Edgar Gerardo Alarcón González

15 de diciembre de 2020

1. Proyecto 2 - Coronavirus

Este proyecto consiste en estimar un modelo SIR con datos de un país sobre el COVID-19.

```
[2]: # Toolbox especial
import PDEparams as pde
# https://github.com/systemsmedicine/PDE_params
```

2. I. Modelos iniciales

2.0.1. Carga de Datos (Rusia)

De acuerdo a Google, la población de Rusia es

N = 144,5 Millones

```
[3]: # Vamos a considerar la población mundial de Rusia
N = 144500000
# Estos son todos los datos con los que contamos
data = pd.read_csv('Russia_COVID.csv')
data.head()
```

2	2/2/2020	2	2	0
3	2/3/2020	3	2	0
4	2/4/2020	4	2	0

	Muertes_Acumulados	Infectados	Recuperados	Muertos
0	0	2	0	0
1	0	0	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	0	0
4	0	0	0	0

2.1. Defininimos el modelo SIR

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}t} = \gamma I$$

Susceptible -> Infectado -> Recuperado

eta= Tasa de contacto $\, imes$ Probabilidad de Transmisión $\gamma=$ Tasa de Recuperación

Nota: En general es deseable que $\gamma \in (0,1)$

En particular, nosotros vamos a considerar:

- S := Población susceptible.
- I := Población Infectada.
- *R* := Población Recuperada

Nota: Este modelo asumirá que *R* es la población que no que fue infectada pero ya no puede volver a infectar. Por efectos de cómo tenemos los datos, nosotros vamos a considerar que estos serán los muertos más los recuperados.

Con infectados y recuperados

```
# Infectados
'I': data.Infectados,

# Recuperados (este modelo asume que los recuperados son las⊔

→personas que ya no pueden contagiar)

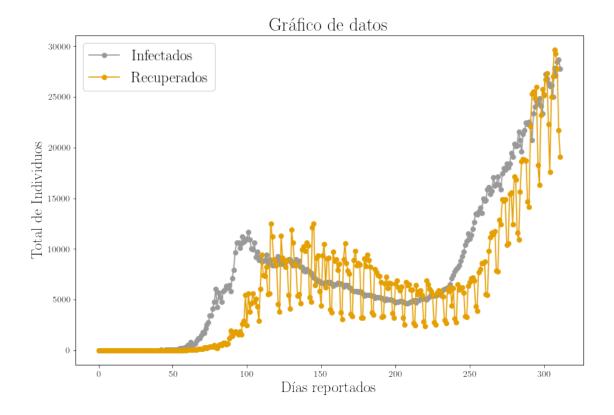
'R': data.Muertos + data.Recuperados
})
datos.describe()

t I R
```

```
[4]:
                         312.000000
    count 312.000000
                                       312.000000
    mean
            155.500000
                        7906.926282
                                       6354.214744
                        7089.869411
            90.210864
                                       6535.580611
    std
             0.000000
                            0.000000
                                          0.000000
    min
    25 %
            77.750000
                       4218.500000
                                        325.250000
    50 %
            155.500000
                         6285.000000
                                       5572.000000
     75 %
            233.250000
                         9794.750000
                                       8828.250000
            311.000000 28701.000000 29627.000000
    max
```

```
[5]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
   plt.legend()
```

[5]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a782e44c0>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
[6]: def sistema_SIR(z, t, beta, gamma):
    S, I, R = z

# dS/dt
dSdt = - beta * S * I / N
# dI/dt
dIdt = beta * S * I / N - gamma * I
# dR/dt
dRdt = gamma * I
return [dSdt,dIdt,dRdt]
```

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos. Para esto, consideramos un escenario donde al principio teníamos un infectado, ningún recuperado y una población susceptible de N-1.

```
[7]: # Susceptible inicial

def SO():
    return N-1
# Infectado inicial
```

```
def IO():
    return 1
# Recuperado inicial
def RO():
    return 0
```

Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo

```
[9]: # Mostramos la condición Inicial modelo_SIR.initial_condition
```

[9]: array([144499999, 1, 0])

Encontrando los mejores parámetros

```
[10]: \[ \%\time \] modelo_SIR.fit()
```

\$\beta\$ \$\gamma\$ 0 6.128695 6.150336 Wall time: 969 ms

[11]: modelo_SIR.best_params

[11]: \$\beta\$ \$\gamma\$
0 6.128695 6.150336

[12]: modelo_SIR.best_error

[12]: 96053238.10554346

Likelihood profiles

```
[13]: | %%time | modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
```

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

Wall time: 2min 55s

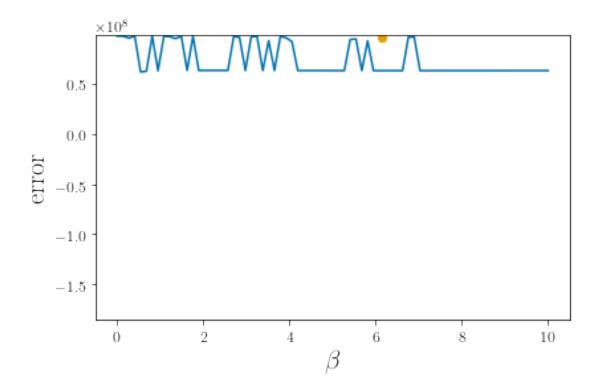
[14]: modelo_SIR.result_profiles

```
[14]:
          parameter
                         value
                                        error
      0
            $\beta$
                      0.000000 9.778188e+07
      1
            $\beta$
                      0.135135 9.776472e+07
      2
            $\beta$
                      0.270270 9.574744e+07
      3
            $\beta$
                      0.405405 9.774861e+07
      4
            $\beta$
                      0.540541 6.204895e+07
                . . .
                      9.459459 9.646472e+07
      145
           $\gamma$
      146
           $\gamma$
                      9.594595 9.518076e+07
      147
           $\gamma$
                      9.729730 9.760246e+07
      148
           $\gamma$
                      9.864865 9.670536e+07
      149
           $\gamma$
                     10.000000 8.512336e+07
```

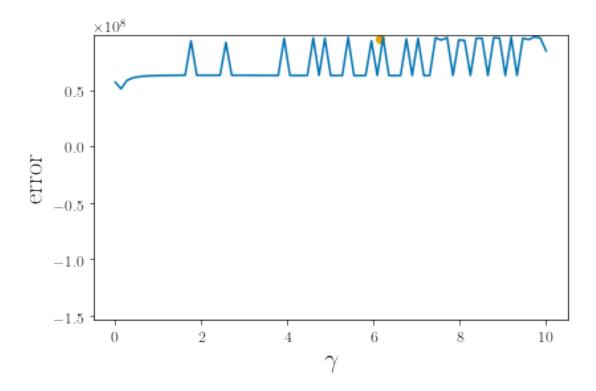
[15]: modelo_SIR.plot_profiles()

[150 rows x 3 columns]

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

```
[16]: # Creamos un vector de valores iniciales

SO = N - 1

IO = 1

RO = 0

iniciales = SO, IO, RO

t = datos.t

# Extraemos los valores del mejor modelo

beta = modelo_SIR.best_params.iloc[0,0]

gamma = modelo_SIR.best_params.iloc[0,1]

# Calculamos el modelo SIR con los parámetros dados sobre el periodo de tiempou

't'

ajustados = odeint(sistema_SIR, iniciales, t, args=(beta, gamma))

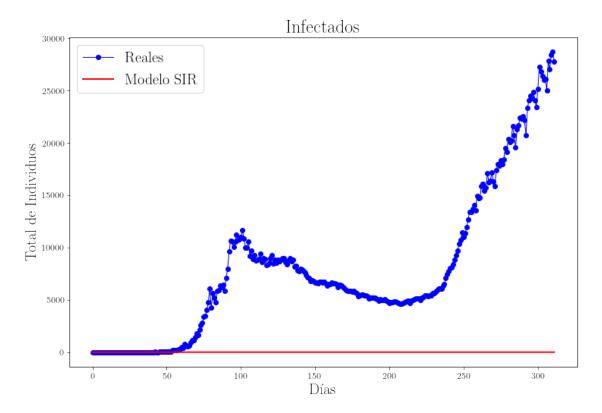
S, I, R = ajustados.T
```

Infectados

```
[17]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
```

```
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

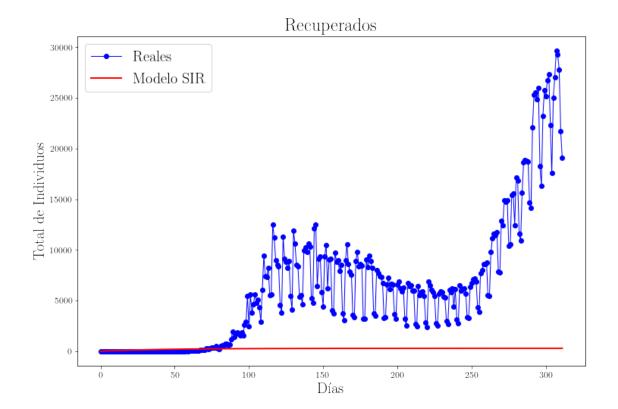
[17]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7844be50>



Recuperados

```
[18]: # Gráfica de los recuperados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.R, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, R, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Recuperados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[18]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a784c2760>



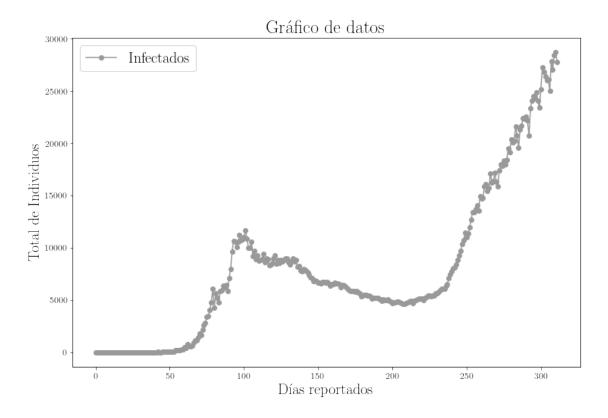
Con infectados únicamente

```
[19]: t I
count 312.000000 312.000000
mean 155.500000 7906.926282
std 90.210864 7089.869411
min 0.000000 0.000000
```

```
25% 77.750000 4218.500000
50% 155.500000 6285.000000
75% 233.250000 9794.750000
max 311.000000 28701.000000
```

```
[20]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   #plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
   plt.legend()
```

[20]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7854c1c0>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
[21]: def sistema_SIR(z, t, beta, gamma): S, I, R = z
\# dS/dt
dSdt = - beta * S * I / N
```

```
\# dI/dt
dIdt = beta * S * I / N - gamma * I
\# dR/dt
dRdt = gamma * I
return [dSdt,dIdt,dRdt]
```

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos. Para esto, consideramos un escenario donde al principio teníamos un infectado, ningún recuperado y una población susceptible de N-1.

```
[22]: # Susceptible inicial
      def SO():
          return N-1
      # Infectado inicial
      def IO():
          return 1
      # Recuperado inicial
      def RO():
          return 0
```

Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo

```
[23]: modelo_SIR = pde.PDEmodel(datos, sistema_SIR, [S0,I0,R0], bounds=[(0, 10),__
       \rightarrow (0,10)],
                                param_names=[r'$\beta$', r'$\gamma$'], nvars=3, ndims=0,__
       →nreplicates=1, obsidx=[1], outfunc=None)
```

```
[24]: # Mostramos la condición Inicial
      modelo_SIR.initial_condition
```

[24]: array([144499999, 0]) 1,

[27]: modelo_SIR.best_error

```
Encontrando los mejores parámetros
[25]: | %%time
      modelo_SIR.fit()
         $\beta$ $\gamma$
     0 2.035587 1.997495
     Wall time: 3.63 s
[26]: modelo_SIR.best_params
[26]:
          $\beta$ $\gamma$
         2.035587 1.997495
```

[27]: 21476246.531065844

Likelihood profiles

```
[28]: %%time modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
```

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

Wall time: 3min 31s

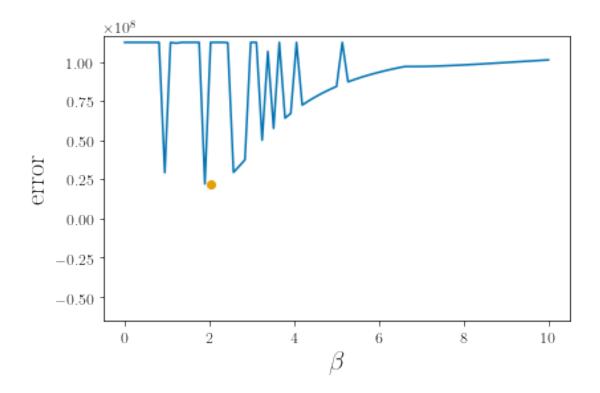
[29]: modelo_SIR.result_profiles

[29]:		parameter	value	error
	0	\$\beta\$	0.000000	1.126246e+08
	1	\$\beta\$	0.135135	1.126246e+08
	2	\$\beta\$	0.270270	1.126246e+08
	3	\$\beta\$	0.405405	1.126246e+08
	4	\$\beta\$	0.540541	1.126246e+08
	145	\$\gamma\$	9.459459	1.126246e+08
	146	\$\gamma\$	9.594595	1.126246e+08
	147	\$\gamma\$	9.729730	1.117021e+08
	148	\$\gamma\$	9.864865	1.126246e+08
	149	\$\gamma\$	10.000000	1.126246e+08
	_		_	

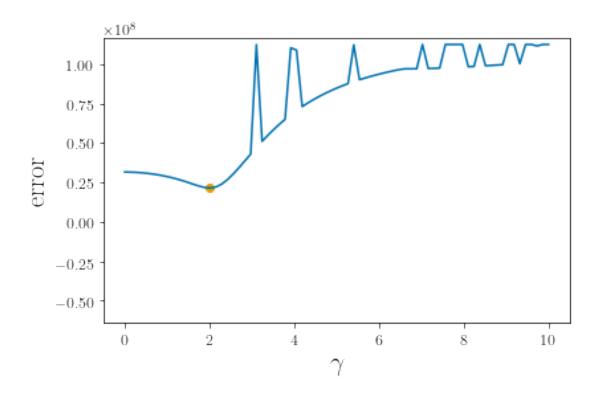
[150 rows x 3 columns]

[30]: modelo_SIR.plot_profiles()

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

```
[31]: # Creamos un vector de valores iniciales

SO = N - 1

IO = 1

RO = 0

iniciales = SO, IO, RO

t = datos.t

# Extraemos los valores del mejor modelo

beta = modelo_SIR.best_params.iloc[0,0]

gamma = modelo_SIR.best_params.iloc[0,1]

# Calculamos el modelo SIR con los parámetros dados sobre el periodo de tiempou

't'

ajustados = odeint(sistema_SIR, iniciales, t, args=(beta, gamma))

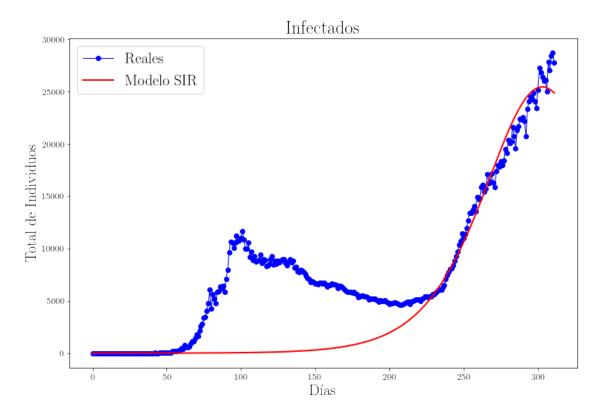
S, I, R = ajustados.T
```

Infectados

```
[32]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
```

```
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[32]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78ca9850>



2.2. Defininimos el modelo SIRD

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I - \mu I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$\frac{dD}{dt} = \mu I$$

 $\beta =$ Tasa de contacto \times Probabilidad de Transmisión

 $\gamma=$ Tasa de Recuperación

 $\mu =$ Tasa de Mortalidad

En particular, nosotros vamos a considerar:

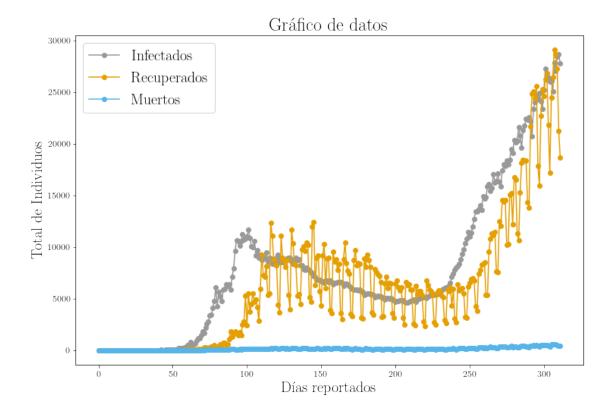
- S := Población susceptible.
- I := Población Infectada.
- *R* := Población Recuperada
- *D* := Población Muerta

```
[33]: # En realidad nosotros vamos a ocupar lo siguiente
      datos = pd.DataFrame({
                   # Tiempo
                   't': data.Tiempo,
                   # Susceptibles (vamos a omitirlos pues es un dato que nosotrosu
       →estamos calculando)
                   \#'S': N - np.cumsum(data.Infectados) - (np.cumsum(data.Recuperados)_{\sqcup}
       \rightarrow + np.cumsum(data.Muertos)),
                   # Infectados
                   'I': data.Infectados,
                   # Recuperados
                   'R': data.Recuperados,
                   # Muertos
                   'D': data.Muertos
      })
      datos.describe()
```

```
[33]:
                     t
                                                 R
            312.000000
                          312.000000
                                        312.000000 312.000000
     count
            155.500000
                         7906.926282
                                       6216.003205 138.211538
     mean
     std
             90.210864
                         7089.869411
                                       6409.222375 130.474647
              0.000000
                            0.000000
                                          0.000000
                                                     0.000000
     min
     25 %
            77.750000
                         4218.500000
                                                     40.750000
                                        290.500000
     50 %
            155.500000 6285.000000
                                       5467.500000
                                                    116.000000
     75 %
            233.250000
                         9794.750000
                                       8653.000000
                                                    176.000000
     max
            311.000000 28701.000000 29084.000000 580.000000
```

```
[34]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.plot(datos.t, datos.D, '-o', label="Muertos")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
   plt.legend()
```

[34]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78c3fcd0>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
[35]: def sistema_SIR(z, t, beta, gamma,mu):
        S, I, R, D = z

# dS/dt
dSdt = - beta * S * I / N
# dI/dt
dIdt = beta * S * I / N - gamma * I - mu * D
# dR/dt
dRdt = gamma * I
# dD/dt
dDdt = mu * D

return [dSdt,dIdt,dRdt,dDdt]
```

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos. Para esto, consideramos un escenario donde al principio teníamos un infectado, ningún recuperado, ningún muerto y una población susceptible de N-1.

```
[36]: # Susceptible inicial def SO():
```

```
⇒nvars=4, ndims=0, nreplicates=1, obsidx=[1,2,3], outfunc=None)

[38]: # Mostramos la condición Inicial
```

param_names=[r'\$\beta\$', r'\$\gamma\$', r'\$\mu\$'],__

[38]: array([144499999, 1, 0, 0])

Encontrando los mejores parámetros

modelo_SIRD.initial_condition

```
[39]: %%time modelo_SIRD.fit()
```

\$\beta\$ \$\gamma\$ \$\mu\$
0 0.063384 0.029342 3.625749
Wall time: 6.81 s

[40]: modelo_SIRD.best_params

[40]: \$\beta\$ \$\gamma\$ \$\mu\$ 0 0.063384 0.029342 3.625749

[41]: modelo_SIRD.best_error

[41]: 18169118.70083579

Likelihood profiles

```
[42]: %%time modelo_SIRD.likelihood_profiles(npoints=50)
```

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=3.0, style=ProgressStyle(description='parameters')

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=50.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=50.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=50.0, style=

Wall time: 7min 2s

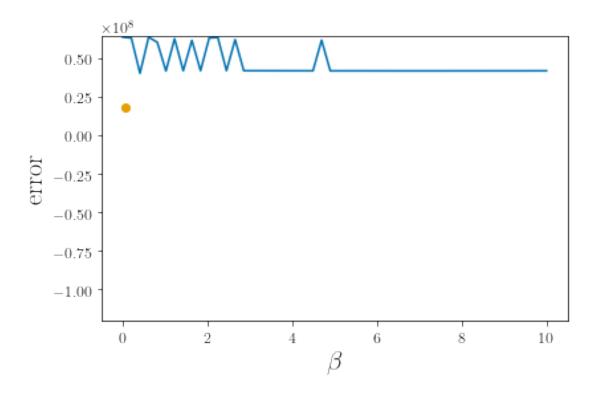
[43]: modelo_SIRD.result_profiles

parameter	value	error
\$\beta\$	0.00000	6.407781e+07
\$\beta\$	0.204082	6.350145e+07
\$\beta\$	0.408163	4.047313e+07
\$\beta\$	0.612245	6.405950e+07
\$\beta\$	0.816327	6.070557e+07
45 \$\mu\$	9.183673	4.204125e+07
46 \$\mu\$	9.387755	6.250375e+07
47 \$\mu\$	9.591837	1.817015e+07
48 \$\mu\$	9.795918	6.073183e+07
4 ιτα / Φ	10 000000	4.204148e+07
	\$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$	\$\beta\$ 0.000000 \$\beta\$ 0.204082 \$\beta\$ 0.408163 \$\beta\$ 0.612245 \$\beta\$ 0.816327

