最优化方法

直接搜索法和蒙特卡罗法

张勇

电子科技大学 数学科学学院

中国，成都

访问主页

标题页

目录页

第 1 页 共 14

返 回

全屏显示

关 闭

退 出

1　教学设计

最优化方法：

1.直接搜索法

2.蒙特卡罗法

教学要求：

了解两种方法的优缺点

知识点：

算法描述方法：流程图，伪代码...

Matlab伪代码

访问主页
标题页
目录页
第 1 页共 14
返回
全屏显示
关闭
退出

2 问题描述

3 （一）直接搜索算法

$$\min f(x)$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} g(x) \le 0 \\ l_i \le x_i \le u_i (i = 1, 2, \cdots, n) \end{cases}$$

这里以二元函数为例来说明算法.

输入：

$$l_1, l_2, u_1, u_2$$

N 网格个数

目标函数 $f(x_1, x_2)$

算法：

$$s_1 = (u_1 - l_1)/N, s_2 = (u_2 - l_2)/N$$

Tmin=inf; //inf为一个很大的数

for $x_1 = l_1 : s_1 : u_1$ do

for $x_2 = l_2 : s_2 : u_2$ do

$$x = [x_1, x_2];$$

If $f(x) <$ Tmin and $g(x) \leq 0$ Then

Tmin= $f(x)$;//存储最优值

Tx=x;//存储决策

EndIf

end for // x1

end for // x2

输出：

Tmin 最优目标函数值

Tx 最优决策变量取值

访问主页
标题页
目录页
第 4 页 共 14
返回
全屏显示
关闭
退出

4 （二）蒙特卡罗法

以随机跳跃法为例介绍了算法描述.

求解优化模型:

$$\min f(x)$$
$$\text{s.t. } l_i \le x_i \le u_i (i = 1, 2, \cdots, n)$$

输入:

$f(x)$ 目标函数

l n维数组，其中$l = (l_1, l_2, \cdots, l_n)$

u n维数组，其中$u = (u_1, u_2, \cdots, u_n)$

m 随机产生可行解个数

输出:

min_val 存储随机跳跃法求得的近似最优目标函数值

min_x 存储随机跳跃法求得的近似最优决策，n维数组

临时变量：

n维数组$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$ 存储随机点

n维数组$r = (r_1, r_2, \cdots, r_n)^T$ 存储伪随机数

4.1　无约束的情形

$$\min f(x)$$
$$\text{s.t. } l_i \le x_i \le u_i (i = 1, 2, \cdots, n)$$

【算法步骤】

1. i=0;

2. min_val = 10^{100}; //赋值为一个很大的数

3. 随机产生n个在区间(0,1)上均匀分布的随机数$r_j(j = 1, 2, \cdots, n)$;

4. 令$x_j = l_j + r_j(u_j - l_j), j = 1, 2, \cdots, n$;//产生在区间$[l_j, u_j]$上均匀分布随机数

5. $x = [x_1, x_2, \cdots, x_n]$

6. 如果$f(x) <$ min_val,则min_val=$f(x)$,min_x = x;

访问主页
标题页
目录页
◀◀ ▶▶
◀ ▶
第 7 页 共 14
返回
全屏显示
关闭
退出

7. i=i+1;

8. 如果i=m，则结束；否则跳到第3步;

访问主页

标题页

目录页

第 8 页共 14

返回

全屏显示

关闭

退出

【伪代码描述】（类Matlab代码描述）

已知：$l_j \le x_j \le u_j, j = 1, 2, \cdots, n$

```
min_val = 10000
for i=1:m,
for j=1:n,
r(j)=rand;//r_j在区间[0, 1]上均匀分
x(j)=l(j)+r(j)*(u(j)-l(j)); //x_j在区间[l_j, u_j]上均匀分布
end for
if f(x)<min_val then
min_val =f(x);
min_x =x;
end if
end for
```

访问主页
标题页
目录页
◀◀ ▶▶
◀ ▶
第 9 页 共 14
返回
全屏显示
关闭
退出

说明:

min_val的初始化可以放在for语句中：如果i=1，则令min_val=f(x)

4.2 有约束的情形

求解模型：

$$\min f(x)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} g(x) \le 0 \\ l_i \le x_i \le u_i (i = 1, 2) \end{cases}$$

输入：

$$l_1, l_2, u_1, u_2$$

count 模拟的随机点个数

算法：

Tmin=inf; //inf为一个很大的数

for i=1 to count do

$x_1 = l_1 + (u_1 - l_1)$*rand;

访问主页
标题页
目录页
第 11 页 共 14
返回
全屏显示
关闭

$x_2 = l_2 + (u_2 - l_2)$*rand;

$$x = [x_1, x_2];$$

if $f(x)$<Tmin and $g(x) \leq 0$ Then

Tmin=$f(x)$;//存储最优值

Tx=x;//存储决策

end if

end for //i

输出：

Tmin 最优目标函数值

Tx 最优决策变量取值

说明：

rand为产生(0,1)上均匀分布的随机数；对于C语言等：rand可以用类似random()/MaxInt代替.

random()产生在0到MaxInt-1之间均匀分布的随机整数

5　练习题

请分别采用直接搜索法、蒙特卡罗法求解下列优化模型：

$$\mathbf{min}\ f(x_1,x_2)=100(x_2-x_1^2)^2+(1-x_1)^2$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}1\le x_1^2+x_2^2\le 2\\ -5\le x_1\le 3\\ 0\le x_2\le 9\end{cases}$$