
答卷编号（参赛学校填写）：

答卷编号（竞赛组委会填写）：

论文题目： （A）

组 别：本 科 生

参赛队员信息(必填)：

	姓 名	专业班级及学号	联系电话
参赛队员 1	谢 浩	专业班级 10 信计 学号 20104091014	18745957362
参赛队员 2	王英龙	专业班级 10 信计 学号 20104091025	18745958036
参赛队员 3	王晓红	专业班级 10 信计 学号 20104091031	18745976837

参赛学校：黑龙江八一农垦大学

答卷编号（参赛学校填写）：

答卷编号（竞赛组委会填写）：

评阅情况（学校评阅专家填写）：

学校评阅 1.

学校评阅 2.

学校评阅 3.

评阅情况（联赛评阅专家填写）：

联赛评阅 1.

联赛评阅 2.

联赛评阅 3.

题目 深圳人口与医疗需求预测

摘要

深圳市经济的发展，产业结构的变化，导致外来务工人员大量流入，且近些年来老年人口比例逐渐增加，导致现有的医疗设施不能满足未来人们就医需求，由此选择对深圳市未来医疗床位的需求进行预测。

问题 1 首先对人口结构中的年龄组成、性别比进行分析，并采用灰色 GM(1,1) 模型进行人口结构的预测；根据所给数据采用 GM(1,1) 模型对未来人口总数进行预测；针对人口结构中的出生率、死亡率和自然增长率的变化应用 Matlab 中的高斯函数进行预测；同样用灰色 GM(1,1) 模型分别对全市及各区的床位进行预测。其的误差范围在(0~17.0925 万人)。

对于问题 1 我们再次用最小二乘法中的优化方法建立了多项式拟合模型进行预测。其的误差范围在(17.93 万人~163.7 万人)。在对灰色模型改进的基础上建立了等维灰数递补动态预测模型。对两个模型进行了验证和比较，然后借助于最小二乘算法、神经网络算法运用 Matlab 和 Excel 软件，对附件所提供的数据进行筛选于处理。并从中随机选取了 2 组数据（每组 10 个采样）对理论结果进行了数据模拟，结果显示，灰色 GM(1,1) 预测模型和多项式拟合模型所模拟的结果都与真实值相吻合。但多项式拟合模型的误差范围在(17.93 万人~163.7 万人)，而灰色预测模型的误差范围在(0~17.0925 万人)。相比较而言灰色预测模型具有较高的精确度。

对问题 2 我们在灰色模型改进的基础上建立了等维灰数递补动态预测模型，然后借助于神经网络算法及 Matlab 软件对附表中的统计年鉴数据分析，筛选，从中选取了 3 种不同的疾病（急性阑尾炎、小儿肺炎和子宫平滑肌瘤），分别在 3 种不同医疗机构（综合医院、儿童医院和中医院）的床位需求进行预测。结果显示，上述 3 种病在未来十年中呈现递增趋势。

关键词：最小二乘法 神经网络 灰色模型 多项式拟合 人口预测 医疗床位

一、问题重述

从结构来看，深圳人口的显著特点是流动人口远远超过户籍人口，且年轻人占绝对优势，年轻人身体强壮且发病较少，但是，随着时间的推移和政策的调整，深圳老年人口比例会逐渐增加，产业结构的变化也会影响外来务工人员数量。这些都可能导致深圳市未来的医疗需求与现在有较大的差异。未来的医疗需求与人口结构、数量和经济发展的因素有关，合理预测能使医疗设施建设正确匹配未来人口健康保障需求，是保证深圳社会经济可持续发展的重要条件。然而，现在人口社会发展模型在面对深圳情况时，却难以满足人口和医疗预测的需求。为了解决此问题，我们根据深圳人口发展变化态势以及全社会医疗卫生资源投入情况收集数据、建立针对深圳具体情况的数学模型，预测深圳未来的人口增长和医疗需求，所以要求：

1. 分析深圳近十年常住人口，非常住人口变化特征，预测未来十年深圳市人口数量和结构的发展趋势，以此为基础预测未来全市和各区医疗床位需求。
2. 根据深圳市人口的年龄结构和患病情况及所收集的数据，选择预测几种病在不同类型的医疗机构就医的床位需求。
3. 根据附表数据绘制出常住人口和非常住人口的变化特征。
4. 对你的模型做复杂性、可行性及误差分析。

二、问题分析

深圳市是外来人口大市，但是深圳人口的显著特点是流动人口远远超过户籍人口，且年轻人口占绝对优势。年轻人身体强壮，发病较少，然而，随着时间的推移和政策的调整，深圳老龄人口会逐渐增加。因此通过分析深圳市近十年常住人口、非常住人口变化特征，我们分别用灰色模型和多项式拟合的方法预测未来十年深圳市人口数量和结构的发展趋势，并且对附表里的数据分析和统计绘制柱状图如下：

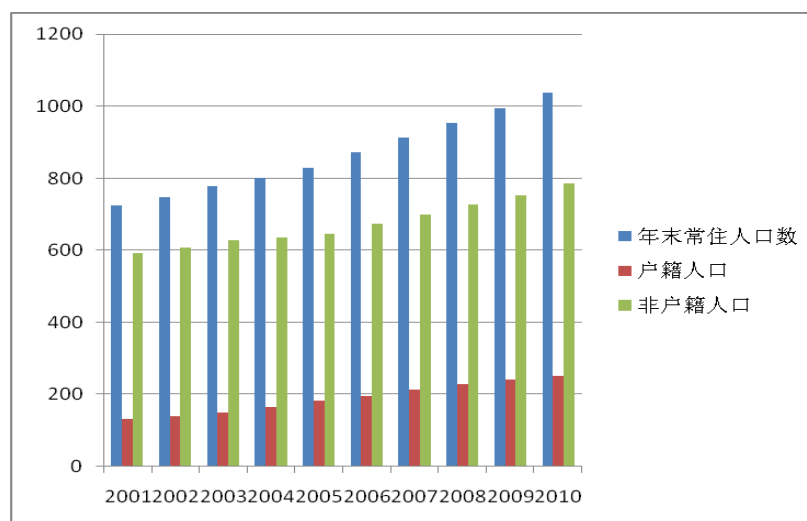


图 1 年末常住人口、非常住人口柱形图

通过柱状图可以明显的看出深圳市近十年年末常住人口数、户籍人口数和非户籍人

口数都呈增长趋势。并且通过分析近十年深圳市人口变化特征，归纳深圳市人口增长函数，进而预测深圳市未来十年人口数量以及人口结构。而床位的需求受总人口、人口结构等因素的影响，总人口可以由人口增长模型预测。通过历年数据发现，老年人群是各种疾病相对高发人群，老年人口的比重严重影响着医疗需求。因此可以用人口总数和老年人口预测深圳市床位需求总量。而深圳各区床位需求又可以通过各区人口因素分析得到。

（一）问题 1 的分析

问题 1 属于人口预测数学问题，对于解决此类问题一般数学方法是指数增长模型，灰色模型，多项式拟合，logistic 等；但是随着时间的推移和政策的调整导致深圳市未来的医疗需求与现在有较大的差异，由附表可以看出深圳近十年年末常住人口、户籍人口和非户籍人口都呈增长的趋势，而且非户籍人口增长飞快。因此根据深圳人口变化特征我们用灰色模型与多项式拟合来预测较好，误差较少。

由于以上原因，我们可以将首先建立一个多项式拟合的数学模型 I, 然后将建立一个灰色模型的数学模型 II, 通过这两种模型预测结果比较，运用灰色模型预测较准确，多项式拟合预测误差较大，因此我们选用灰色模型。

（二）问题 2 的分析

问题 2 要求通过选用几种病来预测深圳医疗床位需求，对于解决此类问题一般数学方法是灰色模型，MATLAB。有附表中的数据我们可以看出老年人和幼年人群发病率较高，并且随着时间的推移老龄化人口比例会逐渐增加，未来的医疗需求与人口结构、数量 and 经济发展等因素有关，因此我们需要对深圳市医疗床位做合理的预测。我们运用灰色模型对未来十年深圳市医疗床位进行了较准确的预测。