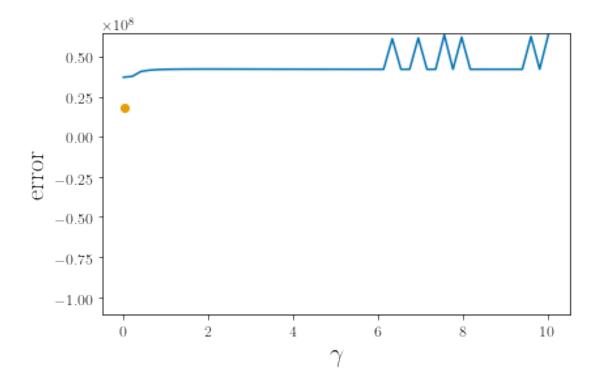
[150 rows x 3 columns]

[44]: modelo_SIRD.plot_profiles()

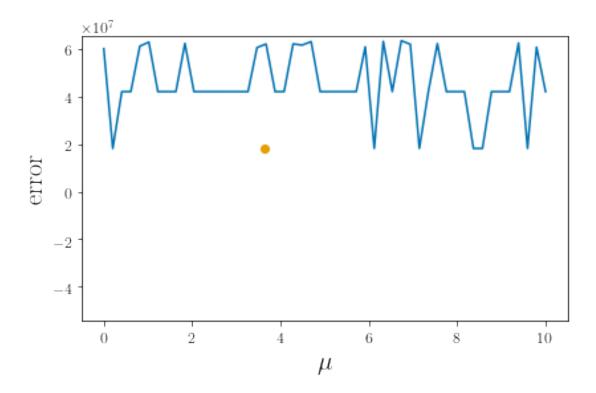
c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

```
[45]: # Creamos un vector de valores iniciales

SO = N - 1

IO = 1

RO = 0

DO = 0

iniciales = SO, IO, RO, DO

t = datos.t

# Extraemos los valores del mejor modelo

beta = modelo_SIRD.best_params.iloc[0,0]

gamma = modelo_SIRD.best_params.iloc[0,1]

mu = modelo_SIRD.best_params.iloc[0,2]

# Calculamos el modelo SIR con los parámetros dados sobre el periodo de tiempou

- 't'

ajustados = odeint(sistema_SIR, iniciales, t, args=(beta, gamma, mu))

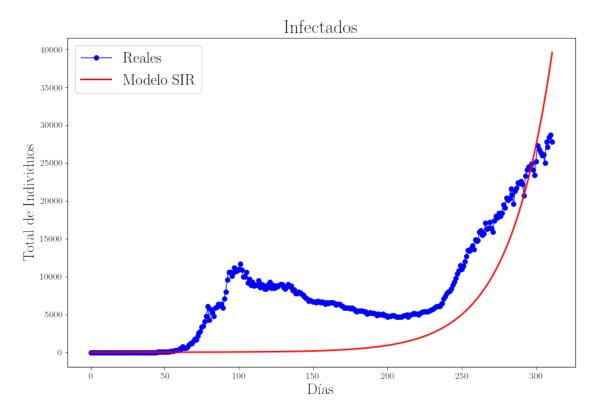
S, I, R, D = ajustados.T
```

Infectados

```
[46]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
```

```
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

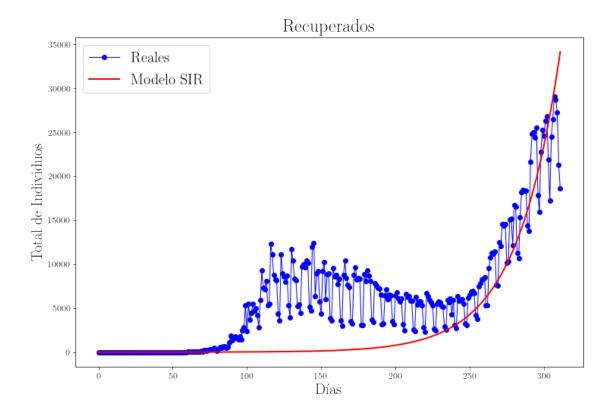
[46]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78d90fd0>



Recuperados

```
[47]: # Gráfica de los recuperados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.R, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, R, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Recuperados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

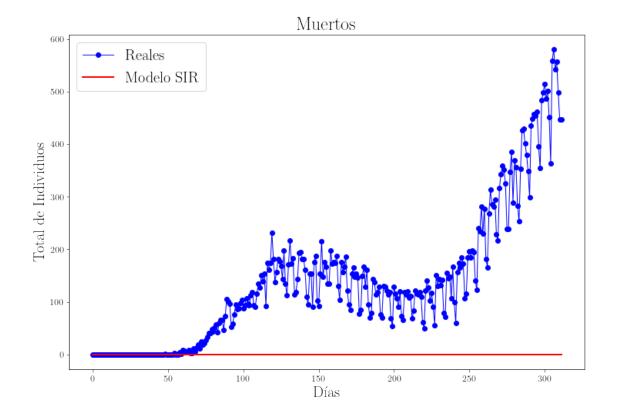
[47]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78dd60a0>



Muertos

```
[48]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.D, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, D, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Muertos')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[48]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78e354f0>



3. II . Repetiremos todo el procedimiento anterior, escalando los datos.

3.0.1. Carga de Datos (Rusia)

De acuerdo a Google, la población de Rusia es

N = 144,5 Millones

```
[49]: # Vamos a considerar la población mundial de Rusia
      N = 144500000
      # Estos son todos los datos con los que contamos
      data = pd.read_csv('Russia_COVID.csv')
      data
[49]:
                               Infectados_Acumulados
                                                       Recuperados_Acumulados
               Fecha
                       Tiempo
             1/31/20
                            0
      0
                                                                              0
      1
            2/1/2020
                                                    2
                                                                              0
                            2
                                                    2
      2
            2/2/2020
                                                                              0
                            3
                                                    2
      3
            2/3/2020
                                                                              0
      4
            2/4/2020
                            4
                                                    2
                                                                              0
```

307	12/3/2020	307		2354934		1843526
308	12/4/2020	308	2382012			1872214
309	12/5/2020	309	2410462			1899474
310	12/6/2020	310		1920744		
311	12/7/2020	311		1939393		
	Muertes_Acu	mulados	Infectados	Recuperados	Muertos	
0		0	2	0	0	
1		0	0	0	0	
2		0	0	0	0	
3		0	0	0	0	
4		0	0	0	0	
307		41173	27829	29084	543	
308		41730	27078	28688	557	
309		42228	28450	27260	498	
310		42675	28701	21270	447	
311		43122	27798	18649	447	

[312 rows x 8 columns]

3.1. Defininimos el modelo SIR

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Susceptible -> Infectado -> Recuperado

 $\beta =$ Tasa de contacto \times Probabilidad de Transmisión

 $\gamma=$ Tasa de Recuperación

En particular, nosotros vamos a considerar:

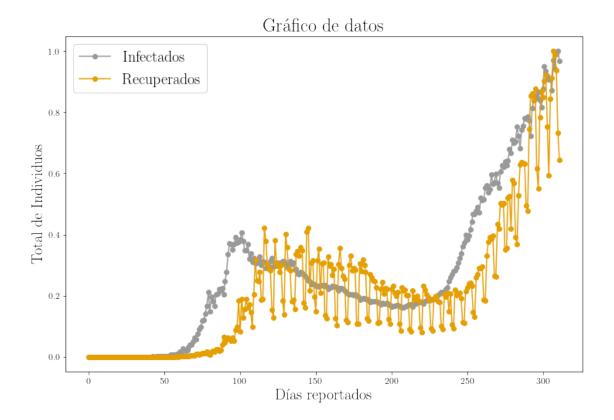
- S := Población susceptible.
- I := Población Infectada.
- *R* := Población Recuperada

Nota: Este modelo asumirá que *R* es la población que no que fue infectada pero ya no puede volver a infectar. Por efectos de cómo tenemos los datos, nosotros vamos a considerar que estos serán los muertos más los recuperados.

Con infectados y recuperados

```
[50]: # En realidad nosotros vamos a ocupar lo siquiente
            datos = pd.DataFrame({
                                    # Tiempo
                                    't': data.Tiempo,
                                    # Susceptibles (vamos a omitirlos pues es un dato que nosotros_{\sqcup}
              →estamos calculando)
                                    \# 'S': N - np.cumsum(data.Infectados) - (np.cumsum(data.Infectados)) - (np.cumsum(data.Infectados))
              → Recuperados) + np.cumsum(data.Muertos)),
                                    # Infectados
                                    'I': data.Infectados,
                                    # Recuperados (este modelo asume que los recuperados son las_{\sqcup}
              →personas que ya no pueden contagiar)
                                   'R': data.Muertos + data.Recuperados
            })
            # VAMOS A ESCALAR LOS DATOS
            from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
            scaler = MinMaxScaler()
            datos[['I', 'R']] = scaler.fit_transform(datos[['I', 'R']])
            datos.describe()
[50]:
           count 312.000000 312.000000 312.000000
           mean
                         155.500000
                                                     0.275493
                                                                             0.214474
           std
                          90.210864
                                                     0.247025
                                                                             0.220595
           min
                           0.000000
                                                     0.000000
                                                                            0.000000
           25 %
                          77.750000
                                                     0.146981
                                                                             0.010978
           50 %
                        155.500000 0.218982
                                                                             0.188072
           75 %
                                                     0.341269
                          233.250000
                                                                             0.297980
           max
                         311.000000
                                                1.000000
                                                                             1.000000
[51]: plt.figure(figsize=(12, 8))
            plt.title("Gráfico de datos")
            plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
            plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
            plt.ylabel("Total de Individuos")
            plt.xlabel("Días reportados")
            plt.legend()
```

[51]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78ea6a60>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
[52]: def sistema_SIR(z, t, beta, gamma):
    S, I, R = z

# dS/dt
dSdt = - beta * S * I / N
# dI/dt
dIdt = beta * S * I / N - gamma * I
# dR/dt
dRdt = gamma * I
return [dSdt,dIdt,dRdt]
```

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos. Para esto, consideramos un escenario donde al principio teníamos un infectado, ningún recuperado y una población susceptible de N-1.

```
[53]: # Susceptible inicial

def SO():
    return N-1
# Infectado inicial
```

```
def IO():
    return 1
# Recuperado inicial
def RO():
    return 0
```

Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo

[55]: # Mostramos la condición Inicial modelo_SIR.initial_condition

[55]: array([144499999, 1, 0])

Encontrando los mejores parámetros

```
[56]: %%time modelo_SIR.fit()
```

\$\beta\$ \$\gamma\$ 0 0.0 9.322188 Wall time: 1.29 s

[57]: modelo_SIR.best_params

[57]: \$\beta\$ \$\gamma\$
0 0.0 9.322188

[58]: modelo_SIR.best_error

[58]: 0.4011395347769452

Likelihood profiles

```
[59]: %%time modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
```

