



# 信号与线性系统

---

## 第 16 讲

教材位置：第1章-第6章

## 一. 信号的分类

1. 确定信号与随机信号。
2. 连续时间信号与离散时间信号。
3. 周期信号与非周期信号。
4. 能量信号与功率信号。

## 二. 信号的运算

- |             |                                |
|-------------|--------------------------------|
| 1. 相加:      | $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$       |
| 2. 相乘:      | $f(t) = f_1(t) \bullet f_2(t)$ |
| 3. 时移:      | $f(t) \rightarrow f(t - t_0)$  |
| 4. 尺度变换与反褶: | $f(t) \rightarrow f(at)$       |

## 三. 系统的分类

1. 连续时间系统和离散时间系统;
2. 线性系统与非线性系统;
3. 时变系统与时不变系统;
4. 因果系统与非因果系统;
5. 稳定系统与不稳定系统。

## 四. 系统的性质

1. 线性: 同时满足齐次性与叠加性。
2. 时不变性: 系统响应的形状不随激励施加的时间不同而改变。
3. 因果性: 系统的响应不应出现在激励之前。
4. 稳定性: 对有界的激励, 系统的零状态响应也是有界的。

**重点:** 线性时不变的概念、判断系统是否为线性时不变系统;

**考点:** 线性非时变系统概念, 信号基本运算及作图, 周期计算。

## 第二章 连续时间系统的时域分析

一、微分方程的算子形式  $D(p)r(t) = N(p)e(t)$  或  $r(t) = H(p)e(t)$

转移算子  $H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$

二、零输入响应 $r_{zi}(t)$

1. 定义：输入为零，由系统初始状态引起的响应。

2. 系统特征方程：  $D(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \cdots + a_1p + a_0 = 0$

3. 特征方程的根与系统的初始状态决定系统的零输入响应

特征根无重根时：  $\lambda_j (j = 1, 2, \cdots, n)$   $r(0_-), r'(0_-), \cdots, r^{(n-1)}(0_-)$

$$r_{zi}(t) = \sum_{j=1}^n c_j e^{\lambda_j t} \varepsilon(t)$$

有一 $k$ 重根时：

$$r_{zi}(t) = \sum_{j=1}^{n-k} c_j e^{\lambda_j t} \varepsilon(t) + (c_{n-k+1} + c_{n-k+2}t + \cdots + c_n t^{k-1}) e^{\lambda t} \varepsilon(t)$$

特征方程的根是系统的自然频率

## 第二章 连续时间系统的时域分析

### 三、奇异函数

#### 1. 阶跃函数与冲激函数

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 0, (t < 0) \\ 1, (t > 0) \end{cases} \quad \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \\ \delta(t) = 0, t \neq 0 \end{cases}$$

#### 2. 单位冲激函数的性质

抽样性:  $f(t)\delta(t) = f(0)\delta(t) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t)dt = f(0)$

$$f(t)\delta(t-t_0) = f(t_0)\delta(t-t_0) \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta(t-t_0)dt = f(t_0)$$

对称性:  $\delta(t) = \delta(-t) \quad \delta(t-t_0) = \delta[-(t-t_0)]$

尺度变换  $\delta(at) = \frac{1}{|a|}\delta(t) \quad \delta(at-t_0) = \frac{1}{|a|}\delta(t-\frac{t_0}{a})$

与单位阶跃函数的关系  $\int_{-\infty}^t \delta(t)dt = \varepsilon(t) \quad \frac{d}{dt} \varepsilon(t) = \delta(t)$

单位冲激偶  $\delta'(t) = \frac{d\delta(t)}{dt} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta'(t)dt = 0$

#### 3. $\delta(t)$ 表示连续时间函数 $f(t)$

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$$

## 第二章 连续时间系统的时域分析

### 四、冲激响应 $h(t)$

$$m < n \text{ 时, } H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{p - \alpha_i}$$

$$h(t) = \sum_{i=1}^n k_i e^{\alpha_i t} \varepsilon(t)$$

1. 定义：系统在 $\delta(t)$ 激励下的零状态响应。

$$m = n \text{ 时, } H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = b_m + \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{p - \alpha_i}$$