三、模型假设

1. 假设题目所给的数据真实可靠。
2. 不考虑战争，瘟疫，大规模流行病等对人口的影响。
3. 假设同一年龄段的人死亡率相同，同一年龄段的育龄女性生育率相同。
4. 在短期内各种疾病在各年龄段的发病率保持不变。
5. 假设每个病人要住院治疗的话，每个医院都有足够的床位进行治疗。
6. 在短期内，人口的生育率，死亡率的总体水平可看成不变。
7. 假设患病的人都会去医院治疗且各医院有足够的床位供病人选择。

四、定义与符号说明

$x^{(0)}$ 表示各年份人口实际数量的一个集合

$x^{(0)}(k)$ 表示序号为 K 这一年实际的人口数量（单位万人）

$\hat{x}^{(0)}(k)$ 表示序号为 K 这一年预测的人口数量（单位万人）

$\lambda^{(k)}$ 表示级比，即序号为 $(k-1)$ 这一年的人口数量与序号为 (k) 这一年的人口数量的比值

$x^{(1)}$ 表示对原始数据 $x^{(0)}$ 作一次累加，即把数列 $x^{(0)}$ 各年份数据依次累加得到的一个集合

$x^{(1)}(k)$ 表示序号为这一年和其前面年份的人口数量的累加和

$N(t)$ 表示 t 时刻人口总数

$F(t, r)$ 表示人口函数

$p(t, r)$ 人口年龄分布密度函数

$$p(r, t) = \frac{\partial F}{\partial r}$$

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的模型建立与求解

对于问题（1）我们建立了两种数学模型，分别预测深圳市未来人口的发展趋势。它们分别是多项式拟合模型和灰色 GM（1, 1）预测模型。

本表来源附件 1 深圳历年人口数据

表 5.1 深圳近十年人口数据表如下 单位（万人）

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
年份	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
常住人口 （万人）	724.57	746.62	778.27	800.8	827.75	871.1	912.37	954.28	995.01	1037.2

模型一：多项式拟合模型

多项式拟合：多项式拟合的目标是找出一组多项式系数 a_j ，使得多项式

$\psi(x) = a_1 x^n + a_2 x^{n-1} + \dots + a_n x + a_{n+1}$ 能够较好地拟合原始数据。

（1）模型建立

运用多项式插值对已有数据进行拟合，采用的插值方法是 Hermit 插值法，并且在区间估计中采用了误差相对较小的最小二乘法的多项式拟合预测模型。

假设的多项式有四种可能，每一种变量 t 都在 $1979 \leq t \leq 2010$ 范围内：

$$\sum_{j=0}^{11} a_j t^j \quad (1)$$

$$\sum_{j=0}^{11} b_j(t-1979)' \quad (2)$$

$$\sum_{j=0}^{11} b_j(t-2000)' \quad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{11} d_j\left(\frac{t-2000}{10}\right)' \quad (4)$$

插值过程需要求解一个线性方程组，以此来得到多项式的系数行列式，涉及到 11×11 范德蒙矩阵。矩阵元素是年代的阶梯函数：

$$A(I, j) = s(I)^{(n-j)}$$

多项式 d 次方项的系数 C 需要通过解决一个涉及到 $d+1$ 阶范德蒙矩阵的线性方程组才能得到

$$A(:, n-d:n) * c = p$$

假如 d 小于 11，方程组的最小二乘解是恰当的；假如 d 等于 11 那么方程刚好可以解决多项式插值的问题。两种情况下，该算法都有效地解决了 Matlab 程序的反斜线操作。

通过以上建立的模型可以对深圳市中短期人口作出准确的预测，但正如我们上面提到的这种模型最大的缺陷在于后期拟合结果分叉，因而如果要给出深圳市长期的人口预测还必须对模型进行修正。

假设 t 时刻年龄在 $[r, r + \Delta r]$ 的人数为 $p(r, t)\Delta r$

过了 Δt 年后，死亡人数为： $\mu(r, t)p(r, t)\Delta r\Delta t$

另一部分没有死，他们活到了 $t + \Delta t$ 时刻，此时他们的年龄处于区间 $[r + \Delta r', r + \Delta r + \Delta r']$ ，显然 $\Delta r' = \Delta t$

即在 $t + \Delta t$ 时刻，年龄在 $[r + \Delta r', r + \Delta r + \Delta r']$ 中的人口数为：

$$p(r + \Delta r', t + \Delta t)\Delta r$$

于是下式显然成立：

$$p(r, t)\Delta r - p(r + \Delta r', t + \Delta t)\Delta r = \mu(r, t)p(r, t)\Delta r\Delta t$$

可写成

$$\begin{aligned} & p(r + \Delta r', t + \Delta t)\Delta r - p(r, t + \Delta t)\Delta r + p(r, t + \Delta t)\Delta r - p(r, t)\Delta r \\ & = -\mu(r, t)p(r, t)\Delta r\Delta t \end{aligned}$$

两边同除以 $\Delta r\Delta t$ ，于是

$$\begin{aligned} & \frac{p(r + \Delta r', t + \Delta t) - p(r, t + \Delta t)}{\Delta r'} + \frac{p(r, t + \Delta t) - p(r, t)}{\Delta t} \\ & = -\mu(r, t)p(r, t)\Delta r\Delta t \end{aligned}$$

取极限：

$$\frac{\partial p(r,t)}{\partial r} + \frac{\partial p(r,t)}{\partial t} = -\mu(r,t)p(r,t)$$

初始条件： $p(r,0) = p_0(r)$ $p_0(r)$ 为初始时刻的人口密度

边界条件： $p(0,t) = \varphi(t) = \mu(t)N(t)$ $\mu(t)$ 为相对出生率

综上便得到了人口模型的微分方程模型

当 $\mu(r,t)$ 不依赖 t 仅依赖于 r 时，可解得：

$$p(r,t) = \varphi(t-r)e^{-\int_0^r \mu(\rho)d\rho}, r < t$$

经比较多项式对短期人口预测较准确，但是对长期误差较大。

运用该模型对深圳市人口进行预测，这里我们用 matlab 程序实现以上算法：
多项式模型的求解结果如下表：

表 5.2 多项式对深圳市人口的检验结果如表

年份	实际值	预测值	误差	误差率
2001	724.57	742.5	17.93	0.02474711
2002	746.62	793.5	46.88	0.062789638
2003	778.27	844.6	66.33	0.085227491
2004	800.8	895.6	94.8	0.118381618
2005	827.75	946.7	118.95	0.143702808
2006	871.1	997.7	126.6	0.145333486
2007	912.37	1048.8	136.43	0.149533632
2008	954.28	1099.8	145.52	0.152491931
2009	995.01	1150.8	155.79	0.15657129
2010	1037.2	1201.9	164.7	0.158792904

通过上表所示，多项式所预测的 2001 年~2010 年的人口数和实际的人口数的误差越来越大，且误差率越来越高。所以，用多项式对深圳市的人口进行长期预测并不准确，存在较大的误差。

模型 2：灰色 GM（1，1）预测模型

灰色GM（1，1）预测模型：灰色系统理论提出了一种新的分析方法—关联度分析方法，即根据因素之间发展态势的相似或相异程度来衡量因素间关联的程度，它揭示了事物动态关联的特征与程度。由于以发展态势为立足点，因此对样本量的多少没有过分的要求，也不需要典型的分布规律，计算量少到甚至可用手算，且不致出现关联度的量化结果与定性分析不一致的情况

第一步：级比检验

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6), x^{(0)}(7), x^{(0)}(8), x^{(0)}(9), x^{(0)}(10)) \\ &= (724.57, 746.62, 778.27, 800.8, 827.75, 871.1, 912.37, 954.28, 995.01, 1037.2) \end{aligned}$$

(1) 求级比 $\lambda(k)$

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}$$

$$\lambda = (\lambda(2), \lambda(3), \dots, \lambda(10)) = (0.9169, 0.8713, 0.4700, 1.3659, 0.4508, 0.0187, 0.2743, 0.2562, 0.2113)$$

(2) 级比判断

由于所有的 $\lambda(k) \in [0.01, 3.659]$, $k = 2, 3, \dots, 10$, 故可以用 $x^{(0)}$ 做满意的 GM (1, 1) 建模

第二步: GM (1, 1) 建模

(1) 对原始数据 $x^{(0)}$ 作一次累加, 即

$$x^{(1)} = (724.56, 1471.2, 2249.5, 3050.3, 3878.4, 4749.1, 5661.5, 6615.8, 7610.8, 8647.97)$$

(2) 构造数据矩阵 B 及数据向量 Y

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(9) + x^{(1)}(10)) & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(10) \end{bmatrix}$$

(3) 计算 $\hat{\mu}$

$$\hat{\mu} = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{pmatrix} -0.0420 \\ 693.9403 \end{pmatrix}$$

于是得到 $a = -0.0420$, $b = 693.9403$.

