

文章编号:1005-3085(2003)07-0035-10

# SARS 传播的研究

肖红江, 吴 彤, 李名科

指导教师: 贺祖国

(北京邮电大学, 北京 100876)

**编者按:** 本文对附件一模型的优缺点进行了透彻的分析,建立了四种基于不同理论的模型。文章对基于低通滤波理论的系统控制模型作了重点研究,引进的“有效控制函数”综合体现了 SARS 传染率、治愈率,特别是“政府控制力度”的影响,通过这些参数的变化对疫情发展的影响进行了定量分析,推导严谨,富于创造性。文章对四种模型的优缺点作了较为中肯的评价。

**摘 要:** 本文结合附件一所给的模型,对它提出的半模拟循环计算的方法进行了检验,得出该模型的优点在于形式简单,模拟的精确度较高,K 值的改变体现出了其合理性,同时指出了它的主要缺点在于过分依赖数据和不具有长远的预测性。对于问题 2,我们提出了(1)微分差分方程组合模型(2)基于低通滤波理论的系统控制模型(3)基于神经网络的系统模型(4)基于分支过程(Branching Process)的 Monte Carlo 仿真模型四种具有不同核心思想的模型。在模型 2 中,通过解析求解我们得出了北京 SARS 持续期为 99 天及“控制时间越早越好”、“SARS 传染病不可能周期性复发”等结论。对于问题 3,我们受到经济学中“效用函数”的思想的启发,引入了三个不同的影响函数并提出了“旅游人次影响模型”。最终得出在 SARS 影响下北京市将少接待海外游客 138.211 万人次。最后,我们给出了发表到报刊上的短文。

**关键词:** 低通滤波;有效控制函数;神经网络;分支过程;Monte Carlo 随机模拟;后效性

**分类号:** AMS(2000) 62M45;34B08

**中图分类号:** O241.81

**文献标识码:** A

## 1 问题重述(略)

## 2 模型假设

- 1) 人群分为易感人群(健康者),传染者,隔离者,康复者,死亡者五大类。
- 2) 人群中任何两人的接触是相互独立的,且具有相同的概率。当健康人与患者接触时,有一定的概率被感染上,且此病有一定的治愈率与死亡率。
- 3) SARS 患者康复后具有免疫能力,治愈后没有被感染的可能。
- 4) 在 0 时刻时,该疫区已经发现  $I_0$  名患者。
- 5) 不考虑该地区的自然死亡率与出生率对总人口数产生的影响及人口流动的影响。

### 3 符号说明

$N(t)$ : 在某时刻此传染系统内的总人口数。

$\lambda$ : 自由传播源平均每天造成的感染率。

$\mu$ : 为该病平均每天的治愈率。

$\delta$ : 患者平均每天的死亡率。

$t_0$ : 当疫情蔓延到一定程度后,政府等机构采取措施的起始时间。即:控制起始时间。

$M(t)$ : 过了潜伏期,表现出症状,但还未隔离的患者数。(自由传染源)

$I(t)$ :  $t$  时刻传染源的总数。

$DP(t)$ :  $t$  时刻疑似病例的人数。

$CP(t)$ :  $t$  时刻确诊病人的人数。

$R(t)$ :  $t$  时刻的退出传染系统的人数(包括康复者[据资料不会再次感染]、死亡者)

$S(t)$ :  $t$  时刻的健康人数(易感染人群,不包括患病后治愈的)

$\beta_1$ : 疑似病例中每日被排除的人数占疑似病例的比例

$\beta_2$ : 疑似病例中每日转化为确诊病人占疑似病例的比例

$\alpha$ : 被自由传染源有效感染的人中的可控系数;

其它符号使用时再予说明。

### 4 模型建立及求解

#### • 对问题 1 的回答

1)合理性:附件 1 所给出的模型为: $N(t) = N_0 (1 + K)^t$

它是基于现实中的自然状态,描述出了 SARS 传染病最核心最本质的变化趋势。 $K$  的取值采用半模拟循环计算方法,发展趋势由  $K$  值的变化体现。该模型的优点在于简单,易行,方便对数据采用拟合处理和利用取对数求方差估计与实际数据的误差,说明了该模型所具有的合理性。

2)实用性:任何具有传染性的疾病大致都是会经历“发展(快速蔓延)期→相对稳定期→逐渐消亡期”这样的一个过程,附件一模型准确地体现出了这点,因此它具有普遍实用性。

3)模型的缺陷:此模型把实际问题过于简单化了,有不合理的地方:

(1) 模型中的  $K$  的取值只能根据已有的数据拟合,因此模型的精确度严重地依赖于所给数据的准确度。实际中,统计所给的数据本身就有一定误差,拟合一个本身就包含偏差的数据势必造成与现实规律更大的背离。我们以“北京日志”的数据进行验证,见图 1、图 2。

