

2002 高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(B 题)

- A 题、B 题任选一题。
- 答卷用白色 A4 纸，第一页为空白页（用于赛区或全国组委会对论文进行编号）。
- 论文题目和摘要写在第二页上，从第三页开始是论文正文。
- 论文中不能有任何可能显示答题人身份的标志。
- 提请大家注意：从去年起，提高了摘要在整篇论文评阅中所占的权重。
- 全部题目可以从以下网址之一下载：

<http://mcm.edu.cn> <http://www.hep.edu.cn> <http://mcm.diy.163.com>

B 题 彩票中的数学

近年来“彩票飓风”席卷中华大地，巨额诱惑使越来越多的人加入到“彩民”的行列，目前流行的彩票主要有“传统型”和“乐透型”两种类型。

“传统型”采用“10 选 6+1”方案：先从 6 组 0~9 号球中摇出 6 个基本号码，每组摇出一个，然后从 0~4 号球中摇出一个特别号码，构成中奖号码。投注者从 0~9 十个号码中任选 6 个基本号码（可重复），从 0~4 中选一个特别号码，构成一注，根据单注号码与中奖号码相符的个数多少及顺序确定中奖等级。以中奖号码“abcdef+g”为例说明中奖等级，如表一（X 表示未选中的号码）。

表一

中 奖 等 级	10 选 6+1 (6+1/10)		
	基 本 号 码	特 别 号 码	说 明
一等奖	abcdef g		选 7 中 (6+1)
二等奖	abcdef		选 7 中 (6)
三等奖	abcdeX Xbcdef		选 7 中 (5)
四等奖	abcdXX XbcdeX XXcdef		选 7 中 (4)
五等奖	abcXXX XbcdXX XXcdeX XXXdef		选 7 中 (3)
六等奖	abXXXX XbcXXX XXcdXX XXXdeX XXXXef		选 7 中 (2)

“乐透型”有多种不同的形式，比如“33 选 7”的方案：先从 01~33 个号码球中一个一个地摇出 7 个基本号，再从剩余的 26 个号码球中摇出一个特别号码。投注者从 01~33 个号码中任选 7 个组成一注（不可重复），根据单注号码与中奖号码相符的个数多少确定相应的中奖等级，不考虑号码顺序。又如“36 选 6+1”的方案，先从 01~36 个号码球中一个一个地摇出 6 个基本号，再从剩下的 30 个号码球中摇出一个特别号码。从 01~36 个号码中任选 7 个组成一注（不可重复），根据单注号码与中奖号码相符的个数多少确定相应的中奖等级，不考虑号码顺序。这两种方案的中奖等级如表二。

表二

中 奖 等 级	33 选 7 (7/33)		36 选 6+1 (6+1/36)		
	基 本 号 码	特 别 号 码	基 本 号 码	特 别 号 码	说 明
一等奖	●●●●●●●		●●●●●●●	★	选 7 中 (6+1)
二等奖	●●●●●●○	★	●●●●●●●		选 7 中 (6)
三等奖	●●●●●●○		●●●●●●○	★	选 7 中 (5+1)
四等奖	●●●●●○○	★	●●●●●●○		选 7 中 (5)
五等奖	●●●●●○○		●●●●●○○	★	选 7 中 (4+1)
六等奖	●●●●○○○	★	●●●●○○○		选 7 中 (4)
七等奖	●●●●○○○		●●●○○○○	★	选 7 中 (3+1)

注：●为选中的基本号码；★ 为选中的特别号码；○ 为未选中的号码。

以上两种类型的总奖金比例一般为销售总额的 50%，投注者单注金额为 2 元，单注若已得到高级别的奖就不再兼得低级别的奖。现在常见的销售规则及相应的奖金设置方案如表三，其中一、二、三等奖为高项奖，后面的为低项奖。低项奖数额固定，高项奖按比例分配，

但一等奖单注保底金额 60 万元，封顶金额 500 万元，各高项奖额的计算方法为：

$$[(\text{当期销售总额} \times \text{总奖金比例}) - \text{低项奖总额}] \times \text{单项奖比例}$$

(1) 根据这些方案的具体情况，综合分析各种奖项出现的可能性、奖项和奖金额的设置以及对彩民的吸引力等因素评价各方案的合理性。

(2) 设计一种“更好”的方案及相应的算法，并据此给彩票管理部门提出建议。

(3) 给报纸写一篇短文，供彩民参考。

表三

序号	奖 项 方案	一等奖 比 例	二等奖 比 例	三等奖 比 例	四等奖 金 额	五等奖 金 额	六等奖 金 额	七等奖 金 额	备 注
1	6+1/10	50%	20%	30%	50				按序
2	6+1/10	60%	20%	20%	300	20	5		按序
3	6+1/10	65%	15%	20%	300	20	5		按序
4	6+1/10	70%	15%	15%	300	20	5		按序
5	7/29	60%	20%	20%	300	30	5		
6	6+1/29	60%	25%	15%	200	20	5		
7	7/30	65%	15%	20%	500	50	15	5	
8	7/30	70%	10%	20%	200	50	10	5	
9	7/30	75%	10%	15%	200	30	10	5	
10	7/31	60%	15%	25%	500	50	20	10	
11	7/31	75%	10%	15%	320	30	5		
12	7/32	65%	15%	20%	500	50	10		
13	7/32	70%	10%	20%	500	50	10		
14	7/32	75%	10%	15%	500	50	10		
15	7/33	70%	10%	20%	600	60	6		
16	7/33	75%	10%	15%	500	50	10	5	
17	7/34	65%	15%	20%	500	30	6		
18	7/34	68%	12%	20%	500	50	10	2	
19	7/35	70%	15%	15%	300	50	5		
20	7/35	70%	10%	20%	500	100	30	5	
21	7/35	75%	10%	15%	1000	100	50	5	
22	7/35	80%	10%	10%	200	50	20	5	
23	7/35	100%	2000	20	4	2			无特别号
24	6+1/36	75%	10%	15%	500	100	10	5	
25	6+1/36	80%	10%	10%	500	100	10		
26	7/36	70%	10%	20%	500	50	10	5	
27	7/37	70%	15%	15%	1500	100	50		
28	6/40	82%	10%	8%	200	10	1		
29	5/60	60%	20%	20%	300	30			