(4) 问题 1 模型建立

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.0420x^{(1)} = 693.9403$$

(5) 问题 1 模型的求解

$$x^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} = 17247e^{0.042k} - 16522.4 \quad 5) \text{ 求生成数}$$

列值 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ 及

模型还原值 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$;

令 $k=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, 由上面的时间响应函数可得 $\hat{x}^{(1)}$, 其中取

$$\hat{x}^{(1)}(1) = x^{(0)}(1) = 724.57$$

由 $\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1)$, 取 $kl=2, 3, 4, \dots, 10$, 得

$$\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(10)) = (724.6, 739.8, 771.5, 804.6, 839.1, 875.9, 912.5, 951.7, 992.5, 1035.0)$$

第三部分：模型检验

模型的各种检验指标值的计算结果见

表 5.3 灰色预测模型对深圳市人口检验结果如表

序号	年份	原始值 (万人)	模型值 (万人)	残差	相对误差	级比偏差
1	2001	724.57	724.6	0	0	
2	2002	746.62	739.8	-45.6114	17.0925	0.8461
3	2003	778.27	771.5	-11.6107	3.4559	0.7977
4	2004	800.8	804.6	27.7506	6.7240	0.8141
5	2005	827.75	839.1	22.7922	5.0745	0.9189
6	2006	871.1	875	10.6819	2.2121	0.9301
7	2007	912.37	912.5	4.7608	0.9021	0.9150
8	2008	954.28	951.7	1.0988	0.1893	0.9094
9	2009	995.01	992.5	-8.9615	1.4167	0.9174
10	2010	1037	1035	-9.270	1.3220	0.9021

通过多项式拟合模型和灰色 GM (1, 1) 预测模型分别对深圳市 2001~2010 年的人口预测值和真实值的比较。计算出灰色 GM (1, 1) 预测模型的误差范围 (0, 17.0925), 多项式拟合的误差范围 (17.93, 164.7)。所以, 灰色 GM (1, 1) 预测模型比多项式拟合模型对人口的预测有更高的精确度。

因此, 用灰色 GM (1, 1) 预测模型去预测深圳市未来的十年人口。

表 5.4 灰色 GM (1, 1) 预测模型得到深圳市未来十年年末常住人口如下表:

年份	2011	2012	2013	2014	2015
年末常住人口数 (万人)	1079.4	1125.7	1173.9	1224.2	1276.7
残差	0	0.0002121	0.0001698	0.00016	0.000193
相对误差	0	0.0001884	0.0001446	0.00013	0.000151
比偏差值	0	0.0000233	-0.0000499	-0.0000204	0.0000146
年份	2016	2017	2018	2019	2020
年末常住人口数 (万人)	1331.5	1338.5	1448.1	1510.1	1574.9
残差	0.0002774	0.000217	0.0003099	0.000253	0.000335
相对误差	0.0002083	0.000156	0.000214	0.000167	0.000213
比偏差值	0.0000511	-0.0000586	0.0000519	-0.000053	0.0000395

第四部分：人口结构预测

人口结构预测：主要用灰色 GM (1, 1) 预测模型分别对男女未来人数、性别比例、年龄组成进行预测。另外用 Matlab 中的高斯函数对出生率、死亡率和自然增长率进行预测。

性别比例如下表所示：

表 5.5 灰色预测模型预测的深圳市未来十年男、女人口数及性别比例

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
男 (万人)	148.2	159.6	171.8	185.0	199.2	214.5	230.9	248.7	267.8	288.3
女 (万人)	130.0	139.8	150.3	161.7	173.8	186.9	201.0	216.2	232.4	249.9
性别比例	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.14	1.15	1.15	1.15

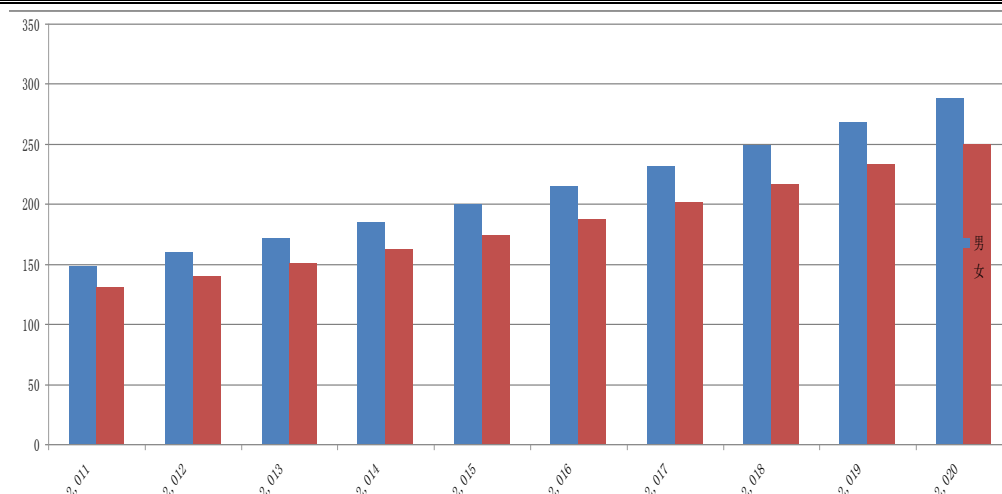


图 1 男女比例柱状图：

各年龄结构预测数据：

表 5.6 灰色模型检验并预测深圳市未来人口年龄组成结构如表 单位 (万人)

年份	2000	2005	2010	2015	2020
幼年	595329	752518	1023345	1372400	1861900
中年	6270432	7325156	9030993	1107200	1364000
老年	143070	199811	303416	447300	675200

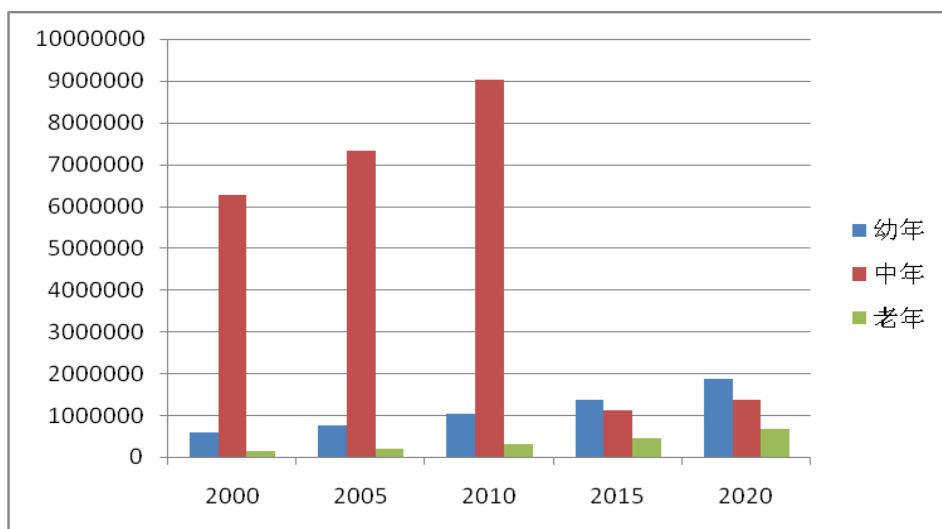


图 2 灰色模型检验并预测深圳市未来人口年龄组成结构柱状图

表 5.7 Matlab 中的高斯函数模型预测的出生率 死亡率 自然增长率表如下：

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
出生率	13.197	12.1795	10.9356	9.5598	8.1478	6.7843	5.5354	4.4437	3.529	2.7913
死亡率	0.7481	0.6632	0.5811	0.5031	0.4301	0.363	0.3023	0.2484	0.2014	0.161
自然增长率	12.3653	11.9698	11.466	10.8908	10.2726	9.632	8.9835	8.3374	7.7013	7.0808