直观的看出,模型只能给出接近的前期发展趋势,后期拟合与实际曲线有相当误差。

(2) 模型本身不具有预测性,它的  $K$  值是由数据拟合决定的。如果背离题目本意,我们让  $K$  按照某种规律变化,预测发展趋势,其产生的误差是很大的。(图略)

(3) 随着时间的推移,社会中存在各种控制的综合作用,用一个单纯笼统的  $K$  的变化已很难刻画出复杂因素的影响,因为各种因素对 SARS 的影响不尽相同,有的可能抑制传播,有的则可能促进流行,致使模型的一致性在后期变差,误差越来越大。因此,至少应设为某种函数形式,引入一些参量因子进行考虑。

(黑线表示实际北京数据的变化趋势,红线为其拟合的变化趋势曲线)

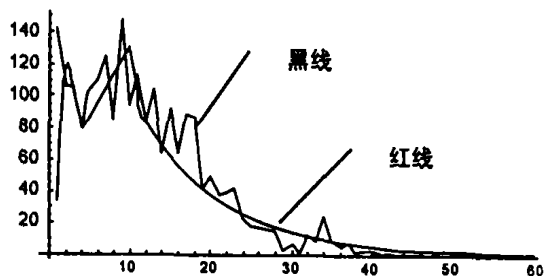


图1 新增人数的变化趋势

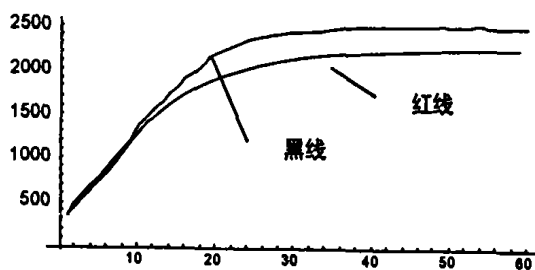


图2 累计人数的变化趋势

(4)此模型单单刻画出了传染病的一般性,那么 SARS 和其它的传染病也就没什么本质上的区别了,缺乏对其 SARS 的特征进行具体深入分析。

#### • 对问题 2 的回答

##### 模型一 微分差分方程组合模型

我们基于微分方程描述变化,并结合差分方程迭代的思想,把整个社会看成一个系统,重点考虑研究对象是否已退出系统。对于处于系统中的各种参量间的关系体现与模型中。

据资料,SARS 潜伏期的患者不具有传染性,则:  $I(t) = M(t)$ , 模型为:

$$\begin{cases} I(t) + CP(t) + DP(t) + S(t) = N(t) \\ \frac{d(I(t))}{dt} = \lambda \cdot M(t) \cdot S(t) - \mu \cdot CP(t) - \delta[CP(t) + M(t)] - \alpha \cdot I^2(t) \\ \frac{dS(t)}{dt} = \beta_1 \cdot DP(t) - \lambda \cdot M(t) \cdot S(t) \\ CP(t) = CP(t-1) + \beta_2 \cdot DP(t) - R(t) \\ R(t) = (\mu + \delta) \cdot CP(t) \\ I(0) = I_0, S(0) = S_0, CP(0) = CP_0, DP(0) = DP_0 \end{cases}$$

##### 模型一的求解

在模型中,参数的确定:

$\beta_1 = (\text{每天新增的疑似排除人数})/DP(t)$ ;  $\beta_2 = (\text{每天新增的疑似转为确诊的人数})/DP(t)$

$\mu = (\text{当天治愈人数})/CP(t)$ ;

$\delta = (\text{当天病人死亡数})/CP(t)$

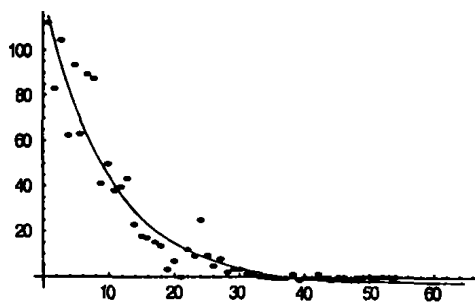


图3 确诊病例日增量对比图

对题中的数据去除偏离较大的点,进行多项式拟合,得:  $\beta_1, \beta_2$ , 及  $u + \delta$ , 并通过前 10 天的实际数据,做出时间的函数图象,用计算机在的邻域内以微小步长搜索,并不断调整使理论图象与实际图象尽量趋于一致,得到此时的  $\lambda = 0.532$ ;  $\alpha = 0.683$ 。由于  $I(t)$  的数值解没有原始数据与之做对比,我们转化为做 10 天以后的“确诊病例日增量图”,见图 3。

