

实验：电路的暂态过程

【实验目的】

1. 研究 RC 和 RLC 串联电路的暂态过程，加深对电阻、电容、电感特性的理解。
2. 观察 RC 串联电路的暂态过程，理解电容器充放电的规律。
3. 观察 RLC 串联电路的暂态过程，理解阻尼振动运动规律。
4. 学会数字存储示波器的基本用法，测定时间常数、振荡周期等物理量。

【预备问题】

1. 什么是暂态？什么是暂态过程？
2. 如何正确地连接电阻箱和电容箱？
3. 时间常数的工程意义是什么？

【实验原理】

电阻、电容和电感是电路中最常用的电子元件， RC 和 RLC 串联电路在电路系统中有着极其广泛的应用。在接通或断开直流电源的短暂时间内，电路由一种状态转变到另一种状态的不稳定过程称为**暂态过程**。本实验通过利用函数信号发生器输出一定频率的方波电压来实现串联电路交替接通或断开直流电源的功能，学会用数字存储示波器观察和分析 RC 和 RLC 串联电路暂态过程中电容器两端电压的变化规律，并定量地测定时间常数和振荡周期等物理量。

（一） RC 串联电路的暂态过程

函数信号发生器输出一定频率的方波周期电压信号如图 1 - 1(a) 所示，电阻、电容串联电路如图 1 - 1(b)。图 1 - 1(b) 中左侧画出了方波电源（虚框部分）的等效电路图。当方波前半周期处于高电平 $\varepsilon(t) = E$ 时，相当于电源开关 K 合向 1，直流电源 E 对电容 C 充电；当方波后半周期处于低电平 $\varepsilon(t) = 0$ 时，相当于在电容 C 充电后，把开关 K 从 “1” 合向 “2”，电容 C 开始放电过程。

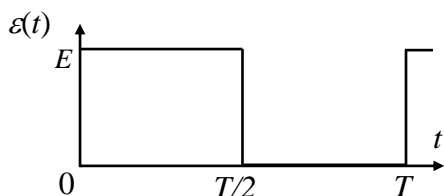


图 1 - 1(a) 方波电源周期信号图

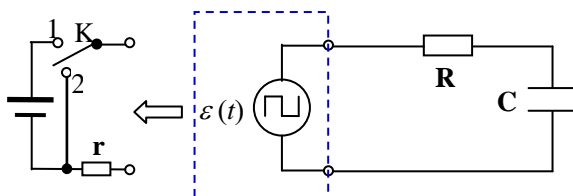


图 1 - 1(b) 电阻、电容串联电路

RC 串联电路的电路方程为:

$$iR + V_C = \varepsilon \quad (1.1)$$

由于电容器上的带电量 $q = CV_C$ ，及回路电流 $i = \frac{dq}{dt}$ ，代入上式，整理得:

$$\frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{RC} V_C = \frac{1}{RC} \varepsilon \quad (1.2)$$

此一阶常微分方程的解为:

$$V_C(t) = \begin{cases} E(1 - e^{-t/RC}) & , \text{ for } \varepsilon(0) = E \\ E e^{-t/RC} & , \text{ for } \varepsilon(0) = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

可见，电容在充放电过程中，其电压 $V_C(t)$ 均按指数规律变化。当电容器被充电时， $V_C(t)$ 逐渐增大，而放电时则逐渐减小。

令 $\tau = RC$ ， τ 为 RC 串联电路的电容性时间常数，具有时间的量纲，它影响 $V_C(t)$ 随

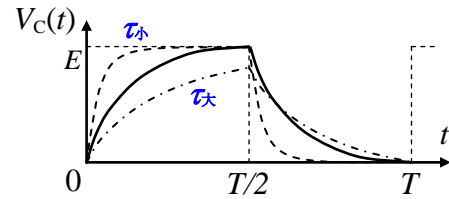


图 1 - 2 $V_C(t) - t$ 曲线

指数函数变化的快慢，实际反映了 RC 串联电路暂态过程的长短。 τ 越大，充放电过程越慢，反之亦然。工程上， $t \rightarrow 5\tau$ 时系统趋于稳态，图 1 - 2 显示了 τ 分别取不同值时的 $V_C(t) - t$ 曲线。

