

# 初识造型技术

华中科技大学软件学院 万琳





## 提纲

- ① 什么是造型技术？
- ② 图形的构成
- ③ 实体的定义

1

## 什么是造型技术？

**造型技术**：研究如何在计算机中建立恰当的模型表示不同图形对象的技术。



Maya中的直升机模型



Xfrog3.0生成的挪威云杉

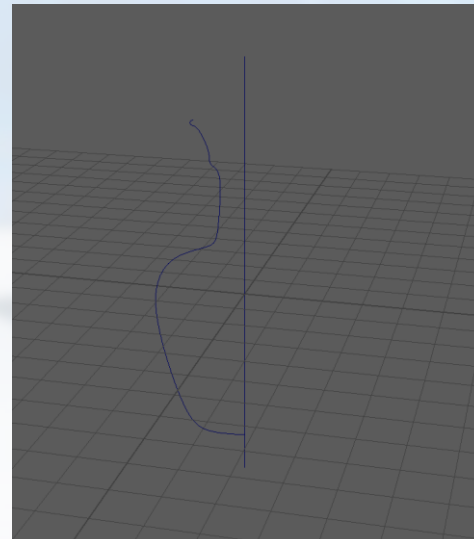
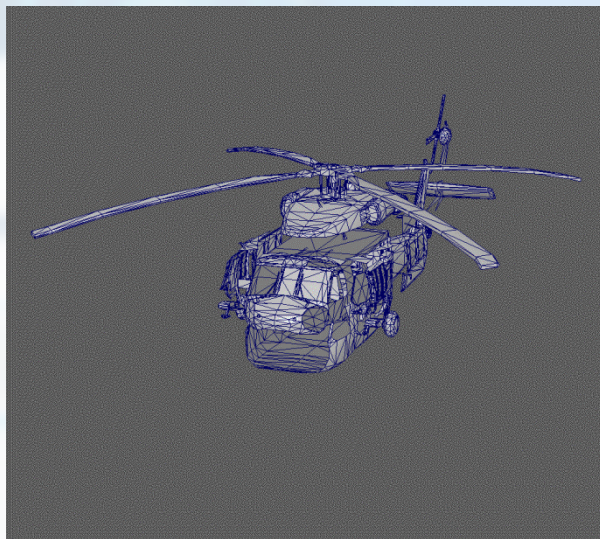
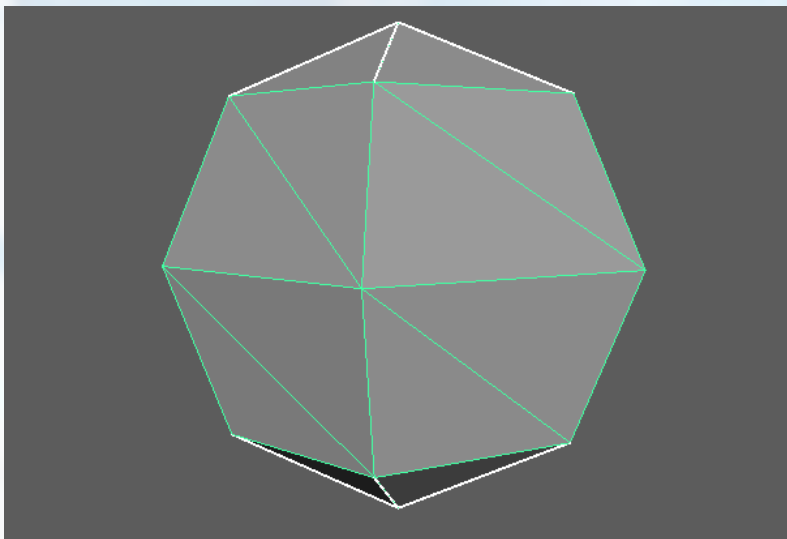