可见,总体趋势符合的很好,但个别点有较大的误差。

##### 模型二 基于低通滤波理论的系统控制模型

由系统控制理论基础,我们联想到通信系统中的低通滤波曲线,为此引入一个“有效控制函数”,使得原本按照自然规律变化增长下的新增病例数在“有效控制函数”的影响下按照我们所预期的期望逐渐减少,并将现实中的各种措施映射为控制函数中的某些参量。

有效控制函数  $C$  的引入:

$$C = k \frac{\lambda}{\mu} \times e^{-\frac{\gamma(t-t_0)}{\lambda-\mu}}$$

$(\lambda/\mu)$  的物理意义:它反映了患者数与政府等各种控制措施的相对比率关系,也可把它定义为“相对感染率”,并记为:  $\epsilon = \lambda/\mu$ 。 $(\lambda/\mu)$  比值越小,其控制效用越好。

$e^{-\frac{\gamma(t-t_0)}{\lambda-\mu}}$  的物理意义:构造的一个下降趋势的函数。它是以控制时间  $t_0$  做为起始时刻的。

$\gamma$ : 它的物理意义是代表了政府等采取强硬措施(如隔离等)的力度。并且我们假设,不论在如何提高其医疗水平的情况下,其自然的传染率是始终要高于治愈率,即:  $\lambda - \mu > 0$

$k$ : 为可调待定系数,为与数据吻合而设。

那么,我们最终的模型方案是:

$$\begin{cases} s(t) + i(t) + r(t) = 1 \\ \frac{di(t)}{dt} = \lambda \times s(t) \times i(t) - \mu \times i(t) \\ \frac{ds(t)}{dt} = -\lambda \times s(t) \times i(t) \\ i(0) \times N(0) = I_0 \\ i(t) = \begin{cases} ii(t) \cdots \cdots (t < t_0) \\ ii(t) \times C \cdots \cdots (t \geq t_0) \end{cases} \end{cases}$$

$s(t), i(t), r(t)$ : 易感染者,患者,和退出系统者所占的比率。 $ii(t)$ : 微分方程求出来的原始解析解。

## 模型二的求解

1. 在  $t_0$  以前, SARS 表现出的性状和其它传染性疾病的表现趋势差不多,因此,我们重点讨论在控制期( $t_0$ )以后的情况。当:  $t \geq t_0$  时,

$$i(t) = k \times \left[ \frac{\lambda}{\mu} (s_0 + i_0) - \frac{\lambda}{\mu} s(t) + 1n\left(\frac{s(t)}{s_0}\right) \right] \times e^{-\frac{\gamma(t-t_0)}{\lambda-\mu}} \cdots \cdots [1]$$

由[1]式,我们提出性质 1:

**性质 1** 政府等控制的起始时间在“快速蔓延期”后越早越好,即: 越小越好。(证明略)

2. 我们还可将模型中各比率变换成所对应的具体的人数,得:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = \lambda \times I \times S - \mu \times I & [2] \\ \frac{dS}{dt} = -\lambda \times I \times S \end{cases} \quad \text{于是: } I(S) = I_0 - S_0 - S + \frac{\mu}{\lambda} 1n\left(\frac{S}{S_0}\right) \cdots \cdots [4]$$

结合文[3,4]式可以看出,当  $S = \frac{\mu}{\lambda}$  时,我们绘出其在第一象限的轨迹图样,可以看出其

那时的轨线取极大。因此我们可以定性的认为: 其  $S = \frac{\mu}{\lambda}$  为其阈值,当其传染者超过此值,其发病的人数会越来越多,而当其传染者的值小于此值时,发病的人数是会减少。而结合我

们对 SARS 的认识,其超过阈值是很容易做到的。因此,不加任何控制的话,其 SARS 的发展趋势将会是相当迅猛的。

3. 对于文[2,3]式我们进一步讨论,取 Dulac 函数  $B(I, S) = I^k S^m$ ,  $k, m$  待定,

$$D = \frac{\partial}{\partial I}(B(I, S)(\lambda \times I \times S - \mu \times 1)) + \frac{\partial}{\partial S}(B(I, S)(-\lambda \times I \times S)) \\ = \lambda S^{(m+1)}(k+1)I^k - \mu S^m(k+1)I^k - (m+1)\lambda I^{k+1}S^m$$