(二) RLC 串联电路的暂态过程

RLC 串联电路如图 1 - 3 所示。电路方程为:

$$V_C + V_L + iR = \varepsilon$$

将 $V_L = L \frac{di}{dt}$ 及 $i = C \frac{dV_C}{dt}$ 代入上式，得:

$$LC \frac{d^2 V_C}{dt^2} + RC \frac{dV_C}{dt} + V_C = \varepsilon$$

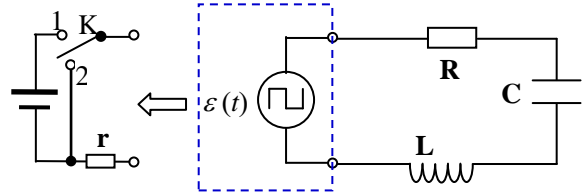


图 1 - 3 RLC 串联电路

令 $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ， $2\beta = R/L$ ，我们得到 RLC

串联电路的回路方程为二阶常微分方程，

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + 2\beta \frac{dV_C}{dt} + \omega_0^2 V_C = \omega_0^2 \varepsilon \quad (1.4)$$

若考虑后半方波周期的放电过程 $\varepsilon(t) = 0$ ，且已知初始条件 $V_C(0) = E$ 及 $V_C'(0) = 0$ ，通过求解齐次二阶微分方程的特征根的方法，其中，微分方程的二阶、一阶和零阶系数构成一元二次方

程的 a 、 b 、 c 系数，依据判别式 $\Delta = 4(\beta^2 - 4\omega_0^2)$ 大于、等于和小于零的情况，方程(1.4)有三种不同的解。

(1) $\Delta < 0, R < 2\sqrt{L/C}$ ：电阻较小，系统呈现衰减振荡，称为**弱阻尼**状态

电容器两端的振荡电压为：

$$V_C(t) = \sqrt{\frac{4L}{4L - R^2C}} E e^{-t/\tau} \cos(\omega t + \phi) \quad (1.5)$$

其中，时间常数 $\tau = 2L/R$ ，弱阻尼振荡的圆频率为

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}} \quad (1.6)$$

弱阻尼振荡的周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} / \sqrt{1 - \frac{R^2C}{4L}} \quad (1.7)$$

在阻尼振动状态下， $V_C(t)$ 随时间变化的规律如图 1-4 曲线所示，振动的振幅呈指数衰减，振幅衰减的快慢由时间常数 $\tau = 2L/R$ 的大小决定，电阻值越大，则 τ 越小，振幅衰减越迅速。

如果 $R \ll 2\sqrt{L/C}$ ，通常是 R 很小的情况，振幅衰减很缓慢，由(1.6)式可知， $\omega \approx 1/\sqrt{LC} = \omega_0$ ，此时近似为 LC 电路的自由振动， ω_0 为 LC 电路的固有振动频率(电阻 $R=0$ 的无阻尼等幅振荡状态)。

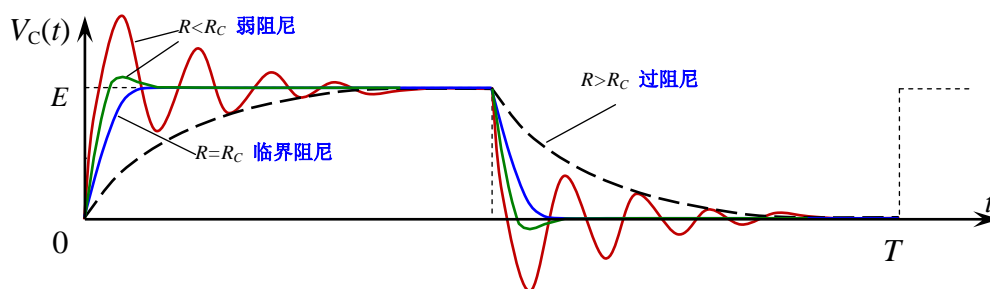


图 1 - 4 三种阻尼状态的 $V_C(t) - t$ 曲线比较

(2) $\Delta = 0, R = R_c = 2\sqrt{L/C}$ ：系统处于**临界阻尼**状态

在临界阻尼状态下，回路电阻值取临界电阻 R_c ，临界阻尼是从**阻尼振荡到刚好无振荡**的过渡分界，此时，电容器两端的电压为

$$V_C(t) = E \left(1 + \frac{t}{\tau} \right) e^{-t/\tau} \quad (1.8)$$

临界阻尼的 $V_C(t) - t$ 如图 1-6 中粗实线（振荡波峰刚好消失）所示。

(3) $\Delta > 0, R > R_C$: 系统处于过阻尼状态

过阻尼状态下的 $V_C(t) - t$ 关系曲线见图 1-4 中的虚线所示，它以缓慢单调的变化方式逐渐趋于稳定状态。

对于充电过程，考虑前半方波周期 $\varepsilon(t) = E$ ，初始条件 $V_C(0) = 0$ 及 $V'_C(0) = 0$ ，依据放电过程类似的分析，我们也可以得到不同电阻取值相应的解。

