

2009 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 制动器试验台的控制方法分析

汽车的行车制动器(以下简称制动器)联接在车轮上,它的作用是在行驶时使车辆减速或者停止。制动器的设计是车辆设计中最重要的一环之一,直接影响着人身和车辆的安全。为了检验设计的优劣,必须进行相应的测试。在道路上测试实际车辆制动器的过程称为路试,其方法为:车辆在指定路面上加速到指定的速度;断开发动机的输出,让车辆依惯性继续运动;以恒定的力踏下制动踏板,使车辆完全停止下来或车速降到某数值以下;在这一过程中,检测制动减速度等指标。假设路试时轮胎与地面的摩擦力为无穷大,因此轮胎与地面无滑动。

为了检测制动器的综合性能,需要在各种不同情况下进行大量路试。但是,车辆设计阶段无法路试,只能在专门的制动器试验台上对所设计的路试进行模拟试验。模拟试验的原则是试验台上制动器的制动过程与路试车辆上制动器的制动过程尽可能一致。通常试验台仅安装、试验单轮制动器,而不是同时试验全车所有车轮的制动器。制动器试验台一般由安装了飞轮组的主轴、驱动主轴旋转的电动机、底座、施加制动的辅助装置以及测量和控制系统等组成。被试验的制动器安装在主轴的一端,当制动器工作时会使主轴减速。试验台工作时,电动机拖动主轴和飞轮旋转,达到与设定的车速相当的转速(模拟实验中,可认为主轴的角速度与车轮的角速度始终一致)后电动机断电同时施加制动,当满足设定的结束条件时就称为完成一次制动。

路试车辆的指定车轮在制动时承受载荷。将这个载荷在车辆平时时具有的能量(忽略车轮自身转动具有的能量)等效地转化为试验台上飞轮和主轴等机构转动时具有的能量,与此能量相应的转动惯量(以下转动惯量简称为惯量)在本题中称为等效的转动惯量。试验台上的主轴等不可拆卸机构的惯量称为基础惯量。飞轮组由若干个飞轮组成,使用时根据需要进行选择几个飞轮固定到主轴上,这些飞轮

的惯量之和再加上基础惯量称为机械惯量。例如，假设有 4 个飞轮，其单个惯量分别是：10、20、40、80 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，基础惯量为 10 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，则可以组成 10, 20, 30, ..., 160 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 的 16 种数值的机械惯量。但对于等效的转动惯量为 45.7 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 的情况，就不能精确地用机械惯量模拟试验。这个问题的一种解决方法是：把机械惯量设定为 40 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，然后在制动过程中，让电动机在一定规律的电流控制下参与工作，补偿由于机械惯量不足而缺少的能量，从而满足模拟试验的原则。

一般假设试验台采用的电动机的驱动电流与其产生的扭矩成正比（本题中比例系数取为 1.5 $\text{A}/\text{N}\cdot\text{m}$ ）；且试验台工作时主轴的瞬时转速与瞬时扭矩是可观测的离散量。

由于制动器性能的复杂性，电动机驱动电流与时间之间的精确关系是很难得到的。工程实际中常用的计算机控制方法是：把整个制动时间离散化为许多小的时间段，比如 10 ms 为一段，然后根据前面时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩，设计出本时段驱动电流的值，这个过程逐次进行，直至完成制动。

评价控制方法优劣的一个重要数量指标是能量误差的大小，本题中的能量误差是指所设计的路试时的制动器与相对应的实验台上制动器在制动过程中消耗的能量之差。通常不考虑观测误差、随机误差和连续问题离散化所产生的误差。

现在要求你们解答以下问题：

1. 设车辆单个前轮的滚动半径为 0.286 m，制动时承受的载荷为 6230 N，求等效的转动惯量。
2. 飞轮组由 3 个外直径 1 m、内直径 0.2 m 的环形钢制飞轮组成，厚度分别为 0.0392 m、0.0784 m、0.1568 m，钢材密度为 7810 kg/m^3 ，基础惯量为 10 $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，问可以组成哪些机械惯量？设电动机能补偿的能量相应的惯量的范围为 $[-30, 30]$ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ，对于问题 1 中得到的等效的转动惯量，需要用电动机补偿多大的惯量？
3. 建立电动机驱动电流依赖于可观测量的数学模型。

在问题 1 和问题 2 的条件下, 假设制动减速度为常数, 初始速度为 50 km/h, 制动 5.0 秒后车速为零, 计算驱动电流。

4. 对于与所设计的路试等效的转动惯量为 $48 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 机械惯量为 $35 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, 主轴初转速为 514 转/分钟, 末转速为 257 转/分钟, 时间步长为 10 ms 的情况, 用某种控制方法试验得到的数据见附表。请对该方法执行的结果进行评价。
5. 按照第 3 问导出的数学模型, 给出根据前一个时间段观测到的瞬时转速与/或瞬时扭矩, 设计本时间段电流值的计算机控制方法, 并对该方法进行评价。
6. 第 5 问给出的控制方法是否有不足之处? 如果有, 请重新设计一个尽量完善的计算机控制方法, 并作评价。