就變得無足掛齒。

以聯考為例：一向不被看好的甲不小心猜對十分，而進了建國中學；一向穩上建國的乙不小心丟了廿分，而到附中。放榜日一家人志得意滿，另一家人愁雲慘霧，好像甲、乙兩人命運從此篤定。可是，聯考真的意味著什麼？建國中學最後錄取的那一百人，真的有把握一定比附中前一百名前景好嗎？僥倖考上的人畢竟仍舊只是僥倖考上，一時失閃的人也不會因為單一的事件而前功盡棄。一個人在聯考前所累積的實力，絕不會因放榜時的排名而有所增減。因為，生命是一種長期而持續累積的過程！所以，三年後乙順利地考上台大，而甲卻跑到成大去。這時回首高中聯考放榜的時刻，甲有什麼好得意？而乙又有什麼好傷心？

同樣的，今天唸清大動機系的人，當年聯考分數都比今天唸成大機械的人高，可是誰有把握考研究所時一定比成大機械的人考得好？仔細比較甲和乙的際遇，再重新想想這句話：「生命是一種長期而持續的累積過程，不會因一時的際遇而中止或增減」。聯考排名只不過是個表象。有何可喜、可憂、可懼？

我常和大學的同學談生涯規劃，問他們三十歲以後希望在社會上扮演什麼樣的角色。可是，到現在沒有人真的能回答我這個問題，他們能想到的只有下一步到底是當兵還是考研究所。聯考制度已經把我們對生命的延續感徹底瓦解掉，剩下的只有片斷的「際遇」，更可悲的甚至只活在放榜的那個（光榮或悲哀的）時刻！

但是，容許我不厭其煩地再重複一次：生命的真相是一種長期而持續的累積過程，該得的遲早會得到，不該得的不可能長久保有。我們唯一該關切的是自己真實的累積過程（這是偶發的際遇所無法剝奪的），而不是一時順逆的際遇。如果我們能看清楚這個事實，生命的過程就真是「功不唐捐」，沒什麼好貪求，也沒什麼好焦慮的了！剩下來，我們所需要做的無非只是想清楚自己要從人生獲得什麼，然後安安穩穩，勤勤懇懇地去累積就是了。

我自己就是一個活生生的例子。從一進大學就決定不再唸研究所，所以，大學四年的時間多半在唸人文科學的東西。畢業後工作了兩年，才決定要唸研究所。碩士畢業後，立下決心：從此不再為文憑而唸書。誰知道，世事難料，當了五年講師後，我又被時勢所迫，卅二歲才整裝出國唸博士。出國時，一位大學同學笑我：全班最晚唸博士的都要回國了，你現在才要出去？兩年後我從劍橋回來，眼裡看著別人欣羨敬佩的眼光，心裡卻只覺得人生際遇無常，莫此為甚：一個從大一就決定再也不鑽營學位的人，竟然連碩士和博士都拿到了！屬於我們該得的，那樣曾經少過？而人生中該得與不該得的究竟有多少，我們又何曾知曉？從此我對際遇一事不能不更加淡然。

當講師期間，有些態度較極端的學生曾當面表現出他們的不屑；剛從劍橋回來時，卻被學生當做傳奇性的人物看待。這種表面上的大起大落，其實都只是好事者之言，完全看不到事實的真相。從表面上看來，兩年就拿到劍橋博士，這好像很了不起。但是，在這「兩年」之前我已花整整一年，將研究主題有關的論文全部看完，並找出研究方向；而之前更已花三年時間做控制方面的研究，並且在國際著名的學術期刊上發表過數篇論文。而從碩士畢業到拿博士，其間七年的時間我從未停止過研究與自修。所以，這個博士其實是累積了七年的成果（或者，只算我花在控制學門的時間，也至少有五年），根本也沒什麼好驚訝的。

常人不從長期而持續的累積過程來看待生命因積蓄而有的成果，老愛在表象上以斷裂而孤立的事件誇大議論，因此每每在平淡無奇的事件上強作悲喜。可是對我來講，當講師期間被學生瞧不起，以及劍橋剛回來時被同學誇大本事，都只是表象。事實是：我只在乎每天廿四小時點點滴滴的累積。拿碩士或博士只是特定時刻裡這些成果累積的外在展示而已，人生命中真實的累積從不曾因這些事件而中止或加添。

常有學生滿懷憂慮地問我：「老師，我很想先當完兵，工作一兩年再考研究所。這樣好嗎？」「很好！這樣子有機會先用實務來印證學理，你唸研究所時會比別人更瞭解自己要的是什麼。」「可是，我怕當完兵又工作後，會失去鬥志，因此考不上研究所。」「那你就先考研究所好了。」「可是，假如我先唸研究所，我怕自己又會像唸大學時一樣茫然，因此唸得不甘不願的。」「那你還是先去工作好了！」「可是．．．」我完全可以體會到他們的焦慮，可是卻無法壓抑住對於這種對話的感慨。其實，說穿了他所需要的就是兩年研究所加兩年工作，以便加深知識的深廣度和獲取實務經驗。

先工作或先升學，表面上大相逕庭，其實骨子裡的差別根本可以忽略。在「朝三暮四」這個成語故事裡，主人原本餵養猴子的橡實是「早上四顆下午三顆」，後來改為「朝三暮四」，猴子就不高興而堅持要改回到「朝四暮三」。先工作或先升學，其間差異就有如「朝四暮三」與「朝三暮四」，原不值得計較。但是，我們經常看不到這種生命過程中長遠而持續的累積，老愛將一時際遇中的小差別誇大到攸關生死的地步。

最諷刺的是：當我們面對兩個可能的方案，而焦慮得不知何所抉擇時，通常表示這兩個方案或者一樣好，或者一樣壞，因而實際上選擇那個都一樣，唯一的差別只是先後之序而已。而且，愈是讓我們焦慮得厲害的，其實差別愈小，越不值得焦慮。反而真正有明顯的好壞差別時，我們輕易的就知道該怎麼做了。可是我們卻經常看不到長遠的將來，短視地盯著兩案短期內的得失：想選甲案，就捨不得乙案的好處；想選乙案，又捨不得甲案的好處。如果看得夠遠，人生長則八、九十，短則五、六十年，先做那一件事又有什麼關係？甚至當完兵又工作後，再花一整年準備考研究所，又有什麼了不起？