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

Wall time: 3min 56s

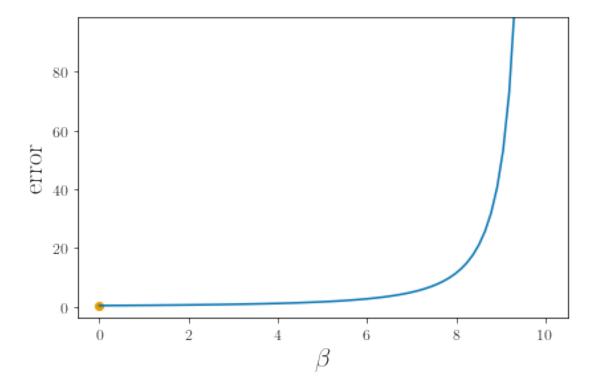
```
[60]: modelo_SIR.result_profiles
```

```
[60]:
          parameter
                         value
                                   error
      0
            $\beta$
                      0.000000 0.394164
      1
            $\beta$
                      0.135135 0.411951
      2
            $\beta$
                      0.270270 0.423307
      3
            $\beta$
                      0.405405 0.435087
      4
            $\beta$
                      0.540541 0.447672
                . . .
                      9.459459 0.401160
      145
           $\gamma$
      146
           $\gamma$
                      9.594595 0.401252
      147
           $\gamma$
                      9.729730 0.401150
      148
           $\gamma$
                      9.864865 0.401144
      149
           $\gamma$
                     10.000000
                               0.401177
```

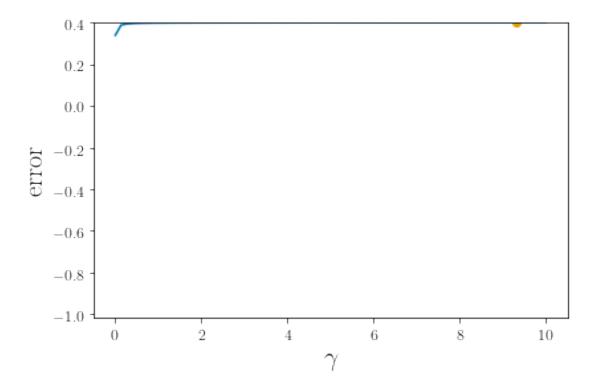
[150 rows x 3 columns]

[61]: modelo_SIR.plot_profiles()

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

```
[62]: # Creamos un vector de valores iniciales

SO = N - 1

IO = 1

RO = 0

iniciales = SO, IO, RO

t = datos.t

# Extraemos los valores del mejor modelo

beta = modelo_SIR.best_params.iloc[0,0]

gamma = modelo_SIR.best_params.iloc[0,1]

# Calculamos el modelo SIR con los parámetros dados sobre el periodo de tiempou

't'

ajustados = odeint(sistema_SIR, iniciales, t, args=(beta, gamma))

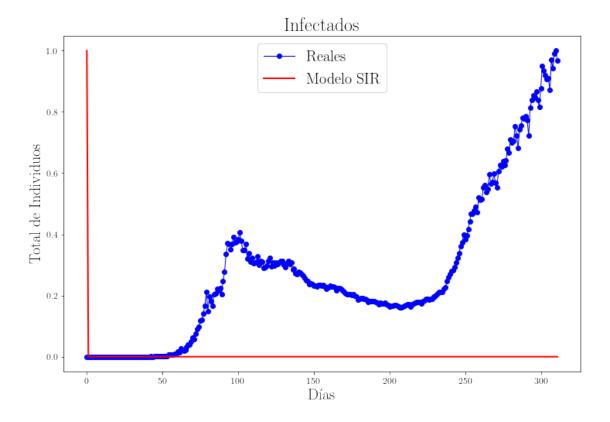
S, I, R = ajustados.T
```

Infectados

```
[63]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
```

```
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

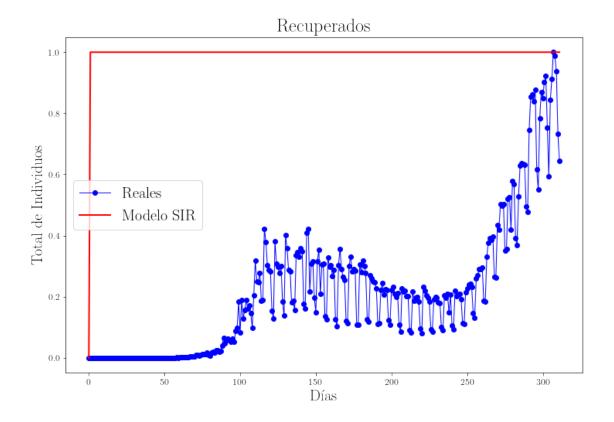
[63]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7a8b3610>



Recuperados

```
[64]: # Gráfica de los recuperados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.R, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, R, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Recuperados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[64]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a78dcf670>

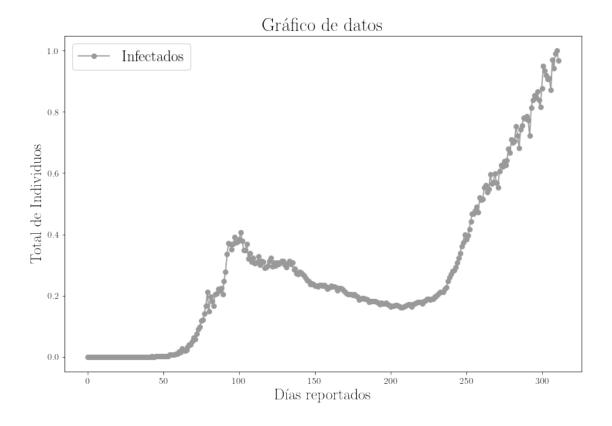


Con infectados únicamente

```
[65]: # En realidad nosotros vamos a ocupar lo siguiente
                 datos = pd.DataFrame({
                                                   # Tiempo
                                                   't': data.Tiempo,
                                                   # Susceptibles (vamos a omitirlos pues es un dato que nosotrosu
                    →estamos calculando)
                                                   \# 'S': N - np.cumsum(data.Infectados) - (np.cumsum(data.Infectados)) - (np.cumsum(data.Infectados))
                    → Recuperados) + np.cumsum(data.Muertos)),
                                                   # Infectados
                                                   'I': data.Infectados,
                                                   # Recuperados (este modelo asume que los recuperados son lasume
                    →personas que ya no pueden contagiar)
                                                   #'R': data.Muertos + data.Recuperados
                 })
                 # VAMOS A ESCALAR LOS DATOS
                 from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
                 scaler = MinMaxScaler()
                 datos[['I']] = scaler.fit_transform(datos[['I']])
                 datos.describe()
```

```
[65]:
                       t
             312.000000
                          312.000000
      count
      mean
             155.500000
                            0.275493
      std
              90.210864
                            0.247025
      min
               0.000000
                            0.000000
      25 %
               77.750000
                            0.146981
      50 %
              155.500000
                            0.218982
      75 %
              233.250000
                            0.341269
             311.000000
                            1.000000
      max
[66]: plt.figure(figsize=(12, 8))
      plt.title("Gráfico de datos")
      plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
      #plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
      plt.ylabel("Total de Individuos")
      plt.xlabel("Días reportados")
      plt.legend()
```

[66]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7a874f40>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
[67]: def sistema_SIR(z, t, beta, gamma):
    S, I, R = z

# dS/dt
dSdt = - beta * S * I / N
# dI/dt
dIdt = beta * S * I / N - gamma * I
# dR/dt
dRdt = gamma * I
return [dSdt,dIdt,dRdt]
```

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos. Para esto, consideramos un escenario donde al principio teníamos un infectado, ningún recuperado y una población susceptible de N-1.

```
[68]: # Susceptible inicial
def SO():
    return N-1
# Infectado inicial
def IO():
    return 1
# Recuperado inicial
def RO():
    return 0
```

Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo

```
[69]: modelo_SIR = pde.PDEmodel(datos, sistema_SIR, [S0,I0,R0], bounds=[(0, 10), u (0,10)],

param_names=[r'$\beta$', r'$\gamma$'], nvars=3, ndims=0, u

→nreplicates=1, obsidx=[1], outfunc=None)
```

```
[70]: # Mostramos la condición Inicial modelo_SIR.initial_condition
```

```
[70]: array([144499999, 1, 0])
```

Encontrando los mejores parámetros

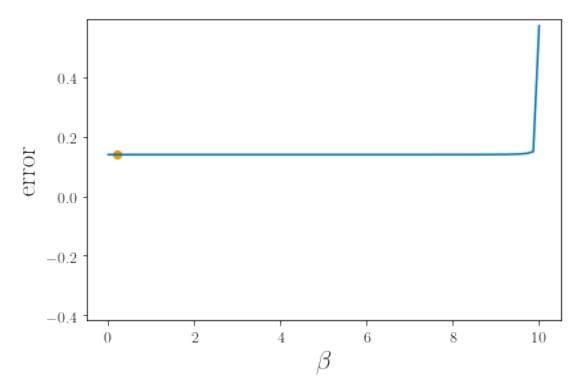
```
[71]: %%time modelo_SIR.fit()
```

```
$\beta$ $\gamma$
0 0.20919 9.424674
Wall time: 475 ms
```

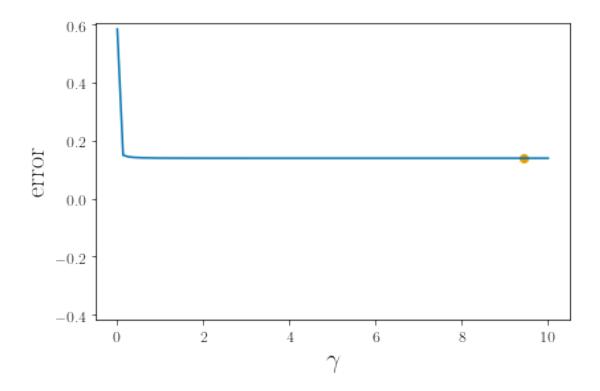
```
[72]: modelo_SIR.best_params
[72]:
         $\beta$ $\gamma$
      0 0.20919 9.424674
[73]: modelo_SIR.best_error
[73]: 0.13992696022429482
     Likelihood profiles
[74]: %%time
      modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
     HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')
     HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=
     HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=
     Wall time: 2min 7s
[75]: modelo_SIR.result_profiles
[75]:
          parameter
                         value
                                    error
      0
            $\beta$
                      0.000000 0.139927
      1
            $\beta$
                      0.135135 0.139927
      2
            $\beta$
                      0.270270 0.139927
      3
            $\beta$
                      0.405405 0.139927
      4
            $\beta$
                      0.540541 0.139927
      145 $\gamma$
                      9.459459 0.139927
      146  $\gamma$
                      9.594595 0.139927
      147
           $\gamma$
                      9.729730 0.139927
      148
           $\gamma$
                      9.864865 0.139927
      149
           $\gamma$
                     10.000000 0.139927
      [150 rows x 3 columns]
[76]: modelo_SIR.plot_profiles()
```

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with

x & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

```
[77]: # Creamos un vector de valores iniciales

SO = N - 1

IO = 1

RO = 0

iniciales = SO, IO, RO

t = datos.t

# Extraemos los valores del mejor modelo

beta = modelo_SIR.best_params.iloc[0,0]

gamma = modelo_SIR.best_params.iloc[0,1]

# Calculamos el modelo SIR con los parámetros dados sobre el periodo de tiempou

't'

ajustados = odeint(sistema_SIR, iniciales, t, args=(beta, gamma))

