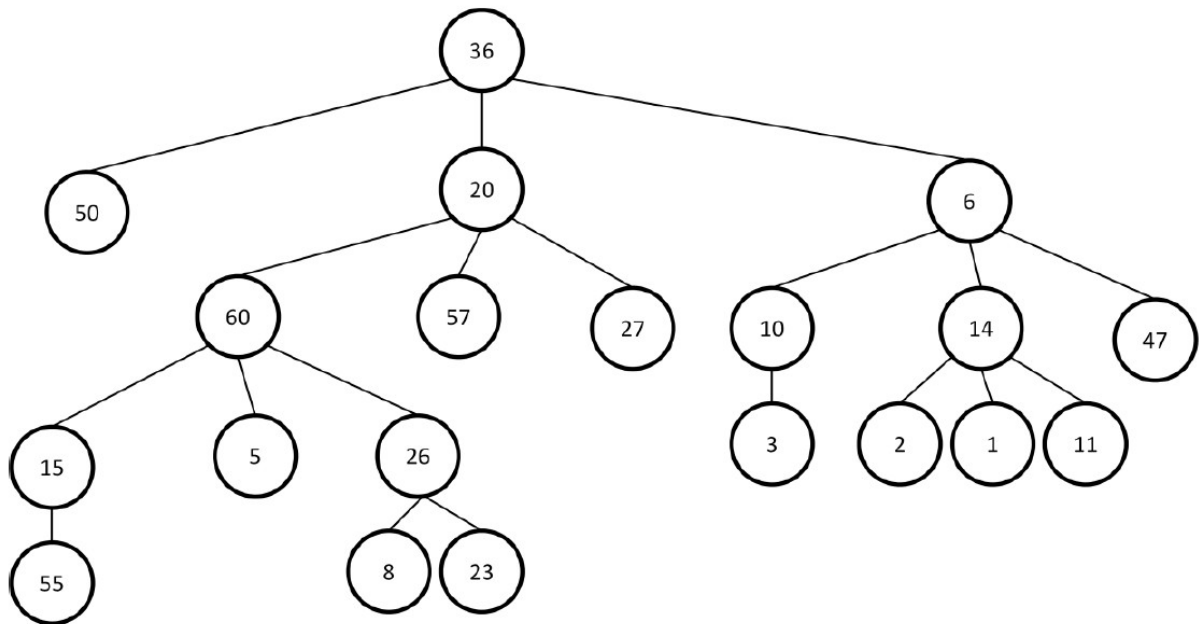




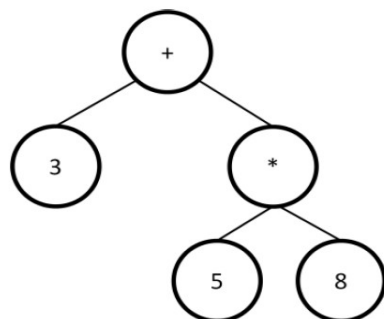
## Lista de Exercícios sobre árvores

1. Considerando a Árvore:

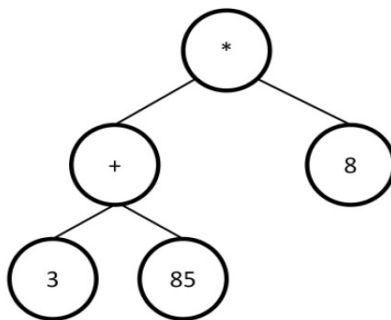


- Fazer a representação aninhada da árvore
- Fazer a representação com indentação
- Fazer a representação com conjuntos aninhados
- Encontre o grau, altura e profundidade de cada nó
- Qual o grau da árvore?
- Quantos nós folhas tem a árvore?
- Qual é o nó avô de 60?
- Qual o nó filho de 14?
- Qual o caminho P (36, 23)? E o comprimento de P?
  - Encontre todos os caminhos possíveis a partir da raiz com seus respectivos comprimentos árvore binária

