

	招供	不招
招供	8年, 8年	1年, 10年
不招	10年, 1年	2年, 2年

① 求A, B最後的策略? week 15

理性選擇A, B皆叛, 自己能夠獲得最大利益, 但最終策略為「招供」為最佳策略, (因兩人都被對方背叛而風險)

② 若此, 此策略組合是否為納許均衡? 而該策略組合對A, B是否有效率? (招供, 招供)為此局納許均衡, A, B無偏離之誘因, 但此策略對A, B非最有效率之決策, 若二人均「不招」則只需10年監禁才為有效率。

③ 若A, B因信仰而受影響均選擇「不招供」, 請問信仰力量效用相當於幾年的監禁?

→ 受信仰影響 (不招, 招) 為A, B唯一的納許均衡

當A(B)不招, B(A)選擇不招: $(1+x) > 2 \Rightarrow x > 1$

當A(B)招供, B(A)選擇不招: $(8+x) > 10 \Rightarrow x > 2$

→ 信仰力量帶來的負效果超過2年監禁, 故A, B才會選擇「不招供」

	生產	不生產
生產	10, 10	15, 12
不生產	12, 15	8, 8

① 此遊戲是否有納許均衡? 如果有, 為何?

兩個NE (生產, 生產), (不生產, 生產)

② 若A為領導廠商, B為跟隨廠商, 其解為何? 符合先動者優勢嗎?

若A「生產」, 則B必選「不生產」為(15, 12), 先做決策的A可以「生產」, 則B必選「生產」為(12, 15), 獲得較高利潤。

③ 若採取混合策略, 在Nash均衡下, 兩家廠商的預期報酬為多少?

① 生產機率: P

不生產...: $1-P$

$E_A(\text{生產}) = E_A(\text{不生產})$

$$1(10) + (1-1)15 = 1(12) + (1-1)8$$

$$1 = \frac{7}{9}$$

② 生產機率: 1

不生產...: $1-1$

$E_B(\text{生產}) = E_B(\text{不生產})$

$$1(10) + (1-1)15 = 1(12) + (1-1)8$$

$$1 = \frac{7}{9}$$

★ A和B的預期報酬同為:

$$\frac{7}{9}(\frac{7}{9} \times 10 + \frac{2}{9} \times 15) + \frac{2}{9}(\frac{7}{9} \times 12 + \frac{2}{9} \times 8) = \frac{100}{9}$$

A \ B	1	2
1	(-30, 5)	(40, 0)
2	(0, 80)	(0, 0)

(1) 若A先採取行動，其納許均衡為何？
 $A \begin{cases} B \begin{cases} 1 \rightarrow (-30, 5) \\ 2 \rightarrow (40, 0) \end{cases} \\ B \begin{cases} 1 \rightarrow (0, 80) \\ 2 \rightarrow (0, 0) \end{cases} \end{cases} \Rightarrow A \text{ 先行動採取利潤最高之 } (1, 2) = (40, 0)$

(2) 若A、B同時採取行動，其納許均衡為何？
 (0, 80)、(40, 0) 兩組為納許均衡

	廣告	不廣告
廣告	(100, 100)	(300, 0)
不廣告	(0, 300)	(200, 200)

(1) 若此遊戲玩一次，Nash均衡是什麼？
 ABC、NBC 均選廣告，為(100, 100)
 (2) 若為重複賽局，假設如NBC、ABC均採不廣告策略？
 前時期的利潤 $\pi_{NBC} = 10 \cdot 200 = 2000$
 假設如NBC第一期「廣告」，ABC第一期「不廣告」，接下來九期招致報復
 $\pi_{NBC} = 300 + 9 \cdot 100 = 1200$
 故NBC會採不廣告策略

8. 假設A、B兩家加油站，其價格策略的利潤矩陣如下：

	原價	促銷價
原價	50m, 50m	10m, 100m
促銷價	100m, 0	30m, 30m

① 如果A、B兩家加油站只存在一期，其納許均衡為何？
 若只存在一期，A、B兩者促銷價利潤風險小於維持原價（兩者非合作且不信任）
 故Nash均衡行為（促銷價，促銷價）

★ ② A、B為長期合作關係，若一方破壞協議而進行促銷，則另一方永久性的進行促銷，如果現行市場跨期利率為50%，則A、B合作案是否可以順利進行？

B 選擇合作： $\pi_B = 50 + \frac{50}{1+0.5} \dots = \frac{50}{1-\frac{1}{1+0.5}} = 150$
 B 不合作： $\pi'_B = 100 + \frac{30}{1+0.5} \dots = 100 + \frac{30}{1-\frac{1}{1+0.5}} = 160$

故隨著背判合作案誘因，合作將會破局
 ③ 承上，當跨期利率的範圍為何時，雙方才有合作的機會？

$\pi'_B = 100 + \frac{30}{1+r} + \frac{30}{(1+r)} = 100 + \frac{30}{1-r} = 100 + \frac{30}{r}$

如果B選擇合作，則解下列：

$\pi_B = \frac{50(1+r)}{r} > \pi'_B = 100 + \frac{30}{r} \Rightarrow 50 + 50r > 100 + 30 \Rightarrow r < 40\%$

當利率小於40%時
 A、B無誘因背判，可進行合作案