МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Лабораторная работа 3.6.1

Спектральный анализ электрических сигналов

Выполнил:
Гисич Арсений
Б03-102

Долгопрудный
2022

1 Аннотация

В работе изучается спектральный состав периодических электрических сигналов различной формы: последовательности прямоугольных импульсов, последовательности цугов и амплитудно модулированных гармонических колебаний. Спектры этих сигналов наблюдаются с помощью промышленного анализатора спектра и сравниваются с рассчитанными теоретически.

2 Теоретические сведения

Представление периодического сигнала в виде суммы гармонических сигналов называется разложением в ряд Фурье.

Пусть заданная функция $f(t)$ периодически повторяется с частотой $\Omega_1 = \dfrac{2\pi}{T}$, где T — период повторения. Ее разложение в ряд Фурье имеет вид

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(n\Omega_1 t) + b_n \sin(n\Omega_1 t)]$$

Здесь $\dfrac{a_0}{2}$ — среднее значение функции $f(t)$,

$$a_n = \frac{2}{T}\int\limits_{t_1}^{t_1+T} f(t)\cos(n\Omega_1 t)dt,$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int\limits_{t_1}^{t_1+T} f(t)\sin(n\Omega_1 t)dt.$$

Рассмотрим периодические функции, которые исследуются в нашей работе.

Периодическая последовательность прямоугольных импульсов (рис. 1) с амплитудой V_0, длительностью τ, частотой повторения $\Omega_1 = \dfrac{2\pi}{T}$, где T — период повторения импульсов. Найдем коэффициенты разложения ряда Фурье:

$$\frac{a_0}{2} = V_0\frac{\tau}{T},$$

$$a_n = \frac{2}{T}\int\limits_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V_0\cos(n\Omega_1 t)dt = 2V_0\frac{\tau}{T}\frac{\sin(n\Omega_1\frac{\tau}{2})}{n\Omega_1\frac{\tau}{2}} \sim \frac{\sin x}{x}.$$

Поскольку наша функция четная, все коэффициенты синусоидальных гармоник $b_n = 0$. Спектр a_n последовательности прямоугольных импульсов представлен на рис. 2 (изображен случай, когда T кратно τ).

Назовем *шириной спектра* $\Delta\omega$ расстояние от главного максимума ($\omega = 0$) до первого нуля огибающей, возникающего при $n = \dfrac{2\pi}{\tau\Omega_1}$. При этом

$$\Delta\omega\tau \backsimeq 2\pi$$

или

$$\Delta\nu\Delta t \backsimeq 1$$

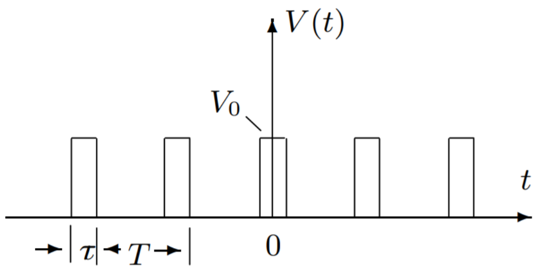

Рис. 1: Прямоугольные импульсы

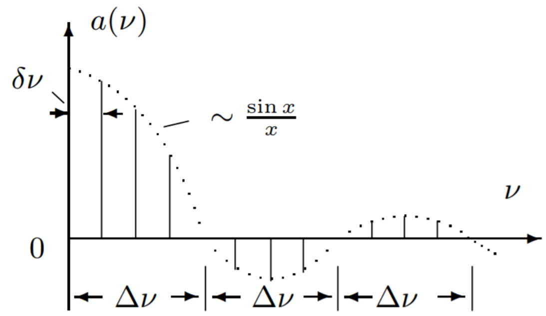

Рис. 2: Спектр последовательности прямоугольных импульсов

Полученное соотношение взаимной связи интервалов $\Delta\nu$ и Δt является частным случаем соотношения неопределенности в квантовой механике.

Периодическая последовательность цугов гармонического колебания $V_0\cos(\omega_0 t)$ с длительностью цуга τ и периодом повторения T (рис. 3).