【实验仪器】

数字信号发生器、数字存储示波器，电阻箱、电容箱和电感箱等。

【实验内容】

准备好预习报告、实验记录纸、实验卡和可拍照手机或坐标纸等，按时到课刷卡签到。

(一) 研究 RC 串联电路的暂态过程

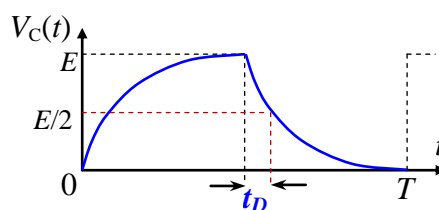
1. 根据图 1-1 将电阻箱、电容器及信号源用导线连接构成串联回路；
2. 将示波器的 CH1 输入端电缆线接在电容器的两个引出端；
3. 调整好相关实验参数，接通电源；
4. 调节电阻箱的阻值，观察 R 取不同值时 $V_C(t)$ 随时间变化的特点；
5. 调节 $R=0$ ，观察电源方波，启动示波器 **AUTOSET** 自动设置按钮功能，并选择液晶屏第二个菜单显示单周期图像，调节“水平位置”旋钮使方波与液晶屏背景方格线对齐，按 1:1 的比例在坐标纸上绘制 $\varepsilon(t)$ 一个周期的波形图；
6. 在千欧级调节 R ，观察到 $V_C(t)$ 曲线在充电过程末端走平，即电容器电压与方波电源的高电平 E 相同，确信电容器充电已满，记录 R 参数，按 1:1 的比例在坐标纸上绘制 $V_C(t)$ 一个周期的波形图，并采用半衰期测量法测定电容性时间常数 τ ；
7. 在测定电容性时间常数前须适当地放大放电曲线以提高测量效果，请拍下此测量图备查。

所谓半衰期是指在放电过程开始前电容充电已经完毕的前提下，放电过程从电容器两端的电压 E 下降至 $E/2$ 时所经过的时间 t_D ，如图 1-5 所示：

由(1.3)式知，当放电过程经过 t_D 时，

$$V_C(t_D) = E e^{-t_D/\tau} = \frac{E}{2}$$

$$\tau = t_D / \ln 2 = 1.44 t_D \quad (1.9)$$



启动数字存储示波器的 **CURSOR** 光标功能键

图 1-5 半衰期 t_D 的测量

如图 1-6 所示，选择“时间”光标类型，对 TDS2002 型数字存储示波器而言，可将光标 1 和 2 两个时刻光标垂直线分别对准放电起点及曲线与 $E/2$ 水平线的交点处，从示波器上读出时间增量，即半衰期 t_D ，从而求得时间常数 τ ；对 TDS2001C 型数字存储示波器而言，需要分别选择光标 1 和光标 2 菜单，再利用多用途旋钮调节对应的光标垂直线（参见附录）。

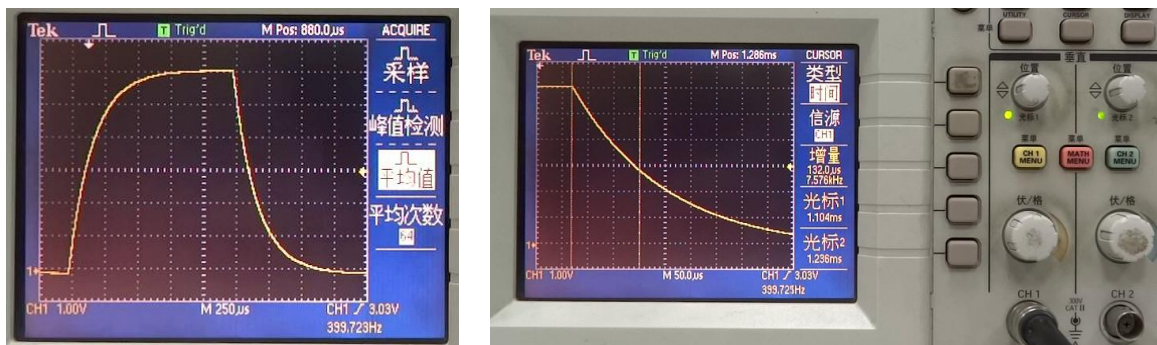


图 1-6 半衰期 t_D 的测量

（二）研究 RLC 串联电路的暂态过程

1. 根据图 1-3 将电阻箱、电容器、电感器及信号源用导线连接成串联回路；
2. 将示波器的 CH1 输入端电缆线接在电容器的两个引出端；
3. 调整好相关实验参数，接通电源；
4. 调节电阻箱的阻值，观察 R 取不同值时 RLC 串联电路的弱阻尼、临界阻尼及过阻尼状态下的波形 $V_C(t)$ 随时间变化的特点；