S, I, R = ajustados.T
```

Infectados

```
[78]: # Gráfica de los infectados

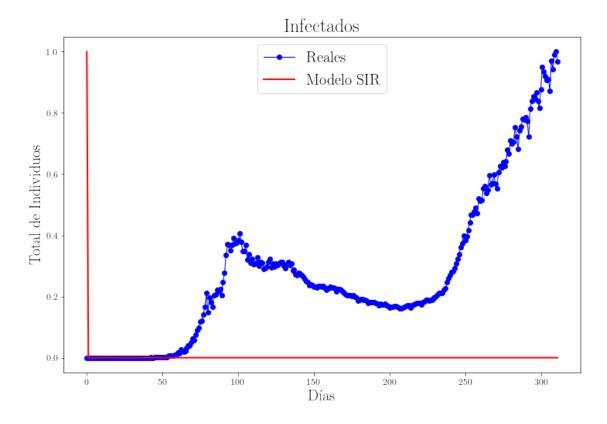
fig = plt.figure(figsize=(12,8))

plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)

plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
```

```
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[78]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a785761c0>



3.2. Defininimos el modelo SIRD

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I - \mu I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

$$\frac{dD}{dt} = \mu I$$

 $\beta =$ Tasa de contacto \times Probabilidad de Transmisión

 $\gamma =$ Tasa de Recuperación

 $\mu =$ Tasa de Mortalidad

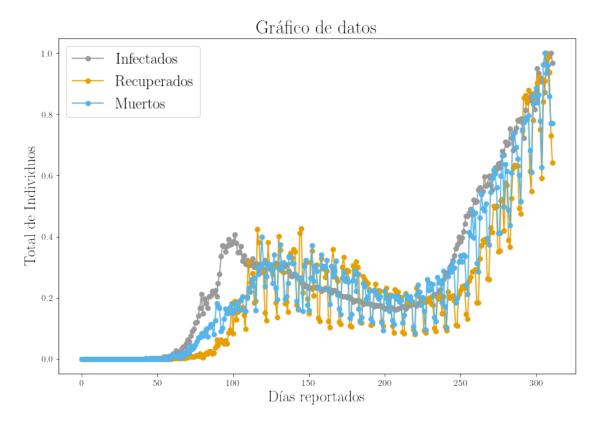
En particular, nosotros vamos a considerar:

- S := Población susceptible.
- I := Población Infectada.
- *R* := Población Recuperada
- *D* := Población Muerta

```
[79]: # En realidad nosotros vamos a ocupar lo siguiente
      datos = pd.DataFrame({
                  # Tiempo
                  't': data.Tiempo,
                  # Susceptibles (vamos a omitirlos pues es un dato que nosotros_{\sqcup}
       →estamos calculando)
                  \#'S': N - np.cumsum(data.Infectados) - (np.cumsum(data.Recuperados)_{\sqcup}
       \rightarrow + np.cumsum(data.Muertos)),
                  # Infectados
                  'I': data.Infectados,
                  # Recuperados
                  'R': data.Recuperados,
                  # Muertos
                  'D': data.Muertos
      })
      # VAMOS A ESCALAR LOS DATOS
      from sklearn.preprocessing import MinMaxScaler
      scaler = MinMaxScaler()
      datos[['I', 'R', 'D']] = scaler.fit_transform(datos[['I', 'R', 'D']])
      datos.describe()
[79]:
                      t
                                  Ι
                                               R
                                                           D
      count 312.000000 312.000000 312.000000 312.000000
     mean
             155.500000
                           0.275493
                                       0.213726
                                                    0.238296
      std
              90.210864
                           0.247025
                                       0.220369
                                                    0.224956
     min
              0.000000
                           0.000000
                                       0.000000
                                                    0.000000
      25 %
              77.750000
                         0.146981
                                        0.009988
                                                   0.070259
      50 %
             155.500000 0.218982
                                                   0.200000
                                        0.187990
      75 %
                                                    0.303448
             233.250000
                           0.341269
                                        0.297518
             311.000000
                           1.000000
                                       1.000000
                                                    1.000000
      max
```

```
[80]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.plot(datos.t, datos.D, '-o', label="Muertos")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
   plt.legend()
```

[80]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7a8696d0>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
[81]: def sistema_SIR(z, t, beta, gamma,mu):
    S, I, R, D = z

# dS/dt
dSdt = - beta * S * I / N
# dI/dt
dIdt = beta * S * I / N - gamma * I - mu * D
# dR/dt
dRdt = gamma * I
# dD/dt
dDdt = mu * D

return [dSdt,dIdt,dRdt,dDdt]
```

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos. Para esto, consideramos un escenario donde al principio teníamos un infectado, ningún recuperado, ningún muerto y una población susceptible de N-1.

```
[82]: # Susceptible inicial
      def SO():
          return N-1
      # Infectado inicial
      def IO():
          return 1
      # Recuperado inicial
      def RO():
          return 0
      # Muerto inicial
      def D0():
          return 0
     Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo
[83]: modelo_SIRD = pde.PDEmodel(datos, sistema_SIR, [S0,I0,R0,D0], bounds=[(0, 10),__
       \rightarrow (0,1), (0,10)],
                               param_names=[r'$\beta$', r'$\gamma$', r'$\mu$'],__
       →nvars=4, ndims=0, nreplicates=1, obsidx=[1,2,3], outfunc=None)
[84]: # Mostramos la condición Inicial
      modelo_SIRD.initial_condition
[84]: array([144499999,
                                 1,
                                            0,
                                                        0])
     Encontrando los mejores parámetros
[85]: %%time
      modelo_SIRD.fit()
                               \mu\
        $\beta$ $\gamma$
            0.0 0.003543 8.465426
     Wall time: 8.65 s
[86]: modelo_SIRD.best_params
[86]:
         $\beta$ $\gamma$
                                $\mu$
             0.0 0.003543 8.465426
      0
[87]: modelo_SIRD.best_error
[87]: 0.14740050681450514
     Likelihood profiles
[88]: %%time
      modelo_SIRD.likelihood_profiles(npoints=50)
```

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=3.0, style=ProgressStyle(description='parameters', max=3.0, style=ProgressStyle(description='values within parameters', max=50.0, style=10.0, description='values within parameters', max=50.0, style=10.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=50.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=50.0, style=

Wall time: 14min 44s

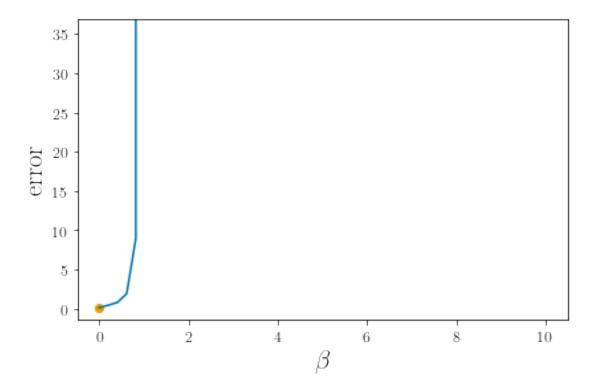
[89]: modelo_SIRD.result_profiles

parameter	value	error
\$\beta\$	0.000000	0.147401
\$\beta\$	0.204082	0.457163
\$\beta\$	0.408163	0.815863
\$\beta\$	0.612245	1.933197
\$\beta\$	0.816327	8.946773
45 \$\mu\$	9.183673	0.147501
46 \$\mu\$	9.387755	0.147432
47 \$\mu\$	9.591837	0.147484
40 4\ 4	0 705040	0 117107
48 \$\mu\$	9.795918	0.147437
3	\$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\beta\$ \$\mu\$ 45 \$\mu\$ 46 \$\mu\$	\$\beta\$ 0.000000 \$\beta\$ 0.204082 \$\beta\$ 0.408163 \$\beta\$ 0.612245 \$\beta\$ 0.816327

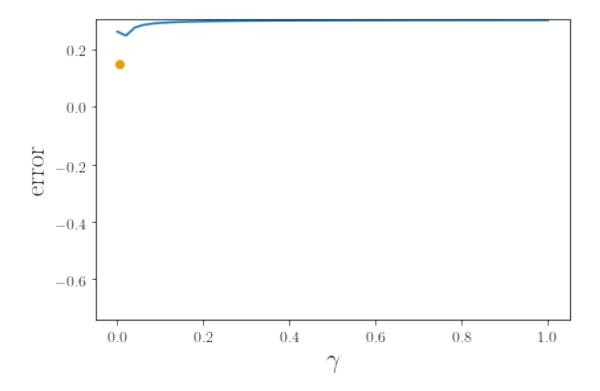
[150 rows x 3 columns]

[90]: modelo_SIRD.plot_profiles()

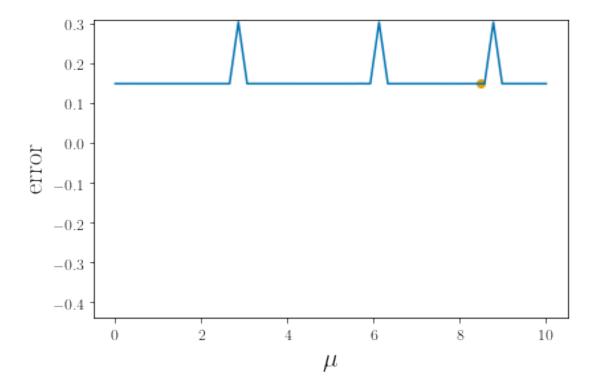
c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

```
[91]: # Creamos un vector de valores iniciales

SO = N - 1

IO = 1

RO = 0

DO = 0

iniciales = SO, IO, RO, DO

t = datos.t

# Extraemos los valores del mejor modelo

beta = modelo_SIRD.best_params.iloc[0,0]

gamma = modelo_SIRD.best_params.iloc[0,1]

mu = modelo_SIRD.best_params.iloc[0,2]

# Calculamos el modelo SIR con los parámetros dados sobre el periodo de tiempou

- 't'

ajustados = odeint(sistema_SIR, iniciales, t, args=(beta, gamma, mu))

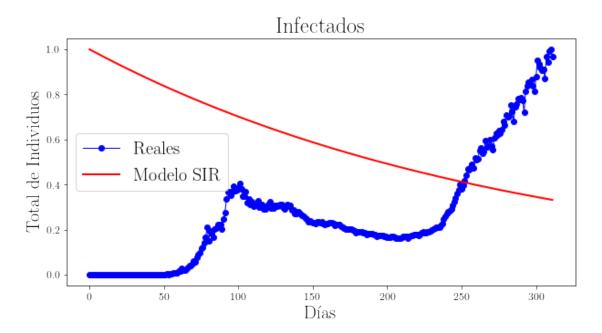
S, I, R, D = ajustados.T
```

Infectados