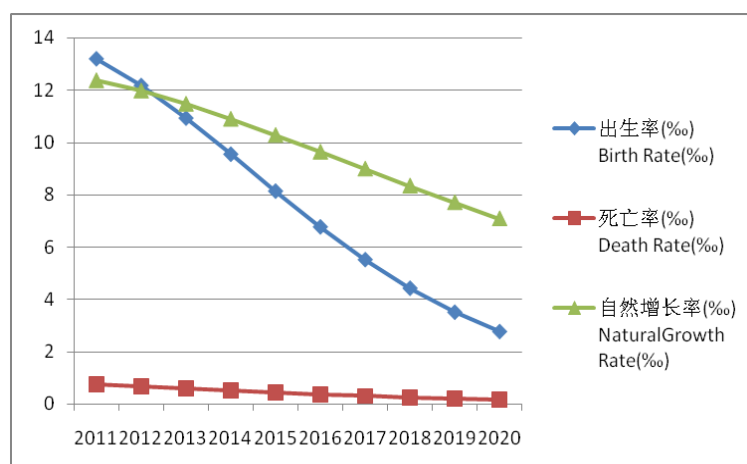


图 3

Matlab 中的高斯函数模型预测的出生率 死亡率 自然增长率的柱状图

模型三 用灰色模型对床位预测

表 5.8 此表数据来自于深圳市卫生和人口计划生育委员会卫生统计年鉴： 单位（张）

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
年份	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010

床位数	11159	12404	13588	15069	16824	17553	18086	19913	21399	22842
-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

第一步：级比检验

$$\begin{aligned} x^{(0)} &= (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), x^{(0)}(6), x^{(0)}(7), x^{(0)}(8), x^{(0)}(9), x^{(0)}(10)) \\ &= (11159, 12404, 13588, 15069, 16824, 17553, 18086, 19913, 21399, 22842) \end{aligned}$$

(1) 求级比 $\lambda(k)$

$$\lambda(k) = \frac{x^{(0)}(k-1)}{x^{(0)}(k)}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= (\lambda(2), \lambda(3), \dots, \lambda(10)) = (0.8996, 0.9129, 0.9017, \\ &0.8957, 0.9585, 0.9705, 0.9083, 0.9306, 0.9368) \end{aligned}$$

(2) 级比判断

由于所有的 $\lambda(k) \in [0.8957, 0.9705]$, $k = 2, 3, \dots, 10$, 故可以用 $x^{(0)}$ 做满意的 GM (1, 1) 建模。

第二步：GM (1, 1) 建模

(1) 对原始数据 $x^{(0)}$ 作一次累加，即

$$x^{(1)} = (11159, 23563, 37151, 52220, 69044, 86597, 106510, 126423, 147822, 170664)$$

(2) 构造数据矩阵 B 及数据向量 Y

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(1) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(3)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(9) + x^{(1)}(10)) & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(10) \end{bmatrix}$$

(3) 计算 \hat{u}

$$\hat{\mu} = (a, b)^T = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{pmatrix} -0.0721 \\ 11637 \end{pmatrix}$$

于是得到 $a = -0.0721$, $b = 11637$

(4) 建立模型

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} - 0.0721x^{(1)} = 11637$$

求解得

$$x^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{b}{a})e^{-ak} + \frac{b}{a} = 172559.8e^{0.042k} - 161400.8$$

(5) 求生成数列值 $\hat{x}^{(1)}(k+1)$ 及模型还原值 $\hat{x}^{(0)}(k+1)$

令 $k=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, 由上面的时间响应函数可得 $\hat{x}^{(1)}$ ，其中取

$$\hat{x}^{(1)}(1) = \hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) = 11159$$

由 $\hat{x}^{(0)}(k) = \hat{x}^{(1)}(k) - \hat{x}^{(1)}(k-1)$ ，取 $k=2, 3, 4, \cdots, 10$ ，得

$$\hat{x}^{(0)} = (\hat{x}^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(2), \dots, \hat{x}^{(0)}(10)) = (11159, 12902, 13867, 14905, 16020, 17218, 18506, 19891, 21379)$$

表 5.9 灰色模型对全市床位的各种检验指标值的计算结果见表

序号	年份	原始值	模型值	残差	相对误差	级比偏差
1	2001	11159	11159	0	0	0
2	2002	12404	12902	4.0161	4.0161	0.0330
3	2003	13588	13867	2.0559	2.0559	0.0188
4	2004	15069	14905	1.0898	1.0898	0.0308
5	2005	16824	16020	4.7801	4.7801	0.0373
6	2006	17553	17218	1.9072	1.9072	-0.0302
7	2007	18086	18506	2.3204	2.3240	-0.0432
8	2008	19913	19891	0.1117	0.1117	0.0238
9	2009	21399	21379	0.0945	0.0945	-0.0002
10	2010	222842	22978	0.5959	0.5959	-0.0069

表 5.10 利用灰色模型求得未来十年全市和各区床位 单位（张）

年份 \ 区									
	罗湖 区属	福田 区属	南山 区属	宝安 区属	龙岗 区属	盐田 区属	光明新 区属	坪山新 区属	深圳 市属
2011	2249.6	2902.3	2653.6	9832	4951.9	547.68	1122.2	721.8	24697
2012	2290.6	3033.1	2843.7	10721	5235.9	571.76	1193.9	763.8	26545
2013	2332.4	3169.8	3047.4	11691	5536.1	596.91	1241.3	811.1	28530
2014	2374.9	3312.7	3265.7	12748	5853.5	623.15	1335.6	859.5	30665
2015	2418.2	3462.1	3499.7	13900	6189.1	650.55	1427.9	904.3	32959
2016	2462.4	3618.1	3750.4	15157	6544	679.16	1494.1	955.4	35425
2017	2507.3	3781.2	4019.1	16528	6919.2	709.02	1561.4	1004.3	38075
2018	2553	3951.7	4307	18022	7315.9	740.2	1641.8	1056.9	40923
2019	2599.6	4129.8	4615.5	19651	7735.3	772.75	1725.6	1108.7	43984
2020	2647	4316	4946.2	21428	8178.9	806.73	1820.3	1162.9	47275

