

承诺书

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

2014 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评阅人										
评分										
备注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

储药柜的设计

摘要

随着医药行业的发展，医药行业是我国国民经济的重要组成部分，医药仪器也越来越智能化、科学化。目前，储药柜行业在我国迅猛发展，储药柜高效、快速、精确的出药特征，是当今乃至今后更长时间医学领域中不可或缺和代替的。

针对问题一，根据药盒在储药槽内推动过程中不会出现并排重叠、侧翻或水平旋转等约束条件，建立优化模型，求得最少的竖向隔板间距类型数为 4，其对应的药盒规格如下表所示。

类 型	类型 1	类型 2	类型 3	类型 4
对应的储药槽宽度 $s(mm)$	19	34	46	58
对应药盒规格宽度 $k(mm)$	10-17	18-32	33-44	45-56

针对问题二，该问既要满足问题一中存在的约束条件，同时也要使得总宽度冗余尽可能少和竖向隔板间距类型数少，因此首先建立多目标规划模型，又因为总宽度冗余和竖向隔板间距类型数之间呈反比关系，因此只能在总宽度冗余和竖向隔板间距类型数之间取得一个平衡值，建立快速最优分割法模型。运用 EXCEL 和 SPSS 软件求解，得到合理的竖向隔板间距类型为 12，其对应的药盒规格如表 7 所示。

针对问题三，该问在问题二的基础上，对横向隔板进行划分，使储药柜的总平面冗余量尽可能小、横向隔板间隔类型数量尽可能少，并且还要满足储药柜的最大允许有效高度 1.5m，建立等步距下降迭代模型，通过求解，得到横向隔板间距类型为 13，其对应的药盒规格如表 12 所示。

针对问题四，根据每一种药品的最大日需求量、药盒的长度以及储药槽的长度，求得每一种药品需要的储药槽个数(如附录 A-7 所示)；根据问题二和问题三求得的每一种药品所放置的储药槽宽度和高度，求得每一种药品在满足最大日需求量时所需的正面面积，同时，单个储药柜的正面面积已知，借助 MATLAB 工具，求解得最少需要的储药柜的个数为 2。

关键词：多目标规划模型，快速最优化分割模型，等步距下降迭代模型，冗余数，隔板类型数

一、问题重述

储药柜的结构类似于书橱，通常由若干个横向隔板和竖向隔板将储药柜分割成若干个储药槽(如图1所示)。为保证药品分拣的准确率，防止发药错误，一个储药槽内只能摆放同一种药品。药品在储药槽中的排列方式如图2所示。药品从后端放入，从前端取出。一个实际储药柜中药品的摆放情况如图3所示。

为保证药品在储药槽内顺利出入，要求药盒与两侧竖向隔板之间、与上下两层横向隔板之间应留 2mm 的间隙，同时还要求药盒在储药槽内推送过程中不会出现并排重叠、侧翻或水平旋转。在忽略横向和竖向隔板厚度的情况下，建立数学模型，给出下面几个问题的解决方案。

1. 药房内的盒装药品种类繁多，药盒尺寸规格差异较大，附件 1 中给出了一些药盒的规格。请利用附件 1 的数据，给出竖向隔板间距类型最少的储药柜设计方案，包括类型的数量和每种类型所对应的药盒规格。

2. 药盒与两侧竖向隔板之间的间隙超出 2mm 的部分可视为宽度冗余。增加竖向隔板的间距类型数量可以有效地减少宽度冗余，但会增加储药柜的加工成本，同时降低了储药槽的适应能力。设计时希望总宽度冗余尽可能小，同时也希望间距的类型数量尽可能少。仍利用附件 1 的数据，给出合理的竖向隔板间距类型的数量以及每种类型对应的药品编号。

3. 考虑补药的便利性，储药柜的宽度不超过 2.5m、高度不超过 2m，传送装置占用的高度为 0.5m，即储药柜的最大允许有效高度为 1.5m。药盒与两层横向隔板之间的间隙超出 2mm 的部分可视为高度冗余， $\text{平面冗余} = \text{高度冗余} \times \text{宽度冗余}$ 。在问题 2 计算结果的基础上，确定储药柜横向隔板间距的类型数量，使得储药柜的总平面冗余量尽可能地小，且横向隔板间距的类型数量也尽可能地少。

4. 附件 2 给出了每一种药品编号对应的最大日需求量。在储药槽的长度为 1.5m、每天仅集中补药一次的情况下，请计算每一种药品需要的储药槽个数。为保证药房储药满足需求，根据问题 3 中单个储药柜的规格，计算最少需要多少个储药柜。

二、问题分析

目前储药柜行业在我国迅猛发展，储药柜逐渐的智能化、科学化。越来越多的开始运用到各大医学领域。储药柜高效、快速、精确的出药特征，是当今乃至今后更长时间医学领域中不可或缺和代替的。

2.1 针对问题一的分析

针对问题一，要使竖向隔板之间的间距类型最少，只有将宽度小的药盒规格放置在宽度大的储药槽里面（例如宽度为 10mm 的药盒既能放在宽度为 12mm 的储药槽内，也能放在宽度为 25mm 的储药槽内），这种方法使得多种药盒尺寸规格都能放在该储药槽

内，从而使得竖向隔板之间的间距类型最少。但是为了满足药盒在储药槽内推动过程中不会出现并排重叠、侧翻或水平旋转，因此必须将此因素作为约束条件，例如宽度为 10mm 的药盒放在宽度为 25mm 的储药槽内，药盒在储药槽内的推动过程中可能会出现并排重叠的情况，因此也不能将所有药盒规格放在一个最大宽度的储药槽内，只能放在一个宽度尽可能大的储药槽内。因此，只有将宽度小的药盒规格放置在宽度尽可能大的储药槽里面，才能使得竖向隔板之间的间距类型最少。

2.2 针对问题二的分析

针对问题二，实际上是在问题一的基础上增加了一个目标，即总宽度冗余尽可能少，但同时也要满足竖向隔板之间的类型数量尽可能少。总宽度的冗余数量和竖向隔板之间的类型数量是呈反比关系的，也就是说，当每一种宽度的药品刚好放在对应的储药槽里面时，冗余数最小，但是这样会增加竖向隔板之间的类型数量，同时也会增加储药柜的加工成本和减少储药槽的适应能力。因此，解决此问题，必须在总宽度冗余数量和竖向隔板之间的类型数量之间取得一个平衡值，使得总宽度冗余尽可能少，同时满足竖向隔板之间的类型数量也尽可能少