1

## 什么是造型技术？

**对象分为两类：**

**规则对象**是指能用欧氏几何进行描述的形体，如点、直线、曲线、平面、曲面或实体等。规则对象的造型又称为几何造型。在几何造型中，所描述的形体都是规则物体，统称为几何模型。

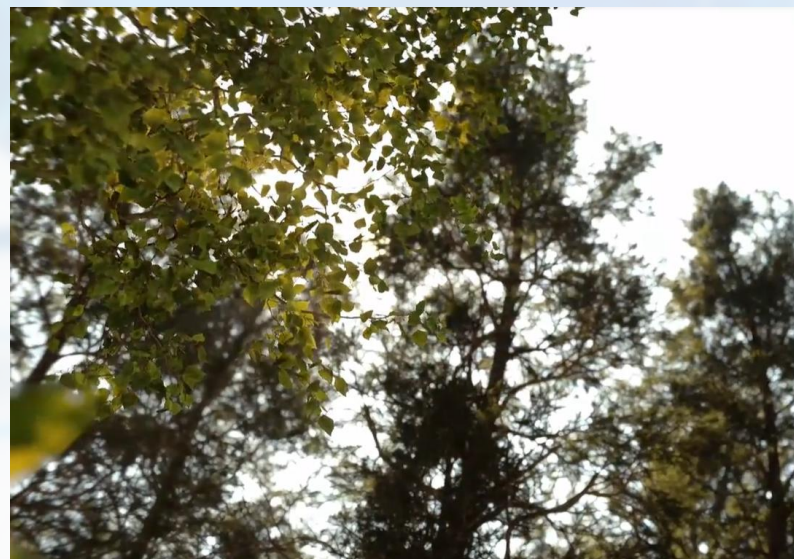


## 1

## 什么是造型技术？

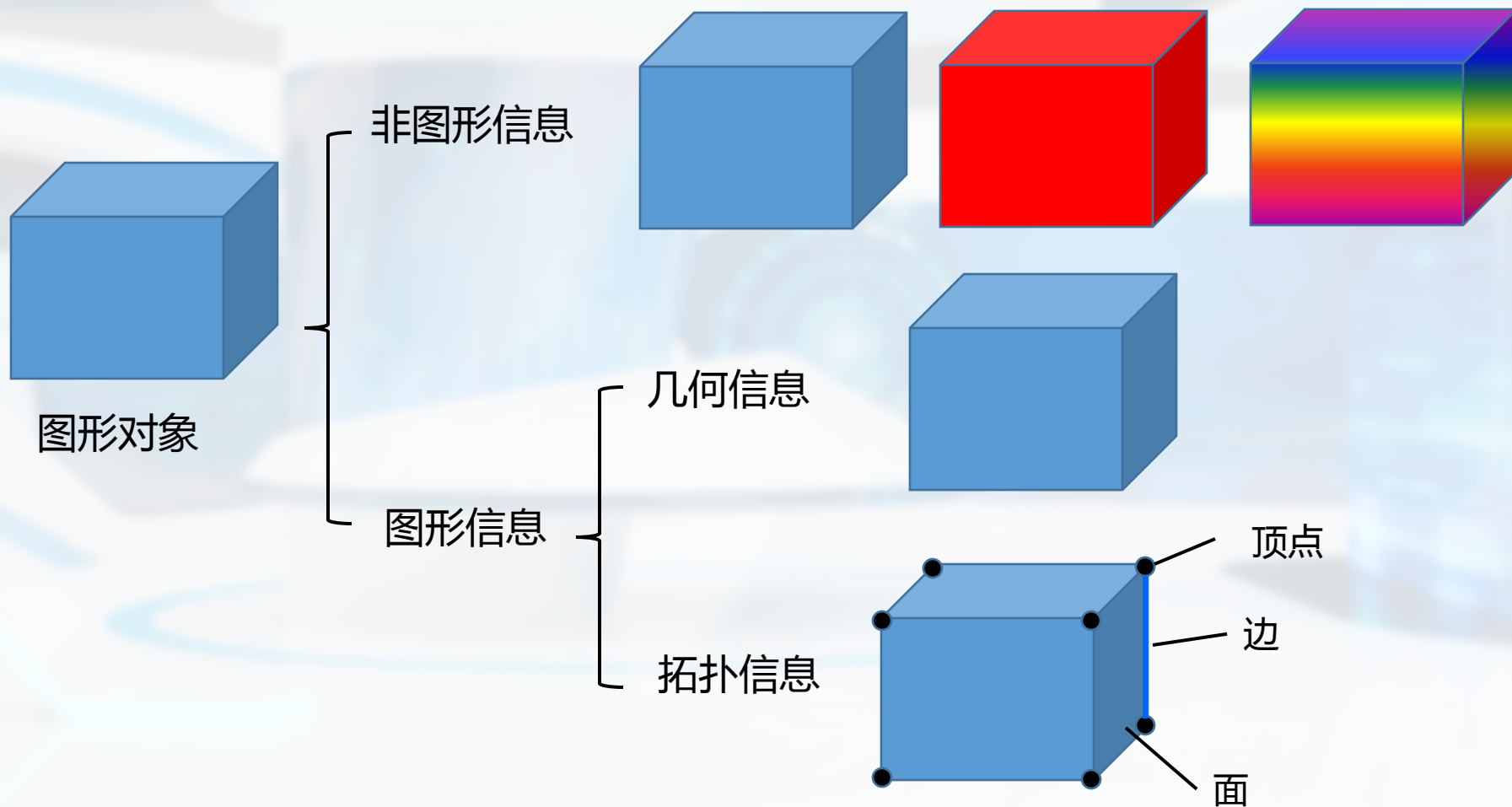
**对象分为两类：**

**不规则对象**是指不能用欧氏几何加以描述的对象，如山、水、树、草、云、烟等自然界丰富多彩的对象。在不规则对象的造型系统中，大多采用过程式模拟，即用一个简单的模型以及少量的易于调节的参数来表示一类对象。



2