當然，有些人還是會憂慮道：「我當完兵又工作後，會不會因為家累或記憶力衰退而比較難考上研究所？」我只能這樣回答：「一個人考不上研究所，只有兩種可能：或者他不夠聰明，或者他的確夠聰明。不夠聰明而考不上，那也沒什麼好抱怨的。假如你夠聰明，還考不上研究所，那只能說你的決心不夠強。假如你是決心不夠強，就表示你生命中還有其它的可能性，其重要程度並不下於碩士學位，而你捨不得丟下它。既然如此，考不上研究所也無需感到遺憾。不是嗎？」人生的路那麼多，為什麼要老斤斤計較著一個可能性？

我高中最要好的朋友，一生背運：高中考兩次，高一唸兩次，大學又考兩次，甚至連機車駕照都考兩次。畢業後，他告訴自己：我沒有人脈，也沒有學歷，只能靠加倍的誠懇和努力。現在，他自己擁有一家公司，年收入數千萬。一個人在升學過程中不順利，而在事業上順利，這是常見的事。有才華的人，不會因為被名校拒絕而連帶失去他的才華，只不過要另外找適合他表現的場所而已。反過來，一個人在升學過程中太順利，也難免因而放不下身段去創業，而只能乖乖領薪水過活。福禍如何，誰能全面知曉？我們又有什麼好得意？又有什麼好憂慮？

人生的得與失，有時候怎麼說也不清楚，有時候卻再簡單也不過了：我們得到平日努力累積的成果，而失去我們所不曾努力累積的！所以重要的不是和別人比成就，而是努力去做自己想做的。功不唐捐，最後該得的，你一分不少，不該得的，你一分不多。

好像是前年的時候，我在往藝術中心的路上碰到一位高中同學。他在南加大當電機系的副教授，被清華電機聘回來給短期課程。從高中時代他就很用功，以第一志願上台大電機後，四年都拿書卷獎，相信他在專業的研究上也已卓然有成。回想高中入學時，我們兩人的智力測驗成績分居全學年第一、第二名。可是從高一起我就不曾放棄過自己喜歡的文學、音樂、書法、藝術、和哲學，而他卻始終不曾分心去涉獵任何課外的知識，因此兩個人在學術上的差距只會愈來愈遠。反過來說，這十幾二十年來我在人文領域所獲得的滿足，恐怕已遠非他所能理解的了。我太太問過我，如果我肯全心專注於一個研究領域，是不是至少會趕上這位同學的成就？我不這樣想，兩個不同性情的人，註定要走兩條不同的路。不該得的東西，我們註定是得不到的，隨隨便便拿兩個人來比，只看到他所得到的，卻看不到他所失去的，這有什麼意義？

從高中時代開始，我就不曾仔細計算外在的得失，只安心地去做自己想做的事：我不喜歡鬼混，願意花精神把自己份內的事做好；我不能放棄對人文科學的關懷，會持續一生去探討。事實單單純純地只是：我只在乎每天廿四小時生命中真實的累積，而不在乎別人能不能看到我的成果。有人問我，既然遲早要唸博士，當年唸完碩士就出國，今天不是可以更早升教授？我從不這樣想。老是斤斤計較著幾年拿博士，幾年升等，這實在很無聊，完全未脫學生時代「應屆考取」的稚氣心態！人生長得很，值得發展的東西又多，何必在乎那三、五年？反過來說，有些學生覺得我「多才多藝」，生活「多采多姿」，好像很值得羨慕。可是，為了兼顧理工和人文的研究，我平時要比別人多花一倍心力，這卻又是大部份學生看不到，也不想學的。

有次清華電台訪問我：「老師，你如何面對你人生中的困境？」我當場愣在那裡，怎麼樣都想不出我這一生什麼時候有過困境！後來仔細回想，才發現：我不是沒有過困境，而是被常人當做「困境」的境遇，我都只當做一時的際遇，不曾在意過而已。剛服完役時，長子已出生卻還找不到工作。我曾焦慮過，卻又覺得遲早會有工作，報酬也不致於低得離譜，就不曾太放在心上。唸碩士期間，家計全靠太太的薪水，省吃儉用，但對我而言又算不上困境。一來，精神上我過得很充實，二來我知道這一切都是為了

讓自己有機會轉行去教書（做自己想做的事）。三十二歲才要出國，而大學同學正要回同一個系上任副教授，我很緊張（不知道劍橋的要求有多嚴），卻不曾為此喪氣。因為，我知道自己過去一直很努力，也有很滿意的心得和成果，只不過別人看不到而已。

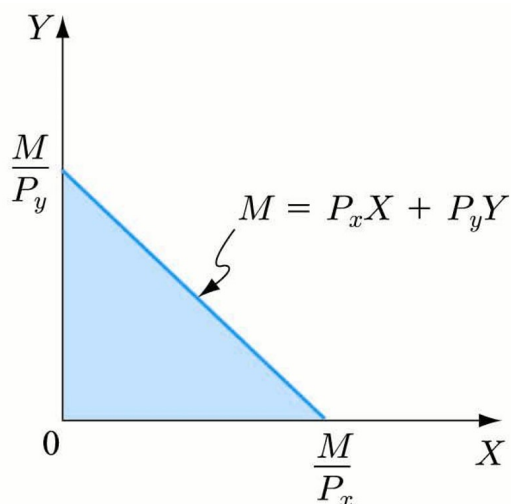
我沒有過困境，因為我從不在乎外在的得失，也不武斷地和別人比高下，而只在乎自己內在真實的累積。我沒有過困境，因為我確實瞭解到：生命是一種長期而持續的累積過程，絕不會因為單一的事件而有劇烈的起伏。同時我也相信：屬於我們該得的，遲早會得到；屬於我們不該得的，即使一分也不可能長久持有。假如你可以分享這些信念，那麼人生於你也將會是寬廣而長遠，沒有什麼了不得的「困境」，也沒有什麼好焦慮的了。

2. Budget Constraint

買方的消費行為受到「支出不得超過所得」的預算限制。

2-1 Definition

假設消費者只消費X與Y兩財貨，則在產品價格 P_x 與 P_y 給定下，消費支出 $P_xX + P_yY$ 不會超過所得 M ，此限制稱為預算限制(budget constraint)。