```
[92]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(10,5))
```

```
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

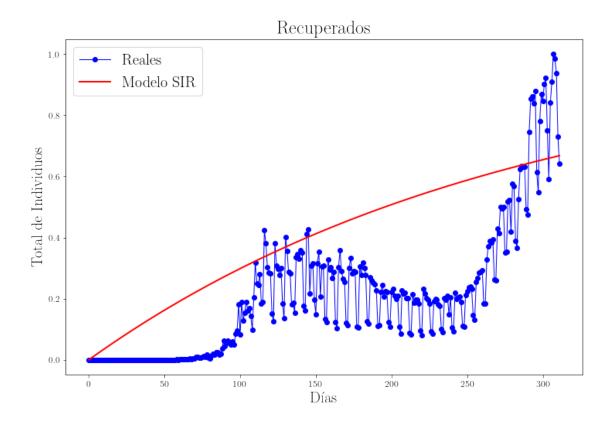
[92]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b265fd0>



Recuperados

```
[93]: # Gráfica de los recuperados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.R, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, R, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Recuperados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

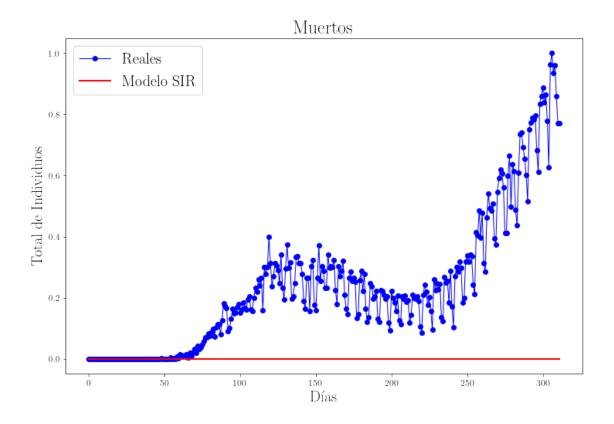
[93]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b296fa0>



Muertos

```
[94]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.D, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, D, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Muertos')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[94]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b4f5a90>



4. III. Repetiremos todo el procedimiento anterior, pero a un tiempo futuro.

4.0.1. Carga de Datos (Rusia)

De acuerdo a Google, la población de Rusia es

N = 144,5 Millones

```
[95]: # Vamos a considerar la población mundial de Rusia
N = 1445000
# Estos son todos los datos con los que contamos
data = pd.read_csv('Russia_COVID.csv')

# Consideremos el tiempo 0 como el 101 (entrada 100)
Iini = data.iloc[100] ["Infectados"]
Rini = data.iloc[100] ["Recuperados"]
Dini = data.iloc[100] ["Muertos"]
Sini = N - Iini - Rini - Dini

# VAMOS A TOMAR LOS 100 DATOS MÁS RECIENTES
```

[95]:		Fecha	Tiempo	Infectados_A	cumulados	Recuperados	Acumulados	\
2003	100		100		209688	<u>-</u>	34306	•
	101	5/11/2020	101		221344		39801	
	102	5/12/2020	102		232243		43512	
	103	5/13/20	103		242271		48003	
	104	5/14/20	104		252245		53530	
	195	8/13/20	195		905762		714934	
	196	8/14/20	196		910778		721473	
	197	8/15/20	197		915808		727895	
	198	8/16/20	198		920719		731444	
	199	8/17/20	199		925558		734573	
		Muertes_Ac	umulados	Infectados	Recuperado	s Muertos		
	100		1915	11012	239	88 00		
	101		2009	11656	549	95 94		
	102		2116	10899	371	.1 107		
	103		2212	10028	449	96		
	104		2305	9974	552	27 93		
	195		15353	5017	603	34 122		
	196		15467	5016	653	39 114		
	197		15585	5030	642	22 118		
	198		15653	4911	354	19 68		
	199		15707	4839	312	29 54		

[100 rows x 8 columns]

4.1. Defininimos el modelo SIR

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Susceptible -> Infectado -> Recuperado

 $\beta = \text{Tasa de contacto} \times \text{Probabilidad de Transmisión}$

 $\gamma=$ Tasa de Recuperación

En particular, nosotros vamos a considerar:

- S := Población susceptible.
- I := Población Infectada.
- *R* := Población Recuperada

Nota: Este modelo asumirá que *R* es la población que no que fue infectada pero ya no puede volver a infectar. Por efectos de cómo tenemos los datos, nosotros vamos a considerar que estos serán los muertos más los recuperados.

Con infectados y recuperados

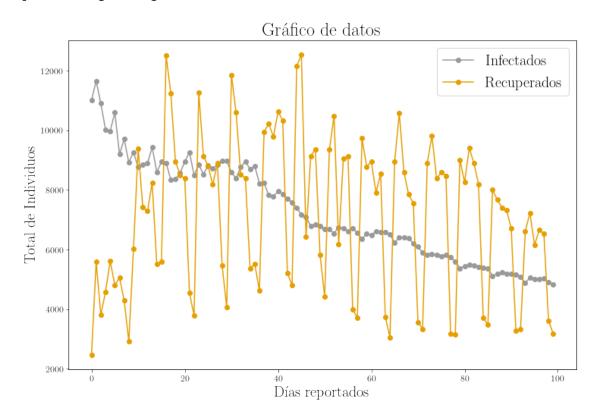
```
[96]:
                         R.
                   Ι
      100
            0 11012 2478
      101
            1 11656 5589
      102
            2 10899 3818
      103
            3
              10028
                      4587
      104
            4
                9974 5620
                 . . .
                      . . .
      . .
           . .
                5017 6156
      195
           95
                5016 6653
      196
           96
      197
           97
                5030 6540
                4911 3617
      198
           98
      199
           99
                4839 3183
```

[100 rows x 3 columns]

```
[97]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
```

plt.legend()

[97]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b322b80>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos.

```
[99]: # Susceptible inicial
       def SO():
           return Sini
       # Infectado inicial
       def IO():
           return Iini
       # Recuperado inicial
       def RO():
           return Rini + Dini
      Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo
[100]: modelo_SIR = pde.PDEmodel(datos, sistema_SIR, [S0,I0,R0], bounds=[(0, 10),__
        \rightarrow (0,10)],
                                param_names=[r'$\beta$', r'$\gamma$'], nvars=3, ndims=0,__
        →nreplicates=1, obsidx=[1,2], outfunc=None)
[101]: # Mostramos la condición Inicial
       modelo_SIR.initial_condition
[101]: array([1431510,
                          11012,
                                    2478], dtype=int64)
      Encontrando los mejores parámetros
[102]: %%time
       modelo_SIR.fit()
         $\beta$
                   $\gamma$
             0.0
                    0.00926
      Wall time: 2.26 s
[103]: modelo_SIR.best_params
[103]:
          $\beta$ $\gamma$
       0
              0.0
                    0.00926
[104]: modelo_SIR.best_error
[104]: 5709285.511803529
      Likelihood profiles
[105]: %%time
       modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
```

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description)

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

Wall time: 2min 35s

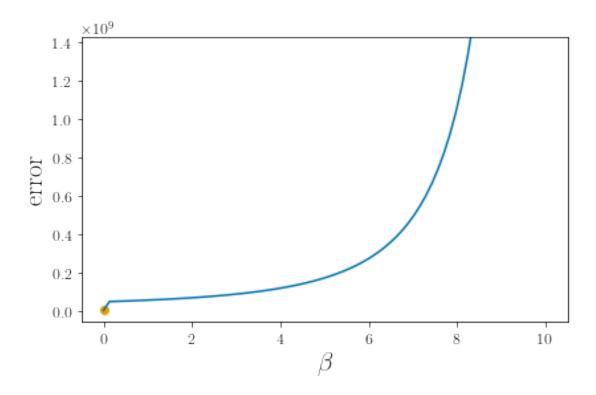
[106]: modelo_SIR.result_profiles

[106]:		parameter	value	error
	0	\$\beta\$	0.000000	5.709298e+06
	1	\$\beta\$	0.135135	5.084073e+07
	2	\$\beta\$	0.270270	5.183848e+07
	3	\$\beta\$	0.405405	5.286978e+07
	4	\$\beta\$	0.540541	5.396784e+07
	145	\$\gamma\$	9.459459	4.990328e+07
	146	\$\gamma\$	9.594595	4.990568e+07
	147	\$\gamma\$	9.729730	4.992812e+07
	148	\$\gamma\$	9.864865	4.990535e+07
	149	\$\gamma\$	10.000000	4.990470e+07
	F4 = 0	_		

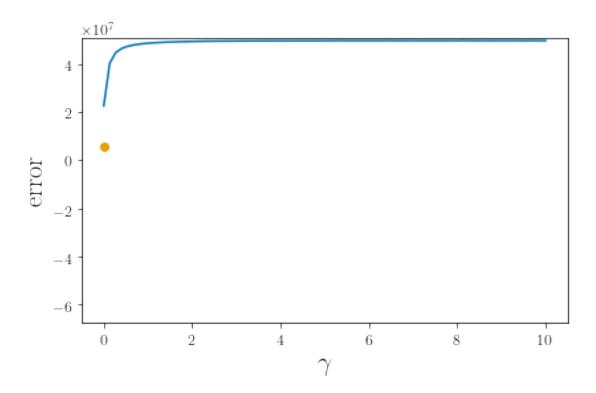
[150 rows x 3 columns]

[107]: modelo_SIR.plot_profiles()

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



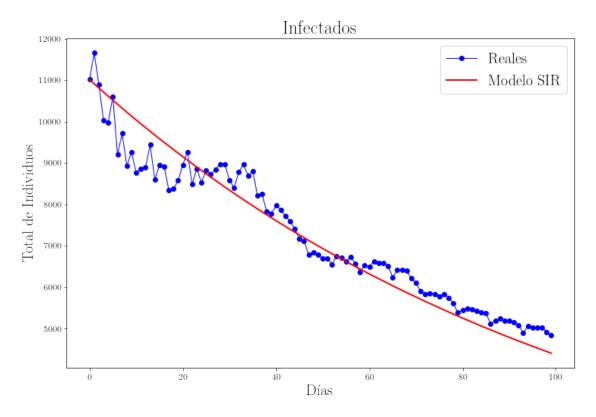
Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

Infectados

```
[109]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
```

```
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

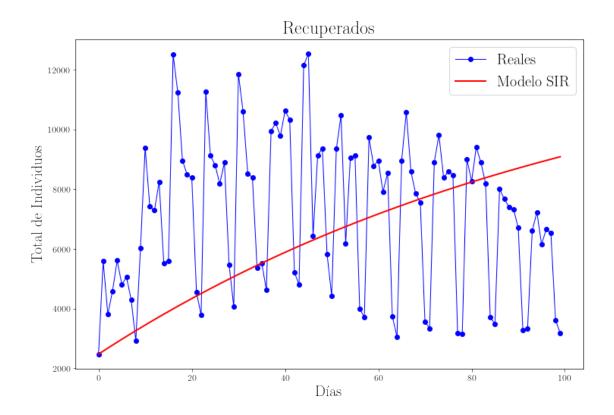
[109]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7a8aefd0>



Recuperados

```
[110]: # Gráfica de los recuperados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.R, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, R, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Recuperados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[110]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b1dc8b0>