当时  $m = k = -1$  时, 必有  $D = 0$ ,

由 Dulac 函数的性质可得:其[2,3]式在第一象限内无闭轨。由此,我们提出性质 2。

**性质 2:** SARS(包括其它满足此微分方程的传染病)它们的流行绝不会是周期性的。即:疫情爆发后不可能再次出现“快速蔓延期”。(证明略)

此定理对现实具有十分重要的指导意义,人们勿须对 SARS 病会产生强烈反弹而担心受怕,只要平时作好预防工作, SARS 是会远离我们的。

**模型二的求解结果:**

我们在取定以下参数:  $N(t) = 1382$  万人,  $\lambda = 0.2$ ,  $\mu = 0.001$ ,  $\gamma = 0.05$ , 按照所给的北京的数据,得出北京 SARS 的持续期为 99 天,其预测与实际数据对比图:(见图 4)。

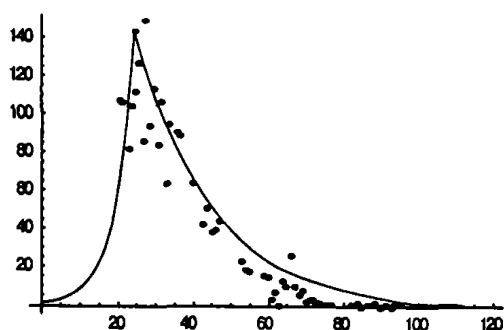


图 4 预测与实际数据对比图

图 4 中,黑线为模型 2 中拟和出的发展趋势,而黑点是实际所给出的数据散点。可以看出模型 2 不仅在初始阶段一致性好,而且已经具有较强的预测能力。为进一步说明引入参量的影响程度,我们做如下灵敏度分析。

#### 参数灵敏度分析

##### 1. 关于政府控制力度 $\gamma$ :

$\gamma$  的大小将直接决定最终控制住 SARS 态势, SARS 已经几乎消亡的天数。我们取  $\gamma$  的初值为 0.01, 先以 0.005 为步长, 后以 0.05 为步长, 关于  $\gamma$  的变化对控制态势所需的天数影响的趋势图(见图 5); 从控制力度参数  $\gamma$  的影响分析中, 可以看出,  $\gamma$  取值在  $[0.01, 0.03]$  的范围中时, 对最终控制天数的敏感性高, 超出此范围  $\gamma$  的灵敏度降低, 在北京地区现有的病例基数下, 最快速度控制 SARS 也是要经历 30 天左右。

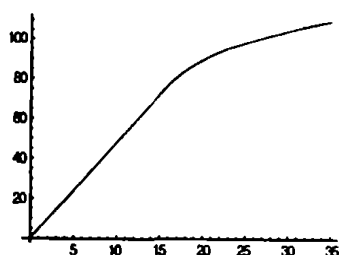


图 5  $\gamma$  对控制天数的影响

##### 2. 关于控制起始时间 $t_0$ :

从发现 SARS 病例开始的那天算起,  $t_0$  在今后的第 1 到第 35 天变化对最终控制天数的影响如图(见图 6)。可以看出性质 1 是成立的。当疫情爆发 18 天之前, 控制时间  $t_0$  提前或者是推后 5 天时间, 对最终的控制天数影响大概在 20 天左右; 如果是在疫情爆发 18 天之后, 控制时间提前或者是推后 5 天时间, 对最终的控制天数影响大概在 5 天左右。

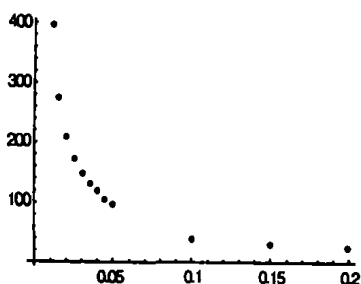


图 6 控制起始时间  $t_0$  对天数的影响

### 3. 关于接触传染率 $\lambda$ :

定性分析可知,其接触传染率  $\lambda$  越高,其控制的天数自然会随之增加。(接触传染率  $\lambda$  对控制天数的影响控制趋势散点图略)其控制天数与接触传染率  $\lambda$  几乎是成线形增长。我们模拟给出的  $\lambda = 0.2$ , 控制时间在 99 天, 3 个月左右, 与实际情况是十分吻合的。

### 4. 关于 SARS 治愈率 $\mu$ :

由于治愈率  $\mu$  的对控制天数的影响是非线形的, 且要看出具体的影响, 我们采用  $\mu$  的初值为 0.001, 步长为 0.001, 逐步增加下去, 得到其最终的影响趋势图(略): 可以看出  $\mu$  值在  $[0.001, 0.07]$  区间之内对控制天数的影响相当大, 而在之后的区间中对控制天数的影响逐渐趋于平缓。