Функция $f(t)$ снова является четной относительно $t = 0$. Коэффициент при n-й гармонике равен

$$a_n = \frac{2}{T}\int\limits_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} V_0\cos(\omega_0 t)\cos(n\Omega_1 t)dt = V_0\frac{\tau}{T}\left(\frac{\sin[(\omega_0 - n\Omega_1)\frac{\tau}{2}]}{(\omega_0 - n\Omega_1)\frac{\tau}{2}} + \frac{\sin[(\omega_0 + n\Omega_1)\frac{\tau}{2}]}{(\omega_0 + n\Omega_1)\frac{\tau}{2}}\right)$$

Зависимость для случая, когда $\frac{T}{\tau}$ равно целому числу, представлена на рис. 4. Сравнивая спектр последовательности прямоугольных импульсов и цугов мы видим, что они аналогичны, но их максимумы сдвинуты по частоте на величину ω_0.

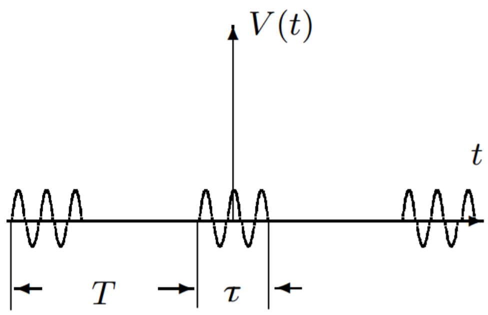

Рис. 3: Последовательность цугов

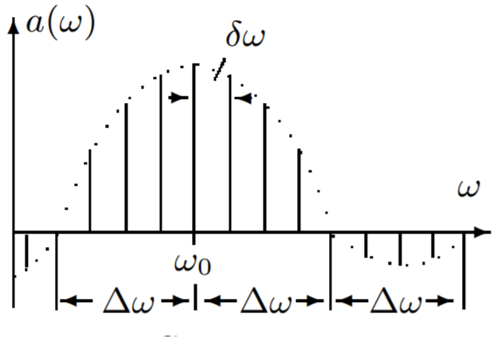

Рис. 4: Спектр последовательности цугов

Амплитудно-модулированные колебания. Рассмотрим гармонические колебания высокой частоты ω_0 , амплитуда которых медленно меняется по гармоническому закону с частотой Ω ($\Omega \ll \omega_0$) (рис. 5):

$$f(t) = A_0[1 + m\cos\Omega t]\cos\omega_0 t.$$

Коэффициент m называют **глубиной модуляции**. При $m < 1$ амплитуда колебаний меняется от минимальной $A_{min} = A_0(1 - m)$ до максимальной $A_{max} = A_0(1 + m)$. Глубина модуляции может быть представлена в виде

$$m = \frac{A_{max} - A_{min}}{A_{max} + A_{min}}$$

Простым тригонометрическим преобразованием можно найти спектр амплитудно-модулированны колебаний:

$$f(t) = A_0 \cos(\omega_0 t) + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{A_0 m}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t.$$