## 图形的构成





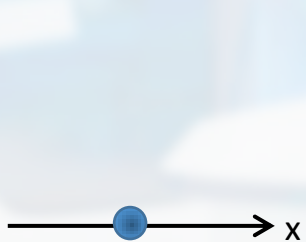
## 2

# 图形的构成

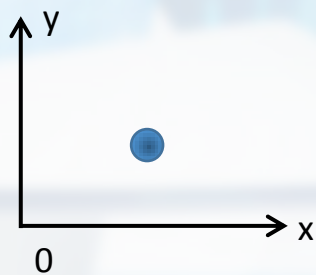
## 基本图形元素

按照：体 - 面 - 环 - 边 - 顶点 的层次记录信息

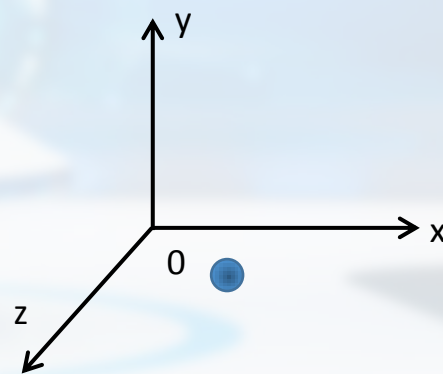
◆顶点 ( Vertex ) : 0维度几何元素



一维空间



二维空间



三维空间

## 2

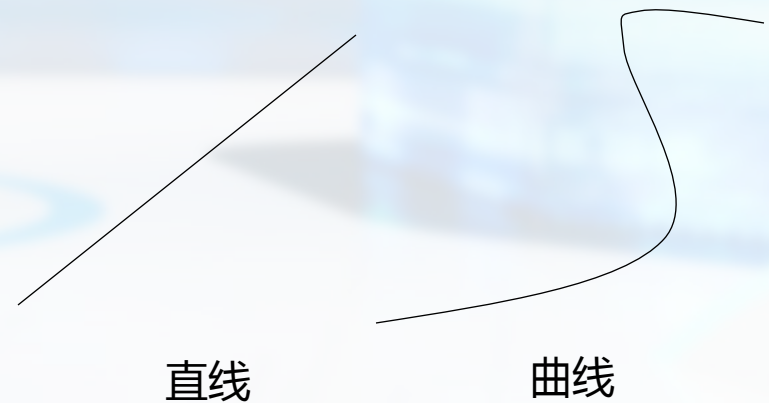
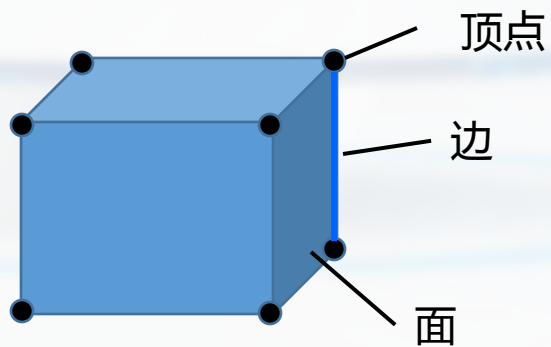
# 图形的构成