(1)預算線(budget line)

在商品價格給定下，花光所得所能買到的商品組合連線，以 $P_xX + P_yY = M$ 表示。

- 令 $X = 0$ ，全部所得用於購買Y商品，可以買得 $\frac{M}{P_y}$ 單位。
- 令 $Y = 0$ ，全部所得用於購買X商品，可以買得 $\frac{M}{P_x}$ 單位。

(2)消費可能集合 (consumption possibility set)

在預算限制下，消費者有能力購買的商品集合。

(3)邊際轉換率(marginal rate of transformation, MRT)

預算線的斜率。

$$MRT = \frac{dY}{dX} = -\frac{P_x}{P_y}$$

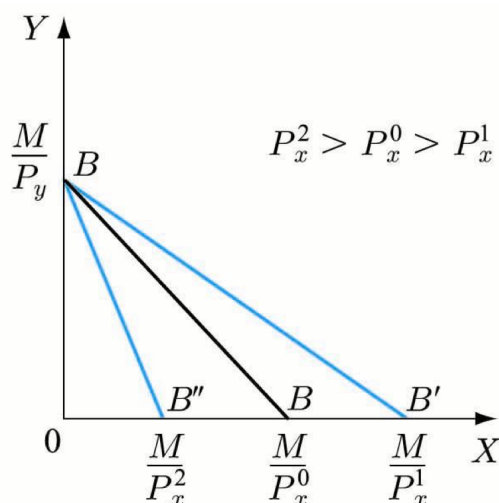
$$|MRT| = -\frac{dY}{dX} = \frac{P_x}{P_y}$$

- 邊際轉換率可衡量兩商品之間的交換比率。
- 邊際轉換率的絕對值等於兩商品的相對價格。
- 邊際轉換率的絕對值越大，表示多消費一單位的X商品必須放棄Y商品的數量越多。
- 邊際轉換率(的絕對值)與所得高低無關。

2-2 Comparative Statics 預算線變動

影響預算線變動的兩因素:(1)所得變動，(2)價格變動。

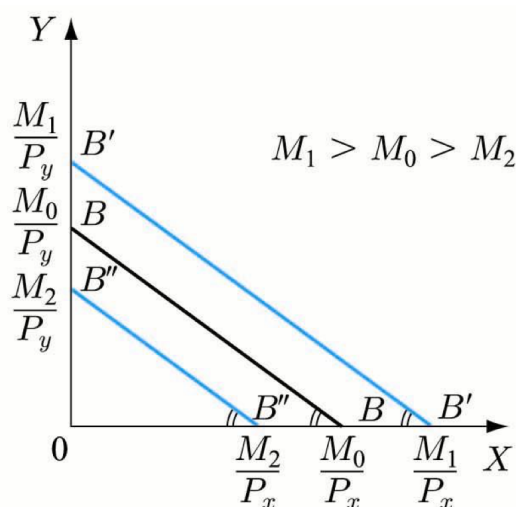
(1)價格變化對預算線之影響



在所得不變下，若商品相對價格改變，預算線會旋轉變動。

- X商品價格下跌，預算線較平坦，截距外移、斜率減少，消費可能集合擴大。
- X商品價格上漲，預算線較陡直，截距內移、斜率增加，消費可能集合縮小。

(2)所得變化對預算線之影響



在商品相對價格不變時，所得變動，預算線斜率不變、預算線平行移動。

- 所得增加，預算線平行外移，消費可能集合擴大。
- 所得減少，預算線平行內移，消費可能集合減少。

2-3. 應用

政府的經濟政策，包括數量限制（配額）、課稅（從價稅、從量稅、定額稅），以及補貼（從價補貼、從量補貼與定額補貼）。

企業的行銷政策，包括價格折扣、數量折扣、加入會員等等。

(1)政府課稅

政府對財貨課稅會影響消費者的所得或財貨的價格，預算線產生變化。

- 從量稅：每單位課t元的稅，X財貨價格變為 $P_x + t$ 。

從量稅使商品價格增加，預算線變陡， $(P_x + t)X + P_y Y = M$

- 從價稅：每塊錢課 t 元的稅，價格變為 $P_x(1 + t)$ 。

從價稅使商品價格增加，預算線變陡， $P_x(1 + t)X + P_y Y = M$

- 定額稅：總共課 T 元的稅。

定額稅使所得減少，預算線平行內移， $P_x X + P_y Y = M - T$

變化前預算線	政 策	變化後預算線
$P_x X + P_y Y = M$ $X \leq \frac{M}{P_x}$ $Y \leq \frac{M}{P_y}$	對 X 課從量稅	$P_x X + P_y Y + tX = M \Rightarrow (P_x + t)X + P_y Y = M$
	對 X 課從價稅	$P_x X + P_y Y + tP_x X = M \Rightarrow P_x(1 + t)X + P_y Y = M$
	課定額稅	$P_x X + P_y Y + T = M \Rightarrow P_x X + P_y Y = M - T$
	對 X 從量補貼	$P_x X + P_y Y - sX = M \Rightarrow (P_x - s)X + P_y Y = M$
	對 X 從價補貼	$P_x X + P_y Y - sP_x X = M \Rightarrow P_x(1 - s)X + P_y Y = M$
	定額補貼	$P_x X + P_y Y - S = M \Rightarrow P_x X + P_y Y = M + S$
	X 消費管制	$P_x X + P_y Y = M, X \leq \bar{X}$

