

用 MATLAB 实现灰色预测 GM(1, 1)模型

唐丽芳¹, 贾冬青², 孟庆鹏²

(1. 沧州师范专科学校, 河北 沧州 061001; 2. 河北工程技术高等专科学校, 河北 沧州 061001)

摘 要: 在分析灰色预测模型基本原理的基础上, 利用 MATLAB 强大的矩阵功能, 用 MATLAB 实现灰色预测 GM(1,1)模型算法, 并通过实例分析验证了程序的准确性和可靠性。

关键词: 灰色系统; 灰色预测; GM(1,1)模型; 关联度

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1008-4762(2008)02-0035-03

一、背景知识和模型介绍

(一) 背景知识

MATLAB 是 Matrix Laboratory 的缩写, 即为“矩阵实验室”。MATLAB 是集数学计算、图形处理和程序设计于一体的著名数学软件。它对矩阵运算之功能堪称一流, 由于使用矩阵描述问题更像数学表达式, 所以编写的程序不仅高效, 而且易读。在欧美高校, MATLAB 已经成为应用线性代数、数据统计、时间序列分析、图像处理等高级课程的基本教学工具, 是在读大学生、硕士生、博士生必须掌握的基本技能。MATLAB 已经走出实验室, 被广泛地用于研究和解决各种具体的工程问题。目前 MATLAB 已发展成为适合多种学科多种工作平台的功能强大的大型科技应用软件。

MATLAB 的基本数据单位是矩阵, 其核心也是矩阵, 它可直接进行矩阵的乘积、矩阵的乘方、矩阵的除法、稀疏矩阵等运算^[1]。在 MATLAB 语言系统中, 几乎所有的操作都是以矩阵操作为基础, 用户可以用类似于数学公式的方法编写程序实现算法, 大大降低了编程所需的难度并节省了时间。而在 GM(1, 1)模型及相关模型的灰色预测过程中, 要大量进行数列和矩阵运算^[2], 这恰好使 MATLAB 派上了用场。将 MATLAB 和 GM(1, 1)模型结合, 实现灰色预测算法, 恰到好处。

(二) 灰色预测模型介绍

1. 灰色系统

白色系统是指系统内部特征是完全已知的; 黑色系统是指系统内部信息完全未知的; 而灰色系统是介于白色系统和黑色系统之间的一种系统, 灰色系统其内部一部分信息已知, 另一部分信息未知或不确定。

2. 灰色预测

灰色预测, 是指对系统行为特征值的发展变化进行的预测, 对既含有已知信息又含有不确定信息的系统进行的预测, 也就是对在一定范围内变化的、与时间序列有关的灰过程进行预测。尽管灰过程中所显示的现象是随机的、杂乱无章的, 但毕竟是有序的、有界的, 因此得到的数据集具备潜在的规律。灰色预测是利用这种规律建立灰色模型对灰色系统进行预测。

二、实验说明和实验操作

1. 用 MATLAB 实现 GM(1, 1)模型算法

目前使用最广泛的灰色预测模型就是关于数列预测的一个变量、一阶微分的 GM(1, 1)模型。它是基于随机的原始时间序列, 经按时间累加后所形成的新的时间序列呈现的规律可用一阶线性微分方程的解来逼近。经证明, 经一阶线性微分方程的解逼近所揭示的原始时间序列呈指数变化规律。因此, 当原始时间序列隐含着指数变化规律时, 灰色模型 GM(1, 1)的预测是非常成功的。

给定原始序列:

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)) \dots (1)$$

(1) 一次 AGO (1-AGO) 生成序列, 以弱化原始序列的随机性和波动性

$$x^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)), \dots (2)$$

$$\text{式中 } x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i), \quad (k=1, 2, 3, \dots, n)$$

% 作 1-AGO 生成序列 $x^{(1)}$

for i=1:n

$$x1(i)=\text{sum}(x0(1:i));$$

end

采用一阶单变量微分方程进行拟合, 得到白化方程的 GM(1, 1)模型:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)}(t) = u, \quad \text{式中 } a, u \text{ 是待定系数。} \quad (3)$$

灰微分方程动态模型为:

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1)$$

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = u \quad (4)$$

* 收稿日期: 2007-10-12

作者简介: 唐丽芳 (1974—), 女, 湖南洞口人, 沧州师专计算机中心教师。

式中 $z^{(1)}(k)$ 为 $x^{(1)}(k)$ 的紧邻均生成, 即

$$z^{(1)}(k) = 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1)$$

% 紧邻均生成

for k=2:n % 紧邻均生成 z

z(k)=0.5*x1(k)+0.5*x1(k-1);

end

(2) 构造矩阵 B 和数据向量 \hat{Y}_n

$x^{(0)}$ 与 $x^{(1)}$ 满足关系 $\hat{Y}_n = B\hat{a}$, 其中:

$$Y_n = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)), & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)), & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n-1) + x^{(1)}(n)), & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y_n$$