2. 计算：用系统转移算子 $H(p)$ 计算 $h(t)$ 。

$$h(t) = b_m \delta(t) + \sum_{i=1}^n k_i e^{\alpha_i t} \varepsilon(t)$$

### 五、零状态响应 $r_{zs}(t)$

1. 定义：初态为零系统对激励 $e(t)$ 的响应。

$$r_{zs}(t) = e(t) * h(t)$$

2. 计算： $r_{zs}(t)$ 等于 $h(t)$ 与激励 $e(t)$ 的卷积。

## 第二章 连续时间系统的时域分析

### 六. 卷积积分

1.定义:

$$f_1(t) * f_2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau$$

2.性质:

$$f_1(t) * f_2(t) = f_2(t) * f_1(t)$$

$$f_1(t) * [f_2(t) + f_3(t)] = f_1(t) * f_2(t) + f_1(t) * f_3(t)$$

$$f_1(t) * [f_2(t) * f_3(t)] = [f_1(t) * f_2(t)] * f_3(t)$$

$$[f_1(t) * f_2(t)]' = f_1'(t) * f_2(t) = f_1(t) * f_2'(t)$$

$$\int_{-\infty}^t [f_1(\tau) * f_2(\tau)] d\tau = f_1(t) * \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau = \left[ \int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau \right] * f_2(t)$$

$$\begin{aligned} f_1(t) * f_2(t) &= \int_{-\infty}^t f_1(\tau) d\tau * \frac{df_2(t)}{dt} \\ &= \frac{df_1(t)}{dt} * \int_{-\infty}^t f_2(\tau) d\tau \end{aligned}$$

(1) 交换律:

(2) 分配律:

(3) 结合律:

(4) 微分与积分:

(5) 任意时间函数**f(t)**与**δ(t)**卷积:

**重点:** 奇异信号时域描述、**δ(t)**性质、零输入响应求解、卷积及物理意义

**考点:** **δ(t)**及 **δ'(t)**性质, 卷积微、积分性质, **r<sub>zi</sub>**, **r<sub>zs</sub>**, **h(t)**

$$f(t) * \delta(t) = f(t)$$

$$f(t) * \delta(t - t_1) = f(t - t_1)$$

$$f(t - t_1) * \delta(t - t_2) = f(t - t_1 - t_2)$$

## 第三章 信号分析

### 一、用傅立叶级数表示周期信号

#### 1. 三角形式:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega t + b_n \sin n\Omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t + \varphi_n)$$

#### 2. 指数形式:

$$f(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n e^{jn\Omega t} \quad (\Omega = \frac{2\pi}{T})$$

$$\dot{A}_n = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} f(t) e^{-jn\Omega t} dt = (a_n - jb_n)$$

#### 尤拉公式:

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{1}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ \sin \theta = \frac{1}{2j}(e^{j\theta} - e^{-j\theta}) \end{cases} \quad \begin{cases} e^{j\theta} = \cos \theta + j\sin \theta \\ e^{-j\theta} = \cos \theta - j\sin \theta \end{cases}$$

#### 3. 函数的奇, 偶性与傅里叶级数的谐波分量的关系:

偶函数不含正弦分量; 奇函数只有正弦分量; 半周期镜像对称函数只含有奇次谐波分量, 因此也称作奇谐函数; 半周期重叠对称函数只含有偶次谐波分量, 因此也称作偶谐函数。



## 第三章 信号分析

### 二、周期信号的频谱

任一周期信号都可以表示为一直流分量和一系列谐波分量之和。

频谱特点：离散性、谐波性、收敛性

频带宽度： $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau}$

### 三、非周期信号的频谱

(一) 当  $T \rightarrow \infty$  时,  $\Omega$  (间隔)  $= \frac{2\pi}{T} \rightarrow$  无穷小, 离散谱变成连续谱, 同时  $|\dot{A}_n| \rightarrow$  无穷小

