第2卷 第1期 交通运输系统工程与信息 Vol. 2 No. 1
2002 年 2 月 Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology Feb. 2002

文章编号：1009-6744 (2002) 01-0054-04

# 人工蚁群算法理论及其在经典 TSP 问题中的实现

黎锁平[1]， 张秀媛[2]， 杨海波[1]
（1. 北方交通大学理学院，北京 100044； 2. 北方交通大学交通运输学院，北京 100044）

**摘要**： 人工蚁群算法是一种新型的模拟进化算法，也是一种随机型智能搜索寻优算法. 较系统地总结了这一算法的基本理论，分析了其基本模型和算法在 TSP 问题中的实现方式，给出了改进算法及其在多点通信路由问题中的应用. 并对人工蚁群算法的优化性能进行了分析讨论.
**关键词**： 人工蚁群算法；信息素；轨迹；模型
**中图分类号**： O22

# Theory on Artificial Ant Algorithm and Its Application in TSP-Problem

LI Suo-ping[1]， ZHANG Xiu-yuan[2]， YANG Hai-bo[1]
(1. School of Science, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China;
2. School of Traffic and Transportation, Northern Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract**: Artificial ant algorithm is a novel simulated evolutionary algorithm, also a newly stochastic and intellectual searching optimization. This paper systematically summarizes the fundamental theory in the algorithm, and analyses the fundamental model and the pattern of the algorithm in traveling salesman problem. The improved ant algorithm and its application for multicast routing are presented. Eventually its ability for optimizing is discussed.
**Keywords**: artificial ant algorithm; pheromone; trail; model
**CLC number**: O22

经典 TSP(Travelling salesman problem)问题在区域交通网络和通信网络设计中有着重要的意义. 假设某区域内共有 $n$ 个城市，TSP 问题就是寻找通过 $n$ 个城市各一次且最后回到出发点的最短路径. 其数学模型即：给定一个有向图 $G=(V,E)$，其中 $V=\{1,2,\cdots,n\}$ 表示顶点的集合，$E=X\{(i,j)1,2,\cdots,n\}$ 表示边的集合，$D=(d_{ij})$ 为费用或距离矩阵，且至少有一个 $d_{ij}\neq d_{ji}$，则求如下问题的最优解.

$$\min imige \sum_{i\in v, j\in v}\sum d_{ij}x_{ij}$$

$$\sum_{i\in v} X_{ij}=1, \quad j\in V$$

$$\sum_{i\in v} X_{ij}=1, \quad j\in VB$$

对所有特定的子集合 $S\subset V$

$$\sum_{i\in S, j\in S}\sum X_{ij}\leq |S|-1$$

$$X_{ij}\in\{0,1\}, \quad i,j\in V$$

对此问题的求解，由意大利学者 M. Dorigo、V. Maniezzo、A. Colorni 等近年提出的新型智能算法——蚁群算法明显优于其它算法[1,2]. 作为通用型随机优化方法，蚁群算法(ant colony algorithm)是一种源于大自然生物世界的新型仿生类算法[1]，它吸收了昆虫王国中蚂蚁的行为特性，通过其内在的搜索机制，在一系列复杂困难的系统优化问题求解中取得了成效，显示出该算法在求解复杂优化问题特别是离散优化问题方面的一些优越性. 本文在分析其基本模型和算法的基础上，就其在经典 TSP 问题及多点通信路由问题中的实现方式进行了研究.

收稿日期：2001-11-22
黎锁平：副教授，博士生

## 1 人工蚁群算法原理

人工蚁群算法是受到对真实的蚁群行为的研究启发而提出的. 昆虫学家发现,生物世界中像蚂蚁这类群居昆虫,虽然单个蚂蚁的行为极其简单,但它们所组成的蚁群群体却表现出极其复杂的行为. 它们在没有任何可见提示下却有能力找出其从窝巢至食物源的最短路径,并且能随环境的变化而变化,适应性地搜索新的路径,产生新的选择. 蚂蚁在寻找食物源时,能在其走过的路径上释放一种蚂蚁特有的分泌物——信息激素,而且蚂蚁在运动过程中能够感知这种物质的存在及其强度,并以此指导自己的运动方向,使蚂蚁倾向于朝着该物质强度高的方向移动. 因此,由大量蚂蚁组成的蚁群的集体行为便表现出一种信息正反馈现象:某一路径上走过的蚂蚁越多,则后来者选择该路径的概率就越大. 蚂蚁个体之间正是通过这种物质信息的交流达到搜索食物的目的的. 蚂蚁这种选择路径的过程被称之为蚂蚁的自催化行为(autocatalytic behavior). 由于其原理是一种正反馈机制,因此也可将蚂蚁王国理解成所谓的增强型学习系统(reinforcement learning system).