Con infectados únicamente

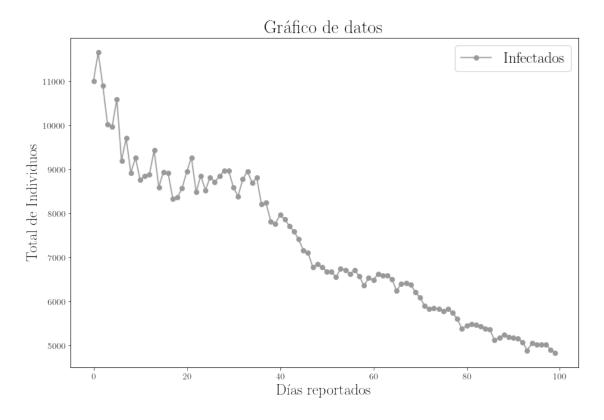
```
[111]: t I
100 0 11012
101 1 11656
102 2 10899
103 3 10028
```

```
104
           9974
       4
. .
             . . .
195
      95
            5017
196
     96
            5016
197
     97
            5030
198
            4911
     98
199
     99
            4839
```

[100 rows x 2 columns]

```
[112]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   #plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
   plt.legend()
```

[112]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b1a0490>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos.

```
[114]: # Susceptible inicial
def SO():
    return N-Iini-(Rini + Dini)
# Infectado inicial
def IO():
    return Iini
# Recuperado inicial
def RO():
    return Rini + Dini
```

Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo

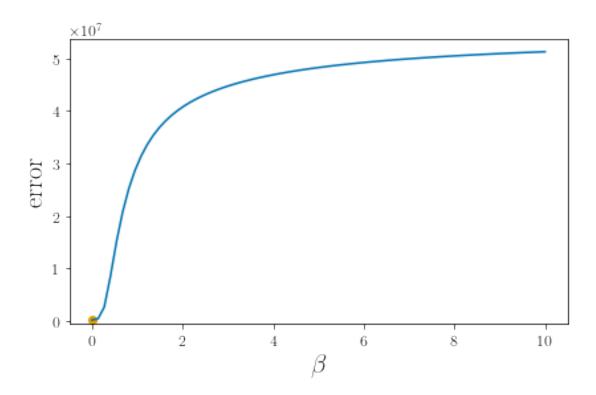
```
[116]: # Mostramos la condición Inicial modelo_SIR.initial_condition
```

```
[116]: array([1431510, 11012, 2478], dtype=int64)
```

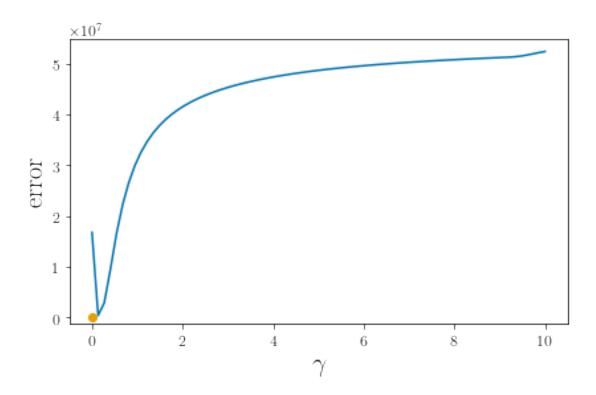
Encontrando los mejores parámetros

```
[118]:
          $\beta$ $\gamma$
       0
              0.0 0.008755
[119]: modelo_SIR.best_error
[119]: 207246.82853780923
      Likelihood profiles
[120]: %%time
       modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
      HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')
      HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=
      HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=
      Wall time: 1min 32s
[121]: modelo_SIR.result_profiles
[121]:
           parameter
                          value
                                         error
             $\beta$
                       0.000000 2.072480e+05
       1
             $\beta$
                       0.135135 4.578268e+05
       2
             $\beta$
                       0.270270 2.667293e+06
       3
             $\beta$
                       0.405405 8.431011e+06
       4
             $\beta$
                       0.540541 1.510318e+07
       . .
                       9.459459 5.150000e+07
       145
            $\gamma$
       146
            $\gamma$
                       9.594595 5.169754e+07
            $\gamma$
       147
                       9.729730 5.194342e+07
            $\gamma$
       148
                       9.864865 5.218781e+07
            $\gamma$
       149
                      10.000000 5.240860e+07
       [150 rows x 3 columns]
[122]: modelo_SIR.plot_profiles()
      *c* argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be
```

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



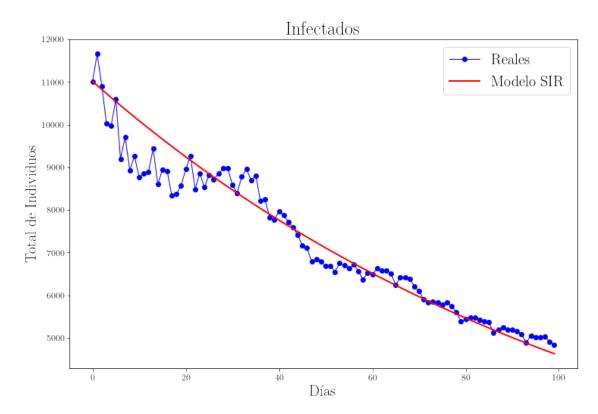
Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

Infectados

```
[124]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
```

plt.legend()

[124]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7b7514c0>



5. IV. Repetiremos todo el procedimiento anterior, ahora con los datos más recientes.

5.0.1. Carga de Datos (Rusia)

De acuerdo a Google, la población de Rusia es

$$N = 144,5$$
 Millones

```
[125]: # Vamos a considerar la población mundial de Rusia
N = 1445000
# Estos son todos los datos con los que contamos
data = pd.read_csv('Russia_COVID.csv')

# Consideremos el tiempo 0 como el 212 (entrada 212)
Iini = data.iloc[212]["Infectados"]
Rini = data.iloc[212]["Recuperados"]
```

```
Dini = data.iloc[212]["Muertos"]
Sini = N - Iini - Rini - Dini

# VAMOS A TOMAR LOS 100 DATOS MÁS RECIENTES
data = data.tail(100)
data
```

[40[]		п 1	m·	T. C 1. A	- 1	D 1		,
[125]:		Fecha	Tiempo	Infectados_A		kecuperados.		\
	212	8/30/20	212		987470		804941	
	213	8/31/20	213		992402		807339	
	214	9/1/2020	214		997072		813603	
	215	9/2/2020	215		1001965		819043	
	216	9/3/2020	216		1006923		824783	
	307	12/3/2020	307		2354934		1843526	
	308	12/4/2020	308		2382012		1872214	
	309	12/5/2020	309		2410462		1899474	
	310	12/6/2020	310		2439163		1920744	
	311	12/7/2020	311		2466961		1939393	
		Muertes_Ac	umulados	Infectados	Recuperado	s Muertos		
	212		17045	4897	257	6 68		
	213		17128	4932	239	8 83		
	214		17250	4670	626	4 122		
	215		17365	4893	544	.0 115		
	216		17479	4958	574	.0 114		
	307		41173	27829	2908			
	308		41730	27078	2868			
	309		42228	28450	2726			
	310		42675	28701	2127			
	311		43122	27798	1864	9 447		

[100 rows x 8 columns]

5.1. Defininimos el modelo SIR

$$\frac{dS}{dt} = -\beta \frac{SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta \frac{SI}{N} - \gamma I$$

$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

Susceptible -> Infectado -> Recuperado

```
\beta= Tasa de contacto \times Probabilidad de Transmisión \gamma= Tasa de Recuperación
```

En particular, nosotros vamos a considerar:

- S := Población susceptible.
- I := Población Infectada.
- *R* := Población Recuperada

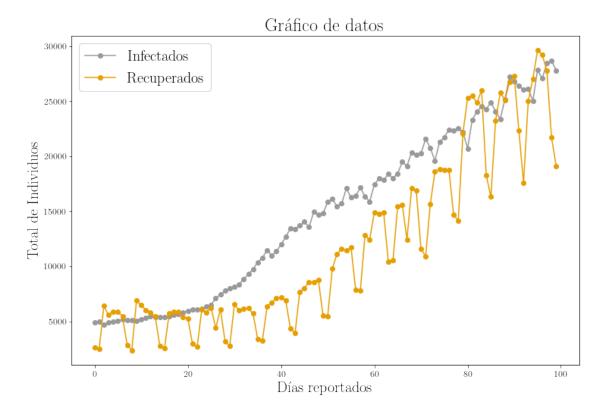
Nota: Este modelo asumirá que *R* es la población que no que fue infectada pero ya no puede volver a infectar. Por efectos de cómo tenemos los datos, nosotros vamos a considerar que estos serán los muertos más los recuperados.

Con infectados y recuperados

```
[126]:
                    Ι
                            R
             t
                 4897
       212
             0
                         2644
       213
             1
                 4932
                         2481
       214
             2
                 4670
                        6386
       215
             3
                 4893
                        5555
       216
             4
                 4958
                        5854
                27829
                       29627
       307
            95
       308
            96
                27078
                      29245
       309
            97
                28450
                       27758
       310
            98 28701 21717
                27798 19096
       311
            99
       [100 rows x 3 columns]
```

```
[127]: plt.figure(figsize=(12, 8))
    plt.title("Gráfico de datos")
    plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
    plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
    plt.ylabel("Total de Individuos")
    plt.xlabel("Días reportados")
    plt.legend()
```

[127]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7bb06070>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

```
return [dSdt,dIdt,dRdt]
      Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos.
[129]: # Susceptible inicial
       def SO():
           return Sini
       # Infectado inicial
       def IO():
           return Iini
       # Recuperado inicial
       def RO():
           return Rini + Dini
      Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo
[130]: modelo_SIR = pde.PDEmodel(datos, sistema_SIR, [S0,I0,R0], bounds=[(0, 10),__
        (0,10)],
                               param_names=[r'$\beta$', r'$\gamma$'], nvars=3, ndims=0,_
        →nreplicates=1, obsidx=[1,2], outfunc=None)
[131]: # Mostramos la condición Inicial
       modelo_SIR.initial_condition
[131]: array([1437459,
                          4897,
                                    2644], dtype=int64)
      Encontrando los mejores parámetros
[132]: %%time
       modelo_SIR.fit()
          $\beta$ $\gamma$
      0 0.037249 0.017704
      Wall time: 874 ms
[133]: modelo_SIR.best_params
[133]:
           $\beta$ $\gamma$
       0 0.037249 0.017704
[134]: modelo_SIR.best_error
[134]: 5350842.954427155
```

Likelihood profiles

[135]: %%time modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=

Wall time: 1min 22s

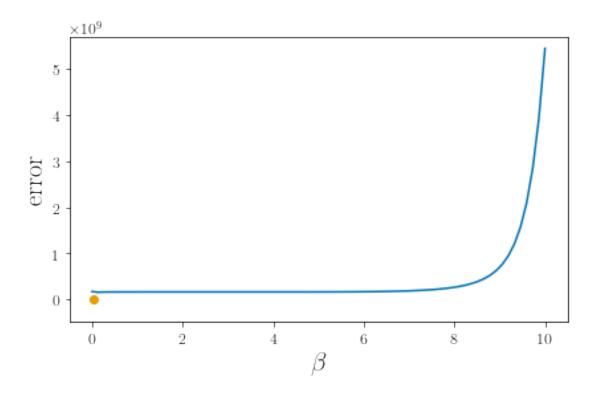
[136]: modelo_SIR.result_profiles

[136]:	parameter	value	error
0	\$\beta\$	0.000000	1.767235e+08
1	\$\beta\$	0.135135	1.625449e+08
2	\$\beta\$	0.270270	1.668873e+08
3	\$\beta\$	0.405405	1.677434e+08
4	\$\beta\$	0.540541	1.681272e+08
14	5 \$\gamma\$	9.459459	1.690305e+08
14	6 \$\gamma\$	9.594595	1.690278e+08
14	7 \$\gamma\$	9.729730	1.690279e+08
14	8 \$\gamma\$	9.864865	1.690283e+08
14	9	10.000000	1.690287e+08

