5.

Ⅰ

$\text{Max} \quad U=f(X,Y)=X^{\frac{2}{3}}Y^{\frac{1}{3}}$

subject to $300=10X+20Y$

$MRS_{XY}=\frac{\frac{2}{3}X^{-\frac{1}{3}}Y^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}X^{\frac{2}{3}}Y^{-\frac{2}{3}}}=\frac{10}{20}$

$Y=\frac{1}{4}X \quad , X=20, Y=5$

李先生每週購買 20杯奶茶，5個漢堡

Ⅱ

$\text{Max} \quad U=f(X,Y)=X+3Y$

subject to $300=10X+20Y$

$MRS_{XY}=\frac{1}{3}<\frac{P_X}{P_Y}=\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

$X=0 \quad , Y=15$

李先生每週購買0杯奶茶，15個漢堡

Ⅲ

$\text{Max} \quad U=f(X,Y)=\min(X,Y)$

subject to $300=10X+20Y$

$Y=X=10$

李先生每週購買10杯奶茶，10個漢堡

6.

(1) $\text{Max} \quad U=f(X,Y)=X^{\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}$

subject to $400X+600Y=12000$

$MRS_{XY}=\frac{\frac{1}{2}X^{-\frac{1}{2}}Y^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}X^{\frac{1}{2}}Y^{-\frac{1}{2}}}=\frac{2}{3}$

$\frac{3Y}{2X}-1=0 \quad , 3Y-2X=0$

$Y=10 \quad , X=15$

英文課10小時
電腦課15小時

(2) $X+Y=23$

$400X+600Y=12000$

$X=9 \quad , Y=14$

會改變，英文課9小時
電腦課14小時