1、为什么说LDA是有监督的呢？

LDA被称为有监督的降维算法，是因为它在降维过程中利用了类别标签的信息。在LDA中，每个样本都与一个特定的类别相关联，这些类别标签提供了数据的有关信息。

具体来说，LDA在计算投影方向时，考虑了样本的类别信息，旨在最大程度地分离不同类别之间的投影点，从而提高分类性能。通过最大化类别之间的差异性和最小化类别内部的差异性，LDA能够捕捉到类别之间的判别信息，并将其用于降维。

与之相反，无监督的降维算法（如主成分分析 PCA）不依赖于类别标签，仅根据特征之间的统计信息对数据进行降维。

因此，LDA被称为有监督的降维算法，因为它利用了类别标签信息来指导降维过程，并且旨在提取具有判别性的特征。这使得LDA在许多分类问题中具有很好的性能，并且可以用于数据可视化、特征提取和模式识别等应用领域。

2、那么LDA在降维过程中如何利用类别标签的信息呢？

在LDA的降维过程中，利用了类别标签的信息来确保投影后的低维表示能够最大程度地区分不同的类别。下面是LDA如何利用类别标签信息的具体步骤：

1. 计算每个类别的均值向量：首先，对于每个类别，计算该类别中所有样本的特征均值向量。这些均值向量反映了每个类别在高维特征空间中的中心位置。

2. 计算类别内部的散布矩阵：然后，计算类别内部的散布矩阵，也称为类内散布矩阵（within-class scatter matrix）。类内散布矩阵衡量了同一类别内样本之间的差异性。它是通过计算每个类别内部样本与该类别均值向量之间的差异来构建的。

3. 计算类别间的散布矩阵：接下来，计算类别间的散布矩阵，也称为类间散布矩阵（between-class scatter matrix）。类间散布矩阵衡量了不同类别之间的差异性。它是通过计算不同类别均值向量之间的差异来构建的。

4. 计算散布矩阵的特征向量和特征值：然后，通过对类内散布矩阵的逆矩阵与类间散布矩阵的乘积进行特征值分解，得到散布矩阵的特征向量和特征值。

5. 选择投影方向：根据特征值的大小排序，选择前k个最大特征值对应的特征向量作为投影方向。这些特征向量定义了一个新的低维空间，样本将被投影到这个空间中进行降维。

6. 投影数据：最后，将原始数据样本投影到选定的投影方向上，得到降维后的数据。

通过利用类别标签的信息，LDA能够找到一个投影方向，使得不同类别之间的样本更容易区分。这使得LDA在分类任务中具有较好的性能，并且可以提取具有判别性的特征。