(2)政府補貼

政府對財貨補貼會影響消費者的所得或財貨的價格，預算線產生變化。

- 從量補貼：每單位補貼 s 元， X 財貨價格變為 $P_x - s$ 。

從量稅使商品價格降低，預算線變平， $(P_x - s)X + P_y Y = M$

- 從價補貼：每塊錢補貼 s 元，價格變為 $P_x(1 - s)$ 。

從價稅使商品價格降低，預算線變平， $P_x(1 - s)X + P_y Y = M$

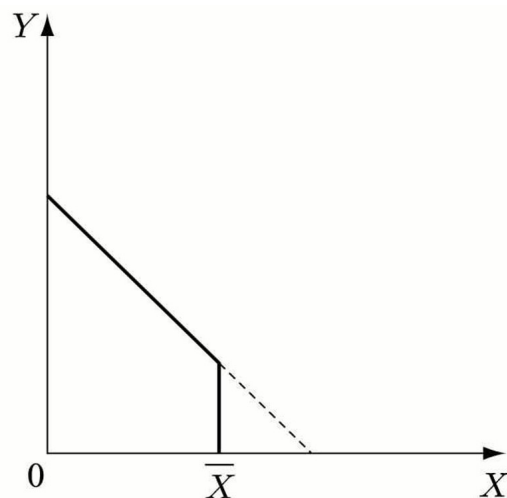
- 定額補貼：總共補貼 S 元。

定額補貼使所得增加，預算線平行外移， $P_x X + P_y Y = M + S$

(3)數量限制

配額(Quotas)數量限制，消費數量不超過某一數量限制。例如，戰爭時，政府對食物進行配給。

此時，因為商品價格和所得皆未改變，而是多了一條購買數量的限制， $X < \bar{X}$ 。



Question:政府課人頭稅 T 元，對 X 商品課稅 t 元，對 Y 商品補貼 s 元，請寫出消費者的預算線？

同理可推，企業行銷政策對預算線產生的影響。

- 會員收費制度對預算線的所得產生影響

- 價格折扣對預算線的商品價格產生影響
- 數量折扣對預算線產生影響。

作業：Learning by Doing 3與4

參考文章：我有更多錢後會更快樂嗎

以前也有人問我幸福的秘密是什麼，但您的問題相當具體。要回答這個問題，我們有必要求助經濟學家安德魯奧斯瓦爾德(Andrew Oswald)。

他曾與許多人合作，試圖計算出“幸福方程式”。該方程式基於對數千人所做的分析，他們都對滿意度的問題做出了回答。他的結論是，假設其它條件不變，則錢越多越幸福。他對意外贏得彩票的人所做的一項研究支持了這一觀點，因為他們更加幸福了。

這是經濟學家們所期待的結論；這不是因為我們認為人們愛錢本身，而是因為錢可以買到各種東西，而且如果錢所能買到的所有東西都不能給您帶來任何快樂，那麼您必定是個極不稱職的購物者。

因此，對您問題的簡單答案是“是”，更多的錢將讓您更幸福。但要小心，如果您的愛情、健康或工作安全感受損，那麼純粹追求金錢將不會使您更幸福。奧斯瓦爾德表示，這些比金錢要重要得多。結婚產生的歡樂每年價值7萬英鎊，但如今結婚的花費不菲，這筆買賣也不劃算。保持身體健康和保住飯碗仍然更加重要，它們每月價值數萬英鎊。

妒忌扮演了邪惡的角色。奧斯瓦爾德表示，幸福隨著收入的增加而上升，但隨著期望的上升而下降。您的同儕收入越高，您就會越沮喪。對您來說，這不是好消息：由於您的提問機敏，又在閱讀《金融時報》，因此您必定對生活的期望很高。奧斯瓦爾德認為，您很可能會感到失望。

3. Constrained Consumer Choice

如何將有限的所得，用來購買不同的商品，以獲得滿足之極大或效用最大，是消費者所面對的消費選擇問題。

3-1 Utility-Maximizing Model

效用極大化模型：消費者在客觀的預算限制條件下($P_x X + P_y Y = M$)，依照其主觀的偏好($U(X, Y)$)，選擇一組商品勞務的消費組合(X, Y)，使消費的效用最高($Max U$)。

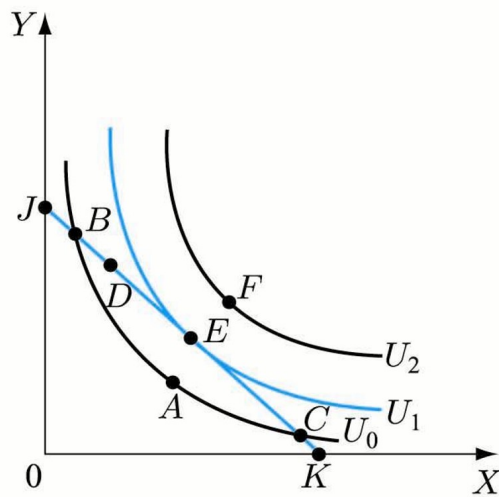
$$\begin{aligned} &Max U(X, Y) \\ &s. t. P_x X + P_y Y = M \end{aligned}$$

~ 目標函數為效用函數，限制條件為預算限制式，選擇變數是商品消費數量。

3-2 The Consumer's Optimal Bundle

消費者均衡(Consumer Equilibrium)=最適消費組合 (The Optimal Bundle):

效用極大化模型得出的解，消費者在主觀偏好與客觀限制下，選擇獲得最大滿足程度的消費組合(X^*, Y^*)。



在「一般情況下」，消費者均衡位於無異曲線與預算線相切處。

- 在最適消費組合，消費者對兩商品的主觀評價（以邊際替代率衡量）等於市場的客觀評價（以相對價格衡量）。

$$|MRS| = |MRT|$$

$$\Leftrightarrow |MRS| = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = |MRT|$$

$$\Leftrightarrow \frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$$

~ 因此，商品的市場價格反映了消費者的偏好。

- 相對價格是市場上一商品交換另一商品的比率。
- 邊際替代率則是消費者願意以一商品交換另一商品的比率。

~ 邊際效用均等法則： $\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$

在最適化下，所有物品每塊錢的邊際效用會相等。亦即花在X上每塊錢的邊際效用等於花在Y上每塊錢的邊際效用。

- $\frac{MU_X}{P_X}$ 表示消費者花1元在X財貨上所能得到的效用（俗稱CP值）
 - $\frac{MU_X}{P_X} > \frac{MU_Y}{P_Y}$: 多買X財貨，可增加效用
 - $\frac{MU_X}{P_X} < \frac{MU_Y}{P_Y}$: 多買Y財貨，可增加效用
 - $\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$: 消費者均衡，效用最大

