

# 2002 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

## (D 题)

- C 题、D 题任选一题。
- 答卷用白色 A4 纸，第一页为空白页（用于赛区或全国组委会对论文进行编号）。
- 论文题目和摘要写在第二页上，从第三页开始是论文正文。
- 论文中不能有任何可能显示答题人身份的标志。
- 提请大家注意：从去年起，提高了摘要在整篇论文评阅中所占的权重。
- 全部题目可以从以下网址之一下载：

<http://mcm.edu.cn>    <http://www.hep.edu.cn>    <http://mcm.diy.163.com>

### D 题 赛程安排

你所在的年级有 5 个班，每班一支球队在同一块场地上进行单循环赛，共要进行 10 场比赛。如何安排赛程使对各队来说都尽量公平呢。下面是随便安排的一个赛程：记 5 支球队为 A, B, C, D, E，在下表左半部分的右上三角的 10 个空格中，随手填上 1, 2, ..., 10，就得到一个赛程，即第 1 场 A 对 B，第 2 场 B 对 C，..., 第 10 场 C 对 E。为方便起见将这些数字沿对角线对称地填入左下三角。

这个赛程的公平性如何呢，不妨只看看各队每两场比赛中间得到的休整时间是否均等。表的右半部分是各队每两场比赛间相隔的场次数，显然这个赛程对 A, E 有利，对 D 则不公平。

	A	B	C	D	E	每两场比赛间相隔场次数
A	X	1	9	3	6	1, 2, 2
B	1	X	2	5	8	0, 2, 2
C	9	2	X	7	10	4, 1, 0
D	3	5	7	X	4	0, 0, 1
E	6	8	10	4	X	1, 1, 1

从上面的例子出发讨论以下问题：

- 1) 对于 5 支球队的比赛，给出一个各队每两场比赛中间都至少相隔一场的赛程。
- 2) 当  $n$  支球队比赛时，各队每两场比赛中间相隔的场次数的上限是多少。
- 3) 在达到 2) 的上限的条件下，给出  $n=8, n=9$  的赛程，并说明它们的编制过程。
- 4) 除了每两场比赛间相隔场次数这一指标外，你还能给出哪些指标来衡量一个赛程的优劣，并说明 3) 中给出的赛程达到这些指标的程度。