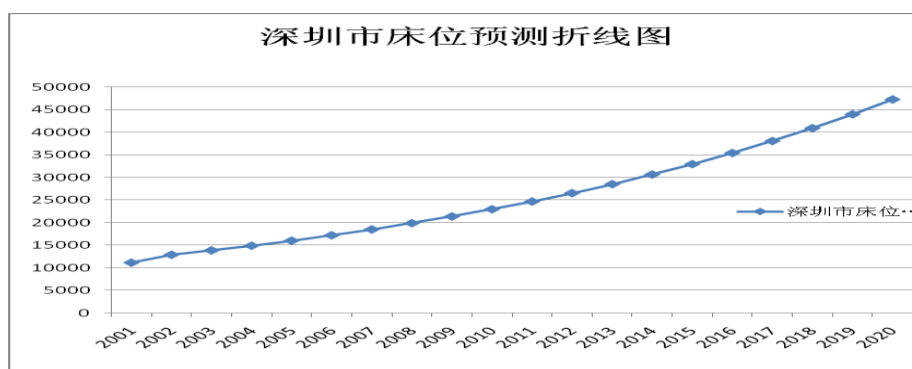


图 4 利用灰色模型求得的全市床位预测折线图
通过上图表我们可以发现深圳市未来对医疗床位的需求呈递增趋势。

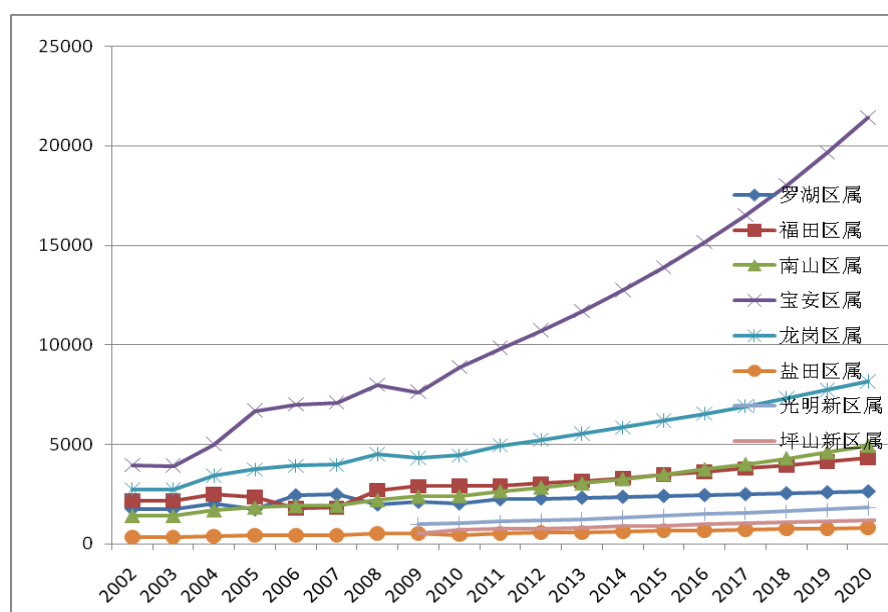


图 5 利用灰色模型求得的各区的床位预测折线图

5.2 问题 2 的模型建立与求解

不同类型的医疗机构就医的床位需求

一、求解思路分析：

1、利用已知数据求解出 A 病占各医院总诊疗人群的百分比，再通过已知的比例求出从 2002 年到 2010 年的病例数，从而求出 A 病在未来的病例数，在这个过程中考虑到医疗条件的改善而导致的发病率降低，以及外来就医人数的改变，最终预测出未来 A 病的大致病例数 H。

2、假设 A 病在各类医院每天就诊人数为 H，其平均住院天数为 Y，那么 A 病在 B 医院应当设置的床位数为 $M = H \times Y$ ，即 A 病在 B 医院该设置的床位数为每天就诊人数与其平均住院天数的积。在这个过程中考虑因医疗条件改善导致的住院周期的降低。最终算出未来 A 病在 B 类医院需要的床位。

医疗机构分类：

我们根据医院的不同性质将其分为综合医院、儿童医院[5]、中医院三大类。其中综合医院又被称为人民医院，它是一种普遍分布于我国各个省市自治区的综合性医院，冠以“人民”二字，寓意其服务对象和服务宗旨。其医疗专业性强，内、外、妇、儿等

专科齐全，许多医院在医疗之外，还担负着教学、科研的任务。儿童医院则是主要研究儿童的各项疾病，以儿童为主要研究方向的医院。中医院主要是用中草药治疗各项疾病。

1)、小儿肺炎和各医疗各机构的床位需求

表 5.11 用灰色模型对小儿肺炎和各医疗各机构的床位需求 (A) 单位 (个)

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	28920	34710	41660	50010	60030	72060	86490	103820	124630	149600
儿童医院	10408	11681	13109	14712	16510	18529	20794	23337	26190	29392
中医院	799	948	1124	1333	1581	1875	2224	2637	3128	3710

3、医疗条件改进及外来就医影响：

通过网络资料查阅[6]及之前数据分析我们得出因医疗条件改进导致患病率每十年将降低 5%，而随着社会的发展外来就医人数也将降低 6%。因此到 2020 年小儿肺病的实际病例数为：(A')

表 5.12 灰色模型对小儿肺病病例的预测 单位 (个)

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	25739	30892	37077	44509	53427	64133	76976	92400	110921	133144
儿童医院	9263	10396	11667	13094	14694	16491	18507	20770	23309	26159
中医院	711	844	1000	1186	1407	1669	1979	2347	2784	3302

表 5.13 平均每天的病例数 ($H = \frac{A'}{365}$) 单位 (个)

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	71	85	102	122	146	176	211	253	304	365
儿童医院	25	28	32	36	40	45	51	57	64	72
中医院	2	2	3	3	4	4	5	6	8	9

表 5.14 各类医疗机构所占医治病例人数百分比 (2020 年) 单位 (个)

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
例数	149600	29392	3710
所占比例	0.819	0.161	0.020

表 5.15 2020 年各医疗机构平均每天的病例数：单位 (个)

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
------	-------	------	-----

所占比例	0.818	0.161	0.021
每天例数	365	72	9

表 5.16 各医疗机构平均住院天数 单位（天）

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
平均天数	6.3	6.2	7

4、因医疗条件改善导致的住院周期的降低：

通过网络资料查阅及之前数据分析我们得出因医疗条件改进 2020 年小儿患病的住院周期将平均降低 0.5 天，因此各医疗机构的实际住院天数为：

表 5.17 各医疗机构的实际住院天数 单位（天）

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
平均天数	5.8	5.9	6.5

表 5.18 各医院对小儿肺炎的床位预测结果 $M = H \times Y$ 单位（张）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	603	493	592	708	847	1021	1224	1467	1763	2117
儿童医院	147	165	188	212	232	267	301	336	377	425
中医院	13	13	19	19	26	26	32	39	52	59

5、实际情况考虑：

考虑到可能存在同时进入的情况因此每类医院的病床数增加 2%，因此 2020 年小儿肺炎的各医疗机构就医的实际床位需求为：

表 5.19 小儿肺炎的各医疗机构就医的实际床位需求 单位（张）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	615	503	604	722	864	1041	1248	1496	1798	2159
儿童医院	149	168	192	216	237	272	307	343	385	433
中医院	13	13	19	19	26	26	32	40	53	60

2）、急性阑尾炎病的对各医疗各机构的床位需求

1、急性阑尾炎介绍：

急性阑尾炎是外科常见病，居各种急腹症的首位。转移性右下腹痛及阑尾点压痛、反跳痛为其常见临床表现，但是急性阑尾炎的病情变化多端。其临床表现为持续伴阵发性加剧的右下腹痛，恶心呕吐，多数病人白细胞和嗜中性白细胞计数增高。其主要发病人群人 18-39 岁成年人。

2、求解出 2010 年急性阑尾炎病占成年人（18-39 岁）

表 5.20 灰色模型对患急性阑尾炎病在各医院的病例数 单位（个）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合	2304	2765	3320	3985	4783	5742	6892	8273	9931	11921

医院										
儿童医	6784	7613	8543	9587	10759	12074	13550	15206	17065	19151
院										
中医院	460	545	647	767	909	1078	1279	1516	1798	2132

4、医疗条件改进及外来就医影响

通过网络资料查阅及之前数据分析我们得出因医疗条件改进导致患病率没 10 年将降低 3%，而随着社会的发展外来就医人数也将降低 4%。因此到 2020 年急性阑尾炎病的实际病例数为：

表 5.21 灰色模型预测的急性阑尾炎病的实际病例数 单位（个）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合	2142	2571	3088	3706	4448	5340	6410	7694	9236	11087
医院										
儿童医	6309	7080	7945	8916	10006	11229	12601	14142	15870	17810
院										
中医院	428	507	602	713	845	1003	1189	1410	1672	1983

表 5.22 平均每天的病例数 $H = A \div 365$ 单位（个）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合	6	7	8	10	12	15	18	21	25	30
医院										
儿童医	17	19	22	24	27	31	34	39	43	49
院										
中医院	1	1	2	2	2	3	4	4	5	6

表 5.23 2020 年各类医疗机构所占医治病例人数百分比 单位（个）

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
例数	11087	17810	1983
所占比例	0.359	0.577	0.064

表 5.24 2020 年各医疗机构平均每天的病例数 单位（个）

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
所占比例	0.359	0.577	0.064
每天例数	30	49	6

表 5.25 2020 年各医疗机构平均住院天数 单位（天）

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
平均天数	7.2	8	6.3

5、因医疗条件改善导致的住院周期的降低

通过网络资料查阅及之前数据分析，我们得出因医疗条件改进到 2020 年急性阑尾炎病的住院周期将平均降低 0.8 天，因此各医疗机构 2020 年的实际住院天数为：