3-3 內部解與角解

數學上，受限化的最適化的解有兩種：內部解與角解。上述的觀念符合內部解，但還有稱為例外，非一般情況的角解。

1. 內部解(interior solution): $X^* \neq 0$ 且 $Y^* \neq 0$

消費者會同時購買X與Y兩種商品，其消費數量均不為0。

(1) 永不滿足定理： $P_x X + P_y Y = M$

最適消費組合一定位於預算線上。

(2) 邊際效用均等法則： $\frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$

無異曲線和預算線相切，消費者的滿足程度最大。此時，預算線的斜率等於無異曲線的斜率。

2. 角解(corner solution): $X^* = 0$ 或 $Y^* = 0$

最適消費組合在X軸或Y軸，消費者只購買其中一種商品。

(1)永不滿足定理： $P_x X + P_y Y = M$

最適消費組合一定位於預算線上。

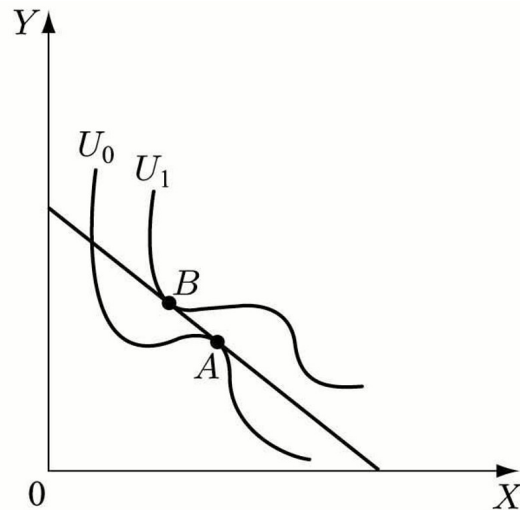
(2) 邊際效用均等法則不成立

當無異曲線和預算線相交在 X 軸或 Y 軸時，消費者的滿足程度最大。

- $\frac{MU_X}{P_X} > \frac{MU_Y}{P_Y}$ ，購買X財貨。
- $\frac{MU_X}{P_X} < \frac{MU_Y}{P_Y}$ ，購買Y財貨。

~ 消費者均衡為角解時，不可以用無異曲線和預算線相切的條件求解。

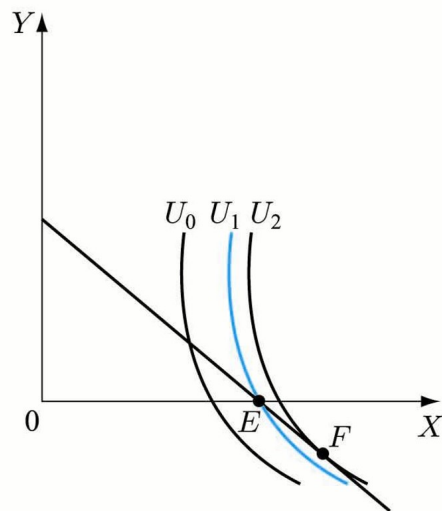
~ 無異曲線與預算線相切不一定就表示是消費者均衡！相切未必效用最大！



3-4 例外

例外1：數學上二階條件不滿足

無異曲線凸向原點，消費者均衡E點的商品組合，不是切點，但其效用水準最高。

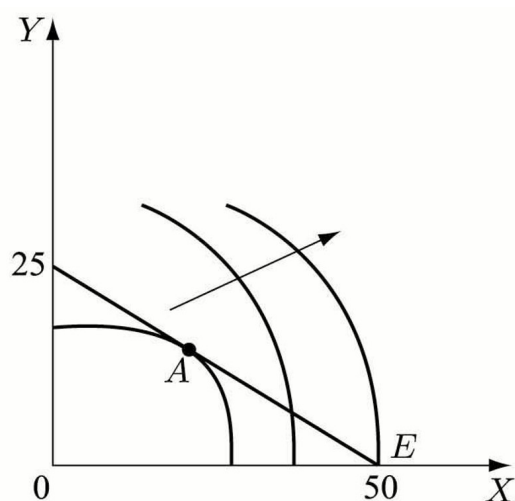


- 如果無異曲線凸向原點，且消費者購買兩種商品，則最適消費組合為無異曲線和預算線的切點，此為內部解。
- 如果無異曲線凸向原點，但消費者只購買一種商品，則最適消費組合並非無異曲線和預算線的切點，此為角解。

例外2: 無異曲線凹向原點（上癮的商品，MRS遞增）

上癮的商品，邊際替代率遞增。

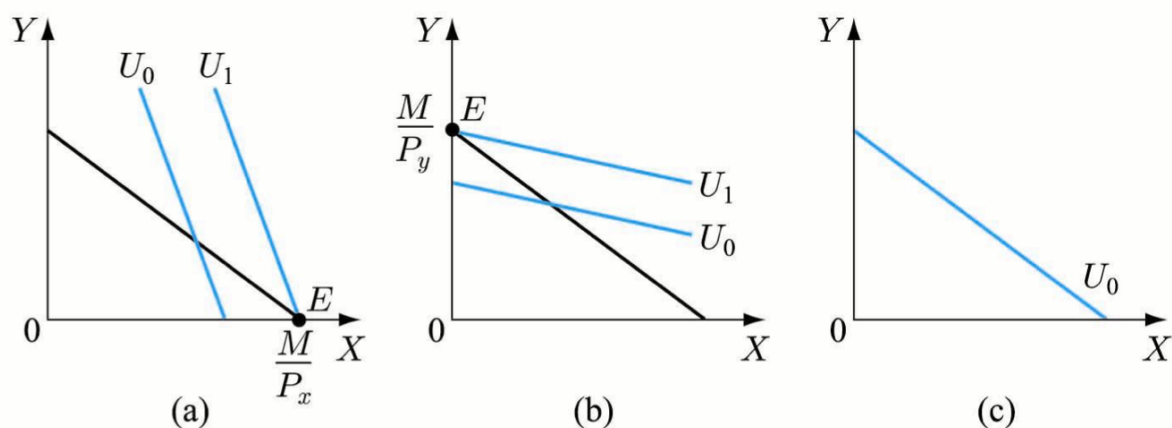
在效用不變下，隨著X商品消費數量的增加，消費者願意用更多的Y商品來換一定量的X商品。所以，消費者會將全部所得用來購買X商品，Y商品消費量為零。例如在消費者均衡，消費者只買X商品，例如毒品。



