

EXERCÍCIOS – BINOMIAL

1. Num determinado processo de fabricação, 10% das peças são consideradas defeituosas. As peças são acondicionadas em caixas com 5 unidades cada uma. Então:
 - a) Qual a probabilidade de haver exatamente 3 peças defeituosas numa caixa?
 - b) Qual a probabilidade de haver duas ou mais peças defeituosas numa caixa?
 - c) Se a empresa paga uma multa de R\$10,00 por caixa em que houver alguma peça defeituosa, qual o valor esperado da multa num total de 1000 caixas?
2. Um produtor de sementes vende pacotes com 20 sementes cada. Os pacotes que apresentarem mais de uma semente sem germinar são indenizados. A probabilidade de uma semente germinar é 0,98. Dessa forma, pede-se:
 - a) Qual é a probabilidade de que um pacote não seja indenizado?
 - b) Se o produtor vender 1.000 pacotes, em quantos pacotes se espera indenizar?
 - c) Em cada pacote indenizado, o produtor tem prejuízo de R\$1,20, e para cada pacote não indenizado, o produtor tem lucro de R\$2,50. Qual o lucro líquido esperado por pacote?
 - d) Calcule a média, a variância e o desvio padrão do número de sementes por pacote que germinam.
3. Se a probabilidade de um certo gado sofrer uma dada reação nociva, resultante da injeção de um determinado soro, é 0,001. Determinar a probabilidade de, entre 2.000 animais:
 - a) Exatamente 3 sofrerem aquela reação;
 - b) Mais do que 2 sofrerem aquela reação.
4. Placas de vídeo são expelidas em lotes de 30 unidades. Antes que a remessa seja aprovada, um inspetor escolhe aleatoriamente cinco placas do lote e as inspeciona. Se uma ou mais forem defeituosas, todo o lote é inspecionado. Suponha que haja três placas defeituosas nesse lote. Qual a probabilidade de que o controle de qualidade aponte para a inspeção total? **Resposta:** 0,41
5. Uma certa doença em bovinos pode ser curada por meio de procedimentos cirúrgicos em 75% dos casos. Dentre os que possuem essa doença, sorteamos 4 bovinos que serão submetidos à cirurgia. Fazendo alguma suposição adicional, que julgar necessária, responda:
 - a. Como base na Distribuição de Probabilidades, qual seria a Variável em estudo (X), ou seja, a suposição adicional. Por que X, provavelmente, se distribui dessa forma? Justifique!

X	0	1	2	3	4
P(X=x)	0.00390625	0.046875	0.2109375	0.421875	0.3164063

- b. Qual a probabilidade de todos serem curados? Indique o cálculo!
- c. Qual a probabilidade de ao menos dois não serem curados? Indique o cálculo!

d. Qual o número esperado de animais curados? Qual o desvio padrão?

R.: $\mu = n.p = 4.0,75 = 3$ animais; $\sigma^2 = n.p.(1-p) = 0,75 \rightarrow \sigma = 0,86$.

e. Caso fossem feitas, agora, 8 cirurgias e observássemos que 2 foram curados, quais seriam as possíveis conclusões a serem tomadas para esse experimento? (Nova Variável: Y)

6. Uma olaria recebe três propostas para a compra da sua produção de tijolos. São elas:

Proposta A: são examinados 15 tijolos, se existir no máximo um de baixa especificação, paga-se R\$0,50 por unidade, caso contrário, R\$ 0,27 por unidade;

Proposta B: são examinados 20, se existirem 3 ou menos de baixa especificação, paga-se R\$ 0,40 por unidade, caso contrário, R\$ 0,20 por unidade;

Proposta C: são examinados 18 e paga-se R\$ 0,67 por unidade se não houver nenhum de baixa especificação, caso contrário R\$ 0,30 por unidade.

Qual a melhor proposta para o produtor, se a porcentagem de baixa qualidade é 0%?

7. Na venda de certo produto têm-se duas propostas:

a) Cobrar R\$1,00 por peça, sem inspeção;

b) Classificar o lote em produto de 1ª e de 2ª, mediante inspeção:

retiram-se 5 peças do lote e se não houver mais do que uma defeituosa, o lote será de 1ª, caso contrário, de 2ª. O preço de venda para o de 1ª é de R\$1,20 por peça e o de 2ª, R\$0,80.

Qual a melhor opção para o comprador?

8. Um aluno vai resolver uma prova com dez questões.

a. a probabilidade desse aluno adivinhar pelo menos 6 questões;

b. a média e o desvio padrão do número de questões que ele deve acertar.

c. Se a prova tivesse 50 questões e o candidato passasse para a segunda fase se acertasse pelo menos 60% das questões, quantos candidatos em 4000 você esperaria que passassem para a próxima fase "chutando"?

d. Se um certo candidato acertasse 38 questões, você diria que ele "chutou"?