表 5.26 各医疗机构 2020 年的实际住院天数 单位（天）

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
------	-------	------	-----

平均天数	6.4	7.2	5.5
------	-----	-----	-----

表 5.27 急性阑尾炎病对的各医疗机构就医的实际床位需求 $M = H \times Y$ 单位（张）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	38	45	51	64	77	96	115	134	160	192
儿童医院	122	137	158	172	194	223	245	281	310	353
中医院	6	6	11	11	11	16	22	22	27	33

6、实际情况考虑

考虑到可能存在同时进入的情况因此每类医院的病床数增加 2%，因此 2020 年急性阑尾炎病对各医疗机构就医的实际床位需求为：

表 5.28 急性阑尾炎病对各医疗机构就医的实际床位需求 单位（张）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	39	46	52	65	78	98	117	137	163	196
儿童医院	124	140	161	175	198	227	250	287	316	360
中医院	6	6	11	11	11	16	22	22	27	34

3）、子宫平滑肌瘤对各医疗各机构的床位需求（A）

表 5.29 子宫平滑肌瘤对各医疗各机构的床位需求 单位（张）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	21940	26340	31610	37950	45550	54680	65630	78780	94570	113510
儿童医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
中医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

1、医疗条件改进及外来就医影响：

通过网络资料查阅[6]及之前数据分析我们得出因医疗条件改进导致患病率没 10 年将降低 4%，而随着社会的发展外来就医人数也将降低 2%。因此到 2020 年小儿肺病的实际病例数为：（A'）

表 5.30 小儿肺病的实际病例数 单位（个）

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	20623	24759	29713	35673	42817	51399	61692	74053	88895	106699
儿童医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
中医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表 5.31 平均每天的病例数($H = \frac{A}{365}$)

单位(天)

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	58	68	81	98	117	141	169	203	244	295
儿童医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
中医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

表 5.32 各类医疗机构所占医治病例人数百分比:(2020 年)

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
例数	113510	0	0
所占比例	1	0	0

表 5.33 2020 年各医疗机构平均每天的病例数: 单位(个)

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
所占比例	1	0	0
每天例数	295	0	0

表 5.34 医疗机构平均住院天数: 单位(天)

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
平均天数	7	0	0

2、因医疗条件改善导致的住院周期的降低:

通过网络资料查阅及之前数据分析我们得出因医疗条件改进 2020 年小儿患病的住院周期将平均降低 0.7 天, 因此各医疗机构的实际住院天数为:

表 5.35 各医疗机构的实际住院天数 单位(天)

医院类别	市综合医院	儿童医院	中医院
平均天数	6.3	0	0

表 5.36 各医院对子宫平滑肌瘤的床位预测结果 $M = H \times Y$ 单位(张)

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
机构										
市综合医院	365	429	510	617	737	888	1064	1317	1537	1858
儿童医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
中医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3、实际情况考虑:

考虑到可能存在同时进入的情况因此每类医院的病床数增加 2%, 因此 2020 年小儿

肺炎的各医疗机构就医的实际床位需求为：

表 5.37 小儿肺炎对各医疗机构就医的实际床位需求 单位（张）

年份 \ 机构	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
市综合医院	372	437	520	629	752	906	1085	1343	1568	1895
儿童医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
中医院	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

六、模型的评价

模型优点：

（1）具有良好的创造性，在对传统模型的理解基础上，利用灰色模型对近期、中期、长期进行预测得到了较好的拟合效果，而且我们通过分析残差、相对误差、级比偏差，获得较准确地预测数据值

（2）我们运用多项式 (polynomial) 插值对已有数据进行拟合，采用 Hermit 插值法，并且在区间估计中我们采用了相对误差较小的非线性最小二乘预测模型。减小了模型求解中的运算误差，使得模型求解出的数据更加准确和逼近真实值。

（3）本模型中采用的数据来源广泛，数据较权威，较全面。

（4）本模型在短期预测内预测结果较准确，误差较少。

模型缺点：

（1）影响人口变动有很多因素，不可能这些因素都考虑到模型中，所以模型从一定程度上来说是不全面的。

（2）数据纵观时间比较短，对于人口预测会造成误差。

（3）模型只适合做短期预测，在长期预测中不适合用。

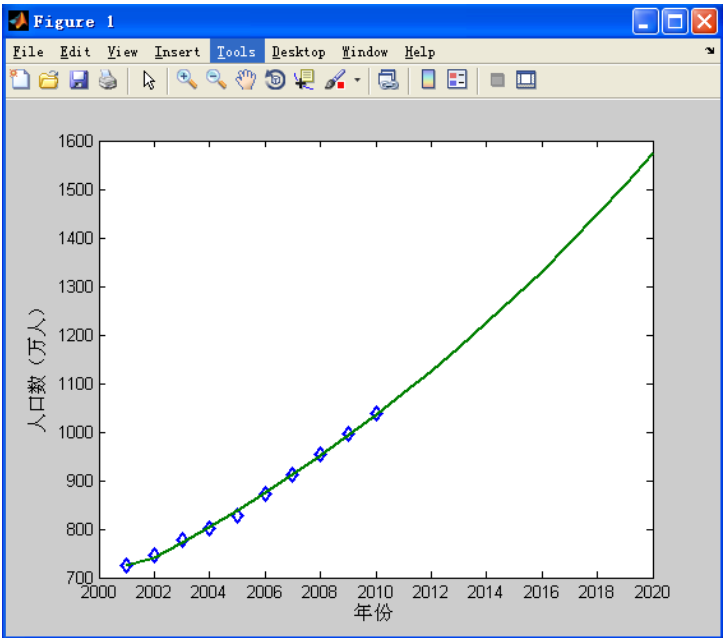
（4）多项式模型不能同时对中短期和长期作出精确地预测，须分开考虑，对模型的实用性有一定的影响。

七、参考文献

- [1] 作者名：姜启源，作者名：谢金星 2. 文章名字：数学模型(第四版). 北京:高等教育出版社 2011 年。
- [2] 1. 导向科技MATLAB 6.0程序设计与实例应用 2001
2. 邓聚龙灰色系统理论教程 1992
- [3] 从深圳统计年鉴等可得到更多的数据,
<http://www.szhpfdc.gov.cn/view?fid=view&id=1&oid=menunews&ntyp=A10B032>
- [4] 宋健等1 人口预测和人口控制[M]. 人民出版社, 19801
- [5] 陈玉光等1 中国人口结构研究[M]. 山西人民出版社、中国社会科学出版社, 1984年1月
- [6] 刘文等12000 年中国环境经济预测[M]. 中国环境科学出版社, 19871
- [7] 刘铮等1 中国人口发展战略[M]. 山西人民出版社, 19921
- [8] 牛文元等12000 年中国可持续发展战略报告[M]. 科学出版社, 20001
- [9] 王学萌1 灰数等维递补动态预测[J]. 华中理工大学学报, 1989, 40: 9—16.
- [10] 邓聚龙1 灰色系统理论教程[M]. 华中理工大学出版社, 19901
- [11] 王学萌等1 灰色系统方法简明教程[M]. 成都科技大学出版社, 1993.
- [12] 王学萌等1 灰色系统分析方法论初探[J]. 系统辩证学学报, 1995, 2

八、附件

附件一：灰色模型预测人口程序图



级比检验

range =

0.9502 0.9719

a =

-0.0420

b =

693.9403

epsilon =

Columns 1 through 7

0	0.9169	0.8713	0.4700	1.3659	0.4508	0.0187
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 10

0.2743	0.2562	0.2113
--------	--------	--------

预测值

1.0e+003 *

Columns 1 through 7

0.7246	0.7398	0.7715	0.8046	0.8391	0.8750	0.9125
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 14

0.9517	0.9925	1.0350	1.0794	1.1257	1.1739	1.2242
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 15 through 20

1.2767	1.3315	1.3885	1.4481	1.5101	1.5749
--------	--------	--------	--------	--------	--------

相对误差

Columns 1 through 7

0	0.9169	0.8713	0.4700	1.3659	0.4508	0.0187
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 10