2.3 针对问题三的分析

针对问题三，该问题要使总平面冗余量少，同时对储药柜的宽度和高度也有了限制。问题二已经在总宽度冗余和竖向隔板间距类型之间取得了一个平衡点，求得了合理的竖向隔板间距类型数量。根据平面冗余的计算公式，以及问题二的计算结果，问题三应从储药柜的高度出发，在总平面冗余尽可能小的情况下，确定尽可能少的竖向隔板间距类型数，而且还应满足储药柜的最大允许有效高度为 1.5m。问题三中也存在总平面冗余和横向隔板间距类型数目之间呈反比关系。因此，该问必须在满足问题一、问题二的约束条件和储药柜的最大允许有效高度为 1.5m 的情况下，在总平面冗余和横向隔板间距类型数目之间求得一个平衡值，使得总平面冗余尽可能少，同时满足横向隔板间距的类型数量也尽可能少。

2.4 针对问题四的分析

针对问题四，已知储药槽的长度和每一种药品的长度，因此两者相除，可以得到每个药槽的放药数，再根据每一种药品需要的最大日需求量，可以求得每一种药品需要的储药槽个数；在求最少需要的储药柜个数时，应考虑将单个储药柜可能的装满，不浪费储药槽，才能使得需要的储药柜个数最少，将药盒放在储药柜中应是一个三维问题，但三维问题较复杂，因此将三维问题映射到二维（即正面面积），降低解题难度。在求最少需要的储药柜个数时，将每一种药品的最大日需求量转换为每一种药品所需要的最大正面面积，与单个储药柜的正面面积之比，即为最少需要的储药柜个数。

三、模型假设及符号说明

3.1 基本假设

- 1.假设药盒的外观均为规则的长方体或正方体；
- 2.假设附件中所给的数据均真实有效；
- 3.假设机器运行正常，不会出现故障；
- 4.假设药盒在传输前后都完好无损，无变形；

3.2 基本定义

侧翻：定义药盒在储药槽内倾斜角为 90 度，称为侧翻；

水平旋转：定义药盒在储药槽内旋转角度大于 90 度，称为水平旋转。

3.3 符号说明

符 号	说 明
l	表示药盒规格的长(单位: mm)
k	表示药盒规格的宽(单位: mm)
h	表示药盒规格的高(单位: mm)
a	表示药盒正面对角线的长 ($a = \sqrt{h^2 + k^2}$) (单位: mm)
b	表示药盒底面对角线的长 ($b = \sqrt{l^2 + k^2}$) (单位: mm)
s	表示储药槽的宽度 (2 mm 的间距包含在内) (单位: mm)
n	表示竖向隔板间距类型数
m_i	表示第 i 种储药槽里面的药盒规格总数 ($0 \leq i \leq n$)
N	表示最少竖向隔板间距类型数
H	表示储药槽的高度
M	表示最小的总宽度冗余
Q	表示最少横向隔板间距类型数
R_i	表示第 i 种药品的最大日需求量 ($1 \leq i \leq 1919$)
K	表示储药柜的宽
W	表示储药柜的高
β_i	表示第 i 种药品需要的储药槽个数。
T_i	表示每一种药品在储药柜内所占的正面面积 ($1 \leq i \leq 1919$)
S	表示单个储药柜的正面面积
G	最少需要的储药柜个数

四、模型建立及求解

4.1. 针对问题一的模型建立及求解

4.1.1 问题一模型的建立

通过对问题一的分析，在使得竖向隔板之间的间距类型最少的情况下，满足药盒在储药槽内推动过程中不会出现并排重叠、侧翻或水平旋转。为了使药盒在储药槽内推动过程中不会出现并排重叠、侧翻或水平旋转，因此药槽宽度必须小于药盒宽度的两倍，药槽宽度必须小于药盒正面和底面的对角线（如图 1 所示）。

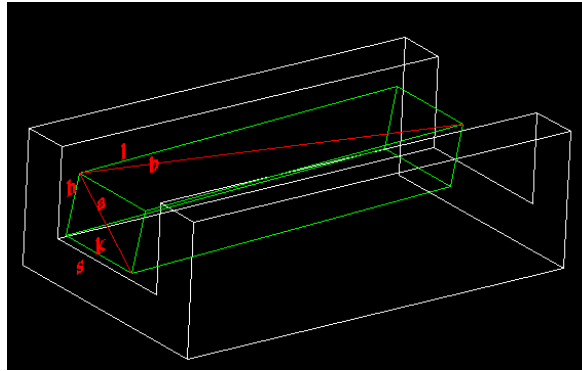


图 1 药盒在储药槽内的放置图

建立优化模型，如式 1 所示。

$$N = \min n$$

$$\text{s. t } \begin{cases} s < 2k \\ s < \sqrt{k^2 + l^2} \\ s < \sqrt{k^2 + h^2} \\ 1 \leq n \leq 47, \text{ 且 } n \text{ 为正整数} \end{cases} \quad (\text{式 1})$$

其中， N 表示最少的储药槽类型数量， n 表示竖向隔板间距类型数， s 表示储药槽的宽度， l 、 k 、 h 分别表示药盒的长、宽和高。

4.1.2 问题一模型的求解

通过对问题一模型进行求解，可以得到放置每一种药盒所对应的最小储药槽宽度 (h_{\min}) 和最大储药槽宽度 (h_{\max})，如附录 A-1 所示，因此，为了使竖向隔板之间的间距类型最少，将每一种药盒放置在自身对应的最大储药槽宽度内，求得竖向隔板间距类型最少的类型数量 $N = 4$ ，对应的储药槽宽度如表 1 所示。

表 1 竖向隔板间距类型所对应的储药槽宽度和药盒宽度

类 型	类型 1	类型 2	类型 3	类型 4
对应的储药槽宽度 $s (mm)$	19	34	46	58
对应药盒规格宽度 $k (mm)$	10–17	18–32	33–44	45–56

划分的 4 种竖向隔板间距类型，每种类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，

药盒的长、宽和高) 如表 2 所示(整个统计表见附录 A-2)。

表 2 4 种竖向隔板间距类型所对应的药盒规格 (包括药盒规格编号, 药盒的长、宽和高)

