UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Tarea 02 :

Logica Computacional

Alex Gerardo Fernández Aguilar -314338097

Trabajo presentado como parte del curso de **Materia** impartido por el profesor **Francisco Hernández Quiroz** .

1. **Demuestra que si $f : \{V, F\}^n \to \{V, F\}(1 \leq n)$, entonces f se puede definir en términos de alguna de las siguientes opciones (elige la que prefieras):**
   usando $\neg$ y $\vee$

   $\neg\neg\alpha \Leftrightarrow \alpha$

   $var \Rightarrow var$

   $(\alpha \vee \beta) \Rightarrow (\alpha \vee \beta)$

   $(\alpha \wedge \beta) \Rightarrow \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta)$

   $(\alpha \to \beta) \Leftrightarrow (\neg\alpha \vee \beta)$

   $(\alpha \leftrightarrow \beta) \Leftrightarrow \neg(\neg(\neg\alpha \vee \beta) \vee \neg(\neg\beta \vee \alpha))$

2. **Transforma las siguientes fórmulas a formas normales conjuntivas:**

   a) $(p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg q)$

   $(p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg q)$

   $(\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg q)$

   $(\neg p \wedge (r \vee \neg q)) \vee (q \wedge (r \vee \neg q))$

   $((\neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee ((q \wedge r) \vee (q \wedge \neg q))$

   $(\neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg q)$

   b) $(p \Leftrightarrow r) \vee \neg q$

   $(p \Leftrightarrow r) \vee \neg q$

   $((p \Rightarrow r) \wedge (r \Rightarrow p)) \vee \neg q$

   $((\neg p \vee r) \wedge (\neg r \vee p)) \vee \neg q$

   $((\neg p \wedge (\neg r \vee p)) \vee ((r \wedge (\neg r \vee p)) \vee \neg q$

   $((\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge p)) \vee ((r \wedge \neg r) \vee (r \wedge p)) \vee \neg q$

   $(\neg p \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge p) \vee (r \wedge \neg r) \vee (r \wedge p) \vee \neg q$

   c) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee \neg r)$

   $(p \Rightarrow q) \wedge (r \vee \neg q)$

   $(\neg p \vee q) \wedge (r \vee \neg q)$

   $(\neg p \wedge (r \vee \neg q)) \vee (q \wedge (r \vee \neg q))$

   $((\neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \vee ((q \wedge r) \vee (q \wedge \neg q))$

   $(\neg p \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q) \vee (q \wedge r) \vee (q \wedge \neg q)$

d) $p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow (r \Leftrightarrow p_1))$

$$p \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow (r \Leftrightarrow p_1))$$
$$(p \Rightarrow [(q \Rightarrow [(r \Rightarrow p_1) \wedge (p_1 \Rightarrow r)]) \wedge ([(r \Rightarrow p_1) \wedge (p_1 \Rightarrow r)] \Rightarrow q)])$$
$$\wedge ([(q \Rightarrow [(r \Rightarrow p_1) \wedge (p_1 \Rightarrow r)]) \wedge ([(r \Rightarrow p_1) \wedge (p_1 \Rightarrow r)] \Rightarrow q)] \Rightarrow p)$$

$$(\neg p \vee [(\neg q \vee [(\neg r \vee p_1) \wedge (\neg p_1 \vee r)]) \wedge ([(r \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge \neg r)] \vee q)])$$
$$\wedge ([(q \wedge [(r \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge \neg r)]) \vee ([(\neg r \vee p_1) \wedge (\neg p_1 \vee r)] \wedge \neg q)] \Rightarrow p)$$

$$(\neg p \wedge \neg(\neg q \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r))$$
$$\vee (\neg q \wedge q) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r)$$
$$\vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r)) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r) \wedge q)) \vee (\neg p \wedge p) \vee ((\neg q \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r)) \vee (\neg q \wedge q) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r)$$
$$\vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r))$$
$$\vee ((\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r) \wedge q) \wedge \neg(\neg q \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r)) \vee (\neg q \wedge q) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (p_1 \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r)) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r) \wedge q)) \vee ((\neg q \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r)$$
$$\vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r)) \vee (\neg q \wedge q) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (p_1 \wedge r) \wedge \neg(\neg r \wedge \neg p_1) \vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r)) \vee ((\neg r \wedge \neg p_1)$$
$$\vee (\neg r \wedge r) \vee (p_1 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge r) \wedge q) \wedge p)$$

3. Demuestra los siguientes teoremas de deducción natural

a) $\vdash_N (p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$;

1	$\vdash_N (p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))$	(premisa)
2	$[(p \wedge q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow (q \Rightarrow r))], [(p \Rightarrow (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \wedge q \Rightarrow r)] \vdash_N$	(premisa)
3	$(p \wedge r) \vdash (q \wedge r)$	(Eliminacion $\rightarrow$ 2)
4	p	(Eliminacion $\wedge$ 3)
5	q	(MP 4 2)
6	$q \wedge r$	(Introduccion $\wedge$ 4 5)
	$\models_N$	

b) $\vdash_N (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \wedge r \Rightarrow q \wedge r)$

1	$\vdash_N (p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r))$	(premisa)
2	$(p \Rightarrow q) \vdash_N ((p \wedge r) \Rightarrow (q \wedge r))$	(Eliminacion $\rightarrow$ 1)
3	$(p \wedge r) \vdash (q \wedge r)$	(Eliminacion $\rightarrow$ 2)
4	p	(Eliminacion $\wedge$ 3)
5	q	(MP 4 2)
6	$q \wedge r$	(Introduccion $\wedge$ 4 5)
	$\models_N$	

c) $\vdash_N (p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \vee r \Rightarrow q \vee r)$

1	$\vdash_N (p \Rightarrow q) \Rightarrow ((p \vee r) \Rightarrow (q \vee r))$	(premisa)
2	$(p \Rightarrow q) \vdash_N ((p \vee r) \Rightarrow (q \vee r))$	(Eliminacion $\rightarrow$ 1)
3	$(p \vee r) \vdash (q \vee r)$	(Eliminacion $\rightarrow$ 2)
4	si p	(Eliminacion $\vee$ 3)
5	q	(MP 4 2)
6	$q \vee r$	(Introduccion $\vee$ 5)
7	si r	(Eliminacion $\vee$ 3)
8	$q \vee r$	(Introduccion $\vee$ 7)
	$\models_N$	

d) $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vee s, \neg s, p \vdash_N r.$

1	$p \Rightarrow q, q \Rightarrow r \vee s, \neg s, p \vdash_N r$	(premisa)
2	$p \Rightarrow q$	(premisa)
3	$q \Rightarrow (r \vee s)$	(premisa)
4	$\neg s$	(premisa)
5	p	(premisa)
6	q	(MP 5 2)
7	$r \vee s$	(MP 6 3)
8	r	(Eliminacion $\vee$ 4 7)
	$\models_N$	

4. **. Demuestra que las reglas $E\wedge, FyI \Rightarrow$son correctas**

a) **E** $\wedge$

Sea $p \wedge q \vdash p$

como es una premisa es verdadero, como la tabla de verdad de $\wedge$ es solo verdadero cuando ambos son verdaderos en necesario que p sea verdadero al igual que q.

p	q	$\wedge$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

b) **F**

Como el demostrar algo de esta forma es como una implicacion es decir de antecedentes demostraremos unos consecuentes , si los antecedentes son falsos como en la tabla de verdad de la implicacion sera cierto cualquier consecuente.

p	q	$\Rightarrow$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

I $\rightarrow$

Si partimos de una premisa verdadera y concluimos algo verdadero esto no es mas que otra forma de ver una implicacion