

关于“球队排名次问题”的 几点评注——B 题

蔡 大 用

(清华大学, 北京, 100084)

摘要 本文介绍了一九九三年全国数学模型竞赛 B 题出题背景及题目特点。并对北京赛区的参赛情况发表了笔者的谏议。

§ 1. 出题背景和题目特点

1993 年数学模型竞赛征题期间, 正好中国足球队在世界杯外围赛中再次失利。不久后有关报刊公布了世界足球队的排名顺序。仔细观察不难发现, 在公布的球队中有的队之间从来没有比赛过, 不少人发生了如下疑问:

1. 报刊上公布的球队排序的依据是什么。
2. 如何客观、公正地评价球队之间的实力对比, 消除一些赛制——偶然或人为因素的影响。

也就是说, 要求我们建立一个客观的评估方法, 只依据过去一段时间内 (几个赛季或几年) 每个球队的战绩给出各队的优劣次序。

解决类似问题的竞赛图法有较强的限制, 它要求所评估的各队中任何两队必须比赛过, 而且两队之间比赛的场次要一样。显然, 在世界范围内取得这样的数据是相当困难的。

为了克服传统竞赛图法的局限性, 我们拟出本题供参赛者思考。

B 题的特点是:

1. 有很强的实际背景, 而且一旦给出了成功的模型和软件, 它将有很大的实用价值。显然, 它可以用于相当多的体育比赛 (几乎所有的球类、棋类、击剑……) 而且也有可能用于社会领域中其它问题。
2. 很多数学工具可有用武之地: 正如参考答案及很多参赛者的答卷中所示, B 题涉及数学模型、矩阵论、图论、层次分析、概率统计、模糊数学、数值分析等诸多数学领域和方法。也还有的作者用到了计算机科学中的各种技巧和分析方法。
3. 是一个相当“开放”的题目。它没有事先给出的标准答案和最优方案, 是一个研究性、探索性较强的题目。给参赛者 (甚至每个人) 都留下了足够的思考空间。虽然赛事已过, 但它依然是一个余味未尽的研究课题。

当然, 与优点相关的自然有不少缺点。比如, 没有传统方法可循, 题目显得粗糙、不成熟。所提供的数据也不完全合理。人工的斧凿痕迹很多等等。

§ 2. 对于各种方法的谏议

对于数学模型竞赛来说,评判一个方法的优劣,我们着眼于三点:

- 1) 对于模型的假设是否合理.
- 2) 所建模型构思是否新颖,其给出的结果是否合乎实际,而且具有一般性.
- 3) 叙述是否清楚.

基于这种标准,我们认为有些答卷是十分优秀的.

例 1. 首先定义了评分向量 S (其含意和参考答案中含意相近), 然后考虑了各种因素建立了一种非线性模型.

$$S = F(S),$$

其中 $F(\cdot)$ 是一个 n 维向量函数, 并建立了求解上面非线性方程组的迭代法.

尽管理论上并没能证明迭代法的收敛性. 但模型的构思是十分可取的.

例 2. 把球队排序问题转化成一个整数规划问题. 建模的出发点十分简单明瞭, 有其精彩之处.

例 3. 用层次分析法 (AHP) 完整地分析并解决了这个问题. 理论分析和各种因素的讨论十分完整.

例 4. 用图论的办法, 成功地处理了数据缺损等方面的困难, 建立了一般性的模型.

例 5. 参考了传统的体育界沿用的评分办法, 但对缺损数据援用了统计学中各种 (也包括作者自己设计的) 数据缺损的处理办法.

还有很多思路. 如用 Fuzzy 数学理论、概率论、灰色系统理论等, 不能一一枚举. 总之, 尽管得奖者是少数, 但每份答案均有其合理的部份, 反映出了年轻人的智慧火花.

当然, 由于全国数学模型竞赛刚刚举办两次, 组织者和参赛者都缺乏经验, 难免有些不尽人意之处.

有些参赛者对竞赛的宗旨和题目要求理解有些偏颇, 他们着力于赛制的猜测、分组的分析, 甚至查阅了体育年鉴等参考资料, 按照当年比赛的实况和结果着手于探索本题的“正确答案”. 这不能不说是方法学上的失误. 也有的参赛者基本上用了体育界沿用的比得分、比净胜球等传统方法, 只不过把这些成法电算化. 这种方法没有能克服传统方法的弱点 (虽然有的作者已经分析了这个弱点), 也缺乏新意. 还有的参赛者拘泥于具体的数据, 设计了特殊的算法, “成功地”解决了这一具体问题, 但没有一般意义.

尽管有如上的偏颇, 但参赛者思想活跃及富有探索创新的精神, 确实呈现了百花齐放的局面. 这是我们始料不及的. 有人得了奖, 有人没有, 但从“重要的在于参与”的意义上大家都是成功者.