## 基本图形元素

按照：体 - 面 - 环 - 边 - 顶点 的层次记录信息

◆边（Edge）：一维几何元素。对正则形体，边是两邻面的交集，对非正则形体，边有可能是多个邻面的交集。

边的形状可以是直线，也可以是曲线。





## 2

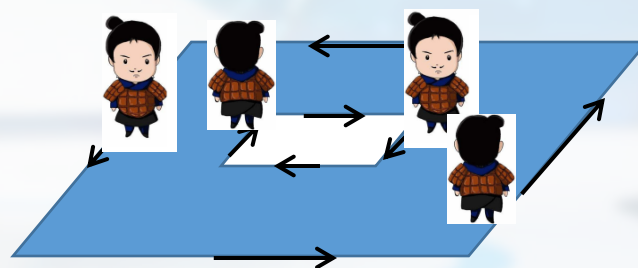
## 图形的构成

### 基本图形元素

按照：体 - 面 - 环 - 边 - 顶点 的层次记录信息

◆环（Loop）：二维几何元素。有序、有向边（直线段或曲线段）组成的面的封闭边界。外环边通常按逆时针方向排序，内环边通常按顺时针方向排序。

在面上沿一个环前进，  
左侧总是面对内侧，右  
侧总是面对外侧。



有一个内环

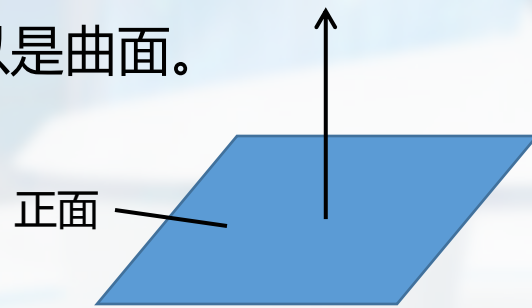
## 2

## 图形的构成

### 基本图形元素

按照：体 - 面 - 环 - 边 - 顶点 的层次记录信息

◆面（Face）：二维几何元素。可以无内环，但必须有且只有一个外环。面有方向性，一般用其外法线方向作为该面的正向。面的形状可以是平面，也可以是曲面。



只有一个外环



有一个内环

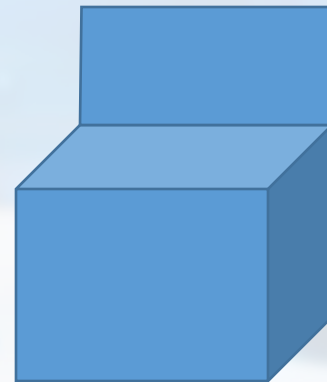
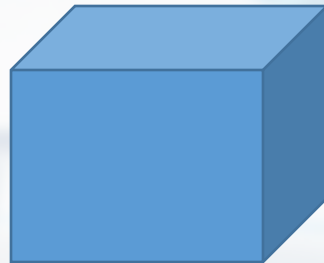
## 2