例外3: 完全替代品 (MRS固定)

無異曲線為直線，X與Y商品完全替代(perfect substitutes)時，商品間的邊際替代率是固定常數。

當兩種商品完全替代時，每花一元在X或Y商品的邊際效用相同，消費者選購較便宜者。例如：台塑汽油較貴，消費者只買中油汽油。如果價格相同，則兩商品的任何一種組合皆可。



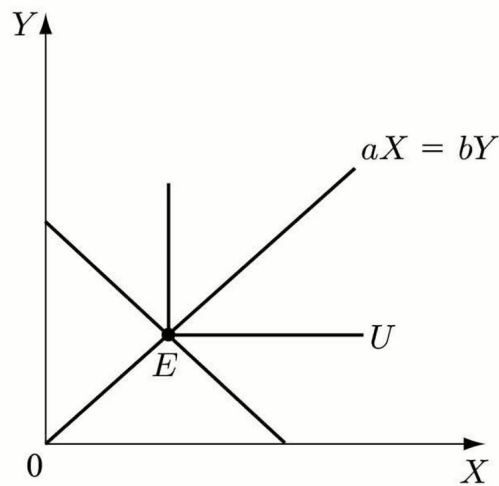
消費者均衡

- Case 1: 角解 $X^* = 0, Y^* = \frac{M}{P_y}$, $MRS < \frac{P_x}{P_y}$
- Case 2: 角解 $Y^* = 0, X^* = \frac{M}{P_x}$, $MRS > \frac{P_x}{P_y}$
- Case 3: 無窮多組解

例外4: 完全互補品的消費者均衡

無異曲線為L型，X與Y商品完全互補 (perfect complement)。

此時，消費者消費配對成雙的商品，單一商品多的部分無用。例如，左右腳鞋（襪）成對購買。



消費者均衡在直角點，不滿足邊際效用均等法則。

範例：效用極大化模型的求解 (請參考習題附錄之詳解)

(1) Cobb-Douglas Utility Function

(2) Linear Utility Function

(3) Leontief Utility Function

加分題1：假定一消費者的效用函數為 $U(X, Y) = xy$ ，貨幣所得為 m ，且市場上 X 與 Y 財貨的價格為 P_x 與 P_y 。(1)試求此消費者均衡。當 $m = 100, P_x = P_y = 1$ 時，該消費者最適購買數量為何？(2)若效用函數改為 $U(X, Y) = x^\alpha y^\beta$ 時，消費者均衡為？當 $m = 100, P_x = P_y = 1$ 時，該消費者最適購買數量為何？

Sol: (1)永不滿足定理: $P_x X + P_y Y = m$

邊際效用均等法則: $\frac{y}{x} = \frac{P_x}{P_y}$

$$\Rightarrow x^* = \frac{m}{2P_x}, y^* = \frac{m}{2P_y}$$

\Rightarrow 最適購買量為 $x^* = 50, y^* = 50$

(2) 由邊際效用均等法則，可得 $\frac{\alpha y}{\beta x} = \frac{P_x}{P_y}$ ，亦即 $y = \frac{\beta P_x}{\alpha P_y} x$ 。

帶入預算線，由永不滿足定理可解出， $x^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \frac{m}{P_x}, y^* = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \frac{m}{P_y}$ 。

\Rightarrow 最適購買量為 $x^* = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} 100, y^* = \frac{\beta}{\alpha+\beta} 100$

加分題2: 假定一消費者的效用函數為 $U(X, Y) = \ln x + \ln(y + 5)$ ，貨幣所得為4， $P_x = P_y = 1$ 。試問消費者均衡為何？

Sol: 永不滿足定理 (預算限制式) : $x + y = 4$

邊際替代率: $|MRS| = \frac{MU_x}{MU_y} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{y+5}} = \frac{y+5}{x}$ (邊際效用均等法則不成立)

在此角解，若全部買 X ， $X^* = 4$ ，效用為 $\ln 4 + \ln 5$ 。若全部買 Y ， $Y^* = 4$ ，效用為 $\ln 9$ 。所以，消費者拿全部所得買4單位的 X 財貨。

(或者， $\frac{MU_x}{P_x} = 1/x > \frac{MU_y}{P_y} = 1/(y+5)$ ，買 X)

作業：Learning by Doing 5 與 6

Challenge Case

Why American Buy More E-Books Than Do Germans

Are you reading this text electronically? E-books are appearing everywhere in the English-speaking world. Thanks to the popularity of the Kindle, iPad, and other e-book readers, in 2012, e-books accounted for 25% of U.S. trade books, 33% of U.S. fiction books, and 13% of U.K. trade books. E-books sold well in Australia and Canada as well. In contrast, in Germany, only about 1% of books are e-books.

Why are e-books more successful in the United States than in Germany? Jürgen Harth of the German Publishers and Booksellers Association attributed **the difference to tastes**, or what he called a **“cultural issue.”** More than others, Germans love printed books—after all, the modern printing press was invented in Germany. As Harth said, “On just about every corner there’s a bookshop. That’s the big difference between Germany and the United States.”

An alternative explanation concerns government regulations and taxes that affect prices in Germany. Even if Germans and Americans have the same tastes, Americans are more likely to buy e-books because they are less expensive than printed books in the United States. However, e-books are more expensive than printed books in Germany. Unlike in the United States, where publishers and booksellers are free to set prices, Germany regulates book prices. To protect small booksellers, its fixed-price system requires all booksellers to charge the same price for new printed books. In addition, although e-books can sell for slightly lower prices, they are subject to a 19% tax rather than to the 7% tax that applies to printed books.¹ **So do differences in tastes account for why Germans and Americans read different types of books, or can taxes and price differences explain their behavior?**

~ Question-Analysis-Answer: QAA

Question: Why are ebooks more successful in the United States than in Germany?

美國電子書市佔率約為27%·而德國僅9%。為什麼？

Analysis：消費者的選擇

Buyer's Problem - *How do consumers decide what to buy?*

- *How much money do you have?*
- *What do you like?*
- *How much does it cost?*

Constrained Choice:

Consumers maximize their utility (well-being) subject to constraints based on their income and the prices of goods.