类型1 (19mm)				类型2 (34mm)				类型3 (46mm)				类型4 (58mm)			
药盒规格				药盒规格				药盒规格				药盒规格			
编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)
669	100	100	10	48	125	73	18	10	95	55	33	45	105	72	45
774	100	100	10	50	126	72	18	11	95	55	33	83	75	47	45
1352	100	100	10	57	110	74	18	12	95	55	33	92	75	45	45
1471	110	60	10	70	97	40	18	13	95	55	33	138	78	47	45
1482	110	80	10	116	96	52	18	14	95	55	33	142	77	45	45
1908	100	70	10	130	120	70	18	15	95	55	33	154	78	45	45
909	80	61	11	133	115	75	18	16	95	55	33	201	78	45	45
1083	115	56	11	140	81	45	18	17	125	75	33	211	71	45	45
1785	112	62	11	145	96	30	18	188	110	91	33	220	70	45	45
332	110	63	12	169	114	63	18	256	120	60	33	229	75	45	45
405	102	57	12	198	121	62	18	257	120	60	33	235	67	45	45
668	100	100	12	209	105	68	18	258	120	60	33	238	126	86	45
107	116	58	13	233	97	67	18	261	120	60	33	375	80	45	45
253	120	72	13	236	110	71	18	328	60	33	33	376	75	48	45
254	120	70	13	240	85	55	18	468	60	33	33	399	85	45	45
255	120	71	13	260	65	62	18	657	60	33	33	417	95	45	45
471	127	64	13	262	63	60	18	925	124	83	33	442	80	46	45
975	100	60	13	263	63	60	18	996	57	34	33	492	69	45	45
1032	94	53	13	264	65	62	18	1039	120	60	33	499	133	90	45
1465	122	62	13	265	65	62	18	1040	120	60	33	501	80	45	45

注: 整个统计表见附录 A-2

4.2.针对问题二的模型建立及求解

4.2.1 问题二的模型建立

通过对问题二进行分析, 在问题一的基础上, 增加了一个目标函数, 即总宽度冗余尽可能小, 因此建立了多目标规划模型。但在问题二的分析里面已经提及到, 在总宽度冗余数量和竖向隔板之间的类型数量之间取得一个平衡值, 同时为了提高模型的处理效率, 因此在最优分割法模型的基础上建立了快速最优分割法模型。

一、多目标规划模型^{[4],[8]}

当竖向隔板间隔类型数为 N 时, 每一种类型对应相应的药盒规格数, 依次为 m_i ($1 \leq i \leq N$), 通过对所给附件 1 中数据进行分析, 所有药盒的宽度从 $10mm$ 到 $56mm$ 中间没有出现断点, 因此, 每种类型数目所对应的冗余宽度依次为一个等差数列, 计算过程如表 3 所示。

表 3 宽容冗余的计算思想

类型数	类型 1	类型 2	类型 N
药盒规格数	m_1	m_2	m_N
宽度冗余	$\underbrace{m_1 - 1, \dots, 2, 1, 0}$	$\underbrace{m_2 - 1, \dots, 2, 1, 0}$	$\underbrace{m_N - 1, \dots, 2, 1, 0}$
宽度冗余之和	$\frac{m_1(m_1 - 1)}{2}$	$\frac{m_2(m_2 - 1)}{2}$	$\frac{m_N(m_N - 1)}{2}$
总宽度冗余	$\sum_{i=1}^N \frac{m_i(m_i - 1)}{2}$			

在满足总宽度冗余尽可能小时, 同时使得竖向隔板的间距类型尽可能少。该模型还

必须满足药盒在储药槽内推送过程中不会出现并排重叠、侧翻或水平旋转，即建立多目标规划模型^[7]，如式 2 所示。

$$\text{目标函数} \begin{cases} M = \min \sum_{i=1}^N \frac{m_i(m_i-1)}{2} \\ N = \min n \end{cases} \quad (\text{式 2})$$

$$\text{s. t.} \begin{cases} s < 2k \\ s < \sqrt{k^2 + l^2} \\ s < \sqrt{k^2 + h^2} \\ 4 \leq n \leq 47, \text{ 且 } n \text{ 为正整数} \\ m_i \text{ 为正整数, } i=1, \dots, N \end{cases}$$

其中， M 表示最小的总宽度冗余， m_i 表示第 i 种储药槽里面的药盒规格总数， N 表示最少的竖向隔板间距类型数， n 表示竖向隔板间距类型数， s 表示储药槽的宽度， l 、 k 、 h 分别表示药盒的长、宽和高。 $i=0, \dots, N$

二、快速最优分割法模型^{[5],[10]}

正如问题二的分析里面所说，由于总宽度冗余数量和竖向隔板之间的类型数量之间存在一个矛盾的关系，因此在总宽度冗余数量和竖向隔板之间的类型数量之间应取得一个平衡值，同时为了提高模型的处理效率，建立快速最优分割法模型。

对 n 种类型的药盒类型 x_1, x_2, \dots, x_n ，分割成两段 (x_1, \dots, x_a) 和 (x_{a+1}, \dots, x_n) ，其中 $a = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ （但是为了提高模型的处理效率，因此每次分割都取一个段的中点进行分割，即二分法分割）。

第一段的均值和方差：

$$\begin{cases} x(1, a) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a x_i \\ S^2(1, a) = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^a (x_i - x(1, a))^2 \end{cases} \quad (\text{式 3})$$

第二段的均值和方差：

$$\begin{cases} x(a+1, n) = \frac{1}{n-a} \sum_{i=a+1}^n x_i \\ S^2(a+1, n) = \frac{1}{n-a} \sum_{i=a+1}^n (x_i - x(a+1, n))^2 \end{cases} \quad (\text{式 4})$$

最优分割法是对有序样本进行最优分类或分组，当总变差 V 达到最小时，分类最优。

$$V = \min \sum_{i,j=1, i \neq j}^n V_{i,j} \quad (\text{式 5})$$

其中 $V_{i,j} = (j-i+1)S^2(i, j) \quad 1 \leq i \leq j \leq n$

4.2.1 问题二的模型求解

根据问题二所建立的模型，运用 EXCEL 工具和 SPSS 计算总变差 V ，从而求解得到竖向隔板的间隔类型数量为 $N=16$ ，对应的储药槽宽度和药盒宽度（区间）如表 4 所示。

表 4 竖向隔板间距类型所对应的储药槽宽度和药盒宽度

类型	对应的储药槽 宽度 $s(mm)$	对应药盒 宽度 $k(mm)$	类型	对应的储药槽 宽度 $s(mm)$	对应药盒 宽度 $k(mm)$
类型 1	13	10-11	类型 9	37	33-35
类型 2	15	12-13	类型 10	40	36-38
类型 3	17	14-15	类型 11	43	39-41
类型 4	19	16-17	类型 12	46	42-44
类型 5	23	18-21	类型 13	49	45-47
类型 6	27	22-25	类型 14	52	48-50
类型 7	30	26-28	类型 15	55	51-53
类型 8	34	29-32	类型 16	58	54-56

根据划分的 16 种竖向隔板间距类型，每种类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，药盒的长、宽和高），如表 5 所示(整个统计表见附录 A-3)。

