

# 2003 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“对论文格式的统一要求”)

---

## A 题 SARS 的传播

SARS (Severe Acute Respiratory Syndrome, 严重急性呼吸道综合症, 俗称: 非典型肺炎) 是 21 世纪第一个在世界范围内传播的传染病。SARS 的爆发和蔓延给我国的经济发展和人民生活带来了很大影响, 我们从中得到了许多重要的经验和教训, 认识到定量地研究传染病的传播规律、为预测和控制传染病蔓延创造条件的重要性。请你们对 SARS 的传播建立数学模型, 具体要求如下:

(1) 对附件 1 所提供的一个早期的模型, 评价其合理性和实用性。

(2) 建立你们自己的模型, 说明为什么优于附件 1 中的模型; 特别要说明怎样才能建立一个真正能够预测以及能为预防和控制提供可靠、足够的信息的模型, 这样做的困难在哪里? 对于卫生部门所采取的措施做出评论, 如: 提前或延后 5 天采取严格的隔离措施, 对疫情传播所造成的影响做出估计。附件 2 提供的数据供参考。

(3) 收集 SARS 对经济某个方面影响的数据, 建立相应的数学模型并进行预测。附件 3 提供的数据供参考。

(4) 给当地报刊写一篇通俗短文, 说明建立传染病数学模型的重要性。

### 附件 1:

#### SARS 疫情分析及对北京疫情走势的预测

2003 年 5 月 8 日

在病例数比较多的地区, 用数理模型作分析有一定意义。前几天, XXX 老师用解析公式分析了北京 SARS 疫情前期的走势。在此基础上, 我们加入了每个病人可以传染他人的期限 (由于被严格隔离、治愈、死亡等), 并考虑在不同阶段社会条件下传染概率的变化, 然后先分析香港和广东的情况以获得比较合理的参数, 最后初步预测北京的疫情走势。希望这种分析能对认识疫情, 安排后续的工作生活有帮助。

## 1 模型与参数

假定初始时刻的病例数为 $N_0$ ，平均每病人每天可传染 $K$ 个人（ $K$ 一般为小数），平均每个病人可以直接感染他人的时间为 $L$ 天。则在 $L$ 天之内，病例数目的增长随时间 $t$ （单位天）的关系是：

$$N(t) = N_0(1+K)^t$$

如果不考虑对传染期的限制，则病例数将按照指数规律增长。考虑传染期限 $L$ 的作用后，变化将显著偏离指数律，增长速度会放慢。我们采用半模拟循环计算的办法，把到达 $L$ 天的病例从可以引发直接传染的基数中去掉。

参数 $K$ 和 $L$ 具有比较明显的实际意义。 $L$ 可理解为平均每个病人在被发现前后可以造成直接传染的期限，在此期限后他失去传染作用，可能的原因是被严格隔离、病愈不再传染或死去等等。从原理上讲，这个参数主要与医疗机构隔离病人的时机和隔离的严格程度有关，只有医疗机构能有效缩短这个参数。但我们分析广东、香港、北京现有的数据后发现，不论对于疫情的爆发阶段，还是疫情的控制阶段，这个参数都不能用得太小，否则无法描写好各阶段的数据。该参数放在15-25之间比较好，为了简单我们把它固定在20（天）上这个值有一定统计上的意义，至于有没有医学上的解释，需要其他专家分析。

参数 $K$ 显然代表某种社会环境下一个病人传染他人的平均概率，与全社会的警觉程度、政府和公众采取的各种措施有关。在疾病初发期，社会来不及防备，此时 $K$ 值比较大。为了简单起见，我们从开始至到高峰期间均采用同样的 $K$ 值（从拟合这一阶段的数据定出），即假定这阶段社会的防范程度都比较低，感染率比较高。到达高峰期后，我们在10天的范围内逐步调整 $K$ 值到比较小，然后保持不变，拟合其后在控制阶段的全部数据，即认为社会在经过短期的剧烈调整之后，进入一个对疫情控制较好的常态。显然，如果疫情出现失控或反复的状态，则 $K$ 值需要做更多的调整。