#### 1. 频谱函数 (频谱密度函数) 和傅立叶变换

$$\begin{cases} F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = |F(j\omega)|e^{j\varphi(\omega)} \\ f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)e^{j\omega t} d\omega \end{cases}$$

傅里叶变换的物理意义:

非周期信号也可被分解成许多不同频率的正弦分量, 这些正弦分量以虚指数信号  $e^{j\omega t}$  的形式出现, 换言之, 非周期信号亦可表示成许多为  $e^{j\omega t}$  的分量之和的形式。

## 第三章 信号分析

2. 非周期性脉冲信号的频谱函数 $F(j\omega)$ 和由该脉冲按周期 $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ 延拓而构成的周期信号的复数振幅 $\dot{A}_n$ 之间的关系： $\dot{A}_n = \frac{2}{T} F(j\omega) \big|_{\omega = n\Omega}$

(二) 傅氏变换的性质  $f(t) \leftrightarrow F(j\omega)$

时移： $f(t - t_0) \leftrightarrow F(j\omega)e^{-j\omega t_0}$  尺度变换： $f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} F(j\frac{\omega}{a})$

频移： $f(t)e^{j\omega_c t} \leftrightarrow F(j\omega - j\omega_c)$  对称性质： $F(jt) \leftrightarrow 2\pi f(-\omega)$

时域微分： $f'(t) = \frac{df(t)}{dt} \leftrightarrow j\omega F(j\omega)$   $\frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow (j\omega)^n F(j\omega)$

时域积分： $\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{1}{j\omega} F(j\omega) + \pi F(0)\delta(\omega)$

频域微分： $-jtf(t) \leftrightarrow \frac{dF(j\omega)}{d\omega}$

频域积分： $\pi f(0)\delta(t) + j\frac{f(t)}{t} \leftrightarrow \int_{-\infty}^{\omega} F(j\Omega) d\Omega$

时域卷积：

频域卷积：

$$f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(j\omega)F_2(j\omega)$$

$$f_1(t)f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi} [F_1(j\omega) * F_2(j\omega)]$$

## 第三章 信号分析

(三) 求频谱函数 $F(j\omega)$ 三种方法：由定义式求、用极限求、利用性质求

常用变换公式

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad 1 \leftrightarrow 2\pi\delta(\omega) \quad \varepsilon(t) \leftrightarrow \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega} \quad e^{-\alpha t} \varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha + j\omega}$$

$$\operatorname{sgn}(t) = \varepsilon(t) - \varepsilon(-t) \leftrightarrow \frac{2}{j\omega} \quad G_\tau(t) = \varepsilon(t + \frac{\tau}{2}) - \varepsilon(t - \frac{\tau}{2}) \leftrightarrow \tau \operatorname{Sa}(\frac{\omega\tau}{2})$$

$$\sin(\omega_0 t) \leftrightarrow j\pi[\delta(\omega + \omega_0) - \delta(\omega - \omega_0)] \quad \cos(\omega_0 t) \leftrightarrow \pi[\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

## 四、周期信号的频谱密度函数

$$F(j\omega) = F[f(t)] = F[\frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n e^{jn\Omega t}] = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n \bullet 2\pi\delta(\omega - n\Omega) = \pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{A}_n \delta(\omega - n\Omega)$$
$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - kT) \leftrightarrow \Omega \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\Omega) \quad \Omega = \frac{2\pi}{T}$$

## 五、帕色伐尔定理与能量频谱

1. 信号能量:  $W = \int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega$

## 第三章 信号分析

2. 平均功率: 
$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [f(t)]^2 dt = \overline{[f(t)]^2} = \left(\frac{A_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{A_n}{2}\right)^2$$