### 模型三: 基于神经网络的系统模型

人工神经网络能模拟人脑神经组织的运行机制, 因此具有较强的信息处理能力, 对复杂问题具有自适应和自学习的能力, 可以很好的协调多种输入信息的关系。

我们将 SARS 的传播看作类似与神经网络的非线性的输入输出系统

$$y(t) = f(y(t-1), \dots, y(t-n_y), u(t-1), \dots, u(t-n_u));$$

其中  $u(t)$  为影响整个系统的控制因素,  $y(t-1), \dots, y(t-n_y)$  为系统前  $n_y$  次输出对系统新的输出的反馈影响。我们采用并联识别模型的离散时间的动态神经网络来识别此非线性系统:

利用 Matlab 神经网络工具箱编程得仿真预测曲线:

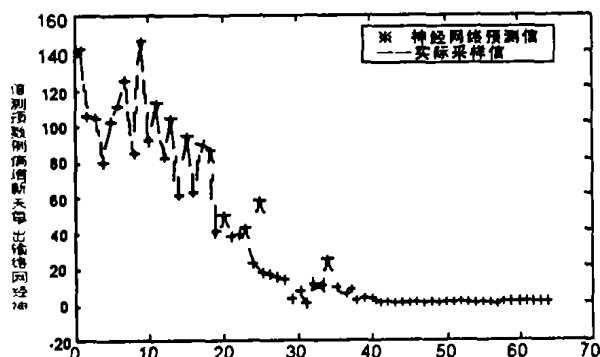


图7 新增的病例数预测图

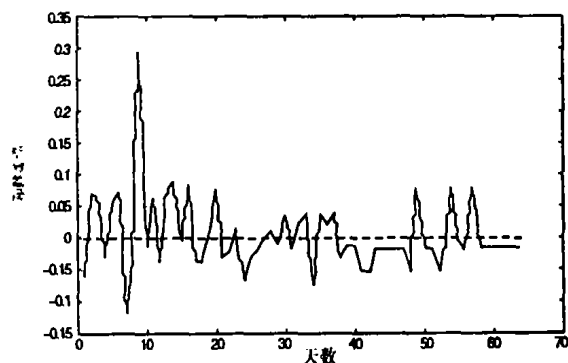


图8 预测值误差分析

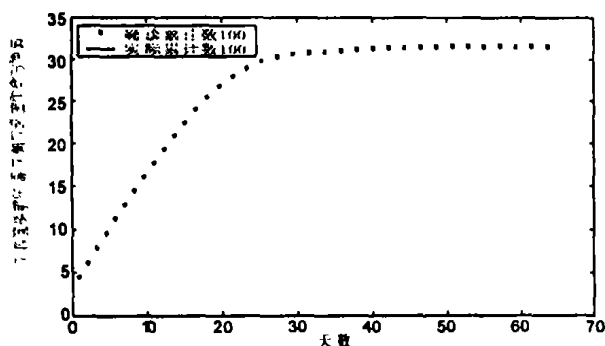


图9 北京地区确诊累计病例总数预测曲线

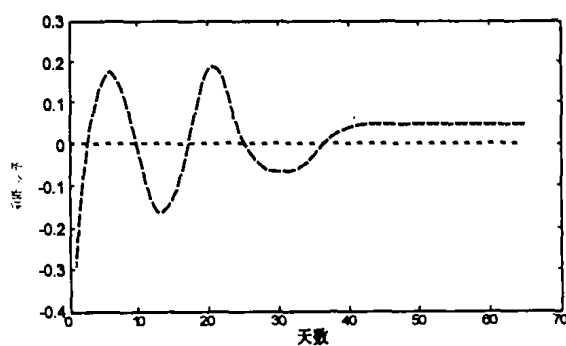


图10 预测值误差分析

从图象可以看出: 其误差最大波动不超过 24 (解压处理后的值), 相对误差度为  $24/339 = 7.08\%$ , 相对于前两个模型来说, 精度已经完全能满足需要了。

### 模型四: 基于分支过程 (Branching Process) 的 Monte Carlo 仿真模型

建立随机过程模型, 用分支过程 (Branching Process) 来描画 SARS 的传播过程, 并按照所给

的数据对疫情蔓延的趋势作出预测。

设  $X_n$  为第  $n$  代感染 SARS 的人数,  $\xi_n^i$  为在第  $n+1$  代时由第  $n$  代的第  $i$  个个体产生的子代的感染人数。如图 11 所示。为一族相互独立且服从同一分布 ( $i.i.d$ ) 的非负整数值随机变量, 则:

$$X_n = \sum_{i=1}^{X_{n-1}} \xi_n^i \quad (n=1, 2, \dots)$$

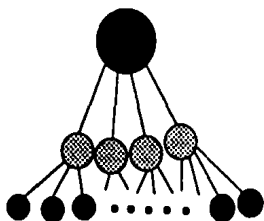


图 11 分支过程示意图

在实际的模型求解中, 按照分支过程理论, 疫区内人与人接触产生的 SARS 的传播是独立的, 随机的。对这种大量的、随机的行为的描述符合计算机 Monte Carlo 模拟的要求。