表 5 16 种竖向隔板间距类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，药盒的长、宽和高）

类型1 (13mm)				类型2 (15mm)					类型16 (58mm)			
药盒规格				药盒规格					药盒规格			
编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	宽 (mm)	高 (mm)		编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)
669	100	100	10	332	110	63	12		744	96	75	54
774	100	100	10	405	102	57	12		443	100	65	55
1352	100	100	10	668	100	100	12		509	95	77	55
1471	110	60	10	107	116	58	13		556	76	72	55
1908	100	70	10	253	120	72	13	1211	95	55	55
909	80	61	11	254	120	70	13		1238	102	65	55
1083	115	56	11	255	120	71	13		1642	110	55	55
1785	112	62	11	471	127	64	13		441	75	65	56
1482	110	80	10	975	100	60	13		444	101	67	56

注：整个统计表见附录 A-3

4.2.2 问题二的模型求解结果的优化

运用问题二所建立的模型，求解得到划分的竖向隔板间距类型为 16 种时，满足总宽度冗余尽可能小，同时竖向隔板间距类型尽可能少。通过对每一竖向隔板间距类型所放置的药盒规格总数进行统计，统计的结果如表 6 所示。

表 6 每一种储药槽所对应的药盒规格总数

类型	储药槽 宽度 s (mm)	对应的药盒 规格总数	类型	储药槽 宽度 s (mm)	对应的药盒 规格总数
类型 1	13	9	类型 9	37	122
类型 2	15	11	类型 10	40	55
类型 3	17	103	类型 11	43	91
类型 4	19	163	类型 12	46	74
类型 5	23	556	类型 13	49	107
类型 6	27	147	类型 14	52	49
类型 7	30	135	类型 15	55	26
类型 8	34	158	类型 16	58	13

根据表 6 中，每一种储药槽所对应的药盒规格总数，画出直方图，如图 2 所示。

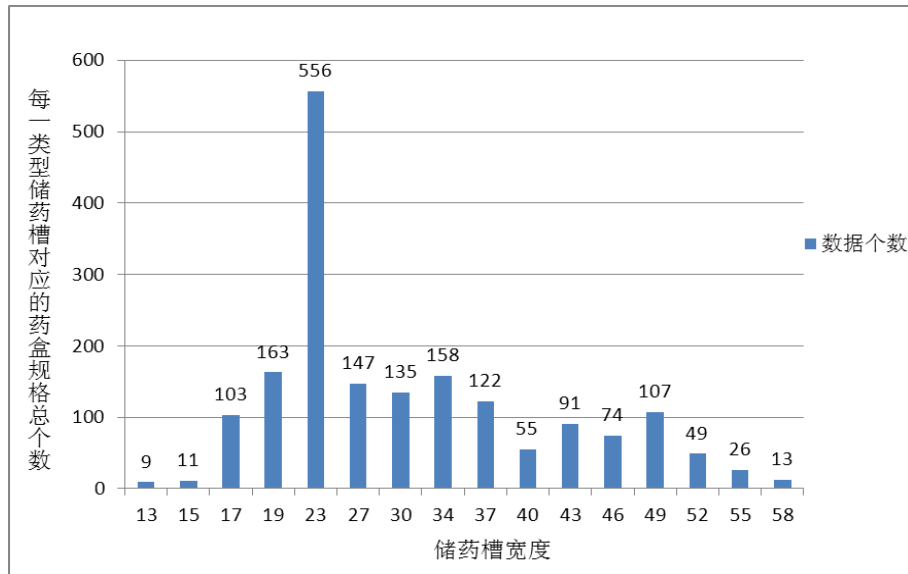


图 2 每一类型储药槽对应的药盒规格总个数

从直方图 2 中可看出，某种类的储药槽对应的药盒规格总数较少，如储药槽宽度为 13 mm 时，对应的药盒规格总数为 9，因此为了减少储药柜的加工成本，同时提高储药槽的适应能力，对 16 种储药槽类型进行优化，将对应的药盒规格总数较少的储药槽合并到邻近的储药槽类型中，该思想类似于聚类的思想，在保证宽度冗余数不会大幅度增加的前提下，减少竖向隔板间距类型，提高储药槽的适应能力，减少开支。优化后竖向隔板间距类型 $N = 12$ ，其对应的储药槽宽度和药盒宽度（区间）如表 7 所示。

表 7 竖向隔板间距类型所对应的储药槽宽度和药盒宽度

类型	对应的储药槽 宽度 $s(mm)$	对应药盒 宽度 $k(mm)$	类型	对应的储药槽 宽度 $s(mm)$	对应药盒 宽度 $k(mm)$
类型 1	17	10-15	类型 7	37	33-35
类型 2	19	16-17	类型 8	40	36-38
类型 3	23	18-21	类型 9	43	39-41
类型 4	27	22-25	类型 10	46	42-44
类型 5	30	26-28	类型 11	49	45-47
类型 6	34	19-32	类型 12	58	48-56

根据优化思想,将优化后的 12 种竖向隔板间距类型,每种类型所对应的药盒规格(包括药盒规格编号,药盒的长、宽和高)进行列表,如表 8 所示(整个统计表见附录 A-4)。

表 8 12 种竖向隔板间距类型所对应的药盒规格(包括药盒规格编号,药盒的长、宽和高)

类型1 (17mm)				类型2 (19mm)				类型12 (58mm)			
药盒规格				药盒规格				药盒规格			
编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)
669	100	100	10	18	116	76	16	54	80	50	48
774	100	100	10	34	120	69	16	232	80	48	48
1352	100	100	10	62	106	48	16	404	90	48	48
1471	110	60	10	67	91	71	16	477	74	49	48
1908	100	70	10	91	133	71	16	690	98	48	48
909	80	61	11	97	94	65	16	736	84	48	48
1083	115	56	11	111	106	66	16	830	83	47	48
1785	112	62	11	112	106	65	16	918	85	48	48
1482	110	80	10	117	110	52	16	959	75	45	48
332	110	63	12	123	126	82	16	974	82	48	48
405	102	57	12	230	120	42	16	1141	92	48	48
668	100	100	12	241	120	66	16	1206	72	48	48
107	116	58	13	269	120	72	16	1299	130	49	48
253	120	72	13	298	107	50	16	1305	100	50	48
254	120	70	13	309	92	72	16	187	111	91	49
255	120	71	13	310	116	77	16	479	65	49	49
471	127	64	13	312	124	67	16	508	86	49	49
975	100	60	13	317	138	68	16	547	100	49	49
1032	94	53	13	333	110	73	16	1091	86	49	49
1465	122	62	13	334	111	74	16	1327	113	56	49
61	65	43	14	335	110	74	16	43	92	65	50
84	110	62	14	354	116	78	16	143	95	50	50