## 2 人工蚁群系统模型及算法实现

现以TSP问题的求解为例说明蚁群系统模型. 首先引进如下记号:$m$——蚁群中蚂蚁的数量;$d_{ij}$——两城市 $i$ 和 $j$ 之间距离;$b_i(t)$——$t$ 时刻位于城市 $i$ 的蚂蚁的个数,$m=\sum_{i=1}^{n}b_i(t)$;$\tau_{ij}(t)$——$t$ 时刻边弧$(i,j)$的轨迹强度(即 $ij$ 连线上残留的信息量),且设 $\tau_{ij}(0)=C$($C$ 为常数),$i,j=0,1,\cdots,n-1$;$\eta_{ij}(t)$——$t$ 时刻边弧$(i,j)$的能见度,反映由城市 $i$ 转移到城市 $j$ 的期望程度.

根据上述原理,蚂蚁 $k(k=1,2,\cdots,m)$ 在运动过程中根据各条路径上的信息量决定转移方向. 与真实蚁群系统不同,人工蚁群系统具有一定的记忆功能. 随着时间的推移,以前留下的信息逐渐消逝,经 $n$ 个时刻,蚂蚁完成一次循环,各路径上信息量要作调整. 由此得到下述的人工蚁群系统模型:

1) 设人工蚁群在并行地搜索TSP的解,并通过一种信息素做媒介相互通信,在每个结点上且和该结点相连的边的长度以信息素量做搜索下一结点的试探依据,直到找到一个TSP的可行解.

2) 在时刻 $t$ 人工蚁 $k$ 由位置 $i$ 转移至位置 $j$(即从一个结点转移到下一个结点)的转移概率为

$$p_{ij}^{k}(t)=\begin{cases}\dfrac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)\eta_{ij}^{\beta}(t)}{\sum\limits_{s\in S}\tau_{is}^{\alpha}(t)\eta_{is}^{\beta}(t)}, & s\in S\\ 0, & s\notin S\end{cases}\tag{1}$$

其中参数 $\alpha$——轨迹的相对重要性($\alpha\geq0$);$\beta$——能见度的相对重要性($\beta\geq0$);$S$——可行顶点集,即蚂蚁 $k$ 下一步允许选择的城市. $\alpha,\beta$ 分别反映了蚂蚁在运动过程中所积累的信息及启发式因子在蚂蚁选择路径中所起的不同作用.

3) 当 $m$ 个人工蚁按(1)式找到了可行解,则将各边的信息量用下式修改. 即调整信息量的轨迹强度更新方程为

$$\tau_{ij}(t+n)=\rho\cdot\tau_{ij}(t)+\triangle\tau_{ij},\ \rho\in(0,1)$$

$$\triangle\tau_{ij}=\sum_{k=1}^{m}\triangle\tau_{ij}^{k}\tag{2}$$

其中$\triangle\tau_{ij}^{k}$——第 $k$ 只蚂蚁在本次循环中留在路径$(i,j)$上的信息量;$\triangle\tau_{ij}$——本次循环中路径 $ij$ 上的信息量的增量;参数 $\rho$——轨迹的持久性;$1-\rho$——轨迹衰减度,表示信息消逝程度.

对上述系统模型,采用人工蚁群方法求解的算法步骤可归结为:

Step 1: $NC\leftarrow0$($NC$ 为迭代步数或搜索次数);各 $\tau_{ij}$ 和 $\triangle\tau_{ij}$ 的初始化;将 $m$ 个蚂蚁置于 $n$ 个顶点上.

Step 2: 将各蚂蚁的初始出发点置于当前解集中;对每个蚂蚁 $k(k=1,\cdots,m)$ 按概率 $p_{ij}^{k}$ 移至下一顶点 $j$;将顶点 $j$ 置于当前解集.

Step 3: 计算各蚂蚁的目标函数值 $z_k(k=1,\cdots,m)$,记录当前的最好解.

Step 4: 按更新方程修改轨迹强度.

Step 5: 对各边弧$(i,j)$(即路径 $ij$),置$\triangle\tau_{ij}\leftarrow0$; $NC\leftarrow NC+1$.

Step 6: 若 $NC<$ 预定的迭代次数且无退化行为(即找到的都是相同解),则转 Step 2.