3. 非周期信号的能谱: 
$$G(\omega) = \frac{dW}{d\omega} \quad (0 < \omega < \infty)$$

$$W = \int_0^{\infty} G(\omega) d\omega$$

4.  $G(\omega)$ 与 $F(j\omega)$ 的关系: 
$$G(\omega) = \frac{1}{\pi} |F(j\omega)|^2 \quad (0 < \omega < \infty)$$

5. 频带宽度: 集中90%能量的频带为信号的占有频带

$$\Delta\omega = B_s \quad \frac{1}{\pi} \int_0^{B_s} |F(j\omega)|^2 d\omega = \eta \int_{-\infty}^{\infty} [f(t)]^2 dt = \eta W \quad (\eta = 90\%)$$

**重点:** 周期信号的频谱特点、非周期信号的频谱分析、周期信号频谱与非周期信号频谱的区别与联系、傅立叶变换的性质及灵活运用、频带宽度、帕色伐尔定理与能量频谱

**考点:** 奇函数、偶函数、奇、偶谐函数的傅里叶级数。  
傅里叶变换及其性质。

## 第四章 连续时间系统的频域分析

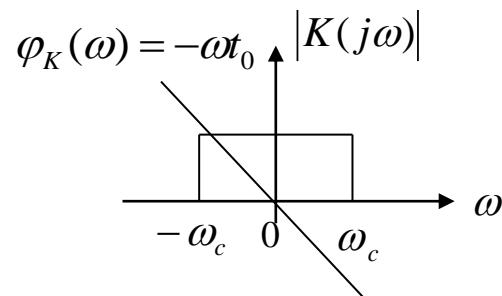
### 一、系统的频域分析方法

$$R(j\omega) = H(j\omega) \cdot E(j\omega)$$

$$\text{其中 } r(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} R(j\omega) \quad h(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} H(j\omega) \quad e(t) \xleftrightarrow{\text{FT}} E(j\omega)$$

### 二、理想低通滤波器的特性

$$K(j\omega) = \begin{cases} Ke^{-j\omega t_0}, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$



### 三、系统不失真的传输条件

时域:

$$r(t) = Ke(t - t_0)$$

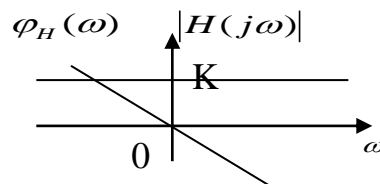
频域:

$$R(j\omega) = KE(j\omega)e^{-j\omega t_0}$$

系统函数:

$$H(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0} \stackrel{\text{令}}{=} |H(j\omega)| e^{j\phi_H(\omega)}$$

不失真条件: 
$$\begin{cases} |H(j\omega)| = K \\ \phi_H(\omega) = -\omega t_0 \end{cases}$$



## 第四章 连续时间系统的频域分析

### 四、物理可实现系统

物理可实现系统即满足因果性的系统。

在时域中，表现为响应必须出现在激励之后，

在频域中，意味着系统转移函数的幅值 $|H(j\omega)|^2$  曲线下的面积应为有限值，且有

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln |H(j\omega)||}{1 + \omega^2} d\omega < \infty \quad \text{——佩利—维纳准则}$$

#### 重 点：

各种滤波器的概念及特性、系统转移函数 $H(j\omega)$ 与冲激响应 $h(t)$ 的关系、系统不失真的传输条件、信号经过系统传输后的频域分析

#### 考 点：

$H(j\omega)$ 与 $h(t)$ 的关系，无失真传输的条件。因果系统定义和条件

# 第五章 连续时间系统的复频域分析

## 一、拉普拉斯变换

### (一) 定义

$$\left\{ \begin{array}{l} F(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-st} dt \\ f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds \end{array} \right. \quad \text{—— 双边} LT$$
$$\left\{ \begin{array}{l} F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \\ f(t) = \left[ \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st} ds \right] \end{array} \right. \quad \text{—— 单边} LT$$