# 图形的构成

## 基本图形元素

按照：体 - 面 - 环 - 边 - 顶点 的层次记录信息

◆体（Body）：三维几何元素。由封闭表面围成的空间，其边界是有限面的并集。





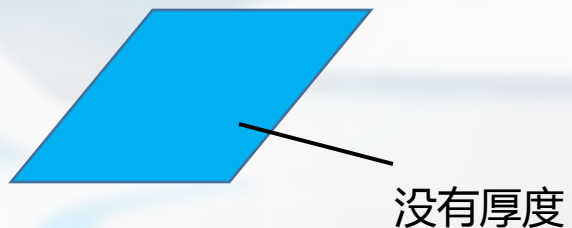
## 3

## 实体的定义

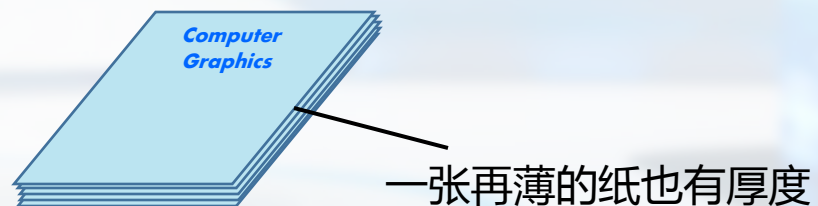
**几何造型**：通过对点、线、面、体等几何元素经平移、放缩、旋转等几何变换和并、交、差等集合运算，产生实际的或想象的物体模型。

如何保证实体的有效性呢？

数学意义上的面：



生活中的一张纸：

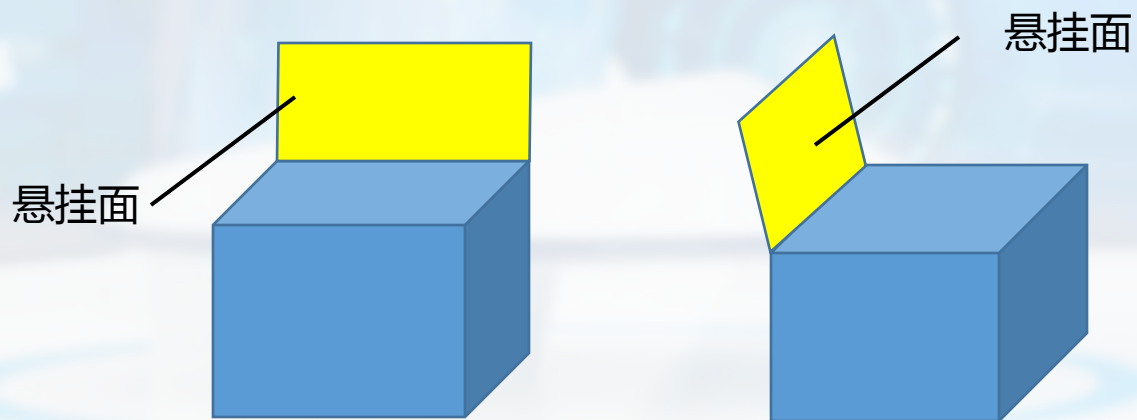


## 3

## 实体的定义

**几何造型**：通过对点、线、面、体等几何元素经平移、放缩、旋转等几何变换和并、交、差等集合运算，产生实际的或想象的物体模型。

如何保证实体的有效性呢？



### 3

## 实体的定义

### 实体的性质：

- (1) **刚性**：必须具有一定的形状；
- (2) **维数的一致性**：三维空间中，一个物体的各部分均应是三维的；
- (3) **占据有限的空间**：体积有限；
- (4) **边界的确定性**：根据物体的边界能区别出物体的内部及外部；
- (5) **封闭性**：经过一系列刚体运动及任意序列的集合运算之后，仍然是有效的物体。