注: 整个统计表见附录 A-4

4.3 针对问题三的模型建立及求解

4.3.1 问题三模型的建立——等步距下降迭代模型

在问题二中,通过建立的多目标优化模型和快速最优分割法模型,再将所求得的结果进行优化,求得合理的竖向隔板间距类型为 12,以及每种类型对应的药品编号。在每种竖向隔板间距类型中的药品都具有一个最大高度 h_{\max} 和最小高度 h_{\min} ,只有将高度小的药盒规格放置在高度大的储药槽中,才能将横向隔板的间距类型数减少,但并不是设计的储药槽高度越高,类型越少越好,因为相对于低药盒规格来说,储药槽高度越高,高度冗余越大,且降低储药槽的适用能力。因此,必须在横向隔板的间距类型数和平面冗余之间取得一个平衡点,同时使其满足储药柜的有效高度。

等步距下降迭代模型^[3]的基本思想是：

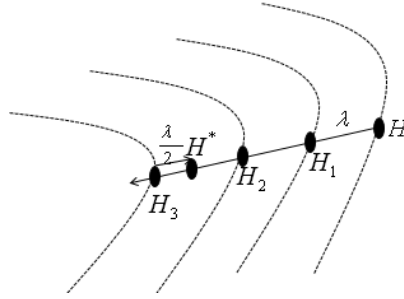


图 3 等步距下降迭代模型的基本思想（注： H^* 为求解值）

等步距下降迭代模型的基本步骤是：

(1) 为了求得最优解，首先选择步长 $\lambda = 2mm$ (因为药盒与上下两层横向隔板之间至少应留 $2mm$ 的间隙)，将药盒的高度加上步长 λ 划分横向隔板间距的类型，即 $H_1 = H + \lambda$ ，因此按照高度划分的横向隔板类型此时冗余数最小，但是该分割方法使得储药柜的高度为 $2573mm$ ，大于储药柜的最大允许有效高度 $1.5m$ ，且横向隔板间距的类型数量最多，因此不满足。

(2) 同样选择步长 $\lambda = 2mm$ ，即 $H_2 = H_1 + \lambda = H + 2\lambda$ ，随着高度的增加，以此划分的横向隔板类型减少，但冗余数增加，同时，该分割方法使得储药柜的高度为 $1588mm$ ，也大于储药柜的最大允许有效高度 $1.5m$ ，因此不满足。

(3) 同样选择步长 $\lambda = 2mm$ ，即 $H_3 = H_2 + \lambda = H + 3\lambda$ ，算得该分割方法使得储药柜的高度为 1113 ，小于储药柜的最大允许有效高度 $1.5m$ ，满足条件。但是随着高度的增加，以此划分的横向隔板类型减少，但冗余数增加，因此，需要检验该分割高度是否为极小值。

(4) 在第(3)步的基础上，选择 $H_4 = H + 5$ ，算得该分割方法的储药柜高度为 $1373mm$ ，小于储药柜的最大允许有效高度 $1.5m$ ，满足条件，且横向隔板类型数和冗余数介入 2λ 和 3λ 之间，因此在满足储药柜最大允许有效高度的前提下，在横向隔板类型数和冗余数之间取得了一个平衡，因此，将 $\Delta\lambda = 5$ 作为横向隔板划分的高度。

该模型的基本步骤可以流程图进行概括，如图 4 所示。

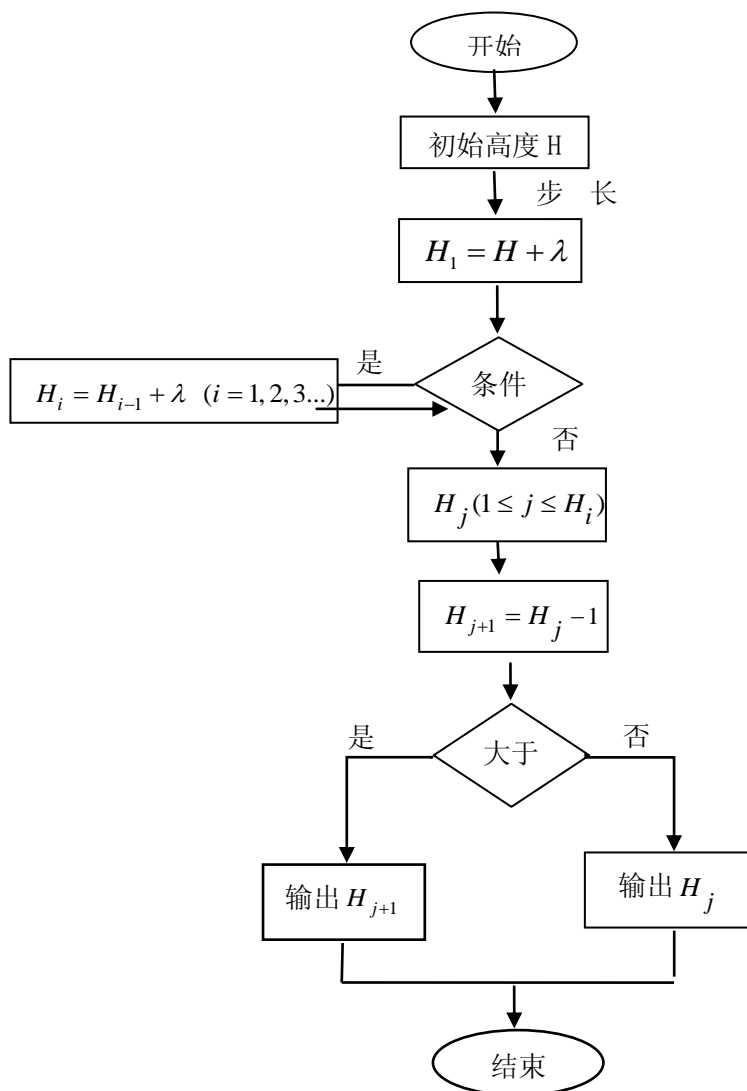


图 4 等步距下降迭代模型的基本步骤

注：条件为判断分割后计算得到储药槽高度是否大于储药槽的最大允许有效高度

4.3.2 问题三模型的求解

根据问题三所建立的模型，运用 EXCEL 工具，从而求解得到横向隔板的间隔类型数量为 $Q=17$ ，对应的储药槽高度和药盒高度（区间）如表 9 所示。

表 9 横向隔板间距类型所对应的储药槽高度和药盒高度

类型	储药槽 高度 H (mm)	对应的药盒 高度 h (mm)	类型	储药槽 高度 H (mm)	对应的药盒 高度 h (mm)
类型 1	35	28-33	类型 10	89	82-87
类型 2	41	34-39	类型 11	95	88-93
类型 3	47	40-45	类型 12	101	94-99
类型 4	53	46-51	类型 13	107	100-105
类型 5	59	52-57	类型 14	113	106-111
类型 6	65	58-63	类型 15	119	112-117