#### 1. 拉氏变换的物理意义:

信号可以被分解为许多形式为复指数信号 $e^{st}$ 的分量之和。拉氏变换是傅氏变换的推广，傅氏变换是拉氏变换在 $\sigma=0$ 时的特殊情况。

#### 2. 拉氏变换的收敛域

右边信号的收敛域:  $\sigma > \sigma_a$

## 第五章 连续时间系统的复频域分析

(二) 性质  $f(t)\varepsilon(t) \leftrightarrow F(s)$

延时:  $f(t-t_0)\varepsilon(t-t_0) \leftrightarrow F(s)e^{-st_0}$

复频率平移:  $f(t)e^{s_0 t} \leftrightarrow F(s-s_0)$

尺度变换:  $f(at) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) (a > 0)$

时域微分:  $\frac{df(t)}{dt} \leftrightarrow sF(s) - f(0^-)$

时域积分:  $\int_{-\infty}^t f(\tau)d\tau \leftrightarrow \frac{F(s)}{s} + \frac{\int_{-\infty}^0 f(\tau)d\tau}{s}$

$\frac{d^n f(t)}{dt^n} \leftrightarrow s^n F(s) - s^{n-1}f(0^-) - s^{n-2}f'(0^-) - \dots - f^{(n-1)}(0^-)$

复频域微分:  $tf(t) \leftrightarrow -\frac{dF(s)}{ds}$

复频域积分:  $\frac{f(t)}{t} \leftrightarrow \int_s^\infty F(x)dx$

时域卷积:  $f_1(t) * f_2(t) \leftrightarrow F_1(s)F_2(s)$

复频域卷积:

初值定理:  $f(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$

$f_1(t)f_2(t) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi j} [F_1(s) * F_2(s)]$

终值定理:  $f(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$



## 第五章 连续时间系统的复频域分析

(三) 求F(s): 用定义式、用性质求——需要熟记的公式

$$\delta(t) \leftrightarrow 1 \quad \varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s} \quad t\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s^2} \quad e^{-\alpha t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{s+\alpha} \quad te^{-\alpha t}\varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{1}{(s+\alpha)^2}$$

$$\sin \omega t \varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad \cos \omega t \varepsilon(t) \leftrightarrow \frac{s}{s^2 + \omega^2} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \delta(t - nT) \leftrightarrow \frac{1}{1 - e^{-sT}}$$

$$e^{-at} \cos \omega t \leftrightarrow \frac{(s+a)}{(s+a)^2 + \omega^2} \quad e^{-at} \sin \omega t \leftrightarrow \frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$$

单边周期信号  $f(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(t - kT)$  的拉普拉斯变换

$$\text{若 } g(t) \leftrightarrow G(s) \quad \text{则 } F(s) = \frac{G(s)}{1 - e^{-sT}}$$

# 第五章 连续时间系统的复频域分析

## 二、拉普拉斯反变换 一由F(s)求f(t)

求法：用定义式、用性质求、部分分式展开法、留数法

部分分式展开法：

$$F(s) = \sum_{i=1}^n \frac{k_i}{s - s_i} \leftrightarrow f(t) = \sum_{i=1}^n k_i e^{s_i t} \varepsilon(t)$$

单阶极点

$$k_i = [(s - s_i)F(s)]_{s=s_i} \quad k_i = \left[ \frac{N(s)}{D'(s)} \right]_{s=s_k}$$

二阶极点

$$\frac{k_i}{(s - a)^2} \leftrightarrow k_i t e^{at} \varepsilon(t) \quad k_i = \frac{d}{ds} [(s - a)^2 F(s)]_{s=a}$$

留数法：

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(s) e^{st} ds$$

若 $s_k$ 为一阶极点，则

$$\text{Res}_k = [(s - s_k)F(s)e^{st}]_{s=s_k}$$

若 $s_k$ 为P阶极点，则

$$\text{Res}_k = \frac{1}{(p-1)!} \left\{ \frac{d^{p-1}}{ds^{p-1}} [(s - s_k)^p F(s)e^{st}] \right\}_{s=s_k}$$