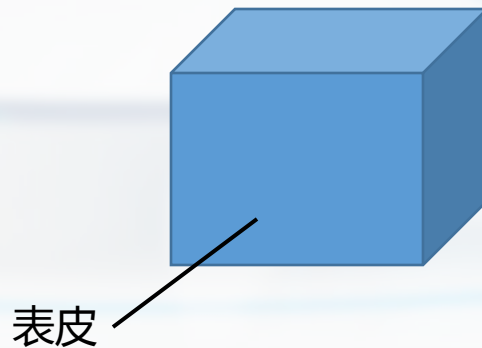


## 3

## 实体的定义

### 实体的定义：

三维空间中的物体是一个内部连通的三维点集。形象地说，是由其内部的点集及紧紧包着这些点的表皮组成的。

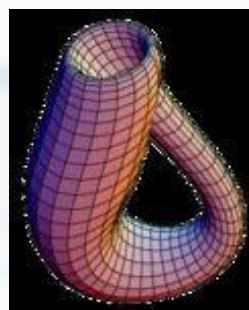


## 3

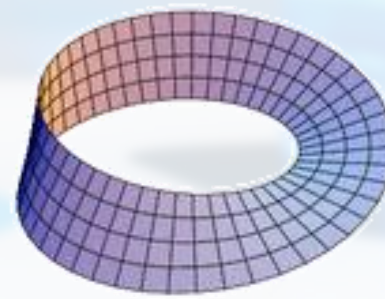
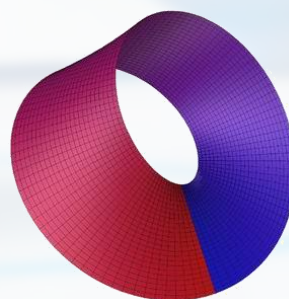
## 实体的定义

物体表面的性质：

- (1) **连通性**：位于物体表面上的任意两个点都可用实体表面上的一条路径连接起来；
- (2) **有界性**：物体表面可将空间分为互不连通的两部分，其中一部分是有界的；
- (3) **非自相交性**：物体的表面不能自相交；
- (4) **可定向性**：表面的两侧可明确定义出属于物体的内侧或外侧；
- (5) **闭合性**：物体表面的闭合性是由表面上多边形网格各元素的拓扑关系决定的。



克莱茵瓶 ( Klein Bottle )  
自交且不可定向的封闭曲面



莫比乌斯带 ( Mobius Band )  
单边不可定向

## 3

## 实体的定义

定义的方法：正则形体+二维流形

### 正则形体

从点集拓扑的角度给出定义。

一个开集的闭包指的是该开集与其所有边界点的集合的并集，其本身是一个闭集。组成一个三维物体的点的集合可以分为内部点和边界点两部分。由内部点构成的点集的闭包就是正则集。三维空间中的正则集就是正则形体，也就是上述的三维有效物体。