(3) 计算系数 a 和 u

$$\begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2), & 1 \\ -z^{(1)}(3), & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n), & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} \dots (5)$$

$\hat{Y}_n = B\hat{a}$ 可用 (5) 式表示, 由此计算出系数 a 和 u

% 产生数据矩阵 B, 计算系数 a 和 u

for i=1:n-1

b(i,1)=-z(i+1);

y(i)=x0(i+1);

end

b(:,2)=1;

y=y'; % 转置为列向量

au=b\y; % 作矩阵除法, 计算 a u

(4) 累加模型预测结果

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-ak} + \frac{u}{a} \dots (6)$$

% 计算 GM(1,1)模型 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ 值

yc1(1)=x0(1);

for k=1:n

c=x0(1)-au(2)/au(1);

yc1(k+1)=c*exp(-au(1)*k)+au(2)/au(1);

end

(5) 还原后的预测结果(作 IAGO)

(7)

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$$

% 计算 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$ 值, 显示预测结果

yc0(1)=x0(1);

for k=1:n

yc0(k+1)=yc1(k+1)-yc1(k);

end

disp(uint16(yc0(2:1:n+1)));

2. 检验和判断 GM(1, 1) 模型的精度

为确保所建灰色模型有较高的精度能应用于预测实际, 按灰色理论一般采用三种方法检验判断 GM(1,1)模型的精度, 它们是: 残差大小检验; 关联度检验和后验差检验。通常关联度要大于 0.6, 残差 $e(k)$ 、方差 C 越小, 模型精度 P 越好。

(1) 残差检验

$$\text{残差检验: } e(k) = x^{(0)}(k) - \hat{x}^{(0)}(k)$$

$$\text{相对误差: } \varepsilon = \frac{e(k)}{x^{(0)}(k)}$$

(2) 关联度检验

分辨系数 ξ 是在 (0, 1) 中取定的实数, 一般取 $\xi=0.5$ 。关联度是各关联系数 $\xi(k)$ 累加后在 n 维空间的平均值。当分辨系数 $\xi=0.5$, 认为关联度大于 0.6 时可以接受, 即通过关联度检验, 否则关联程度差些。

% 计算关联度

max1=max(abs(e0));

r=1;

for k=2:n

r=r+0.5*max1/(abs(e0(k))+0.5*max1);

end

r=r/n; % r 表示关联度

(3) 方差比和小误差概率检验

方差比和小误差概率检验属后验差检验, 计算公式分别

如下:

$$\text{预测误差均值 } \bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e(i)$$

$$\text{原始数据均值: } \bar{x}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x^{(0)}(i)$$

$$\text{原始数据标准差: } S_1 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x^{(0)}(i) - \bar{x}^{(0)})^2}$$

$$\text{预测误差标准差 } S_2 = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (e(i) - \bar{e})^2}$$

$$\text{方差比: } C = \frac{S_2}{S_1} \quad \text{小误差概率:}$$

$$P = p(|e(k) - \bar{e}| < 0.6745S_1)$$

表 1 模型精度等级

精度等级	一	二	三	四
P	>0.95	>0.8	>0.7	≤0.7
C	<0.35	<0.5	<0.65	≥0.65

由 P 和 C 的值检验 GM(1,1) 模型的预测精度, 以提供决策依据。精度等级越小越好, 精度一级, 表示预测具有较高的精度, 四级为不通过。模型精度等级由表 1 所示。

% 方差比和小误差概率检验

if p>0.95&c<0.35

disp(' 预测精度好');

else if p>0.8&c<0.5

disp(' 预测合格');

else if p>0.7&c<0.65

disp(' 预测勉强合格');

else

disp(' 预测不合格');

end

end

end

三、预测实例分析

根据河北省某高校 1999—2004 年教师实际人数, 建立 GM(1,1) 模型, 预测 2005 年教师人数。预测结果为 738 人, 相对误差如表 2 所示, 关联度为 0.6084, 方差 C=0.1209, 小误差概率 P=1.0, 模型精度为一级, 因此可以用作预测模型。

表 2 河北省某高校 1999—2004 年教师人数及预测表

年份	实际教师数	预测教师数	相对误差%
1999	594		0
2000	614	609	0.65
2001	634	633	0.05
2002	655	658	-0.51
2003	676	683	-1.17
2004	718	710	1.04
2005		738	

学校在发展过程中, 教师相应需要增加。此预测结果为制定学校引进师资、派出进修等规划和政策提供了科学依据。从而消除盲目性, 使计划更加趋于科学合理。

四、结束语

用 MATLAB 实现灰色预测 GM(1,1) 模型算法, 程序简洁、算法清楚、预测精度高。笔者用本程序在 MATLAB6.5 环境下测试过多组隐含着指数变化规律的原始时间序列, 预测结果都较理想。但也有缺陷, 须进一步思考和验证。

参考文献:

- [1] 导向科技 MATLAB 6.0 程序设计与实例应用[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2001
- [2] 邓聚龙. 灰色系统理论教程[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1992.