# 第五章 连续时间系统的复频域分析

## 三、线性系统的拉普拉斯变换分析法

### (一) 运算法——直接求全响应

1. 若已知系统方程，则用单边拉普拉斯变换的时域微分性质直接求解。
2. 若已知电路系统，则先作电路的复频域模型，列出系统的复频域形式的系统方程；再求解该方程（或方程组）得到响应的拉普拉斯变换；最后取反拉普拉斯变换得到响应的时域解。

### (二) 通过 $H(s)$ 求响应

$$R(s) = R_{zi}(s) + R_{zs}(s) \leftrightarrow r(t) = r_{zi}(t) + r_{zs}(t)$$

$r_{zi}(t)$ 由 $D(s)=0$ 的根及初始状态 $r(0_-)$ 、 $r'(0_-)$ 、 $\dots$ 等决定

$$R_{zs}(s) = H(s)E(s) \leftrightarrow r_{zs}(t) = L^{-1}\{R_{zs}(s)\}$$

# 第五章 连续时间系统的复频域分析

---

## 四、系统模拟与信号流图

1. 基本单元：积分器、标量乘法器、加法器
2. 模拟系统的三种形式：直接模拟
3. 系统的模拟图可为时域，亦可为复频域。

### 重点：

拉氏变换的性质及求解、利用拉氏变换求系统的零输入响应和零状态响应、系统的模拟

### 考点：

常用信号的拉普拉斯变换，单边周期信号的拉普拉斯变换，拉普拉斯变换的性质，利用拉氏变换求解系统的零输入响应和零状态响应，已知系统函数或微分方程，作系统的模拟图

# 第六章 连续时间系统的系统函数

## 一、系统函数 $H(s)$

1. 定义：零状态响应函数 $R(s)$ 与激励函数 $E(s)$ 之比  $H(s) = \frac{R_{zs}(s)}{E(s)}$
2. 分类：策动点函数 和 转移函数
3. 三种图示法：频响曲线、复轨迹、极零图
4.  $H(s)$ 与冲激响应 $h(t)$ 的关系：  $h(t) \xleftrightarrow{\text{LT}} H(s)$

## 二、系统函数的零极点分布决定时域特性 $[h(t)]$

$$H(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = \frac{b_m \prod_{i=1}^m (s - z_i)}{\prod_{j=1}^n (s - p_j)}$$

极点在s左半平面 系统稳定

极点在s右半平面 系统不稳定

单阶极点在虚轴 系统 临界稳定

## 第六章 连续时间系统的系统函数

### 三、系统稳定性

1. 对于因果系统，其稳定性有以下几种表述形式：

(1) 时域  $\int_0^{\infty} |h(t)| dt = c < \infty$

(2) 系统函数 $H(s)$ 的收敛域为 $\sigma > \alpha$ ,且包含 $j\omega$ 轴。

(3)  $H(s)$ 的所有极点 $p_j$ 均位于复平面的左半平面。

2. 系统的稳定性判据 —— 罗斯—霍维茨 (**Routh-Hurwitz**) 准则

系统稳定： $D(s)=0$ 的根全部位于 $s$ 左半平面—充要条件：

( i )  $D(s)$ 全部系数 $a_i$ 符号相同，且无缺项；—必要条件

( ii ) 罗斯—霍维茨阵列中第一列数字  $A_i$  符号相同—充分条件

**重 点：**

系统函数的定义及计算方法、系统函数的零极点分布与系统时域特性及频域特性的关系、系统稳定性判据

**考 点：**

$H(s)$ 与 $h(t)$ 的关系； $H(s)$ 的零、极点，零、极点图；已知系统函数 $H(s)$ ，判断系统稳定性；或由所给系统模拟图，先得到 $H(s)$ ，再判断系统的稳定性。