

# 如果是圆？（下）

## 中点画圆法

华中科技大学软件学院 万琳





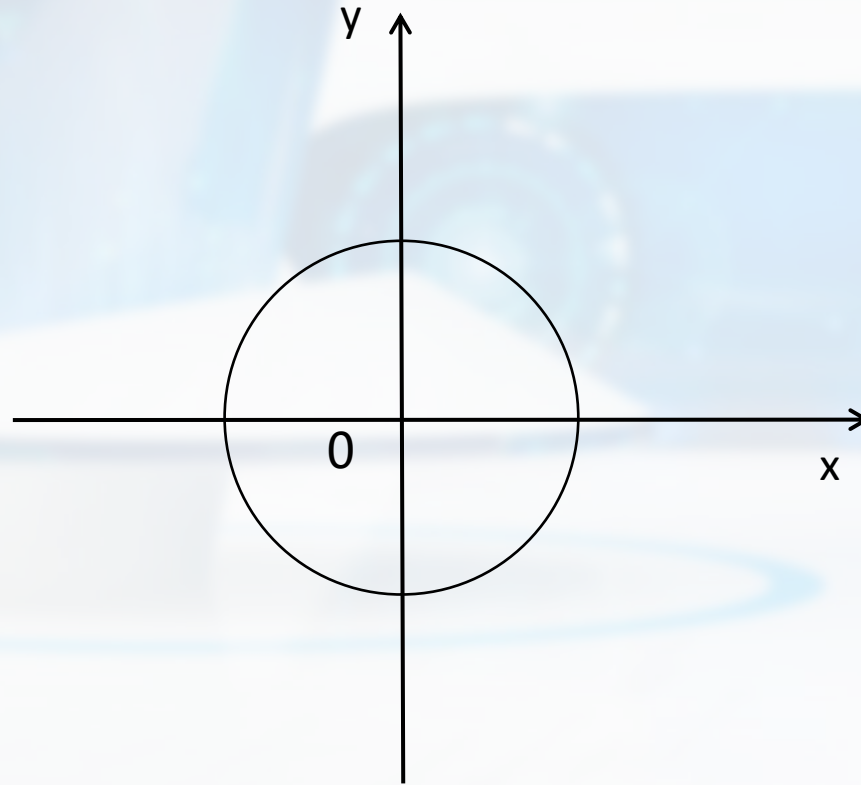
## 提纲

- ① 中点画圆算法思想分析
- ② 中点Bresenham画圆法

1

## 中点画圆法画法思想分析

问题描述：绘制 $x^2+y^2=R^2$ 的圆



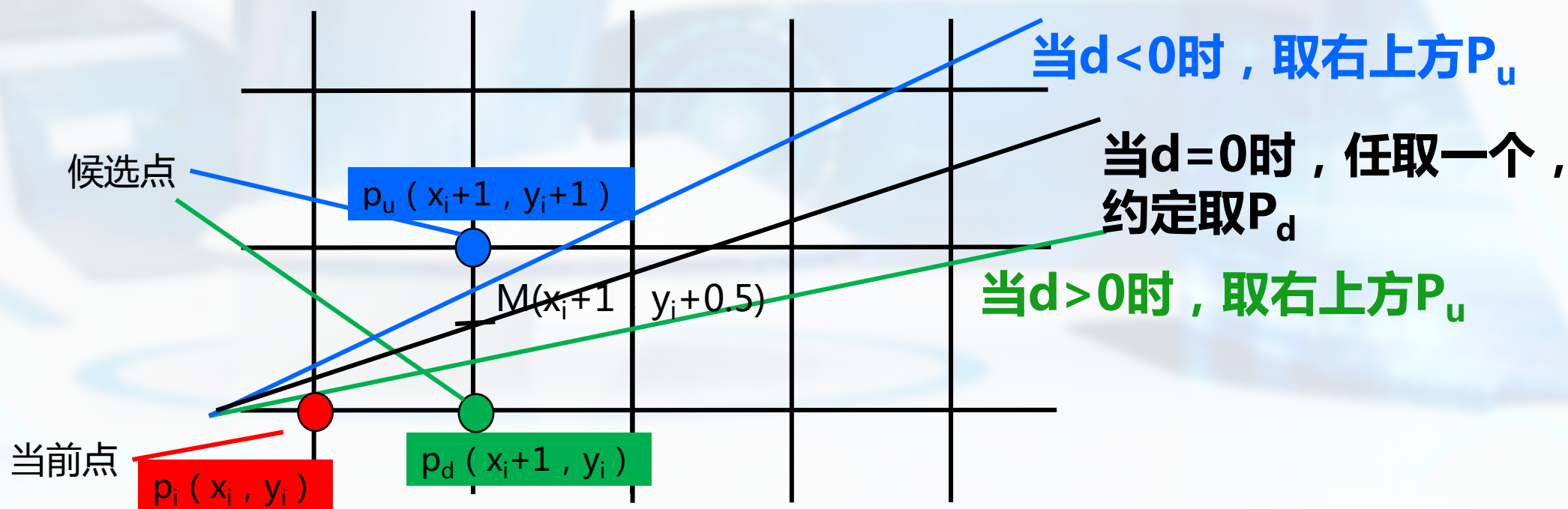
1

## 中点画圆法画法思想分析

对直线中点Bresenham画法的联想：