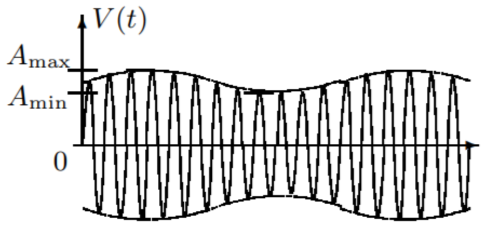

Рис. 5: Модулированные гармонические колебания

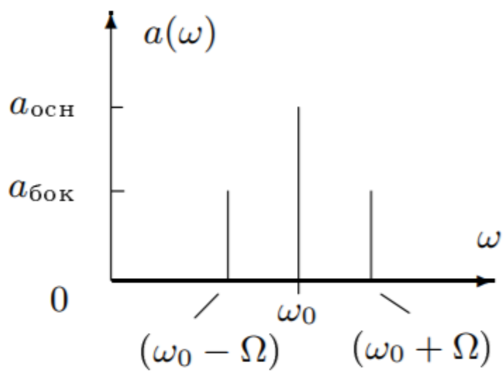

Рис. 6: Спектр модулированных гармонических колебаний

Спектр таких колебаний содержит три составляющих: основную компоненту и две боковых (рис. 6). Первое слагаемое в правой части представляет собой исходное немодулированное колебание с основной (несущей) частотой ω_0 и амплитудой $a_{осн} = A_0$. Второе и третье слагаемые соответствуют новым гармоническим колебаниям с частотами $\omega_0 + \Omega$ и $\omega_0 - \Omega$. Амплитуды этих двух колебаний одинаковы и составляют $\frac{m}{2}$ от амплитуды немодулированного колебания: $a_{бок} = \frac{A_0 m}{2}$. Начальные фазы всех трех колебаний одинаковы.

3 Методика измерений

1. **Экспериментальная установка А** для исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов представлена на рис. 7. Сигнал с выхода генератора прямоугольных импульсов Г5-54 подается на вход анализатора спектра и одновременно на вход Y осциллографа. С генератора импульсов на осциллограф подается также сигнал синхронизации, запускающий ждущую развертку осциллографа. При этом на экране осциллографа можно наблюдать саму последовательность прямоугольных импульсов, а на экране ЭЛТ анализатора спектра распределение амплитуд спектральных составляющих этой последовательности.

2. **Экспериментальная установка Б** для исследования спектра периодической последовательности цугов гармонических колебаний (рис. 8) Генератор Г6-34 вырабатывает синусоидальные колебания высокой частоты. На вход АМ (амплитудная модуляция) генератора Г6-34 подаются прямоугольные импульсы с генератора Г5-54 и синусоида модулируется — "нарезается"на отдельные куски — цуги. Эти цуги с выхода генератора Г6-34 поступают на вход спектроанализатора и одновременно на вход Y осциллографа. Сигнал синхронизации подается на осциллограф с генератора импульсов.

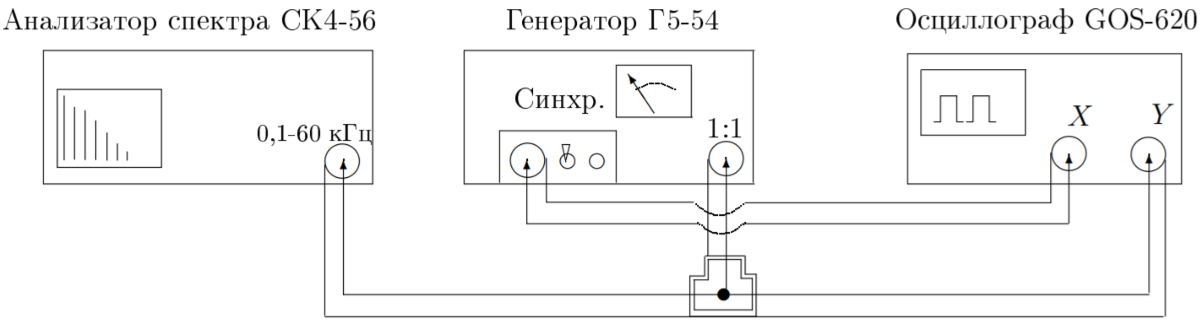

Рис. 7: Схема для исследования спектра периодической последовательности прямоугольных импульсов

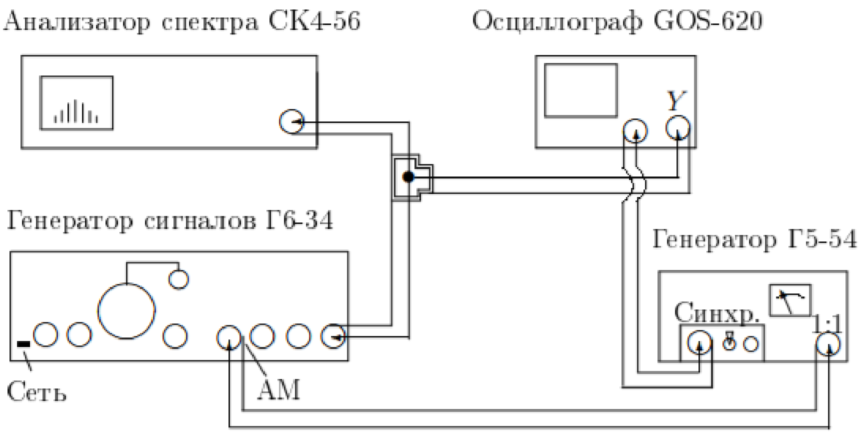

Рис. 8: Схема для исследования спектра периодической последовательности цугов высокочастотных колебаний