9. O setor de controle de qualidade de uma fábrica testa 6 peças de cada lote de 80 unidades recebidas, adotando o seguinte critério: se for encontrada no máximo 1 peça defeituosa, o lote é aceito; caso contrário sofrerá inspeção total. Admitindo-se a existência de 4 peças defeituosas por lote, calcule:

c) a probabilidade de não haver inspeção total num certo lote;

d) a probabilidade de somente 3 lotes, de um grupo de 5 lotes iguais, apresentarem no máximo 1 peça defeituosa por lote;

e) admitindo-se um custo de inspeção total de R\$200,00 por lote, estimar o custo de inspeção total de 20 lotes recebidos.

Respostas

1. a) 0,0081; b) 0,08146; c) R\$ 4.095,10
2. a) 0,9401; b) 59,9 pacotes; c) $0,9401 \cdot 2,50 - 0,0599 \cdot 1,20 = \text{R\$ } 2,278$
3. a) Binomial: $P(X=3)=0,1805$; Aprox. Normal: $P(2,5 \leq X \leq 3,5)=0,217$
b) Binomial: $P(X \geq 3)=0,3233$; Aprox. Normal: $P(X \geq 3)=0,3617$
4. 0,40951
5. a) $X \sim B(n;p) \sim B(4;0,75)$. X: nº de animais curados em 4 (há independência)
b) $P(X=4) = 0,3164 = C_4^4 \cdot 0,75^4 \cdot 0,25^0$
c) $P(X \leq 2) = 0,2617$
d) $\mu = n \cdot p = 4 \cdot 0,75 = 3$ animais; $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = 0,75 \rightarrow \sigma = 0,86$.
e) $Y \sim B(8;0,75)$. $P(Y=2) = C_8^2 \cdot 0,75^2 \cdot 0,25^6 = 0,0038$.

Conclusões: Provavelmente, a afirmação de que o procedimento cirúrgico cure cerca de 75% dos casos não é verdadeira. Pois, $P(Y=2) = 0,0038$, indicando uma probabilidade baixa. Logo, p deve ser menor que 0,75.

6. X: nº de tijolos de baixa especificação em 15. $X \sim B(n_i; \theta)$. Faça $\theta = p = 5\%$

A: $n_A=15$. $P(X \leq 1) = 0,829 \Rightarrow \text{R\$ } 0,50$. Logo, Preço Médio_A = $PM_A = \text{R\$ } 0,46$

B: $n_B=20$. $P(X \leq 3) = 0,9841 \Rightarrow \text{R\$ } 0,40$. Logo, Preço Médio_B = $PM_B = \text{R\$ } 0,397$

C: $n_C=18$. $P(X=0) = 0,3972143 \Rightarrow \text{R\$ } 0,67$. Logo, Preço Médio_C = $PM_C = \text{R\$ } 0,447$

Portanto, provavelmente, a melhor proposta para o produtor é a **A**.

Refaça o exercício com $\theta = 1\%$; 2% ; 15% e 30% . E conclua.

7. $X \sim B(5; p)$. X: nº de peças defeituosas em 5.

A decisão muda de acordo com o valor de p (probabilidade da peça ser defeituosa). Assim,

p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,30	0,35
$P(X \leq 1)$	0,999	0,9774	0,91854	0,737	0,52822	0,4284
Preço Médio (R\$)	1,199	1,19	1,167	1,09	1,01	0,971
Decisão	A	A	A	A	A	B

Encontre o valor de p em que $P(X \leq 1) = 0,5$.

8. Supondo-se que a prova consista em questões com apenas duas alternativas: V ou F e que o aluno não saiba absolutamente nada ("chutar"). Então:

X: Nº de questões corretas em 10. $X \sim B(10; 0,5)$

a) 0,377;

b) $\mu = n.p = 10.0,5 = 5$ questões; $\sigma^2 = n.p.(1-p) = 2,5 \rightarrow \sigma = 1,5811$.

"Nova Média" = $5 \pm 1,58$;

c) $P(Y \geq 30) = 0,1013$. Portanto: $0,1013.4000 = 405$ candidatos.

d) $P(Y=38) = 0,00011$ ou $P(Y \geq 38) = 0,00015$. Logo, provavelmente, o candidato mentiu que não estudou ou colou ou ... Pois a probabilidade associada é baixa. Ou seja, é extremamente raro ocorrer um evento desse tipo.

Refaça o exercício com $p = 1/3$ e $1/5$. Ou seja, imagine, agora que a prova consista de questões de múltiplas escolhas: (a, b, c) ou (a, b, c, d, e), respectivamente.