可以形式化定义内点为点集中的这样一些点，它们具有完全包含于该点集的充分小的领域。而边界点就是指那些不具备此性质的点集中的点。

定义点集的正则运算 $r$ 运算为：

$$r \cdot A = c \cdot i \cdot A$$



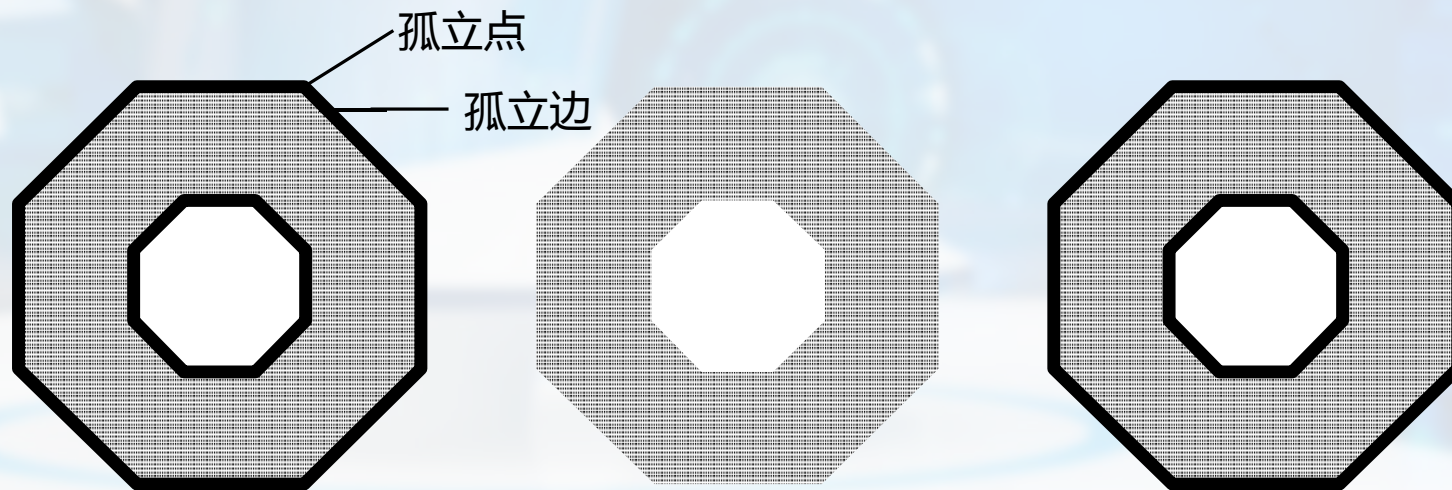
3

## 实体的定义

定义的方法：正则形体+二维流形

正则形体

$$r \cdot A = c \cdot i \cdot A$$



(a) 带有孤立点和边的二维点集A

(b) 内点集合  $i \cdot A$

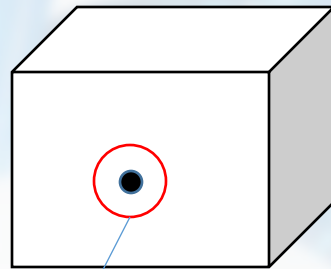
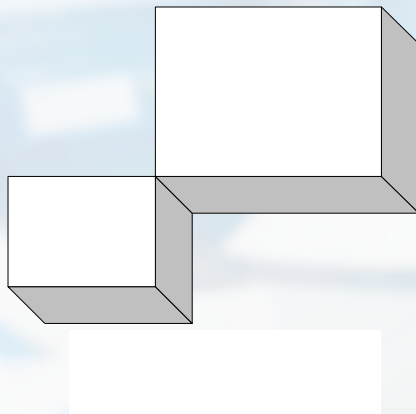
(c) 正则点集  $c \cdot i \cdot A$

## 3

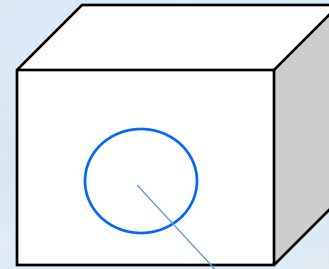
## 实体的定义

定义的方法：正则形体+二维流形

**二维流形** 所谓二维流形指的是对于实体表面上的任意一点，都可以找到一个围绕着它的任意小的领域，该领域与平面上的一个圆盘是拓扑等价的。



一个围绕着它的任意小的领域



平面上的一个圆盘



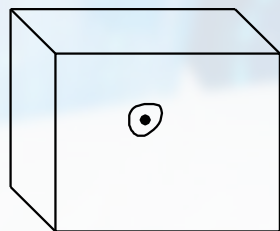
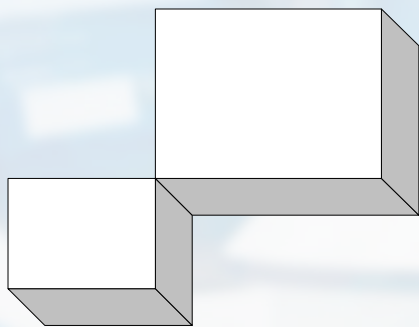
拓扑等价

## 3

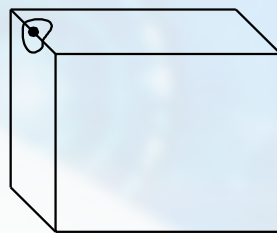
## 实体的定义

定义的方法：正则形体+二维流形

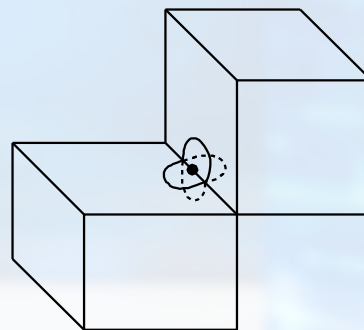
**二维流形** 所谓二维流形指的是对于实体表面上的任意一点，都可以找到一个围绕着的任意小的领域，该领域与平面上的一个圆盘是拓扑等价的。