类型 7	71	64-69	类型 16	125	118-123
类型 8	77	70-75	类型 17	127	124-125
类型 9	83	76-81			

根据划分的 17 种横向隔板间距类型，每种类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，药盒的长、宽和高），如表 10 所示(整个统计表见附录 A-5)。

表 10 17 种横向隔板间距类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，药盒的长、宽和高）

类型1 (35mm)				类型2 (41mm)				类型17 (127mm)			
药盒规格				药盒规格				药盒规格			
药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k	药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k	药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k
145	96	30	18	1067	107	34	20	1897	135	125	33
911	108	30	18	607	135	35	20				
1830	107	30	18	849	110	35	20				
513	108	31	18	103	135	36	20			
1065	108	31	18	325	135	36	20				
313	107	32	18	538	135	36	20				
453	108	32	18	1126	121	36	20				

注：整个统计表见附录 A-5

4.3.2 问题三模型的求解结果优化

运用问题三所建立的模型，求解得到划分的横向隔板间距类型为 17 种时，满足总平面冗余尽可能小，同时横向隔板间距类型尽可能少。通过对每一横向隔板间距类型所放置的药盒规格总数进行统计，统计的结果如表 11 所示。

表 11 每一种储药槽所对应的药盒规格总数

槽宽 (mm) \ 槽高 (mm)	17	19	23	27	30	34	37	40	43	46	49	58
35			35	7	3	15	5					
41			14	24	15	4	27	23	10			
47	7	6	6	12	5	6	1		47	50	32	1
53	12	12	9	13	11	7	7	1	3		55	48
59	15	10	28	12	8	12	12	2	1	2	1	13
65	24	24	76	17	9	13	36	13	6	6	5	3
71	25	35	102	22	11	33	7	2	7	6	3	12
77	30	53	181	55	25	25	7	1	7	2	5	5
83	5	13	68	59	27	27	4	3	1	2	2	1
89	1	2	24	22	9	10	2	3	3	5	3	2
95		2	4	4	10	2	9	6	2	1	1	2
101		2	2		1	2	2		2			
107	4		2				1	1	1			1
113		3	4			1						
119		1	1		1							
125						1	1		1			
127							1					

从表 11 中可看出，某种类的储药槽对应的药盒规格总数较少，如储药槽高度为 125 mm 时，对应的药盒规格总数为 3，因此为了减少储药柜的加工成本，同时提高储药槽的适应能力，对 17 种储药槽类型进行优化，将对应的药盒规格总数较少的储药槽合并到邻近的储药槽类型中，在保证高度冗余数不会大幅度增加的前提下，减少横向隔板间距类型，提高储药槽的适应能力，减少开支。优化后横向隔板间距类型 $N = 13$ ，其对应的储药槽宽度和药盒宽度（区间）如表 12 所示。

表 12 横向隔板间距类型所对应的储药槽高度及药盒高度

类型	储药槽高度 H (mm)	对应的药盒高度 h (mm)	类型	储药槽高度 H (mm)	对应的药盒高度 h (mm)
类型 1	35	28-33	类型 8	77	70-75
类型 2	41	34-39	类型 9	83	76-81
类型 3	47	40-45	类型 10	89	82-87
类型 4	53	46-51	类型 11	95	88-93
类型 5	59	52-57	类型 12	113	94-111
类型 6	65	58-63	类型 13	127	112-125
类型 7	71	64-69			

根据划分的 13 种横向隔板间距类型，每种类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，药盒的长、宽和高），如表 13 所示(整个统计表见附录 A-6)。

表 13 13 种横向隔板间距类型所对应的药盒规格（包括药盒规格编号，药盒的长、宽和高）

类型1 (35mm)				类型2 (41mm)					类型13 (127mm)			
药盒规格				药盒规格					药盒规格			
药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k	药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k		药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k
145	96	30	18	1067	107	34	20		862	127	112	16
911	108	30	18	607	135	35	20		1758	132	112	20
1830	107	30	18	849	110	35	20		592	131	112	26
513	108	31	18	103	135	36	20	1898	133	120	30
1065	108	31	18	325	135	36	20		915	132	120	35
313	107	32	18	538	135	36	20		750	125	121	40
453	108	32	18	1126	121	36	20		1897	135	125	33
606	108	32	18	1636	135	36	20					

注：整个统计表见附录 A-6

4.4 针对问题四的模型建立及求解

4.4.1 问题四模型的建立

第一小问的模型：

通过对问题四进行分析可知，将储药槽的长度除以每一种药品的长度，可以得到每个药槽的放药数，再根据每一种药品需要的最大日需求量，可以求得每一种药品需要的储药槽个数，表达式如式 6 所示。

$$\beta_i = \left\lceil \frac{R_i * l_i}{1500} \right\rceil, \quad 1 \leq i \leq 1919 \quad (\text{式 6})$$

其中， β_i 表示第 i 种药品需要的储药槽个数， R_i 表示第 i 种药品对应的最大日需求量， l_i 表示第 i 种药品的长度， $1 \leq i \leq 1919$ 。数学符号 $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整，如 $\lceil 2.5 \rceil = 3$ 。

第二小问的模型：

根据问题二和问题三，计算出每一种药品所在的储药槽的宽度 x_i 和高度 y_i ($1 \leq i \leq 1919$)，因此得到每一种药品在储药柜内所占的正面面积 T_i 。

$$T_i = x_i * y_i \quad (1 \leq i \leq 1919) \quad (\text{式 7})$$

将每一种药品需要的储药槽个数乘以对应的所占的正面面积 T_i ，得到每一种药品所占正面面积之和，再将每一种药品的正面面积之和相加，得到满足最大日需求量所需的

正面面积 Z 。

$$Z = \sum_{i=1}^{1919} \sum_{j=1}^{\beta_i} x_i y_i \quad (1 \leq i \leq 1919) \quad (\text{式 } 8)$$