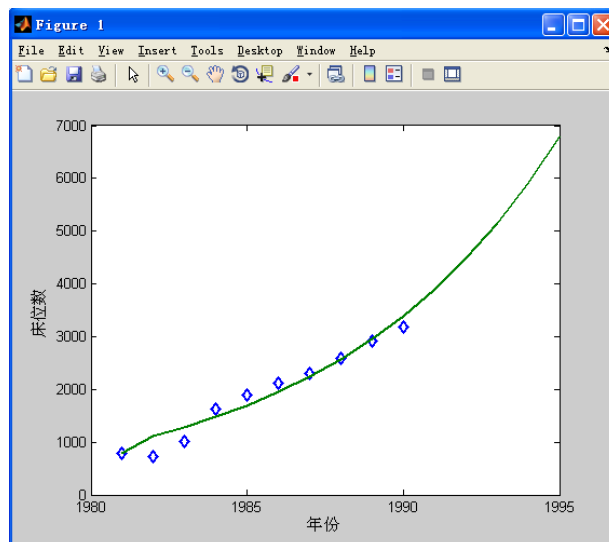

```

x1=cumsum(x0);

z=0.5*(x1(2:end)+x1(1:end-1));
Y=x0(2:end)';
B=[-z(1:end)' ones(n-1,1)];
u=B\Y; %u=inv(B'*B)*B'*Y
a=u(1);
b=u(2);
x0_pre=[x0(1) ones(1,n+pre_num-1)];
for k=1:n-1+pre_num
    x0_pre(k+1)=(x0(1)-b/a)*(exp(-a*k)-exp(-a*(k-1)));
end
err=[x0 - x0_pre(1:n)];
epsilon=abs(err)./x0(1:n).*100;
disp('预测值')
disp(x0_pre)
disp('相对误差')
disp(epsilon)
t1=1981:1990;
t2=1981:1995;
plot(t1,x0,'d',t2,x0_pre,'LineWidth',2) %0-Ê¼Ëý¼YÖëØ² âËý¼Yμ±È½I
xlabel('年份')
ylabel('人口数（万人）')

```

附件四：灰色模型预测床位程序：



级比检验

预测值

1.0e+003 *

Columns 1 through 6

0.7900	1.1180	1.2846	1.4759	1.6958	1.9484
--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 7 through 12

2.2387	2.5722	2.9553	3.3956	3.9014	4.4826
--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 13 through 15

5.1504	5.9177	6.7992
--------	--------	--------

相对误差

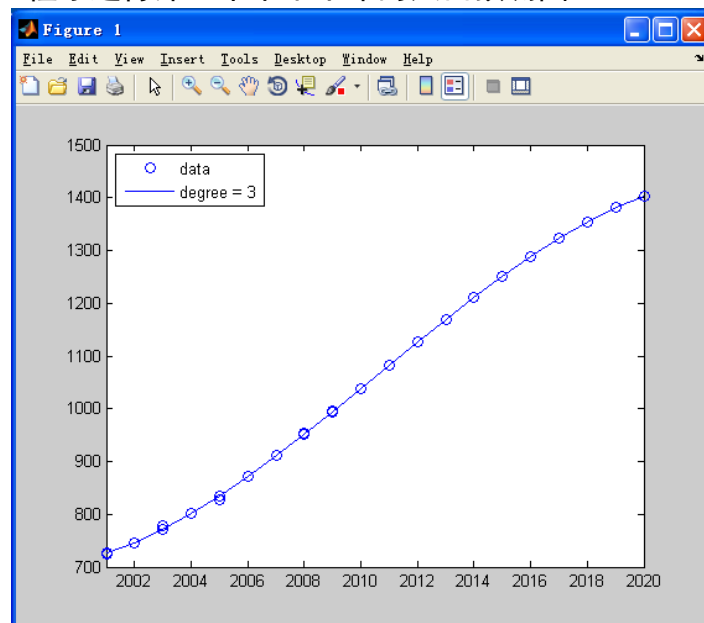
Columns 1 through 6

0	55.9301	25.5689	9.6737	10.0371	7.7452
---	---------	---------	--------	---------	--------

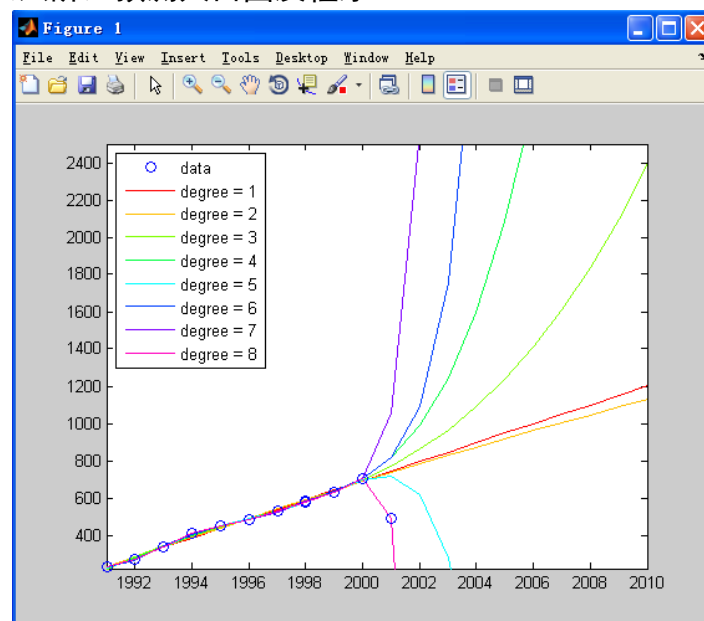
Columns 7 through 10

3.0456	0.3034	1.1412	6.3785
--------	--------	--------	--------

附件五：用 matlab 程序进行深圳市未来十年的人口预测图



附件六：多项式（八阶）预测人口图及程序



%Time interval

t = (1991:1:2000)';

```

% Population
p = [226.76 268.02 335.97 412.71 449.15 482.89 527.75 580.33 632.56 701.24]';
% Plot
plot(t,p,'bo');
axis([1991 2010 220 2500]);
title('Population of China. 1991-2000');
ylabel('Millions');
s = (t-1991)/10;
A = zeros(n);
A(:,end) = 1;
for j = n-1:-1:1, A(:,j) = s .* A(:,j+1);
end
c = A(:,n-3:n)\p;
c=1.0e+003 *5.0562;
7.8583;
4.3219;
5.5400;
v = (1991:2010)';
x = (v-1991)/10;
w = (2010-1991)/10;
y = polyval(c,x);
z = polyval(c,w);
hold on
plot(v,y,'k-');
plot(2000,z,'ks');
text(2000,z+1,num2str(z));
plot(2010,z,'ks');
text(2010,z+1,num2str(z));
hold off
c = A(:,n-4:n)\p;
y = polyval(c,x);
z = polyval(c,w);
hold on
25;
plot(v,y,'k-');
plot(2000,z,'ks');
text(2000,z-1,num2str(z));
plot(2010,z,'ks');
text(2010,z+1,num2str(z));
hold off
cla
plot(t,p,'bo'); hold on; axis([1991 2010 220 2500]);
colors = hsv(1); labels = {'data'};
for d = 1:1

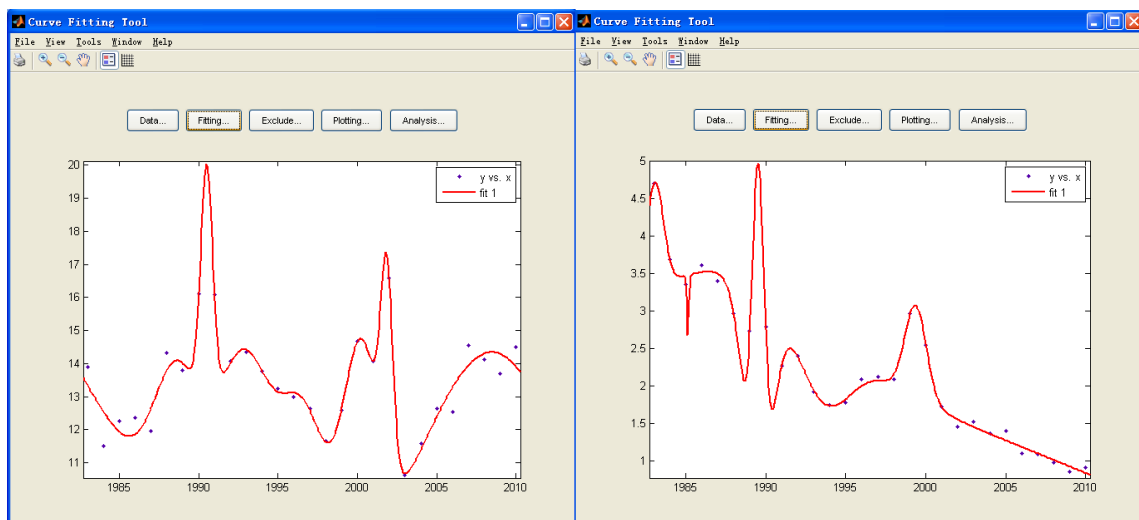
```

```

[Q,R] = qr(A(:,n-d:n));
R = R(1:d+1,:); Q = Q(:,1:d+1);
c = R\ (Q'*p); % Same as c = A(:,n-d:n)\p;
y = polyval(c,x);
z = polyval(c,11);
plot(v,y,'color',colors(d,:));
labels{end+1} = ['degree = ' int2str(d)];
end
legend(labels,2);
plot(v,y,'bo');