疫情发展的预测:(具体变量及算法略)

对疫区内 SARS 的传播用计算机进行 1000 次模拟。我们选取北京地区从 4 月 20 日起 15 内疫情发展的数据, 选取日增病例数来描述疫情走势。每次的模拟结果都是疫情的一种可能的发展过程。

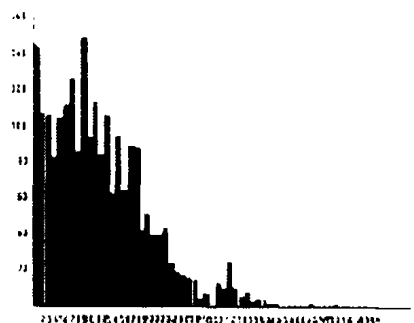


图 12 北京地区 SARS 疫情的日增病例走势

对比实际情形和模拟结果的前 15 天的日增病例曲线图, 可以看到 Monte Carlo 仿真得到的曲线与实际曲线有较大差异。作出如下改进: 在计算机循环模拟时, 通过在一定范围内以一定步长调整各参数的取值, 改变增长曲线以使得尽量多的曲线的变化过程接近于实际的疫情的变化, 对实际数值和模拟数值用最小二乘法衡量其相似程度。优化参数取值, 得到最优的目前参数值。由这

些参数的取值并兼顾考虑疫情发展带来的参数变化, 再进行疫情发展过程模拟。有理由认为这些曲线未来随时间的变化从概率意义上表明了未来实际疫情的发展趋势。

最终模拟结果对比如下:(为了直观采用直方图)

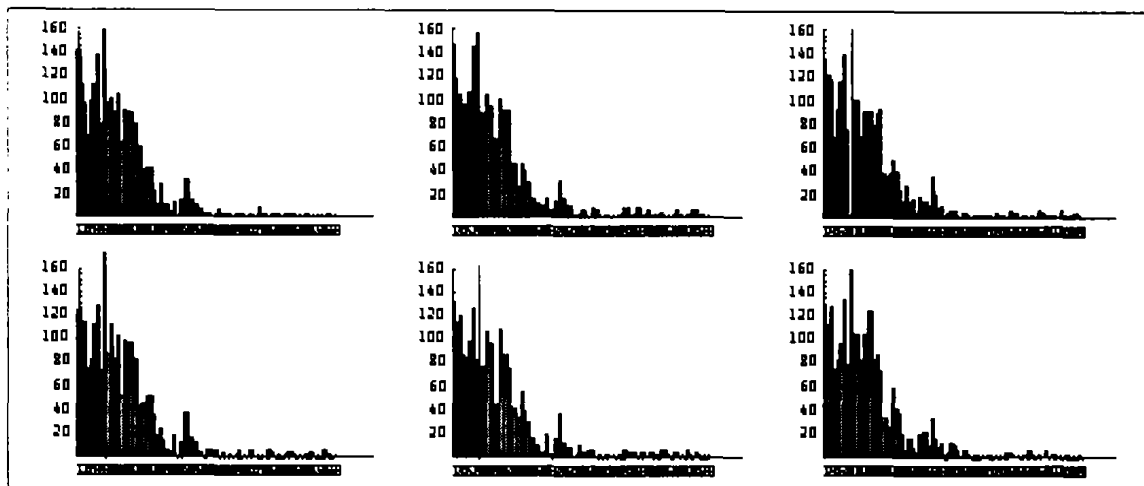


图 13 模拟得到的 SARS 疫情的日增病例走势

结论:

1. 从实际与模拟走势图对比来看, 较准确的由已知的 15 天的数据预测了其后续疫情的发展状况;
2. 模拟走势图在日增量降到 0 后, 还会有一些随机的扰动, 说明疫情在临近结束时

有零星病例的出现,假设随机仿真中这段时间无限延长,其新增病例的概率将无限趋于0。

## 5 模型比较和评价

1. 模型1的优点在于考虑的因素较为全面,更能体现疫情发展的本来面貌;并且只要给定初始值就可进行长期预测,不需要大量的数据支持;缺点在于模型的对疫情发展的预测不是很准确。

2. 模型2更好的体现了外界对疫情发展的控制作用,能对SARS的有效控制提供重要的指导依据。其预测结果也较为准确。对此模型我们进行了重点的研究和讨论,并进行了几个重要参量的灵敏度分析。而附件1所给的模型在SARS的防御、控制中并没有实质的意义。