其中， x_i 和 y_i 分别表示每一种药品所在的储药槽的宽度和高度， β_i 表示第 i 种药品需要的储药槽个数。

由于问题三中，给出了单个储药柜的规格，因此可以求得单个储药柜的正面面积 S 。

$$S = K * W \quad (\text{式 } 9)$$

其中， K 表示储药柜的宽度， W 表示储药柜的高度。

将满足最大日需求量所需的正面面积 Z 与单个储药柜的正面面积 S 相除，得到最少需要的储药柜个数 G ，且能够保证药房储药的需要。

$$G = Z / S \quad (\text{式 } 10)$$

4.4.2 问题四模型的求解

第一小问所建模型的求解：

根据所列表达式 6，在附件 2 中，使用 EXCEL 表中的向上取整函数 ROUNDUP，求解得到每一种药品需要的储药槽个数，如表 14 所示。

表 14 每一种药品需要的储药槽个数（部分数据）

G7 fx =ROUNDUP(F7,0)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	药品编号	长(mm)	高(mm)	宽(mm)	日最大需求量(单位:盒)	需要药槽数	向上取整
2	1	120	76	24	273	21.84	22
3	2	125	72	20	155	12.9166667	13
4	3	125	76	21	139	11.5833333	12
5	4	91	71	15	124	7.52266667	8
6	5	125	72	21	110	9.16666667	10
7	6	120	85	20	108	8.64	9
8	7	117	37	26	103	8.034	9
9	8	78	65	20	93	4.836	5
10	9	103	64	20	90	6.18	7
11	10	95	55	33	88	5.57333333	6
12	11	95	55	33	85	5.38333333	6
13	12	95	55	33	85	5.38333333	6

注：整个统计表见附录 A-7

第二小问所建模型的求解：

根据表达式 7-10，在 MATLAB^[9]中编程求解（具体的程序详见附录 A-8），求得需要的储药柜个数 $G = 1.6516$ ，因此，得到在保证药房储药满足需要的情况下，最少需要的储药柜个数为 2 个。

五、模型检验

通过对华康大药房的储药柜规格的查看，对本文划分的横向和竖向隔板类型数进

行检验，模型求得的值合理，与现实生活中的储药柜类型基本吻合。

六、模型评价

6.1 模型优点

- 1、本文模型借助 EXCEL, SPSS 和 MATLAB 等数据处理工具，提高了处理的效率，同时将处理结果以表格、图形的形式呈现，直观易懂、提高查询效率；
- 2、论文在求解问题二时，建立了快速最优分割法模型，提高了模型处理的效率；
- 3、论文在求解问题四时，将三维空间映射到二维(即平面)，降低了问题的处理难度；
- 4、论文给出的模型推理严谨、深入浅出，结果准确，模型的可操作性强，具有推广使用的价值。

6.2 模型缺点与改进

- 1、本文在求解问题三时，使用了等步距迭代下降算法，该算法在一定程度上，速度较慢，因此可以将此方法进一步的优化。
- 2、本建模在处理的过程中，使用的数据可能受到过其它因素的影响，因而得到的结果可能与现实情况具有一定程度上的差距。

七、模型的改进及推广

7.1 模型改进

在用快速最优分割法模型对储药槽进行划分的时候，可以用有序样品的的聚类方法进行改进。将 n 个储药槽分割为 L 段，使同一类储药槽中的离差平方和最小。

7.2 推广及应用

本模型可应用于市场货物管理及销售铺货补货程序，大力节约劳动成本及提高资源利用率，对于调查分析市场销售情况也有一定帮助。本模型还可利用于集装箱装箱，图书馆摆放书籍，超市摆放货物还可应用于地质灾害分析预测等数据分类分析处理领域。

参考文献

- [1] 杜强, 贾丽艳. SPSS 统计分析从入门到精通. 北京: 人民邮电出版社, 2011.
- [2] 袁新生, 邵大宏, 郁时炼. LINGO 和 Excel 在数学建模中的应用. 北京: 科学出版社, 2012.
- [3] 甘应爱, 田丰, 李维铮等. 运筹学(第三版). 北京: 清华大学出版社, 2012.
- [4] 王丽颖, 赵连丽, 赵连忠. 多目标规划模型的应用研究. 白城师范学院学报, 2010,

24(6): 7-9

- [5] 张强. 最优分割法. 统计方法讲座, 2010, 1(1): 26-29.
- [6] 张德富, 彭煜, 朱文兴. 求解三维装箱问题的混合模拟退火算法. 计算机学报, 2009, 32(11): 18-32.
- [7] 林铨云, 董加礼. 多目标优化的方法与理论. 吉林: 长春吉林教育出版社, 1992.
- [8] 宋业新, 胡伟文, 张建军. 具有模糊系数约束的多目标线性规划. 海军工程大学学报, 2004, 16(1): 40-44.
- [9] 龚纯, 王正林. 精通 MATLAB 最优化计算. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- [10] 王嫣, 张志宏. 模糊线性规划的最优解分析. 北京工商大学学报(自然科学版) 2007, 25(5): 67-69.

附录 A 部分重要数据表和程序（注：整个数据表在文件夹中）

附录 A-1 每一种药盒所对应的最小储药槽宽度和最大储药槽宽度

药品编号	长(mm)l	高(mm)h	宽(mm)k	h(min)	h(max)	2倍宽	正面对角线 $a=\sqrt{k^2+h^2}$	正面对角线 $b=\sqrt{k^2+l^2}$
669	100	100	10	12	20	20	100.4987562	100.4987562
774	100	100	10	12	20	20	100.4987562	100.4987562
1352	100	100	10	12	20	20	100.4987562	100.4987562
1471	110	60	10	12	20	20	60.8276253	110.4536102
1482	110	80	10	12	20	20	80.62257748	110.4536102
1908	100	70	10	12	20	20	70.71067812	100.4987562
909	80	61	11	13	22	22	61.98386887	80.75270893
1083	115	56	11	13	22	22	57.07013229	115.5248891
1785	112	62	11	13	22	22	62.96824597	112.5388822
332	110	63	12	14	24	24	64.13267498	110.6526095
405	102	57	12	14	24	24	58.24946352	102.7034566
668	100	100	12	14	24	24	100.7174265	100.7174265
107	116	58	13	15	26	26	59.43904441	116.7261753
253	120	72	13	15	26	26	73.1641989	120.7021127
254	120	70	13	15	26	26	71.19691005	120.7021127
255	120	71	13	15	26	26	72.18032973	120.7021127
471	127	64	13	15	26	26	65.30696747	127.6636205
975	100	60	13	15	26	26	61.39218191	100.8414597
1032	94	53	13	15	26	26	54.5710546	94.89467846

