

2005 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“对论文格式的统一要求”)

B 题： DVD 在线租赁

随着信息时代的到来，网络成为人们生活中越来越不可或缺的元素之一。许多网站利用其强大的资源和知名度，面向其会员群提供日益专业化和便捷化的服务。例如，音像制品的在线租赁就是一种可行的服务。这项服务充分发挥了网络的诸多优势，包括传播范围广泛、直达核心消费群、强烈的互动性、感官性强、成本相对低廉等，为顾客提供更为周到的服务。

考虑如下的在线 DVD 租赁问题。顾客缴纳一定数量的月费成为会员，订购 DVD 租赁服务。会员对哪些 DVD 有兴趣，只要在线提交订单，网站就会通过快递的方式尽可能满足要求。会员提交的订单包括多张 DVD，这些 DVD 是基于其偏爱程度排序的。网站会根据手头现有的 DVD 数量和会员的订单进行分发。每个会员每个月租赁次数不得超过 2 次，每次获得 3 张 DVD。会员看完 3 张 DVD 之后，只需要将 DVD 放进网站提供的信封里寄回（邮费由网站承担），就可以继续下次租赁。请考虑以下问题：

- 1) 网站正准备购买一些新的 DVD，通过问卷调查 1000 个会员，得到了愿意观看这些 DVD 的人数（表 1 给出了其中 5 种 DVD 的数据）。此外，历史数据显示，60% 的会员每月租赁 DVD 两次，而另外的 40% 只租一次。假设网站现有 10 万个会员，对表 1 中的每种 DVD 来说，应该至少准备多少张，才能保证希望看到该 DVD 的会员中至少 50% 在一个月内能够看到该 DVD？如果要求保证在三个月内至少 95% 的会员能够看到该 DVD 呢？
- 2) 表 2 中列出了网站手上 100 种 DVD 的现有张数和当前需要处理的 1000 位会员的在线订单（表 2 的数据格式示例如下表 2，具体数据请从 <http://mcm.edu.cn/mcm05/problems2005c.asp> 下载），如何对这些 DVD 进行分配，才能使会员获得最大的满意度？请具体列出前 30 位会员（即 C0001~C0030）分别获得哪些 DVD。
- 3) 继续考虑表 2，并假设表 2 中 DVD 的现有数量全部为 0。如果你是网站经营管理人员，你如何决定每种 DVD 的购买量，以及如何对这些 DVD 进行分配，才能使一个月内 95% 的会员得到他想看的 DVD，并且满意度最大？
- 4) 如果你是网站经营管理人员，你觉得在 DVD 的需求预测、购买和分配中还有哪些重要问题值得研究？请明确提出你的问题，并尝试建立相应的数学模型。

表 1 对 1000 个会员调查的部分结果

DVD 名称	DVD1	DVD2	DVD3	DVD4	DVD5
愿意观看的人数	200	100	50	25	10

表 2 现有 DVD 张数和当前需要处理的会员的在线订单（表格格式示例）

DVD 编号		D001	D002	D003	D004	...
DVD 现有数量		10	40	15	20	...
会员 在线 订单	C0001	6	0	0	0	...
	C0002	0	0	0	0	...
	C0003	0	0	0	3	...
	C0004	0	0	0	0	...

注：D001~D100 表示 100 种 DVD，C0001~C1000 表示 1000 个会员，会员的在线订单用数字 1,2,... 表示，数字越小表示会员的偏爱程度越高，数字 0 表示对应的 DVD 当前不在会员的在线订单中。

（注：表 2 数据位于文件 B2005Table2.xls 中，可从 <http://mcm.edu.cn/mcm05/problems2005c.asp> 下载）