(a) 二维流形



(b) 二维流形



(c) 非二维流形



### 3

## 实体的定义

完整的定义：

对于一个占据有限空间的**正则形体**，如果其表面是**二维流形**，则该正则形体为实体。该定义条件是可检测的，因此可由计算机来衡量一个形体是否为实体。

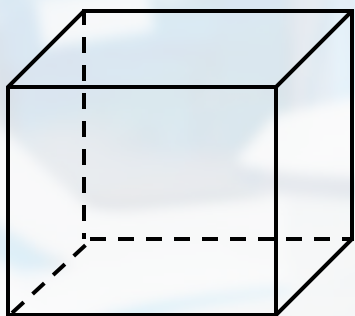
## 3

## 实体的定义

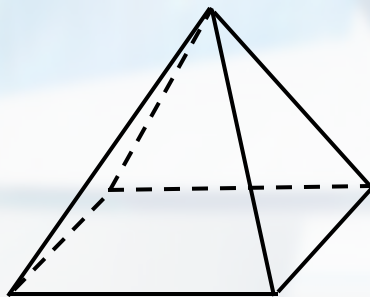
欧拉公式对平面多面体的检查：

➤简单多面体：

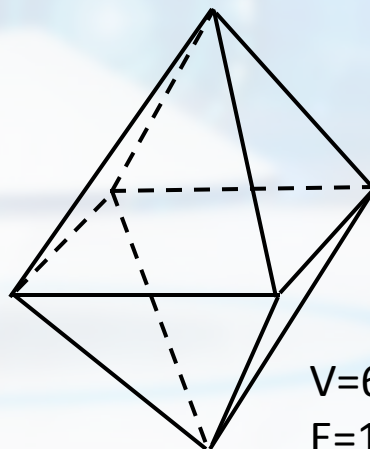
指的是那些经过连续的几何形变可以变换为一个球的多面体，即与球拓扑等价的那些多面体。



$V=8$   
 $E=12$   
 $F=6$



$V=5$   
 $E=8$   
 $F=5$



$V=6$   
 $E=12$   
 $F=8$

欧拉公式证明简单多面体的顶点数 $V$ 、边数 $E$ 和面数 $F$ 满足如下关系：  
 $V-E+F=2$

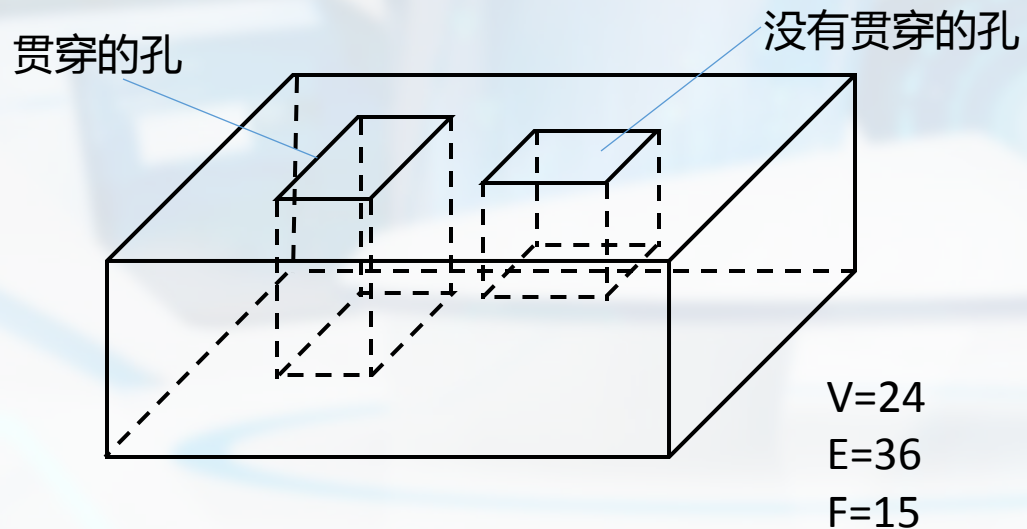
## 3

## 实体的定义

欧拉公式对平面多面体的检查：

➤非简单多面体：

不满足简单多面体条件的多面体。



此时， $V-E+F \neq 2$

令H表示多面体表面上孔的个数，G表示贯穿多面体的孔的个数，C表示独立的、不连接的多面体数，则扩展后的欧拉公式为：  
 $V-E+F-H=2(C-G)$

对于这个形体  $V=24$   $E=36$   $F=15$   $H=3$   $G=1$   $C=1$

则： $V-E+F-H=0$   $2(C-G)=0$   $\therefore$  满足  $V-E+F-H=2(C-G)$



# 谢谢

软件学院 万琳