若为了简化计算,增加较大规模的TSP的能力,则可将(2)式修改为:

$$\tau_{ij}(t+n)=\rho\cdot\tau_{ij}(t)+(1-\rho)\Delta\tau_{ij},\quad \rho\in(0,1)\tag{3}$$

其中

$$\Delta\tau_{ij}^{k} = \begin{cases} (L_{gb})^{-1} & (i,j) \in BE \\ 0 & 其它 \end{cases}$$

此处 $BE$ 为本次最优路线上的边集，$L_{gb}$为 $BE$ 的长度，$0<\rho<1$.

给定参数 $\alpha,\beta,\rho$，并以 $L_{nn}$ 表示最近邻搜索法得到的初始近似解．则上述修改后的算法的执行过程可用框图1表示．

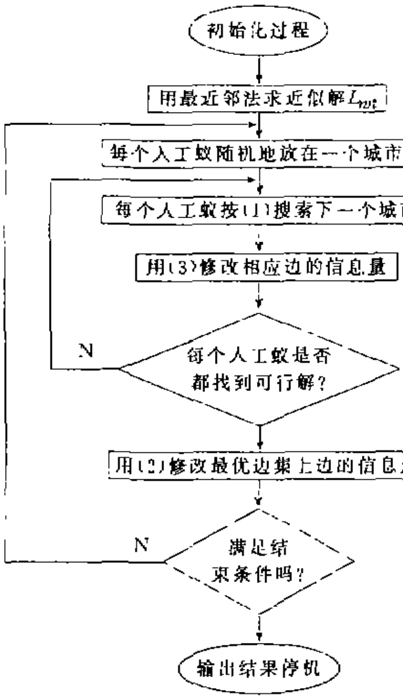


图1 算法执行流程图

## 3 人工蚁群算法的改进及其在多点通信路由问题中的应用

通信网络中多点通信路由问题的实质就是寻找连接一组点的基于某种代价的最小连接树．为简单起见，在分析问题时可将网络看成无向带权连通图，用$(G,N,C)$代表，其中 $N$ 表示网络结点集合，$E$ 表示网络的连路，每条边 $e\in E$ 的代价函数为 $C(e)$；$C\geq 0$，典型的代价函数包括：连路上的延迟，可用资源，带宽和价格．多点通信路由问题为：给定顶点集合 $D\subseteq N$，寻找 $G$ 中一棵覆盖 $D$ 的子树 $T(VT,VE)$，使 $T$ 的代价最小．求解多点路由问题也可看作求解 Steiner 树．当 $D=N$ 时，所求得的 Steiner 树为最小生成树(MST)．

求解 Steiner 树的实质就是寻找图中的 Steiner 点($SD$)．可将问题分为三步．

1）选择 Steiner 点 $SD$.

2）求出图 $SG(SN,SE,SC)$ ($SN=SD+D$，$SE$ 为相应的边，$SC$ 为相应边的代价)的最小树，该最小树就是所求解的 Steiner 树．

3）利用 $AS$ 选择 $SD$．对应每个结点 $k\in N/D$，人工蚁依据结点上的信息量按概率 $p_{ij}^{k}(t)$来决定是否选择该点作为 $SD$，对每只人工蚁寻得的 $SD$ 点计算最小树．如果所得到的点是不连通的，则赋给其一足够大的惩罚值．

为了克服基本蚁群算法同其他的随机优化方法一样具有会收敛于局部最小值及收敛速度慢等缺陷，可在上述基本算法的基础上作如下改进．

1）每次循环结束时找出最优解并予以保留．

2）在算法的初始时期使消失程度较小，尽量使算法能搜索到所有可能解，以提高算法的全局搜索能力．同时为保证算法的收敛速度，当算法的最优解在规定的迭代次数 $N$ 内没有明显改进时，增大消失程度．图2为改进算法的程序框图．

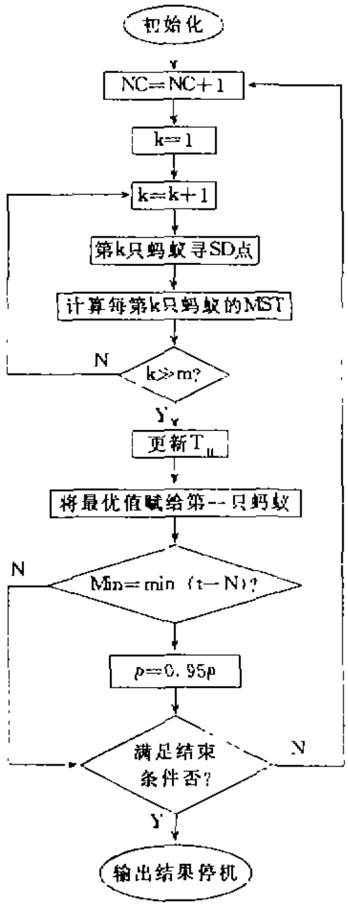


图2 改进算法执行流程图

## 4 人工蚁群算法性能的讨论

人工蚁群算法是一种基于种群的进化算法．作为一个新兴的研究领域，虽它还远未像GA、SA等算法那样形成系统的分析方法和坚实的数学基础，但目前已有一些基本结果．

**定理1** 当网络结点数为$N$，给定顶点数为$G$，循环迭代数为$NC$，蚁群数为$m$时，人工蚁群算法其算法的时间复杂度为$O(NC \cdot m \cdot N^2)$．由于算法复杂性取决于循环迭代数和蚂蚁数目，如果在问题空间中这两个指标都不是按指数增长的，则算法具有多项式复杂性．