## 2 计算结果

2.1 对香港疫情的计算和分析。香港的数据相对比较完整准确。但在初期，由于诊断标准等不确切，在3月17日之前，没有找到严格公布的数据。我们以报道的2月15日作为发现第一例病人的起点，2月27日从报道推断为7例。3月17日后则都是正式公布的数据。累积病例数在图1中用三角形表示。我们然后用上述方法计算。4月1日前后（从起点起45天左右）是疫情高峰时期，在此之前我们取 $K=0.16204$ 。此后的10天，根据数据的变化将 $K$ 逐步调到0.0273，然后保持0.0273算出后面控制期的结果。短期内 $K$ 调整的幅度很大，反映社会的变化比较大。图中实心方黑点是计算的累积病例数。从计算累积病例数，很容易算出每天新增病例数（当然只反映走向，实际状况有很大涨落）。可以看出，香港疫情从起始到高峰大约45天，从高峰回落到1/10以下（每天几个病例）大约40天（5月上中旬），到基本没有病例还要再经过近一个月（到6月上中旬）。

2.2 对广东疫情的计算和分析。广东的起点是02年11月16日，到今年2月下旬达到高峰，经过了约100天。在今年2月10日以前的数据查不到，分析比较困难。总体上看，广东持续的时间比香港长得多，但累积的总病例数却少一些，这反映出广东的爆发和高峰都不强烈。但广东的回落也比较慢。从2月下旬高峰期到现在经过了约70天，还维持着每天10来个新增病例，而同样过程香港只用了约40天。这种缓慢上升和下降的过程也反映到 $K$ 值上。比较好的拟合结果是，在高峰期之前（ $t < 101$ 天）， $K=0.0892$ ；在随后的10天逐步调整到0.031。用这组参数算出的后期日增病例数比实际公布的偏小，说明实际上降低得更慢。这种情况与疫情的社会控制状况有没有什么关系，需要更仔细的分析。

2.3 对北京疫情的分析与预测。北京的病例起点定在3月1日，经过大约59天在4月29日左右达到高峰。我们通过拟合起点和4月20日以后的数据定出高峰期以前的 $K=0.13913$ 。这个值比香港的0.16204来得低，说明北京初期的爆发程度不如香港，但遗憾的是上升时间持续了近60天，而香港是45天，这就造成了累积病例数大大超过香港。从图2中还看出4月20日以前公布的数据大大低于计算值。而我们从对香港、广东情况的计算中，知道疫情前期我们的计算还是比

较可行的。从而可以大致判断出北京前期实际的病例数。图中的公布数据截止到5月7日（从起点起67天），其后的计算采用的是香港情况下获得的参数。按这种估算，北京最终累积病例数将达到**3100**多。