Possible Answers：邊際效用均等法則

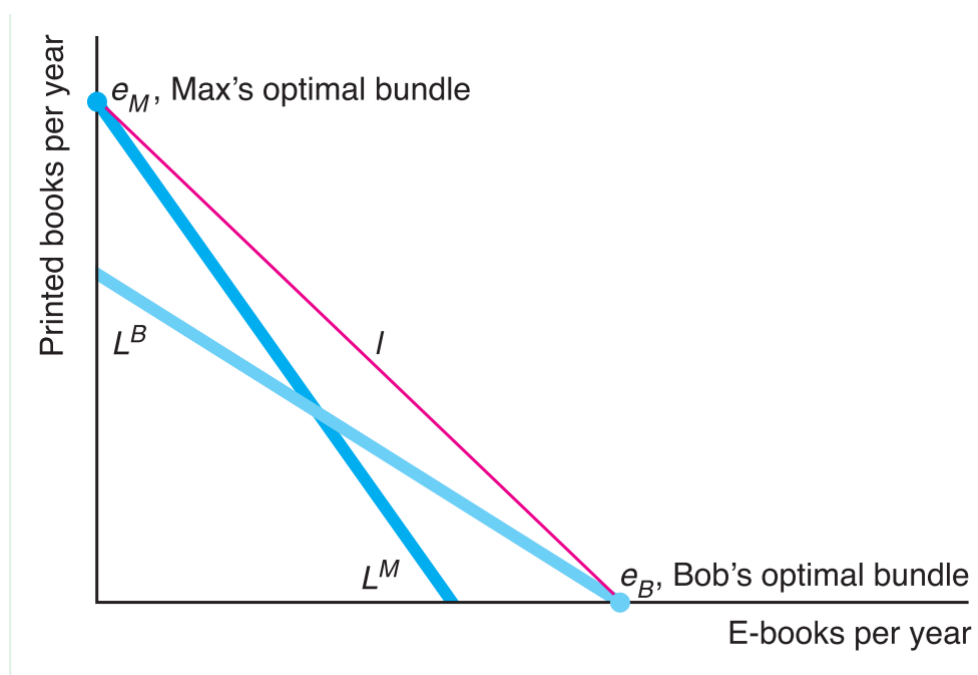
- 偏好不同 (文化差異)
- 價格不同 (政策影響)

Challenge solution

Why do Germans largely ignore e-books, while many Americans are quickly switching to this technology? While it's possible that this difference is due to different tastes in the two countries, there's evidence that attitudes toward e-books is similar in the two countries. For example, according to surveys, 59% of Americans and 56% of Germans report that they have no interest in e-books. Price differences provide a better explanation.

Suppose that Max, a German, and Bob, a Yank, are avid readers with identical incomes and tastes. **Each is indifferent between reading a novel in a traditional book and using an e-reader so that their indifference curves have a slope of -1, as the red line in the figure illustrates.** We can use an indifference curve–budget line analysis to explain why Max buys printed books while Bob chooses electronic ones.

In both countries, the pre-tax price of e-books is lower than that of printed books. In the United States, the after-tax price of e-books remains lower, so Bob's budget line LB is flatter than his indifference curve. However, because the German tax system sets a lower rate for printed books than for e-books, the after-tax price of e-books is higher in Germany, so Max's budget line LM is steeper than his indifference curve. Thus, as the figure shows, Bob maximizes his utility by spending his entire book budget on e-books. He chooses the Bundle e_B , where his indifference curve I hits his budget line LB on the e-book axis. In contrast, Max spends his entire book budget on printed books, at point e_M .



If Bob and Max viewed the two types of books as imperfect substitutes and had the usual convex indifference curves, they would each buy a mix of e-books and printed books. However, because of the relatively lower price of e-books in the United States, Bob would buy relatively more e-books.

文化差異的偏好不同，如何顯現？

政策導致的價格不同如何表示？

- 先探討稅率不同的影響。假設電子書和紙本書為完全替代品。
 - 消費者買相對便宜的那一種。美國稅輕、電子書便宜，所以買電子書；德國稅重、電子書貴，所以買紙本。
 - 可以解釋政策差異，價格不同導致消費行為不同。
- 偏好不同如何表示？電子書與紙本書為不完全替代商品，有人偏好電子書，有人偏好紙本書。
 - 這樣就不會有一國因為稅率導致的價差，全部買電子書或全部買紙本書的情況。
- 如果有價差加上偏好差異，就會有不同的購買比例。
 - 在這個例子中，價差可能更具說服力，但價差與偏好均有解釋力。

文章參考

個體經濟學的分析架構是受限下的選擇，一個人在做出選擇時，必需要瞭解目標函數，亦即自己要什麼，什麼是自己喜歡、什麼是自己不喜歡的。許多人常常說我不知道，那就花時間弄清楚，否則人生沒有理想、沒有夢想，容易渾渾噩噩的過日子。

另一方面，一個人在做出選擇時，必需要瞭解限制函數，亦即自己的長處短處，資源和能力的限制在那裡，以及所處的大環境是什麼。個人的限制是可以改變的，亦即人可以成長，在知識能力體力見識和修養各方面。大環境的趨勢則需要瞭解，這方面的變化可能是自己不喜歡的。如果是大勢所趨的潮流，無論自己是逆勢而為或者順應時勢，都必須清楚選擇必須付的代價。

大學四年的功課：多瞭解自己，知道自己的偏好與限制，也多認識環境與潮流，培養自己的視野與價值觀。然後努力做些什麼，讓自己有些正向的改變，這種態度是對自己負責的表現，也才能真正獨立自主地做出選擇。

=====

A consumer chooses between bundles of goods by ranking them as to the pleasure the consumer gets from consuming each. We summarize a consumer's ranking with preference relation symbols: Weakly prefers A to B: $A \succeq B$, Strictly prefers A to B: $A \succ B$, Indifferent between A and B: $A \sim B$.

Three Preference Assumptions: completeness, transitivity, and more is better. When facing a choice between any two bundles of goods, Bundles a and b , a consumer can rank them so that one and only one of the following relationship is true: $a \succeq b$, $b \succeq a$, or $a \sim b$. This property rules out the possibility that the consumer cannot decide which bundle is preferable.