附录 A-2 4 种竖向隔板间距类型对应的药盒规格

类型1 (19mm)				类型2 (34mm)				类型3 (46mm)				类型4 (58mm)			
药盒规格				药盒规格				药盒规格				药盒规格			
编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)
669	100	100	10	48	125	73	18	10	95	55	33	45	105	72	45
774	100	100	10	50	126	72	18	11	95	55	33	83	75	47	45
1352	100	100	10	57	110	74	18	12	95	55	33	92	75	45	45
1471	110	60	10	70	97	40	18	13	95	55	33	138	78	47	45
1482	110	80	10	116	96	52	18	14	95	55	33	142	77	45	45
1908	100	70	10	130	120	70	18	15	95	55	33	154	78	45	45
909	80	61	11	133	115	75	18	16	95	55	33	201	78	45	45
1083	115	56	11	140	81	45	18	17	125	75	33	211	71	45	45
1785	112	62	11	145	96	30	18	188	110	91	33	220	70	45	45
332	110	63	12	169	114	63	18	256	120	60	33	229	75	45	45
405	102	57	12	198	121	62	18	257	120	60	33	235	67	45	45
668	100	100	12	209	105	68	18	258	120	60	33	238	126	86	45
107	116	58	13	233	97	67	18	261	120	60	33	375	80	45	45
253	120	72	13	236	110	71	18	328	60	33	33	376	75	48	45
254	120	70	13	240	85	55	18	468	60	33	33	399	85	45	45
255	120	71	13	260	65	62	18	657	60	33	33	417	95	45	45

附录 A-3 16 种竖向隔板间距类型所对应的药盒规格

类型1 (13mm)				类型2 (15mm)				类型16 (58mm)			
药盒规格				药盒规格				药盒规格			
编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	宽 (mm)	高 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)
669	100	100	10	332	110	63	12	744	96	75	54
774	100	100	10	405	102	57	12	443	100	65	55
1352	100	100	10	668	100	100	12	509	95	77	55
1471	110	60	10	107	116	58	13	556	76	72	55
1908	100	70	10	253	120	72	13	1211	95	55	55
909	80	61	11	254	120	70	13	1238	102	65	55
1083	115	56	11	255	120	71	13	1642	110	55	55
1785	112	62	11	471	127	64	13	441	75	65	56
1482	110	80	10	975	100	60	13	444	101	67	56

附录 A-4 12 种竖向隔板间距类型所对应的药盒规格

类型1 (17mm)				类型2 (19mm)					类型12 (58mm)			
药盒规格				药盒规格					药盒规格			
编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)		编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)
669	100	100	10	18	116	76	16		54	80	50	48
774	100	100	10	34	120	69	16		232	80	48	48
1352	100	100	10	62	106	48	16		404	90	48	48
1471	110	60	10	67	91	71	16		477	74	49	48
1908	100	70	10	91	133	71	16		690	98	48	48
909	80	61	11	97	94	65	16	736	84	48	48
1083	115	56	11	111	106	66	16		830	83	47	48
1785	112	62	11	112	106	65	16		918	85	48	48
1482	110	80	10	117	110	52	16		959	75	45	48
332	110	63	12	123	126	82	16		974	82	48	48
405	102	57	12	230	120	42	16		1141	92	48	48

附录 A-5 17 种横向隔板间距类型所对应的药盒规格

类型1 (35mm)				类型2 (41mm)					类型17 (127mm)			
药盒规格				药盒规格					药盒规格			
药品编号	长 (mm)l	高 (mm)h	宽 (mm)k	药品编号	长 (mm)l	高 (mm)h	宽 (mm)k		药品编号	长 (mm)l	高 (mm)h	宽 (mm)k
145	96	30	18	1067	107	34	20		1897	135	125	33
911	108	30	18	607	135	35	20					
1830	107	30	18	849	110	35	20					
513	108	31	18	103	135	36	20				
1065	108	31	18	325	135	36	20					
313	107	32	18	538	135	36	20					
453	108	32	18	1126	121	36	20					

附录 A-6 13 种横向隔板间距类型所对应的药盒规格

类型1 (35mm)				类型2 (41mm)					类型13 (127mm)			
药盒规格				药盒规格					药盒规格			
药品编号	长 (mm)l	高 (mm)h	宽 (mm)k	药品编号	长 (mm)l	高 (mm)h	宽 (mm)k		药品编号	长 (mm)l	高 (mm)h	宽 (mm)k
145	96	30	18	1067	107	34	20		862	127	112	16
911	108	30	18	607	135	35	20		1758	132	112	20
1830	107	30	18	849	110	35	20		592	131	112	26
513	108	31	18	103	135	36	20	1898	133	120	30
1065	108	31	18	325	135	36	20		915	132	120	35
313	107	32	18	538	135	36	20		750	125	121	40
453	108	32	18	1126	121	36	20		1897	135	125	33
606	108	32	18	1636	135	36	20					

附录 A-7 每一种药品需要的储药槽个数

药品编号	长 (mm)	高 (mm)	宽 (mm)	日最大需求量 (单位: 盒)	需要药槽数	向上取整
1	120	76	24	273	21.84	22
2	125	72	20	155	12.91666667	13
3	125	76	21	139	11.58333333	12
4	91	71	15	124	7.52266667	8
5	125	72	21	110	9.16666667	10
6	120	85	20	108	8.64	9
7	117	37	26	103	8.034	9
8	78	65	20	93	4.836	5
9	103	64	20	90	6.18	7
10	95	55	33	88	5.57333333	6
11	95	55	33	85	5.38333333	6
12	95	55	33	85	5.38333333	6
13	95	55	33	83	5.25666667	6
14	95	55	33	83	5.25666667	6
15	95	55	33	82	5.19333333	6
16	95	55	33	81	5.13	6
17	125	75	33	77	6.41666667	7

附录 A-8（问题四第二小问的 MATLAB 求解程序）

```
l=data(:,1); %药盒规格长度
h=data(:,2); %药盒规格高度
k=data(:,3); %药盒规格宽度
for i=1:1919
    h(i)=h(i)+2; %药盒所需槽高度最小值
    k(i)=k(i)+2; %药盒所需槽宽度最大值
end
g1=[35 41 47 53 59 65 71 77 83 89 95 113 127];
s1=[ 17 19 23 27 30 34 37 40 43 46 49 58];
for i=1:1919
    for j=1:12
        if k(i)>s1(j)
            j=j+1;

        else
            k1(i)=s1(j);
            breas;
        end
    end
end
for i=1:1919
    for j=1:11
        if h(i)>g1(j)
            j=j+1;

        else
            h1(i)=g1(j);
            breas;
        end
    end
end
for i=1:1919
    s(i)=k1(i)*h1(i);
```

```

end
a=0;
for i=1:1919          %求出每天最大需求量下，所有药槽所占的面积
    ys(i)=cs(i)*s(i);
    a=a+ys(i);
end
s=fix(a/3000000)+1;    %储药柜的数量
b1=a/3000000;

```