假定 $0 \leq k \leq 1$ ，x是最大位移方向 判别式 $d = F(M)$

直线段的  
隐式方程



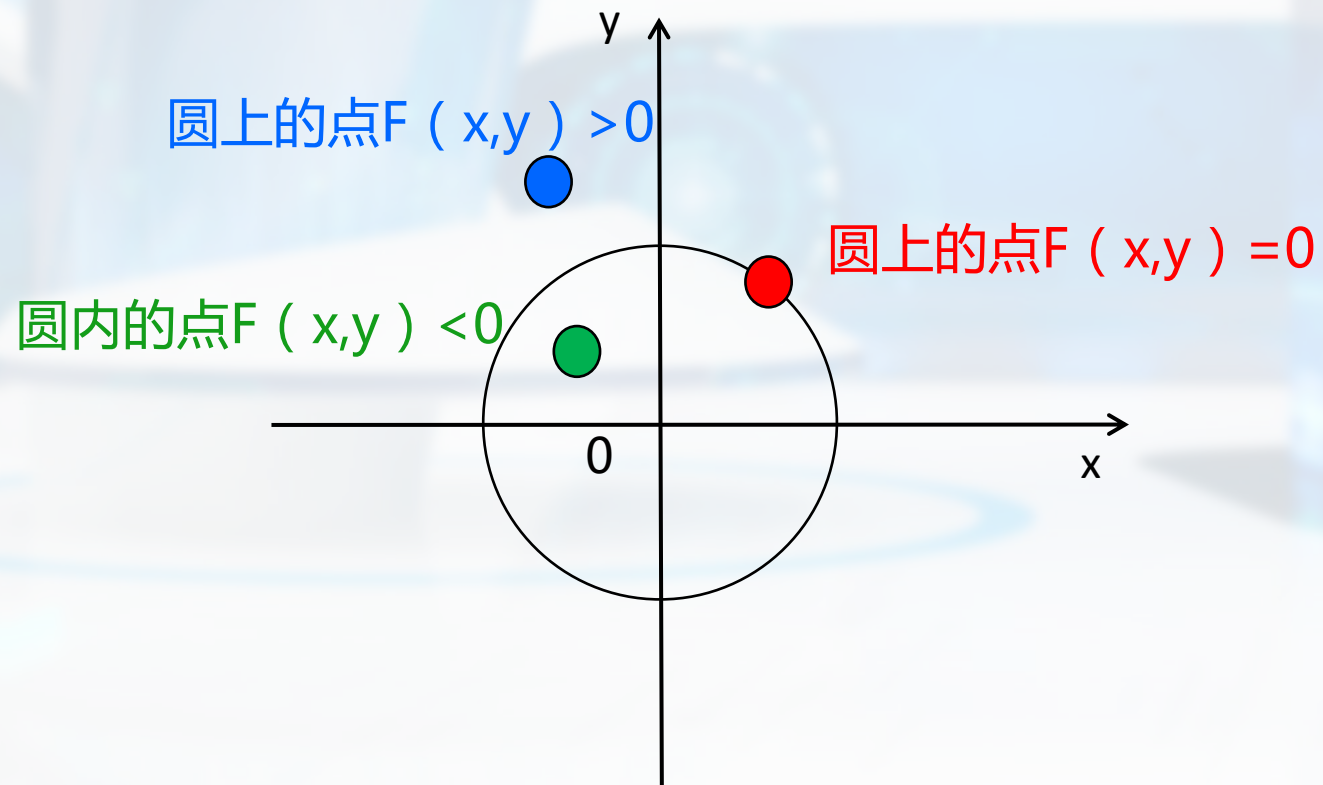


1

## 中点画圆法画法思想分析

问题描述：绘制 $x^2+y^2=R^2$ 的圆

圆的隐式方程 $F(x,y) = x^2+y^2-R^2$

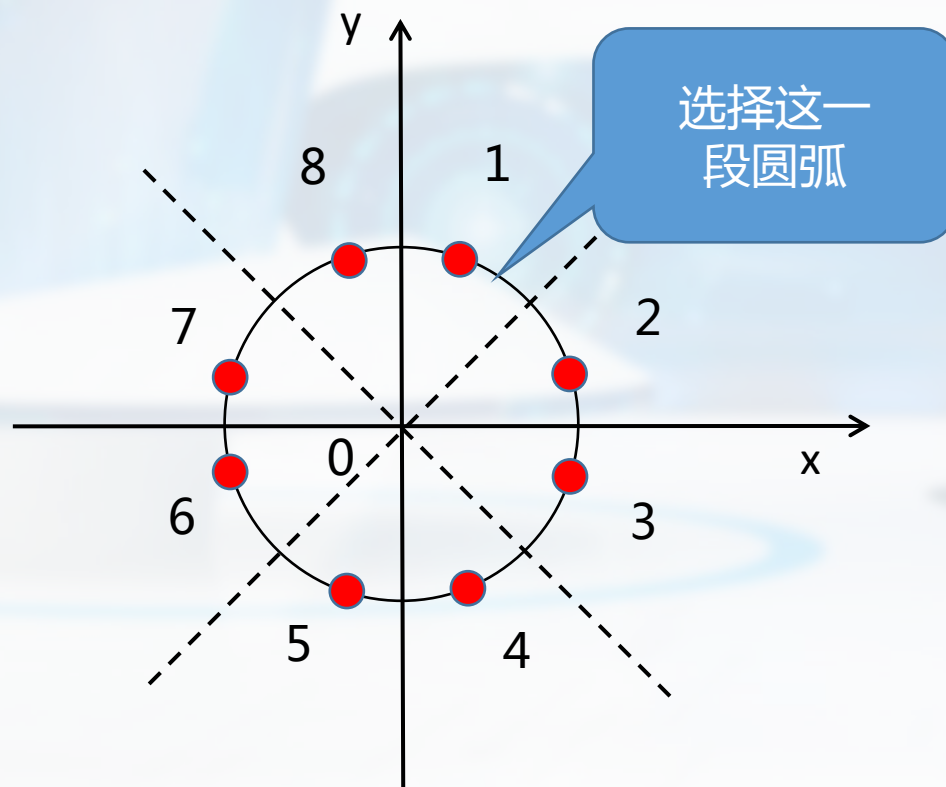


1