If the consumer weakly prefers a to b , $a \succeq b$, and weakly prefers b to c , $b \succeq c$, then the consumer also weakly prefers a to c , $a \succeq c$. If consumers' rankings of bundle were not logically consistent, it is difficult to predict buying behavior. This property eliminates the possibility of certain types of illogical behavior.

All else the same, more of a commodity is better than less of it. *goods*, a commodity for which more is preferred to less. *bad*s, a commodity for which less is preferred to more. This property is included to simplify the analysis.

An **indifference curve** consists the set of all bundles of goods that a consumer views as being equally desirable. Indifference map is a complete set of indifference curves that summarize a consumer's tastes or preferences. Given these three assumptions of preference, indifference curves have the following properties:

There is an indifference curve through any given bundle.

Completeness Property - The consumer can compare any bundle to another. Compared to a given bundle, some bundles are preferred, some are enjoyed equally, and some are inferior. Connecting the bundles that give the same pleasure produces an indifference curve that includes the given bundle.

Indifference curves cannot cross.

Transitivity Property - A given bundle cannot be on two indifference curves.

Consumers get more pleasure from bundles on indifference curves the farther from the origin the curves are.

Indifference curves have no thickness.

Indifference curves slope downward.

Utility is a set of numerical values that reflect the relative rankings of various bundles of goods. Consumers can compare various bundles of goods and decide which gives them the greatest pleasure. We care only about relative utility or ranking of the two bundles. An ordinal measure is a consumer's relative ranking of two goods; it does not measure the degree to which the consumer values one good over the other. A cardinal measure is one by which absolute comparisons between ranks may be made.

Utility function $U(X_1, X_2, \dots, X_n)$ shows the relationship between utility measures and every possible bundle of goods.

The **marginal utility** from a good is the extra utility a person gets from consuming one more unit of that good, holding the consumption of all other goods constant. $MU_X = \frac{dU}{dX}$.

The marginal utility is the slope of utility function as we hold the quantity of the other good constant.

An **indifference curve** consists of all bundles of two goods that correspond to a particular level of utility, \bar{U} .

The **marginal rate of substitution**, is the slope of the indifference curve. MRS can measure a consumer's willingness to trade for one good for another.

The **marginal rate of substitution** can be expressed in terms of marginal utility. The **MRS** is the negative of the ratio of the marginal utility of X to marginal utility of Y (the relative amounts of marginal utility the consumer gets from each of the two goods). Note that

$$d\bar{U} = 0 = MU_X dX + MU_Y dY, MRS = \frac{dY}{dX} = -\frac{MU_X}{MU_Y}, |MRS| = -\frac{dY}{dX} = \frac{MU_X}{MU_Y}.$$

- If the indifference curve is convex to the origin, MRTS is diminishing.

The **diminishing of marginal rate of substitution** :

the MRS approaches zero as we move down and to the right along an indifference curve.

That is, the indifference curve becomes flatter (less sloped) as we move down and to the right.

A consumer is willing to give up more Y to get one more X, the fewer X a consumer has. If the indifference curve is concave to the origin, MRTS is increasing.

We assume that each consumer has a fixed amount of money to spend. Consumers spend all their money on only two goods for graphical simplicity. $P_x X + P_y Y = M$.

This line is called **budget line** or **budget constraint**: the bundles of goods that can be bought if the entire budget is spent on those goods at given prices.

The **opportunity set** is all the bundles a consumer can buy, including all the bundles inside the budget constraint and on the budget constraint.

The slope of the budget line depends on the relative prices of the two goods.

The slope of the budget line is called the **marginal rate of transformation (MRT)**.

The rate represents they can exchange Good X for Good Y in the market. That is, the trade-off the consumer must give up to purchase more of the other good.

$$MRT = \frac{dY}{dX} = -\frac{P_x}{P_y}, |MRT| = -\frac{dY}{dX} = \frac{P_x}{P_y}.$$

The greater their income and the lower the prices of goods, the better off they are.

Effect of a Change on Price on the Opportunity Set

As the price of good X increases (decreases), the slope of the budget line, MRT, changes.

- The budget line would rotate inward (outward).
- The opportunity set would decrease (increase).

Effect of a Change in Income on the Opportunity Set

If the consumer's income increases, the consumer can buy more of all goods.

The budget line shifts outward

- away from the origin
- is parallel to the original constraint.

A change in income affects the position but not the slope of the budget line, because the slope is determined solely by the relative price of good X and good Y.

Utility-Maximizing Model

Given information about individual's preferences (indifference curves) and how much individual can spend (budget constraint), we can determine a consumer's optimal bundle.

Consumer maximize their utility subject to their budget constraints.

Each person picks an affordable bundle of goods to consume so as to maximize his or her pleasure.

- The optimal bundle must lie on the budget constraint.
- The optimal bundle must lie on an indifference curve that touches the budget constraint but does not cross it.
- If an individual is consuming this bundle, she has no incentive to change her behavior by substituting one good for another.

Solution 1: Interior solution

If an individual consumes both Good 1 and Good 2 (an interior solution), the individual's utility is maximized.

Bundle E is the bundle on the highest indifference curve (highest utility) that she can afford.

If a consumer buys positive quantities of two goods, the indifference curve is convex and tangent to the budget line at the optimal bundle.

Four equivalent conditions:

- The indifference curve between the two goods is tangent to the budget constraint.
- The consumer's marginal rate of substitution (the slope of the indifference curve) equals the marginal rate of transformation (the slope of the budget line)
- The last dollar spent on Good 1 gives the consumer as much extra utility as the last dollar spent on Good 2.
- The consumer buys the bundle of goods that is on the highest obtainable indifference curve.

$$|MRS| = |MRT| \Leftrightarrow |MRS| = \frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{P_X}{P_Y} = |MRT| \Leftrightarrow \frac{MU_X}{P_X} = \frac{MU_Y}{P_Y}$$

Solution 2: Corner solution

Consumers do not buy some of all possible goods (corner solutions).

Some consumers choose to buy only one of the two goods.

They so prefer one good to another that they only purchase the preferred good.

- Bundle E is the bundle on the highest indifference curve (highest utility) that she can afford.
- The last dollar spent on a good that is actually purchased gives more extra utility than would a dollar's worth of a good the consumer chose not to buy.