[责任编辑: 尤书才]

To Accomplish Gray Forecasting GM(1,1) Model Using the MATLAB

TANG Li-fang¹, JIA Dong-qing², MENG Qing-peng²

(1. Cangzhou Teachers' College, Cangzhou 0610001; 2. Hebei Engineering College, Cangzhou 061001)

Abstract: The article presents the algorithm to accomplish gray forecasting GM(1,1) model by using the MATLAB's strong matrix function. A case has been analyzed to validate the veracity and reliability of the program.

Key words: gray system; gray forecasting; GM(1,1) model; relevancy degree

用MATLAB实现灰色预测GM(1, 1)模型

作者: [唐丽芳](#), [贾冬青](#), [孟庆鹏](#), [TANG Li-fang](#), [JIA Dong-qing](#), [MENG Qing-peng](#)
作者单位: [唐丽芳, TANG Li-fang \(沧州师范专科学校, 河北, 沧州, 061001\)](#), [贾冬青, 孟庆鹏, JIA Dong-qing, MENG Qing-peng \(河北工程技术高等专科学校, 河北, 沧州, 061001\)](#)
刊名: [沧州师范专科学校学报](#)
英文刊名: [JOURNAL OF CANGZHOU TEACHERS' COLLEGE](#)
年, 卷(期): 2008, 24(2)
引用次数: 1次

参考文献(2条)

1. [导向科技](#) [MATLAB 6.0程序设计 with 实例应用](#) 2001
2. [邓聚龙](#) [灰色系统理论教程](#) 1992

相似文献(10条)

1. 期刊论文 [朱红兵](#), [刘建通](#), [王港](#), [黎明](#) [GM\(1, 1\)模型灰色预测法及其在预测体育成绩中的应用](#) - [首都体育学院学报](#) 2003, 15(1)

本文较为详细地介绍了用于灰色系统预测的GM(1, 1)灰色预测法的数据结构、建模、评判方法等基本过程及其在预测体育成绩中的应用。

2. 期刊论文 [刘发全](#), [职承杰](#), [LIU Fa-quan](#), [ZHI Cheng-jie](#) [灰色预测GM\(1, 1\)模型的一点改进](#) - [数学的实践与认识](#) 2005, 35(11)

讨论了灰色预测GM(1, 1)模型理论上存在的一些问题, 认为在解微分方程 $\frac{dx(1)}{dt} + ax(1) = b$ 进行预测公式推导时, 把 $-X(1) | (1) = X(1) | (1)$ 作为已知条件来确定微分方程的解是不合理的, 而应根据实际情况, 不局限于 $\{X(1)(k)\}$ 序列, 直接从最后的平均相对误差 $(-\epsilon) = 1/n \sum_{k=1}^n |k|$ 入手, 将 $(-\epsilon)$ 看作是常数 cm 的函数, 求出满足 $\text{Min}\{(-\epsilon)(cm)\}$ 的 cm 值即可, 并在此基础上推导出 cm 的计算公式, 形成新的灰色预测公式, 从而进一步提高预测精度, 最后经过实例验证新的预测公式的正确性及可行性。

3. 学位论文 [李薇](#) [灰色预测理论在金属期货投资中的实证研究](#) 1999

该文首先从两个方面探索了目前预测期货行情的基本方法: 一是通过对影响供求关系的各种经济、社会及政治等因素加以分析, 从而预测价格走势的基本分析法; 二是依据价格走势图表, 辅以一些数学工具预测价格未来趋势的技术分析法。其次, 该文系统地研究了金属期货价格的灰色预测方法, 在对金属期货市场进行灰色系统分析的基础上, 得出金属期货市场是灰色系统的结论, 进而从灰色角度对金属期货价格波动的内在规律及影响因素进行了探索, 最后对灰色预测理论预测金属期货价格进行了实证研究, 这里, 阐述了灰色预测理论的四种预测方法及GM(1, 1)模型预测金属期货价格的一般过程; 并结合实际情况, 应用灾变预测、GM(1, 1)模型等方法, 以伦敦金属交易所三个月期铜为对象, 从长期、中期和短期三个时间段验证了灰色预测理论预测金属期货价格走势的适用性、准确性, 为投资者的实际操作提供了一种新的思路和方法。