- k) Qual a altura da árvore?
- l) O nó 23 é descendente de 57? Porque?
- m) O nó 8 é descendente de 20? Porque?
2. Qual a maior e menor quantidade de nós que podem existir em uma árvore binária completa de altura  $h$ ?
3. Uma árvore estritamente binária com  $n$  nós folhas contém quantos nós?
4. Escreva algoritmos recursivos e não recursivos para determinar:
- a) O número de nós em uma árvore binária.
  - b) A soma dos conteúdos de todos os nós em uma árvore binária, considerando que cada nó contém um inteiro.
  - \*c) A profundidade de uma árvore binária.
5. Escreva um algoritmo para determinar se uma árvore binária é:
- \*a) estritamente binária.
  - b) completa.
  - c) completa cheia.
6. Duas árvores binárias são similares se elas são vazias ou se elas não são vazias e suas subárvores da esquerda são similares e suas subárvores da direita são também similares. Escreva um algoritmo para determinar se duas árvores binárias são similares.
7. Duas árvores binárias são espelho-similares (*mirror similar*) se elas são vazias ou se elas não são vazias e as subárvores esquerdas de cada uma são espelho-similares às subárvores direita da outra. Escreva um algoritmo para determinar se duas árvores binárias são espelho-similares.
8. Escreva um algoritmo para determinar se uma árvore binária é ou não similar (veja o exercício 7) à alguma subárvore de outra árvore.
9. Escreva um algoritmo para determinar se uma árvore binária é ou não espelho-similar (veja o exercício 7) à alguma subárvore de outra árvore.
- \*10. Responda Certo ou Errado, justificando.
- a) Qualquer que seja o número de chaves é sempre possível construir com elas uma árvore binária completa.
  - b) Qualquer que seja o número de chaves é sempre possível construir com elas uma árvore binária cheia.
  - c) Uma árvore binária que possui as folhas no último ou penúltimo nível é completa.
  - d) Dada uma árvore binária com mais de 3 nós, é possível que um percurso em pré-ordem e um percurso em ordem visitem os nós na mesma ordem?
11. Considere uma árvore binária completa, onde cada nó é composto por um inteiro e ponteiros para as subárvores direita e esquerda. Construa uma função que receba um valor inteiro e o nó raiz da árvore binária completa e insira um novo nó (representado pelo valor inteiro recebido) na árvore de forma que ela continue sendo uma árvore binária completa.
12. Considere uma árvore binária qualquer, onde cada nó é composto por um inteiro e ponteiros para as subárvores direita e esquerda. Construa uma função que receba um valor inteiro e o nó raiz da árvore binária e, então, remova um nó que contenha o valor inteiro passado como parâmetro. Após a remoção do nó, a árvore binária deve ser reconstruída, ou seja, caso o nó removido tenha filhos, os nós filhos deverão ser conectados aos pais ou entre eles mesmos.
13. Considere árvores binárias que representam expressões aritméticas (composta por operandos compostos por um único algarismo, operações de  $+$ ,  $-$ ,  $*$  e  $/$  e parênteses) como as apresentadas abaixo.



$3 + 5 * 8$

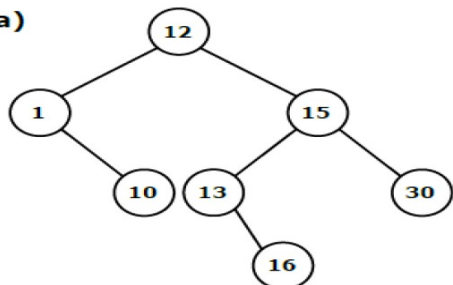


$(3 + 5) * 8$

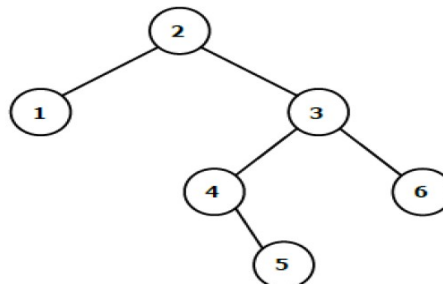
Escreva um TAD representando tais árvores e uma operação que retorne uma *string* correspondente à versão infixa da expressão que contém somente aqueles parênteses que são necessários.

14. Escreva um algoritmo que receba uma expressão matemática (composta por operandos compostos por um único algarismo, operações de +, -, \* e / e parênteses) representada por uma *string* e retorne uma árvore binária representando esta expressão.
15. Dada uma árvore binária que represente uma expressão matemática, construa um algoritmo que apresente (imprima) a versão infixa (ou central) da expressão.
16. Dada uma árvore binária que represente uma expressão matemática, construa um algoritmo que apresente (imprima) a versão pós-fixa (ou pós-ordem) da expressão.
17. Verificar se as árvores abaixo são binárias de busca:

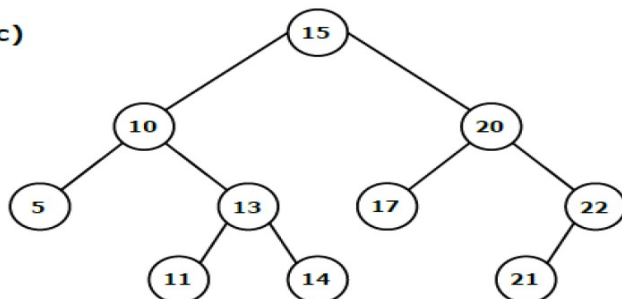
a)



b)



c)



18. Insira em uma árvore AVL, itens com as chaves apresentadas nos itens a seguir (na ordem em que aparecem). Desenhe a árvore resultante da inserção, sendo que uma nova árvore deve ser desenhada quando houver uma rotação. Indique qual a rotação que foi executada.