3. 模型3能够精确的预测疫情的发展趋势,但实际操作的现实可行性不好,它仅仅是依靠大量的输入对网络进行不断的训练来达到对复杂系统的逼近,而给出一组预测值,但由于是网络内部的调整,并没有对现实应采取哪种预防、控制措施提供很好的指导性的支持,所以在此方面有些欠缺。

4. 模型4采取了动态优化参变量的思想,对疫情的发展可以做出较为准确的拟合和预测。Monte Carlo仿真比起附件中模型算法也更有说服力,但较难准确把握参变量取值的调整。

综上,建立一个真正能够预测且能为预防和控制提供可靠信息的模型,困难在于:要兼顾模型的预测准确程度和模型中参量的具体的现实指导意义。一个模型很难二者兼备。特别的,我们可以综合模型2和模型3的优点,用神经网络模型预测出的数据来规划系统控制模型中的参数,既保证了模型预测疫情趋势的准确度,又可兼顾模型中各参数的现实指导意义。

对卫生部门所采取的措施进行评价:

我们认为卫生部门所采取的措施是行之有效的。通过“隔离”控制传染源,使接触传染率降低,再加上全社会的警惕性提高,双管齐下,从理论上是能得到较好的效果。

### • 对于问题3的回答

我们以旅游业收入为基准,把它近似的看成与旅游人数成正比的线形系统。问题又随之转化为SARS对旅游人数的影响。其拟合出的往年旅游游客图和2003年预测图如下:

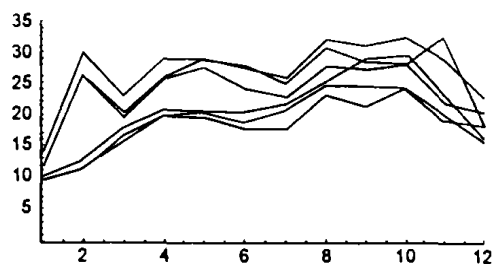


图14 前几年(从1997—2002年)

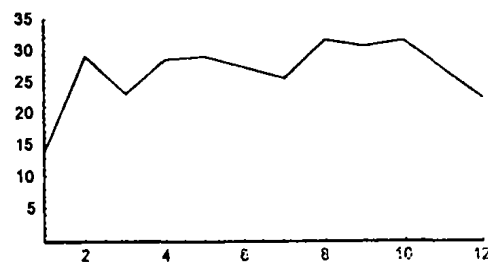


图15 2003年海外旅游人数预测图:

假设: $y$ :为年份;  $N_i(y)$ :为第 $y$ 年 $i$ 月来北京旅游的海外游客数。

$N'_i(y)$ :为预测中的第年月来北京旅游的海外游客数。

$\Delta sp_{ij}$ 为2003年第 $i$ 月 $j$ 天新增的病例数;  $\Delta dp_{ij}$ 为2003年第月天新增的疑似病例数。

我们借助考虑经济学中的效用函数的原理,引入三个影响函数:

$P$ :对旅游业总的影响函数;



$Z$ : 为 SARS 得到控制消失之后对社会的后效性影响函数。

我们提出旅游人次影响模型为:

$$N_i(y) = N'(y)^P \quad \cdots \cdots [14]$$

$$G_i = \frac{\sum_{j=1}^{30} \Delta s p_{ij} \times (1 - \bar{\mu}_i) \times \sum_{j=1}^{30} \Delta d p_{ij}}{(\sum_{j=1}^{30} \Delta s p_{ij} \times (1 - \bar{\mu}_i) + \sum_{j=1}^{30} \Delta d p_{ij})^2} \quad Z = \begin{cases} k(1.1 - \frac{1}{i-5}) \cdots \cdots [i=3, 4, 6, \cdots 12] \\ 1.1 \cdots \cdots [i=5] \end{cases}$$

$P = \rho_1 \times G_i + \rho_2 \times Z$  其中:  $\rho_1, \rho_2$  为两部分所占的权重,  $\rho_1 + \rho_2$ ;  $k$ : 为修正系数。

关于  $G$  函数的说明: 这是借鉴了经济学中著名的效用函数的形式。

关于  $Z$  的两点说明:

1.  $Z$  的作用为: 产生“SRAS 后效作用”(在 6 月)之后, 模仿逐步恢复性函数
2. 至于 1.1 的取值我们利用计算机模拟的方法, 搜索除了满足我们这个模型的最优常数数值。