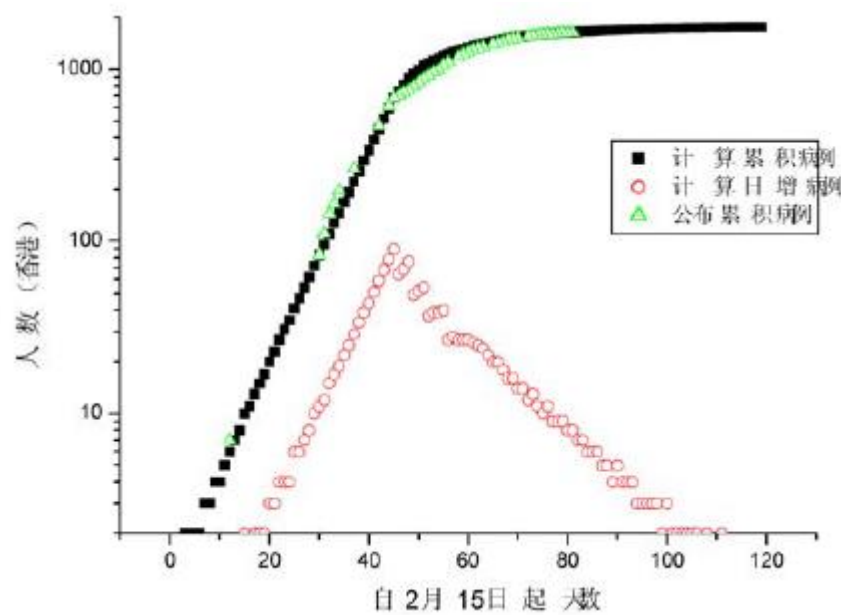


图1 对香港疫情的拟合

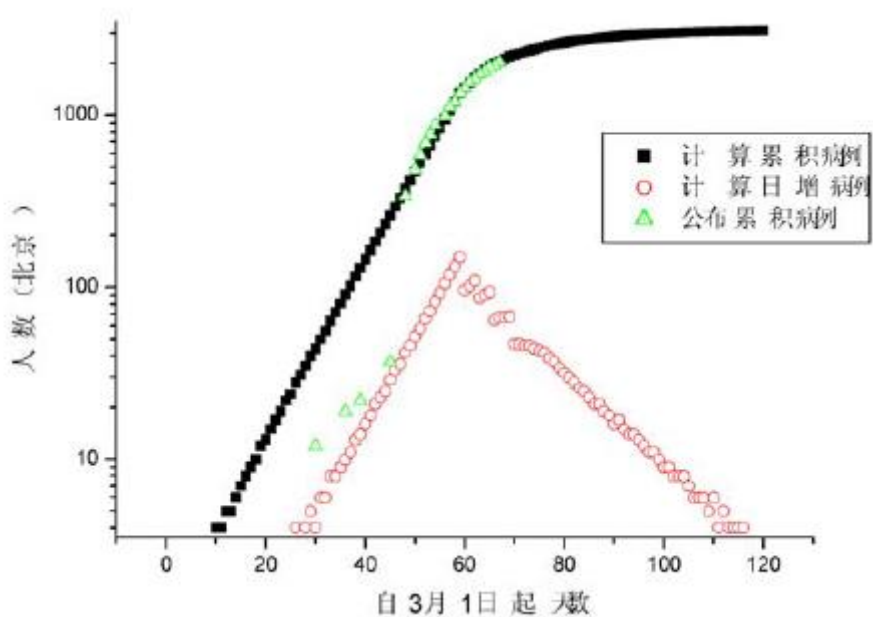


图2 对北京疫情的分析

图3是计算的日增病例数。后期下降得较快的实心方黑点是采用香港参数获得的。这就是说，如果北京的疫情控制与香港相当或更好的话，就可以在高峰期后的40天（从起点起100天）左右，即6月上中旬下降到日增几例。然后再经过约一个月，即7月上中旬达到日增0病例。但如果北京的新病例下降速度与广东类似的话，则要再多花至少一个月，才能达到上述的效果，且累积总病例数会到3800左右。至于什么原因造成香港下降速度快而广东下降速度慢，需要有关方面作具体分析。

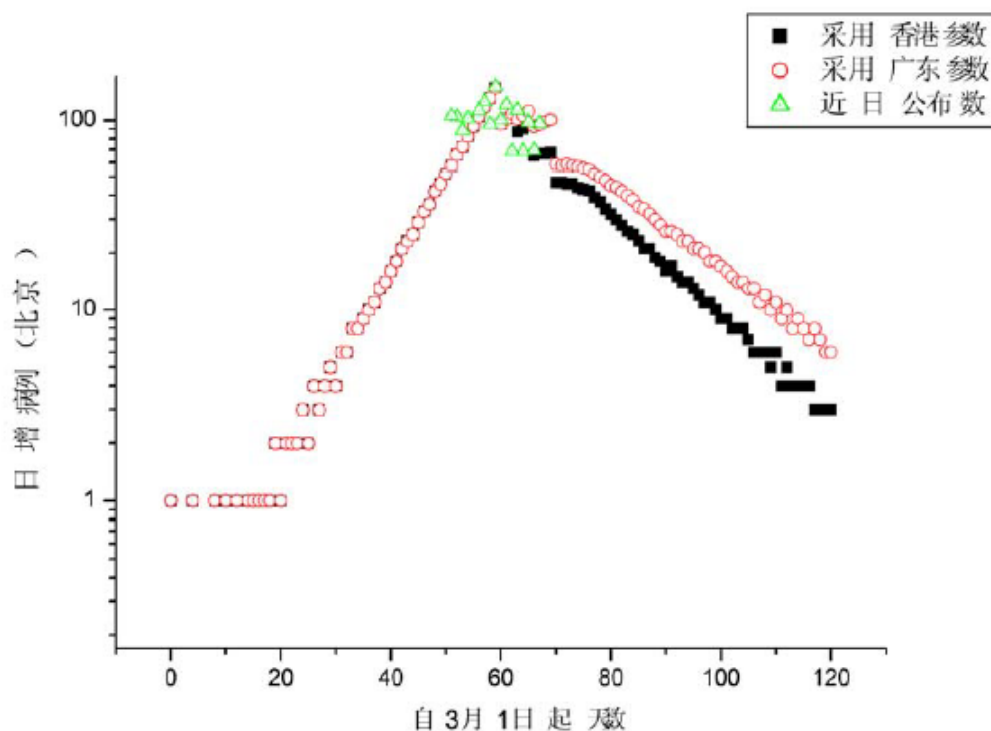


图3 北京日增病例走势分析

### 3 结论

每个病人可以造成直接感染他人的期限平均在 **20** 天左右，这个值在不同地区 and 不同疫情阶段似乎变化不大。病人的平均每天感染率与社会状况有关，在疫情爆发期较大，在疫情控制期要小很多。香港的初期爆发情况比广东和北京都剧烈，但控制效果明显比较好。北京后期如果控制在香港后期的感染率水平上，则有望在 **6** 月上中旬下降到日增几例。然后再经过约一个月，即 **7** 月上中旬达到日增 **0** 病例。而累积总病例数将达到 **3100** 多。但如果北京的新病例下降速度与广东类似的话，则要再多花至少一个月，才能达到上述的效果，且累积总病例数会到 **3800** 左右。

