

2016 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读“全国大学生数学建模竞赛论文格式规范”)

A 题 系泊系统的设计

近浅海观测网的传输节点由浮标系统、系泊系统和水声通讯系统组成（如图 1 所示）。某型传输节点的浮标系统可简化为底面直径 2m、高 2m 的圆柱体，浮标的质量为 1000kg。系泊系统由钢管、钢桶、重物球、电焊锚链和特制的抗拖移锚组成。锚的质量为 600kg，锚链选用无档普通链环，近浅海观测网的常用型号及其参数在附表中列出。钢管共 4 节，每节长度 1m，直径为 50mm，每节钢管的质量为 10kg。要求锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角不超过 16 度，否则锚会被拖行，致使节点移位丢失。水声通讯系统安装在一个长 1m、外径 30cm 的密封圆柱形钢桶内，设备和钢桶总质量为 100kg。钢桶上接第 4 节钢管，下接电焊锚链。钢桶竖直时，水声通讯设备的工作效果最佳。若钢桶倾斜，则影响设备的工作效果。钢桶的倾斜角度（钢桶与竖直线的夹角）超过 5 度时，设备的工作效果较差。为了控制钢桶的倾斜角度，钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球。

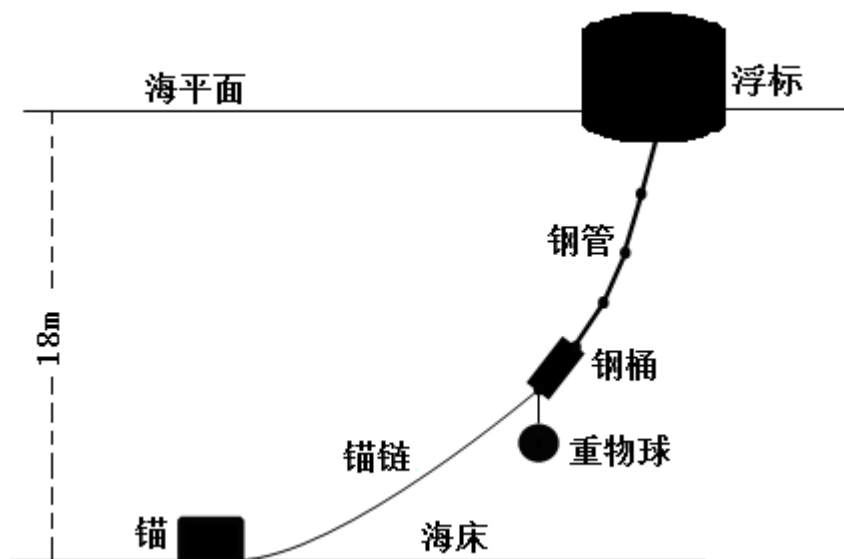


图 1 传输节点示意图（仅为结构模块示意图，未考虑尺寸比例）

系泊系统的设计问题就是确定锚链的型号、长度和重物球的质量，使得浮标

的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小。

问题 1 某型传输节点选用 II 型电焊锚链 22.05m，选用的重物球的质量为 1200kg。现将该型传输节点布放在水深 18m、海床平坦、海水密度为 $1.025 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ 的海域。若海水静止，分别计算海面风速为 12m/s 和 24m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

问题 2 在问题 1 的假设下，计算海面风速为 36m/s 时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。请调节重物球的质量，使得钢桶的倾斜角度不超过 5 度，锚链在锚点与海床的夹角不超过 16 度。

问题 3 由于潮汐等因素的影响，布放海域的实测水深介于 16m~20m 之间。布放点的海水速度最大可达到 1.5m/s、风速最大可达到 36m/s。请给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

说明 近海风荷载可通过近似公式 $F=0.625 \times S v^2 (\text{N})$ 计算，其中 S 为物体在风向法平面的投影面积(m^2)， v 为风速(m/s)。近海水流力可通过近似公式 $F=374 \times S v^2 (\text{N})$ 计算，其中 S 为物体在水流速度法平面的投影面积(m^2)， v 为水流速度(m/s)。

附表 锚链型号和参数表

型号	长度(mm)	单位长度的质量(kg/m)
I	78	3.2
II	105	7
III	120	12.5
IV	150	19.5
V	180	28.12

表注：长度是指每节链环的长度。