```

附件七：出生率 死亡率 自然增长率 的 Matlab 拟合的高斯图



(1) 出生率预测图

出生率的预测式:

$x=2020$;

$$y = 5.893 \cdot \exp(-((x-2002)/0.5313)^2) + 6.988 \cdot \exp(-((x-1991)/0.5297)^2) + 11.75 \cdot \exp(-((x-2009)/70743)^2) + 6.841 \cdot \exp(-((x-1993)/2.538)^2) + 1.52e+015 \cdot \exp(-((x-953.6)/180.9)^2) + 6.621 \cdot \exp(-((x-2000)/1.611)^2) + 5.469 \cdot \exp(-((x-1997)/2.118)^2) + 4.34 \cdot \exp(-((x-1989)/2.064)^2);$$

y

%Coefficients (with 95% confidence bounds):

%	a1 =	5.893	(-35.47, 47.25)
%	b1 =	2002	(1985, 2019)
%	c1 =	0.5313	(-42.53, 43.59)
%	a2 =	6.988	(-2.336e+004, 2.337e+004)
%	b2 =	1991	(1972, 2009)
%	c2 =	0.5297	(-1009, 1010)
%	a3 =	11.75	(-668.9, 692.4)
%	b3 =	2009	(1982, 2036)
%	c3 =	7.743	(-212.7, 228.2)

(2) 死亡率预测图

```

%      a4 =          6.841  (-258.2, 271.9)
%      b4 =          1993  (1959, 2027)
%      c4 =          2.538  (-119.2, 124.3)
%      a5 =      1.52e+015  (-6.566e+020, 6.566e+020)
%      b5 =          953.6  (-1.373e+007, 1.374e+007)
%      c5 =          180.9  (-1.207e+006, 1.207e+006)
%      a6 =          6.621  (-146.8, 160)
%      b6 =          2000  (1988, 2013)
%      c6 =          1.611  (-46.85, 50.07)
%      a7 =          5.469  (-102.8, 113.7)
%      b7 =          1997  (1951, 2042)
%      c7 =          2.118  (-57.78, 62.02)
%      a8 =          4.34   (-41.25, 49.93)
%      b8 =          1989  (1981, 1997)
%      c8 =          2.064  (-19.29, 23.42)

```

死亡率预测式:

x=2020;

```

y = 1.46*exp(-(x-1983)/0.761)^2) -0.8028*exp(-(x-1985)/0.09272)^2) +
1.225*exp(-(x-1999)/0.9513)^2) -3.047*exp(-(x-1990)/1.164)^2) +
4.697*exp(-(x-1990)/0.5374)^2) -0.9826*exp(-(x-1994)/2.328)^2) +
3.423*exp(-(x-1986)/12)^2) + 0.999*exp(-(x-2004)/11.82)^2);

```

y

%Coefficients (with 95% confidence bounds):

```

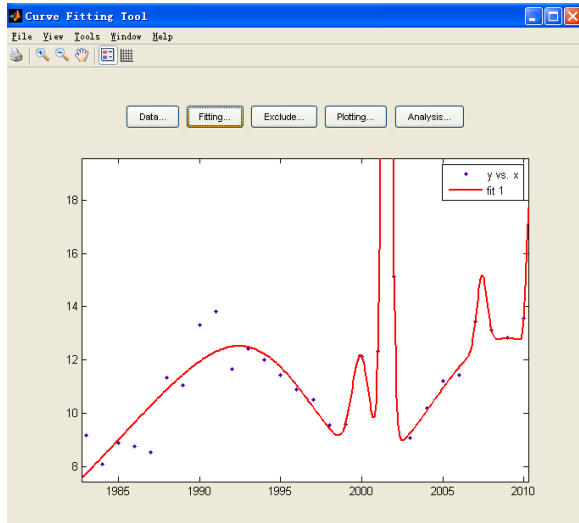
%      a1 =          1.46  (-1.799e+034, 1.799e+034)
%      b1 =          1983  (-4.917e+034, 4.917e+034)
%      c1 =          0.761  (-4.325e+034, 4.325e+034)
%      a2 =         -0.8028  (-2.365e+049, 2.365e+049)
%      b2 =          1985  (-2.422e+048, 2.422e+048)
%      c2 =          0.09272  (-2.422e+048, 2.422e+048)
%      a3 =          1.225  (-1.676, 4.126)
%      b3 =          1999  (1998, 2001)
%      c3 =          0.9513  (-3.867, 5.77)
%      a4 =         -3.047  (-3.635e+008, 3.635e+008)
%      b4 =          1990  (-5.635e+007, 5.636e+007)
%      c4 =          1.164  (-1.112e+007, 1.112e+007)
%      a5 =          4.697  (-4.873e+010, 4.873e+010)
%      b5 =          1990  (-4.466e+009, 4.466e+009)
%      c5 =          0.5374  (-1.503e+009, 1.503e+009)
%      a6 =         -0.9826  (-220, 218)
%      b6 =          1994  (1722, 2266)
%      c6 =          2.328  (-204.2, 208.8)
%      a7 =          3.423  (-3128, 3135)
%      b7 =          1986  (-8104, 1.208e+004)
%      c7 =          12    (-1.003e+004, 1.005e+004)

```

```

% a8 =      0.999   (-779.1, 781.1)
% b8 =      2004   (-4640, 8648)
% c8 =      11.82  (-3049, 3073)

```



(3) 自然增长率图

自然增长率式:

```

x=2020;
y = 28.25*exp(-((x-2002)/0.3759)^2) + 0*exp(-((x-1991)/0.02561)^2) +
5.165*exp(-((x-2010)/0.2272)^2) + 2.678*exp(-((x-2007)/0.4422)^2) +
3.765*exp(-((x-2000)/0.7653)^2) + 0*exp(-((x-1995)/2.22e-014)^2) +
16.08*exp(-((x-2001)/20.98)^2) - 7.756*exp(-((x-2001)/5.919)^2);

```

y
%Coefficients (with 95% confidence bounds):

```

%      a1 =      28.25
%      b1 =      2002
%      c1 =      0.3759
%      a2 =      0
%      b2 =      1991
%      c2 =      0.02561
% a3 =      5.165
%      b3 =      2010
%      c3 =      0.2272
%      a4 =      2.678
%      b4 =      2007
%      c4 =      0.4422
%      a5 =      3.765
%      b5 =      2000
% c5 =      0.7653
%      a6 =      0
%      b6 =      1995

```

```

%      c6 =      2.22e-014
%      a7 =      16.08   (-556.7,  588.8)
%      b7 =      2001   (1037,  2964)
%      c7 =      20.98   (-601.8,  643.8)
%      a8 =      -7.756   (-632.4,  616.9)
%      b8 =      2001   (1788,  2213)
%      c8 =      5.919   (-179.9,  191.8)

```