## 附件 2：北京市疫情的数据

（据：<http://www.beijing.gov.cn/Resource/Detail.asp?ResourceID=66070>）

日 期	已确诊病例累计	现有疑似病例	死亡累计	治愈出院累计
4 月 20 日	339	402	18	33
4 月 21 日	482	610	25	43
4 月 22 日	588	666	28	46
4 月 23 日	693	782	35	55
4 月 24 日	774	863	39	64
4 月 25 日	877	954	42	73

4 月 26 日	988	1093	48	76
4 月 27 日	1114	1255	56	78
4 月 28 日	1199	1275	59	78
4 月 29 日	1347	1358	66	83
4 月 30 日	1440	1408	75	90
5 月 01 日	1553	1415	82	100
5 月 02 日	1636	1468	91	109
5 月 03 日	1741	1493	96	115
5 月 04 日	1803	1537	100	118
5 月 05 日	1897	1510	103	121
5 月 06 日	1960	1523	107	134
5 月 07 日	2049	1514	110	141
5 月 08 日	2136	1486	112	152
5 月 09 日	2177	1425	114	168
5 月 10 日	2227	1397	116	175
5 月 11 日	2265	1411	120	186
5 月 12 日	2304	1378	129	208
5 月 13 日	2347	1338	134	244
5 月 14 日	2370	1308	139	252
5 月 15 日	2388	1317	140	257
5 月 16 日	2405	1265	141	273
5 月 17 日	2420	1250	145	307
5 月 18 日	2434	1250	147	332
5 月 19 日	2437	1249	150	349
5 月 20 日	2444	1225	154	395
5 月 21 日	2444	1221	156	447
5 月 22 日	2456	1205	158	528
5 月 23 日	2465	1179	160	582
5 月 24 日	2490	1134	163	667
5 月 25 日	2499	1105	167	704

5 月 26 日	2504	1069	168	747
5 月 27 日	2512	1005	172	828
5 月 28 日	2514	941	175	866
5 月 29 日	2517	803	176	928
5 月 30 日	2520	760	177	1006
5 月 31 日	2521	747	181	1087
6 月 01 日	2522	739	181	1124
6 月 02 日	2522	734	181	1157
6 月 03 日	2522	724	181	1189
6 月 04 日	2522	718	181	1263
6 月 05 日	2522	716	181	1321
6 月 06 日	2522	713	183	1403
6 月 07 日	2523	668	183	1446
6 月 08 日	2522	550	184	1543
6 月 09 日	2522	451	184	1653
6 月 10 日	2522	351	186	1747
6 月 11 日	2523	257	186	1821
6 月 12 日	2523	155	187	1876
6 月 13 日	2522	71	187	1944
6 月 14 日	2522	4	189	1994
6 月 15 日	2522	3	189	2015
6 月 16 日	2521	3	190	2053
6 月 17 日	2521	5	190	2120
6 月 18 日	2521	4	191	2154
6 月 19 日	2521	3	191	2171
6 月 20 日	2521	3	191	2189
6 月 21 日	2521	2	191	2231
6 月 22 日	2521	2	191	2257
6 月 23 日	2521	2	191	2277

附件 3：北京市接待海外旅游人数（单位：万人）

年	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月
1997	9.4	11.3	16.8	19.8	20.3	18.8	20.9	24.9	24.7	24.3	19.4	18.6
1998	9.6	11.7	15.8	19.9	19.5	17.8	17.8	23.3	21.4	24.5	20.1	15.9
1999	10.1	12.9	17.7	21.0	21.0	20.4	21.9	25.8	29.3	29.8	23.6	16.5
2000	11.4	26.0	19.6	25.9	27.6	24.3	23.0	27.8	27.3	28.5	32.8	18.5
2001	11.5	26.4	20.4	26.1	28.9	28.0	25.2	30.8	28.7	28.1	22.2	20.7
2002	13.7	29.7	23.1	28.9	29.0	27.4	26.0	32.2	31.4	32.6	29.2	22.9
2003	15.4	17.1	23.5	11.6	1.78	2.61	8.8	16.2				