9. a) 0,2321; b) 0,0097; c) R\$ 131,10

EXERCÍCIOS – BINOMIAL

1. Num determinado processo de fabricação, 10% das peças são consideradas defeituosas. As peças são acondicionadas em caixas com 5 unidades cada uma. Então:
 - a) Qual a probabilidade de haver exatamente 3 peças defeituosas numa caixa?
 - b) Qual a probabilidade de haver duas ou mais peças defeituosas numa caixa?
 - c) Se a empresa paga uma multa de R\$10,00 por caixa em que houver alguma peça defeituosa, qual o valor esperado da multa num total de 1000 caixas?
2. Um produtor de sementes vende pacotes com 20 sementes cada. Os pacotes que apresentarem mais de uma semente sem germinar são indenizados. A probabilidade de uma semente germinar é 0,98. Dessa forma, pede-se:
 - a) Qual é a probabilidade de que um pacote não seja indenizado?
 - b) Se o produtor vender 1.000 pacotes, em quantos pacotes se espera indenizar?
 - c) Em cada pacote indenizado, o produtor tem prejuízo de R\$1,20, e para cada pacote não indenizado, o produtor tem lucro de R\$2,50. Qual o lucro líquido esperado por pacote?
 - d) Calcule a média, a variância e o desvio padrão do número de sementes por pacote que germinam.
3. Se a probabilidade de um certo gado sofrer uma dada reação nociva, resultante da injeção de um determinado soro, é 0,001. Determinar a probabilidade de, entre 2.000 animais:
 - a) Exatamente 3 sofrerem aquela reação;
 - b) Mais do que 2 sofrerem aquela reação.
4. Placas de vídeo são expelidas em lotes de 30 unidades. Antes que a remessa seja aprovada, um inspetor escolhe aleatoriamente cinco placas do lote e as inspeciona. Se uma ou mais forem defeituosas, todo o lote é inspecionado. Suponha que haja três placas defeituosas nesse lote. Qual a probabilidade de que o controle de qualidade aponte para a inspeção total? **Resposta:** 0,41
5. Uma certa doença em bovinos pode ser curada por meio de procedimentos cirúrgicos em 75% dos casos. Dentre os que possuem essa doença, sorteamos 4 bovinos que serão submetidos à cirurgia. Fazendo alguma suposição adicional, que julgar necessária, responda:
 - a. Como base na Distribuição de Probabilidades, qual seria a Variável em estudo (X), ou seja, a suposição adicional. Por que X, provavelmente, se distribui dessa forma? Justifique!

X	0	1	2	3	4
P(X=x)	0.00390625	0.046875	0.2109375	0.421875	0.3164063

 - b. Qual a probabilidade de todos serem curados? Indique o cálculo!
 - c. Qual a probabilidade de ao menos dois não serem curados? Indique o cálculo!

d. Qual o número esperado de animais curados? Qual o desvio padrão?

R.: $\mu = n.p = 4.0,75 = 3$ animais; $\sigma^2 = n.p.(1-p) = 0,75 \rightarrow \sigma = 0,86$.

e. Caso fossem feitas, agora, 8 cirurgias e observássemos que 2 foram curados, quais seriam as possíveis conclusões a serem tomadas para esse experimento? (Nova Variável: Y)

6. Uma olaria recebe três propostas para a compra da sua produção de tijolos. São elas:

Proposta A: são examinados 15 tijolos, se existir no máximo um de baixa especificação, paga-se R\$0,50 por unidade, caso contrário, R\$ 0,27 por unidade;

Proposta B: são examinados 20, se existirem 3 ou menos de baixa especificação, paga-se R\$ 0,40 por unidade, caso contrário, R\$ 0,20 por unidade;

Proposta C: são examinados 18 e paga-se R\$ 0,67 por unidade se não houver nenhum de baixa especificação, caso contrário R\$ 0,30 por unidade.

Qual a melhor proposta para o produtor, se a porcentagem de baixa qualidade é 0%?

7. Na venda de certo produto têm-se duas propostas:

a) Cobrar R\$1,00 por peça, sem inspeção;

b) Classificar o lote em produto de 1ª e de 2ª, mediante inspeção:

retiram-se 5 peças do lote e se não houver mais do que uma defeituosa, o lote será de 1ª, caso contrário, de 2ª. O preço de venda para o de 1ª é de R\$1,20 por peça e o de 2ª, R\$0,80.

Qual a melhor opção para o comprador?

8. Um aluno vai resolver uma prova com dez questões.

a. a probabilidade desse aluno adivinhar pelo menos 6 questões;

b. a média e o desvio padrão do número de questões que ele deve acertar.

c. Se a prova tivesse 50 questões e o candidato passasse para a segunda fase se acertasse pelo menos 60% das questões, quantos candidatos em 4000 você esperaria que passassem para a próxima fase "chutando"?

d. Se um certo candidato acertasse 38 questões, você diria que ele "chutou"?