3. **Экспериментальная установка В** для исследования амплитудно-модулированного сигнала (рис. 9). В генератор сигналов встроен модуляционный генератор, который расположен в левой части Г6-34. Синусоидальный сигнал с частотой модуляции $f_{мод} = 1$ кГц подается с модуляционного генератора на вход АМ (амплитудная модуляция) генератора, вырабатывающего синусоидальный сигнал высокой частоты (частота несущей $\nu_0 = 25$ кГц). Амплитудно-модулированный сигнал с основного выхода генератора поступает на осциллограф и на анализатор спектра.

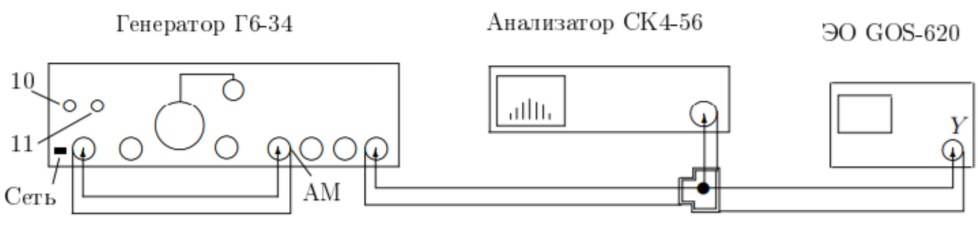

Рис. 9: Схема для исследования спектра высокочастотного гармонического сигнала, промодулированного по амплитуде низкочастотным гармоническим сигналом

4 Используемое оборудование

1. анализатор спектра;
2. генератор прямоугольных импульсов и сигналов специальной формы;
3. осциллограф;

5 Результаты измерений и обработка данных

Параметры установки:

$L = 26,5$ *см*

$SN = 3000$ *см*^{2}

$U_A = 1,230 \pm 0,025$ *кВ*

I, A	σ_I, A	Φ, *мВб*	σ_Φ, *мВб*	B, *мТл*	σ_B, *мТл*
0	0,005	0	0,05	0	0,2
1,000	0,005	1,10	0,05	3,7	0,2
1,500	0,005	1,60	0,05	5,3	0,2
2,000	0,005	2,10	0,05	7,0	0,2
2,500	0,005	2,60	0,05	8,7	0,2
3,000	0,005	3,10	0,05	10,3	0,2
3,500	0,005	3,80	0,05	12,7	0,2
4,000	0,005	4,20	0,05	14,0	0,2
4,500	0,005	4,50	0,05	15,0	0,2

Таблица 1: Результаты измерений калибровочной кривой при прямом направлении тока

6 Обсуждение результатов и выводы

В данной работе был измерен удельный заряд электрона методами магнитной фокусировки и магнетрона. Результаты измерений:

$1,6 \pm 0,1 \cdot 10^{11}$ *Кл/кг*	— метод магнитной фокусировки
$1,9 \pm 0,1 \cdot 10^{11}$ *Кл/кг*	— метод магнетрона

Полученные результаты согласуются в пределах погрешности с табличным значением — $1,76 \cdot 10^{11}$ *Кл/кг*. В методе магнитной фокусировки основной вклад в погрешность вносит погрешность определения коэффициента зависимости $B_ф(n)$. Вероятно, при более точной настройки фокусировки осциллографа можно более точно определить точки фокуса. В методе магнетрона основным источником погрешности является погрешность определения $B_{кр}$, так как низкая чувствительность амперметров не позволяет получить достаточно точек на кривой падения I_A и хорошо промерить эту зависимость. При использовании более чувствительных измерительных приборов можно получить больше точек на этой кривой и, следовательно,точнее определить точки $B_{кр}$.