**定理2** 在M. Dorigo3种不同的模型中，循环路径$ij$上信息量的增量$\triangle\tau_{ij}$不同．

1）Ant-quantity system模型中，

$$\triangle\tau_{ij}^{k}=\begin{cases}\dfrac{Q}{d_{ij}}, & \text{若第}k\text{只蚂蚁在时刻}\\ & t\text{和}t+1\text{之间经过}ij\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

2）在Ant-density system模型中，

$$\triangle\tau_{ij}^{k}=\begin{cases}Q, & \text{若第}k\text{只蚂蚁在时刻}\\ & t\text{和}t+1\text{之间经过}ij\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

3）Ant-cycle system模型中，

$$\triangle\tau_{ij}^{k}=\begin{cases}\dfrac{Q}{L_k}, & \text{若第}k\text{只蚂蚁在本次}\\ & \text{循环中经过}ij\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}$$

其中$Q$是反映蚂蚁所留轨迹数量的常数，$L_k$表示第$k$只蚂蚁在本次循环中所走路径的长度；且$t=0$时，$\tau_{ij}^{k}(0)=C$，$\triangle\tau_{ij}^{k}=0$．算法中模型1)、2)利用的是局部信息，模型3)利用的是整体信息．

人工蚁群算法中$\alpha$、$\beta$、$Q$等参数对算法性能也有很大的影响．$\alpha$值的大小表明留在每个结点上的信息量受重视的程度，$\alpha$值越大，蚂蚁选择以前选过的点的可能性越大，但过大会使搜索过早陷于局部最小点；$\beta$的大小表明启发式信息受重视的程度；$Q$值会影响算法的收敛速度，$Q$过大会使算法收敛于局部最小值，过小又会影响算法的收敛速度，随问题规模的增大$Q$的值也需要随之变化；蚂蚁的数目越多，算法的全局搜索能力越强，但数目加大将使算法的收敛速减慢，而且在蚂蚁数目相同时，随问题规模的增大，算法的全局搜索能力降低．

人工蚁群算法还有一些其它性质．这些性质大都是通过把实验结果与其它流行的智能算法的结果进行一系列比较后而获得的[3,4]．如上海的马良等人采用了一种融合局部搜索机制的策略求解了部分TSPLIB中的问题，得到了相应的最优解．其对中国144个城市TSP的求解结果为30351（最优解为30347），优于近几年公布的其它算法结果．大量问题的求解表明：在基本算法中，除了Lin-kernigham的局部改进法之外，蚁群算法均优于模拟退火法、遗传算法、神经网络（如弹性网法、自组织映射法等）、进化规划、遗传退火、插入法、禁忌搜索法、边交换法（2-opt、3-opt）等方法[3]，而且显示出了较强的鲁棒性和本质并行性．

另外，人工蚁群算法具有正反馈、分布式计算、与某种启发式算法相结合的特点．正反馈过程使得该方法能很快发现较好解；分布式计算法使得该方法易于并行实现；与启发式算法相结合，使得该方法易于发现较好解．并且一些改进型与混合型的蚁群算法相继出现，从而增强了蚁群算法的优化能力．

**参考文献**


[1] Colorni A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed optimization by ant colonies [C]. Proc 1st European Conf on Artificial Life Paris, France: Elsevier Publishing, 1991. 134—142.

[2] Colorni A, Dorigo M, Maniezzo V. An investigation of some properties of an ant algorithm [C]. Proc of PPSN'92 Brussels, Belgium: Elsevier Publishing, 1992. 509—520.

[3] 马　良，项培军．蚂蚁算法在组合优化中的应用[T]．管理科学学报，2001，4(2)：32—37.

[4] 黎锁平．随机性问题的MC算法及模型的研究[J]．第七届联合国际计算机会议论文集，汕头大学出版社，2000，11：312—315.

[5] 黎锁平．城市交通需求预测与决策支持系统[J]．甘肃工业大学学报，2001，(4)：41—43.