从模型很容易看出, 此模型其实是把对旅游经济的影响看成是两个部分, 并考虑他们不同时期的权重大小, 以此来进行对经济影响的模拟。通过模型的求解可以得出: 5 月份以前  $Z$  函数是不起作用的, 只有  $G$  函数的作用体现在经济影响函数上; 6 月为发展趋势的转折点,  $Z$  函数逐渐起主导作用,  $G$  函数的影响迅速衰减; 7 月份及其以后就主要是  $Z$  函数的作用体现在经济影响函数上。

表 1 模型求解结果

月 份	1	2	3	4	5	6
预测正常的旅游人数	13.569	29.2381	22.8802	28.6317	28.8437	27.4778
在影响下旅游人数	13.569	29.2381	21.8911	10.5467	1.78924	2.64236
月 份	7	8	9	10	11	12
预测正常旅游人数	25.8079	32.169	30.919	32.1294	27.6056	22.8381
在后效性的影响下	7.03156	14.3121	18.4796	22.7098	21.716	19.9725

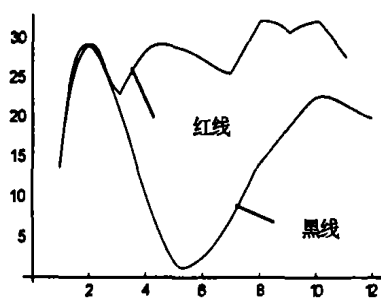


图 16 2003 年海外旅游人次对比图

于是, 我们最终给出的在有无 SARS 影响下的 2003 年海外旅游人次曲线图为(见图 16):

(黑线代表在 SARS 影响下的旅游人次变化趋势, 红线是预测正常情况下的人次变化趋势)

预计 SARS 对北京 2003 年所造成的经济损失为:

损失的总的海外旅游人数(万人)  $loss\ persons = 138.211$ (万人)

误差分析: 我们所提出的旅游人口模型, 是基于我们利用多项式拟合预测出的正常情况下应该具有的旅游人口数。因此, 误差来自两方面: 1) 多项式拟合所造成的误差  $S_1$ , 2) 模型本身的误差  $S_2$ 。

最终误差必定满足:  $S_1 - S_2 \leq S \leq S_1 + S_2$

结论为:  $0.16655 \leq S \leq 3.63011$  (过程略)

所以我们对自己建立的模型的预测能力基本满意。

问题 4: 写给报刊的短文(略)

## 参考文献:

- [1] 姜启源. 数学模型[M]. 北京:高等教育出版社,1993
- [2] 赵达纲,朱迎善. 应用随机过程[M]. 北京:机械工业出版社,1993
- [3] 闻新等. Matlab 神经网络应用设计[M]. 北京:科学出版社,2000
- [4] Shi Yaolin. Stochastic dynamic model of SARS spreading[J]. www science.com,2003;9

## The Study of the Spread of SARS

XIAO Hong-jiang, WU Tong, LI Ming-ke

Advisor: HE Zu-guo

(Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876)

**Abstract:** This article compares the model in the attachment 1, and exams its method called "Half - Imitation - Circulation - Calculation". The advantage of the model is its ease, its high precision in the aspect of imitation, and its reasonable change of the value of "K". At the same time, we point out that its main drawback is that it depends on the data excessively and is not able to predict the situation for longer time. In the second question, we bring up four models which are based on four different core methods: (1) the model based on differential and difference equation; (2) the controlling - model based on filter; (3) the model of neural network; (4) the simulation model based on Branching Process. In Model 2, we conclude that SARS will last 99 days in Beijing; the earlier it is controlled, the better it will become; and SARS will not break out periodically. In the third question, we are enlightened by the "consequence function" in economics, so we bring in three different influential functions to draw out "an influential model of the foreign visitors". Then we draw a conclusion that the city of Beijing will lose 1,382,110 foreign visitors due to SARS. Finally, we give a short composition to be printed on the local newspapers.

**Keywords:** filter; neural network; branching process

-----  
(上接 28 页)

## Modeling the SARS Epidemic Considering Self-cure

LI Bei, XU Haixuan, GUO Jiajia

( Dalian University of Technology, Dalian 116024, China )

**Abstract:** In this paper, a SEIuIR (susceptible, exposed, unisolated infectious, isolated infectious, recovered) model with self-cure is built to model the SARS epidemic. The problem is solved with two methods: one is ordinary differential equation which we then come to a conclusion that self-cure indeed exists in the SARS transmission; the other is computer simulation based on the small-world network which we also absorb the basic ideas of the Sznajd and the cellular automation model, and then we discuss some parameters and the effects of vaccination. At last we analyze the epidemic situation in Beijing and estimate the results if control measures are taken 5 days later or earlier.

**Keywords:** SARS; Self-cure; ordinary differential equation; Small-World Network; the Sznajd model; the cellular automation model; simulation