4. 期刊论文 [解伟](#), [温中华](#), [肖自龙](#), [XIE Wei](#), [WEN Zhong-hua](#), [XIAO Zi-long](#) [灰色预测和灰色关联度在结构可靠度中的应用](#) - [华北水利水电学院学报](#) 2005, 26(2)

阐述了灰色预测理论GM(1, 1)模型和灰色关联度理论的基本原理, 利用灰色预测解决可靠度计算中荷载和抗力统计资料的不足, 为荷载和抗力分布类型和估计提供了科学的依据; 利用相关度理论计算可靠指标与荷载之间的相关度, 为工程的安全监测提供依据。

5. 期刊论文 [孙红丽](#), [叶斌](#), [赵敏](#) [基于MATLAB6.1的煤自然发火煤体温度灰色预测研究](#) - [陕西煤炭](#) 2004, 23(2)

根据煤自燃基本规律, 建立灰色预测的一维模型GM(1, 1)进行预测。预测软件结果表明, 灰色预测GM(1, 1)模型对煤温进行预测具有理论可行性, 且精度较高, 说明灰色理论在煤温预测上具有实用价值, 同时, 预测结果对设备故障诊断具有指导意义。

6. 学位论文 [孙强](#) [基坑变形的灰色系统预测](#) 1997

该文阐述了国内外基坑围护的理论研究现状, 分析了基坑开挖过程中周围土层的变位机理及影响变位的相关因素, 收集了大量建筑及管线破坏实例, 归纳了各种情形下的破坏标准。该文的工作重点为灰色预测理论的引入和程序的编制, 详细介绍了其理论背景, 并针对研究对象的特征建立了预测模型, 编制了GM(1, 1), GM(1, 1)残差分析, GM(1, 1)周期分析, GM(1, 2), GM(2, 1)等五个灰色预测程序, 并利用曾经参与工作的外滩京城的实测数据, 进行了灰色预测, 并与现场实测值进行比较, 两者吻合较好, 证明了其可靠性。最后, 为防止基坑工程对周围环境的不良影响, 从设计、施工、监测等技术方面进行了全面对策研究。

7. 期刊论文 [林则宏](#), [宋凯](#) [利用灰色预测法对科技成果转化率的预测](#) - [沈阳工业学院学报](#) 2002, 21(2)

灰色预测法是一种对含有不确定因素的系统进行预测的方法。本文将该预测方法用于对时间序列的预测上, 并给出了GM(1, 1)模型的构建过程。最后用所构建的GM(1, 1)模型对沈阳市科技成果转化率时间序列进行预测, 取得了与实际非常接近的预测结果。

8. 学位论文 [张吉平](#) [综采设备运行状态的灰色预测与分析](#) 1997

该文通过对现场综采设备运行情况的调查和对灰色系统理论的研究, 运用灰色预测对采煤机故障期和综采工作面产量进行了预测分析, 结果的精度为一级, 运用灰色关联度分析方法, 分析了螺旋滚筒的结构参数对装载耗的影响, 分析结果与实际情况相符。

9. 期刊论文 [李守仁](#), [朱聪玲](#), [Li Shouren](#), [Zhu Congling](#) [灰色预测在武器试验中的应用](#) - [佳木斯大学学报\(自然科学版\)](#) 1999, 17(1)

灰色预测通过对系统当前不完全明确信息的处理, 发现和掌握系统的发展规律。本文利用灰色预测方法, 通过某武器的发射试验, 对该武器未来可能发生故障的范围进行了预测, 取得令人满意的结果。

10. 期刊论文 [朱银昌](#) [科技图书市场的灰色预测](#) - [江苏大学学报\(社会科学版\)](#) 2002, 4(3)

我国的科技发展、国民经济建设都离不开科技图书, 科技图书的出版与发行又离不开科技图书市场(发行量)的预测。影响图书市场的因素很多, 有地区差别、城乡差异、读者嗜好、营销方式、图书质量、图书价格、经济发展、政策导向等, 从而使预测问题变得十分复杂。根据灰色系统理论, 通过建立预测模型、进行参数辨识, 在此基础上得出的预测方程能够比较准确地预测出科技图书市场的发行量。本方法可推广应用于其他类图书市场的预测。

引证文献(1条)

1. 张昊, 殷硕, 程志高, 高永昌 基于神经网络的武器装备维修费用灰色预测[期刊论文]-四川兵工学报 2009(7)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_czsfzkxxxb-zhb200802017.aspx

下载时间: 2010年5月30日