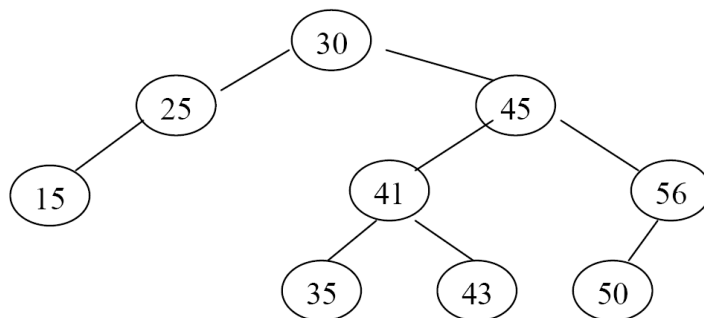
- a) 30, 40, 24, 58, 48, 26, 11, 13, 14
- b) 20, 15, 25, 10, 30, 24, 17, 12, 5, 3
- c) 40, 30, 50, 45, 55, 52

d) 20, 15, 25, 12, 17, 24, 30, 10, 14, 13

e) 20, 15, 25, 12, 17, 30, 26

\*19. Partindo de uma árvore AVL vazia, realize a inserção da seguinte sequência de chaves: 99, 44, 71, 80, 74, 63, 59, 120, 98, 150. Redesenhe a árvore a cada inserção. Indique para cada rotação feita, o nome da rotação e o nó desregulado. Indique as árvores resultantes da exclusão dos nós 59 e 63.

20. Considere a árvore AVL a seguir:



a) Realize, na árvore acima, as inserções das seguintes chaves 49, 60, 65, e em seguida a remoção das chaves 45 e 41, escolhendo necessariamente imediatamente precedente para a posição da chave removida. Mostre todas as rotações e o formato da árvore após cada operação.

\*b) Seja **q** um nó recém inserido e **p** o seu ancestral mais próximo que se tornou desregulado. Quais os possíveis valores para o fator de balanço de **p** após a inserção? Examinar: o fator de balanço de **p** é suficiente para concluir se a inserção foi à esquerda ou a direita de **p**? Por que?

## Exercícios que caíram em provas anteriores:

1. Qual a maior e menor quantidade de nós que podem existir em uma árvore binária completa de altura  $h$ ?

2. Escreva algoritmos recursivos e não recursivos para determinar:

a) O número de nós em uma árvore binária.

b) A soma dos conteúdos de todos os nós em uma árvore binária, considerando que cada nó contém um inteiro.

c) A profundidade de uma árvore binária.

3. Escreva um algoritmo para determinar se uma árvore binária é completa cheia.

4. Insira em uma árvore AVL as chaves apresentadas a seguir (na ordem em que aparecem). Desenhe, passo a passo, as árvores resultantes de cada inserção. Indique os fatores de balanceamento dos nós envolvidos em rotações e as rotações realizadas. Após as inserções, siga os mesmos procedimentos para remover a chave 14.

chaves: 20, 15, 25, 12, 17, 24, 30, 10, 14, 13

5. Seja  $A$  uma árvore AVL. Seja **q** um nó recém inserido e **p** o seu ancestral mais próximo que se tornou desregulado. Quais os possíveis valores para o fator de balanço de **p** após a inserção? Examinar: o fator de balanço de **p** é suficiente para concluir se a inserção foi à esquerda ou a direita de **p**? Por que?

6. Escreva uma função que decide se um vetor é ou não um max-heap.

7. Quais são os números mínimo e máximo de elementos em um max-heap de altura  $h$ ?
8. Considere um max-heap onde todos os elementos são distintos. Explique onde pode estar armazenado o elemento de menor prioridade.
9. Uma das formas de implementar a inteligência artificial de um jogo é modelando o conjunto de possíveis decisões do computador como uma árvore. Explique, usando o jogo da velha como exemplo, como isso poderia ser feito.
10. Duas árvores binárias são similares se elas são vazias ou se elas não são vazias e suas subárvores da esquerda são similares e suas subárvores da direita são também similares. Escreva um algoritmo para determinar se duas árvores binárias são similares.
11. Responda Certo ou Errado, justificando.
- a) Qualquer que seja o número de chaves é sempre possível construir com elas uma árvore binária completa.
  - b) Qualquer que seja o número de chaves é sempre possível construir com elas uma árvore binária cheia.
  - c) Uma árvore binária que possui as folhas no último ou penúltimo nível é completa.
- Dada uma árvore binária com mais de 3 nós, é possível que um percurso em pré-ordem e um percurso em-ordem visitem os nós na mesma ordem ?

**Fim da lista.**