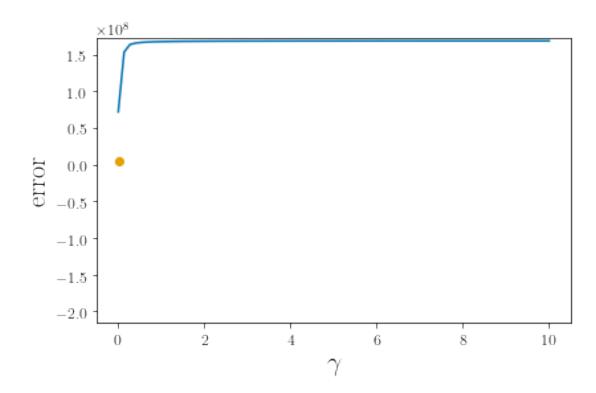
[150 rows x 3 columns]

[137]: modelo_SIR.plot_profiles()

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



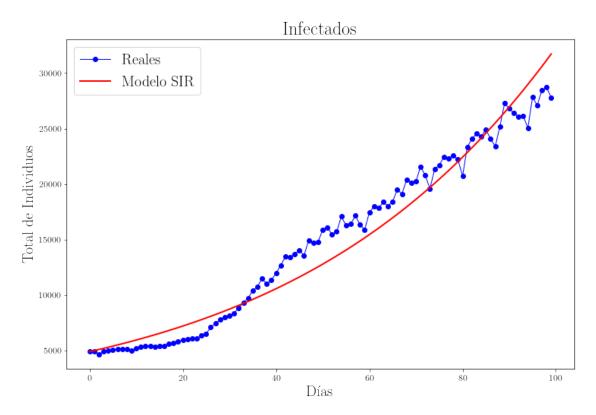
Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

Infectados

```
[139]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
```

```
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

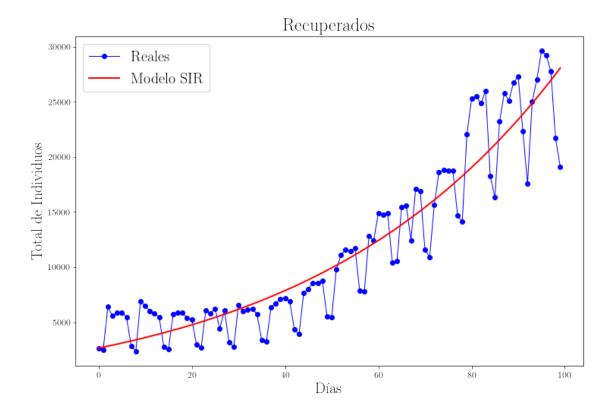
[139]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7c082970>



Recuperados

```
[140]: # Gráfica de los recuperados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.R, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, R, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Recuperados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
plt.legend()
```

[140]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7c0e4760>



Con infectados únicamente

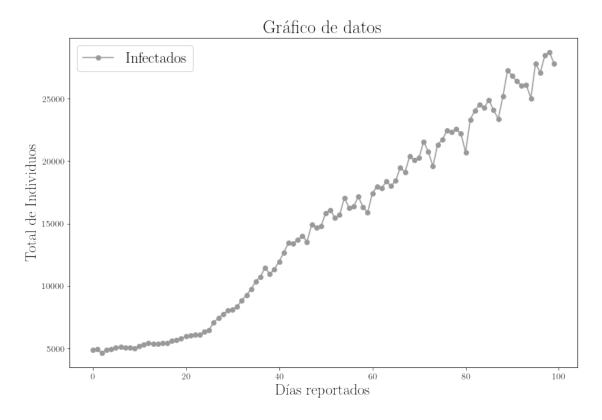
```
[141]: t I
212 0 4897
213 1 4932
214 2 4670
215 3 4893
```

```
216
      4
           4958
             . . .
. .
307
     95
          27829
          27078
308
     96
309
     97
          28450
310
     98
          28701
311
     99
          27798
```

[100 rows x 2 columns]

```
[142]: plt.figure(figsize=(12, 8))
   plt.title("Gráfico de datos")
   plt.plot(datos.t, datos.I, '-o', label="Infectados")
   #plt.plot(datos.t, datos.R, '-o', label="Recuperados")
   plt.ylabel("Total de Individuos")
   plt.xlabel("Días reportados")
   plt.legend()
```

[142]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7c143970>



Definimos el sistema de ecuaciones diferenciales a resolver

Vamos a definir los valores iniciales de nuestros datos.

```
[144]: # Susceptible inicial
def SO():
    return N-Iini-(Rini + Dini)
# Infectado inicial
def IO():
    return Iini
# Recuperado inicial
def RO():
    return Rini + Dini
```

Con base en todo lo anterior, ejectuamos nuestro modelo

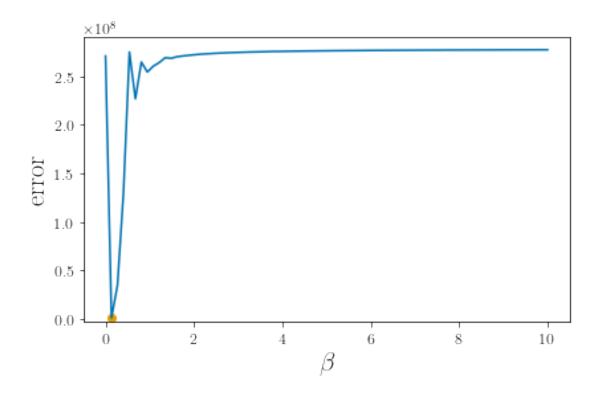
```
[146]: # Mostramos la condición Inicial modelo_SIR.initial_condition
```

```
[146]: array([1437459, 4897, 2644], dtype=int64)
```

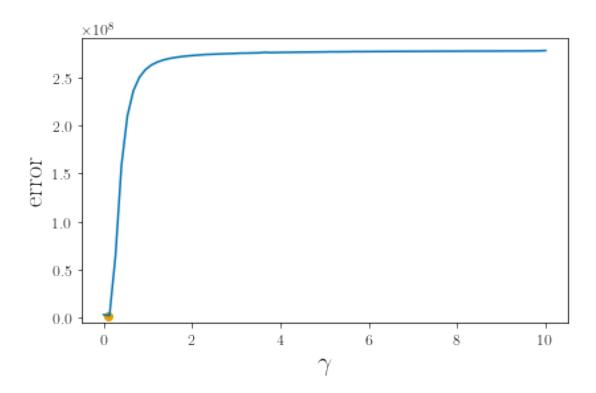
Encontrando los mejores parámetros

```
[148]:
           $\beta$ $\gamma$
          0.127487
                     0.10328
[149]: modelo_SIR.best_error
[149]: 1077443.0763182635
      Likelihood profiles
[150]: %%time
       modelo_SIR.likelihood_profiles(npoints=75)
      HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='parameters', max=2.0, style=ProgressStyle(description='parameters')
      HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=
      HBox(children=(FloatProgress(value=0.0, description='values within parameters', max=75.0, style=
      Wall time: 1min 4s
[151]: modelo_SIR.result_profiles
[151]:
           parameter
                           value
                                         error
             $\beta$
                       0.000000 2.709120e+08
       1
             $\beta$
                       0.135135 1.111873e+06
       2
             $\beta$
                       0.270270 3.486502e+07
       3
             $\beta$
                       0.405405 1.293105e+08
       4
             $\beta$
                       0.540541 2.749691e+08
       . .
                             . . .
                       9.459459 2.773322e+08
       145
            $\gamma$
       146
            $\gamma$
                       9.594595 2.774263e+08
            $\gamma$
       147
                       9.729730 2.774386e+08
            $\gamma$
       148
                        9.864865 2.775425e+08
            $\gamma$
       149
                       10.000000 2.777781e+08
       [150 rows x 3 columns]
[152]: modelo_SIR.plot_profiles()
```

c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



c argument looks like a single numeric RGB or RGBA sequence, which should be avoided as value-mapping will have precedence in case its length matches with *x* & *y*. Please use the *color* keyword-argument or provide a 2-D array with a single row if you intend to specify the same RGB or RGBA value for all points.



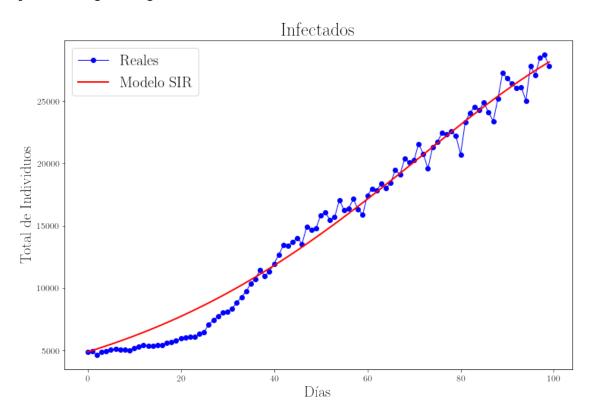
Comparativa de Modelo Vs Datos Reales A continuación mostraremos los gráficos donde compararemos el modelo obtenido con respecto a los datos que estamos utilizando.

Infectados

```
[154]: # Gráfica de los infectados
fig = plt.figure(figsize=(12,8))
plt.plot(t, datos.I, '-o', color='b', label='Reales', lw = 1)
plt.plot(t, I, color = 'r', label='Modelo SIR', lw = 2)
plt.title('Infectados')
plt.ylabel('Total de Individuos')
plt.xlabel('Días')
```

plt.legend()

[154]: <matplotlib.legend.Legend at 0x22a7c454fa0>



6. Conclusiones

EL algoritmo parece mostrar conflictos cuando los datos tienen 'mucha volatilidad', de tal manera que parece ser más consistente, cuando la trayectoria de los datos parece tener alguna tendencia, lo cual parece brindar a su vez resultados lógicos y razonables. Parece que si se deseara modelar estos datos enteramente, lo más adecuado sería hacerlo por secciones.

6.0.1. Fuentes

- https://data.humdata.org/dataset/novel-coronavirus-2019-ncovcases?force_layout=desktop
- https://www.google.com/search?q=poblacion+total+de+rusia&rlz=1C1CHBF_esMX925MX926&oq=pobl8
- https://en.wikipedia.org/wiki/Compartmental_models_in_epidemiology#The_SIRD_model
- https://scipython.com/book/chapter-8-scipy/additional-examples/the-sir-epidemic-model/