本部分实验要求拍图备查，并按 1:1 的比例在坐标纸上绘制 $V_C(t)$ 在 RLC 串联电路的弱阻尼和临界阻尼状态下的局部放大图。相关物理量的测量内容如下：

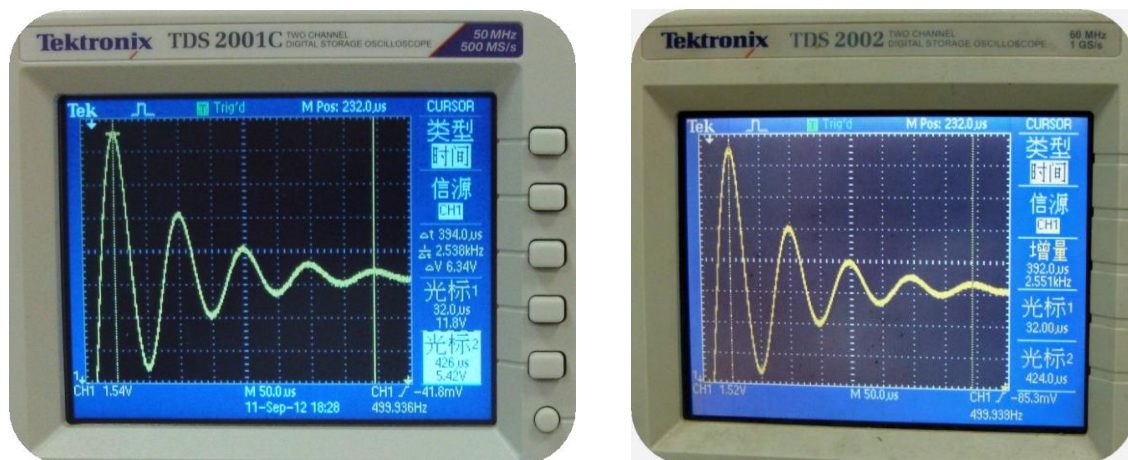


图 1-7 N 个周期振荡时间 t_N 的测量

(1) 测定振荡周期 T'

调节 $R=0$ ，但回路中方波电源的内阻（标称值为 $r=50\Omega$ ）不能忽略，调节[秒/格]和[伏/格]旋钮，适当放大振荡波形图像，用数字存储示波器的两个时间光标垂直线对准连续 N 个振荡周期的两个波峰（谷）处，如图 1-7 所示，读出这连续 N 个周期的时间增量 t_N ，于是可求得振荡周期为：

$$T' = \frac{t_N}{N} \quad (1.10)$$

(2) 测定临界电阻 R_C

调大电阻箱的阻值会增大阻尼，振荡波形的波峰会降低，调节[秒/格]和[伏/格]旋钮，将波形横向缩窄，而纵向放大到极致（须启动被测信号通道菜单，将[伏/格]菜单由粗调切换为细调），直至振荡波峰刚好消失，此时即为临界阻尼状态，如图 1-8 所示。记下电阻箱的阻值 \tilde{R} ，于是得到临界电阻 R_C 的测量值为：