9. O setor de controle de qualidade de uma fábrica testa 6 peças de cada lote de 80 unidades recebidas, adotando o seguinte critério: se for encontrada no máximo 1 peça defeituosa, o lote é aceito; caso contrário sofrerá inspeção total. Admitindo-se a existência de 4 peças defeituosas por lote, calcule:

c) a probabilidade de não haver inspeção total num certo lote;

d) a probabilidade de somente 3 lotes, de um grupo de 5 lotes iguais, apresentarem no máximo 1 peça defeituosa por lote;

e) admitindo-se um custo de inspeção total de R\$200,00 por lote, estimar o custo de inspeção total de 20 lotes recebidos.

Respostas

1. a) 0,0081; b) 0,08146; c) R\$ 4.095,10
2. a) 0,9401; b) 59,9 pacotes; c) $0,9401 \cdot 2,50 - 0,0599 \cdot 1,20 = \text{R\$ } 2,278$
3. a) Binomial: $P(X=3)=0,1805$; Aprox. Normal: $P(2,5 \leq X \leq 3,5)=0,217$
b) Binomial: $P(X \geq 3)=0,3233$; Aprox. Normal: $P(X \geq 3)=0,3617$
4. 0,40951
5. a) $X \sim B(n;p) \sim B(4;0,75)$. X: nº de animais curados em 4 (há independência)
b) $P(X=4) = 0,3164 = C_4^4 \cdot 0,75^4 \cdot 0,25^0$
c) $P(X \leq 2) = 0,2617$
d) $\mu = n \cdot p = 4 \cdot 0,75 = 3$ animais; $\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = 0,75 \rightarrow \sigma = 0,86$.
e) $Y \sim B(8;0,75)$. $P(Y=2) = C_8^2 \cdot 0,75^2 \cdot 0,25^6 = 0,0038$.

Conclusões: Provavelmente, a afirmação de que o procedimento cirúrgico cure cerca de 75% dos casos não é verdadeira. Pois, $P(Y=2) = 0,0038$, indicando uma probabilidade baixa. Logo, p deve ser menor que 0,75.

6. X: nº de tijolos de baixa especificação em 15. $X \sim B(n_i; \theta)$. Faça $\theta = p = 5\%$

A: $n_A=15$. $P(X \leq 1) = 0,829 \Rightarrow \text{R\$ } 0,50$. Logo, Preço Médio_A = $PM_A = \text{R\$ } 0,46$

B: $n_B=20$. $P(X \leq 3) = 0,9841 \Rightarrow \text{R\$ } 0,40$. Logo, Preço Médio_B = $PM_B = \text{R\$ } 0,397$

C: $n_C=18$. $P(X=0) = 0,3972143 \Rightarrow \text{R\$ } 0,67$. Logo, Preço Médio_C = $PM_C = \text{R\$ } 0,447$

Portanto, provavelmente, a melhor proposta para o produtor é a **A**.

Refaça o exercício com $\theta = 1\%$; 2% ; 15% e 30% . E conclua.

7. $X \sim B(5; p)$. X: nº de peças defeituosas em 5.

A decisão muda de acordo com o valor de p (probabilidade da peça ser defeituosa). Assim,

p	0,01	0,05	0,10	0,20	0,30	0,35
$P(X \leq 1)$	0,999	0,9774	0,91854	0,737	0,52822	0,4284
Preço Médio (R\$)	1,199	1,19	1,167	1,09	1,01	0,971
Decisão	A	A	A	A	A	B

Encontre o valor de p em que $P(X \leq 1) = 0,5$.

8. Supondo-se que a prova consista em questões com apenas duas alternativas: V ou F e que o aluno não saiba absolutamente nada ("chutar"). Então:

X: Nº de questões corretas em 10. $X \sim B(10; 0,5)$

a) 0,377;

b) $\mu = n.p = 10.0,5 = 5$ questões; $\sigma^2 = n.p.(1-p) = 2,5 \rightarrow \sigma = 1,5811$.

"Nova Média" = $5 \pm 1,58$;

c) $P(Y \geq 30) = 0,1013$. Portanto: $0,1013.4000 = 405$ candidatos.

d) $P(Y=38) = 0,00011$ ou $P(Y \geq 38) = 0,00015$. Logo, provavelmente, o candidato mentiu que não estudou ou colou ou ... Pois a probabilidade associada é baixa. Ou seja, é extremamente raro ocorrer um evento desse tipo.

Ref faça o exercício com $p = 1/3$ e $1/5$. Ou seja, imagine, agora que a prova consista de questões de múltiplas escolhas: (a, b, c) ou (a, b, c, d, e), respectivamente.

9. a) 0,2321; b) 0,0097; c) R\$ 131,10