$$R_C = \tilde{R} + r \quad (1.11)$$

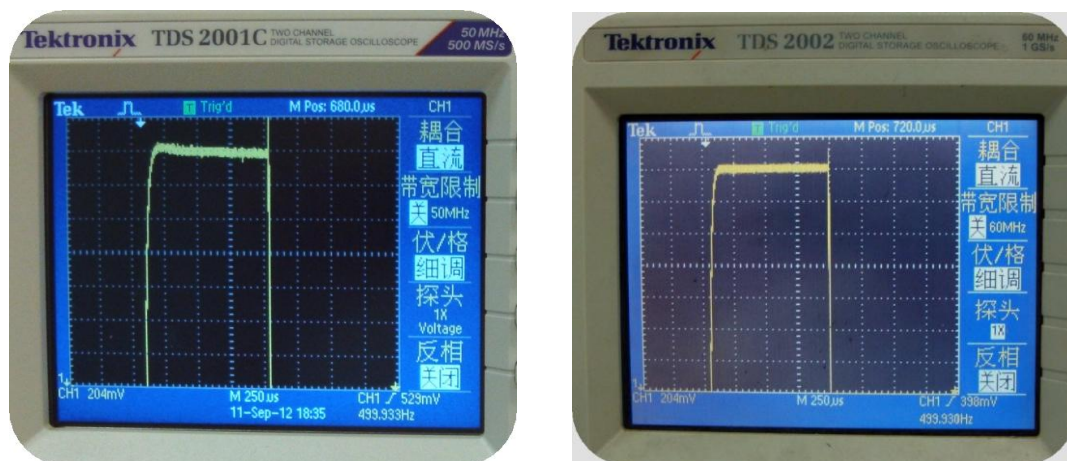


图 1-8 临界电阻 R_C 的测量

继续增大电阻，即可观察到过阻尼状态下 $V_C(t)$ 的变化图像。

【数据处理】

1. 实验参数设定：

$$f=400\text{Hz}, E=6\text{V}, \text{偏置电压 } \Delta E=3\text{V}, C=0.05\mu\text{F}, L=5\text{mH}$$

2. 在记录纸上自拟表格记录数据并整理好写在报告上，将时间常数、振荡周期和临界电阻的测量结果与相应的理论值作粗略的百分误差估算，并分析产生误差原因。

【注意事项】

1. 特别注意用电安全，避免将电源短路；将饮料等放到货物柜上；
2. 要求用尺子划表格线，用钢笔或水心笔记录数据，用铅笔绘图；
3. 必须将所有电缆线的黑夹子端接在一起以保持共点位！

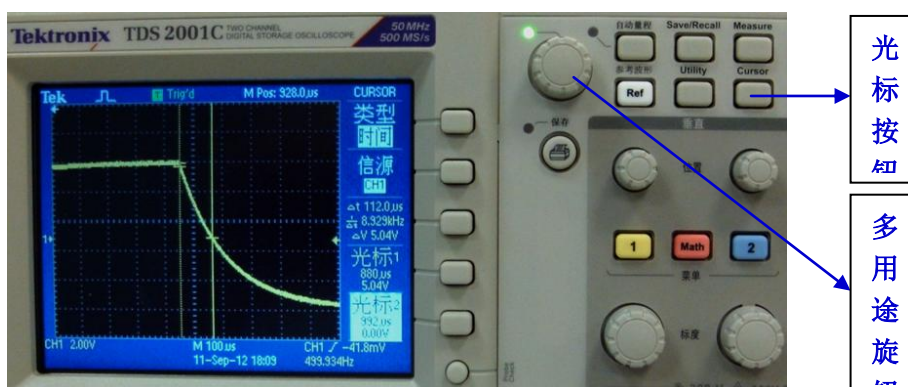
【思考题】

1. 试分析方波信号频率对观测暂态过程的影响。
2. 怎样用作图法求出 RC 串联电路的时间常数？
3. 如何比较准确地确定放电曲线的中点位置？
4. 如何改善和提高 R_c 的测量精度？

【附录】

《TDS2001C 和 TDS2002 型数字存储示波器》的使用

1. TDS2001C 型示波器绝大部分功能和操作与 TDS2002 型相同，但光标用法不同！。
2. **Cursor**—光标按钮有两类：“电压”或“幅度”和“时间”，总是成对出现。想要测定如图所示的半衰期，可按以下步骤进行：



TDS2001C 型示波器绝大部分功能和操作与 TDS2002 型相同，但光标用法不同！

- 按下光标按钮 **Cursor**；查看“光标菜单”。
- 按下**类型**选项按钮，选择**时间**。
- 按下**光标 1**选项按钮，旋转**多用途旋钮**，将光标 1 对准放电起点。
- 再按下**光标 2**选项按钮，然后旋转**多用途旋钮**，将光标 2 对准放电到一半的位置。
- 在“光标菜单”中显示的时间 Δt 或**增量**即为半衰期。

【参考文献】

- [1] 任忠明等，大学物理实验，科学出版社，2008.
- [2] 张洁天等，电磁学实验，北京大学出版社，1993.
- [3] 吕斯骅等，基础物理实验，北京大学出版社，2002.
- [4] TDS2001C 数字存储示波器用户手册.
- [5] TDS2002 数字存储示波器用户手册.