## 中点画圆法画法思想分析

**问题描述：**绘制 $x^2+y^2=R^2$ 的圆

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

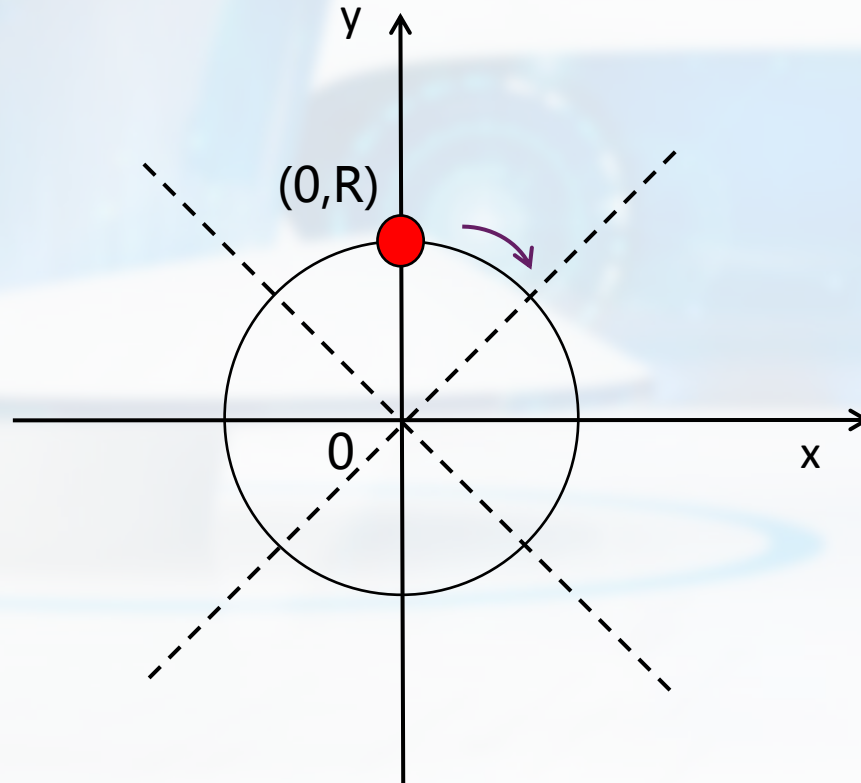


1

## 中点画圆法画法思想分析

**问题描述：**绘制 $x^2+y^2=R^2$ 的圆

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

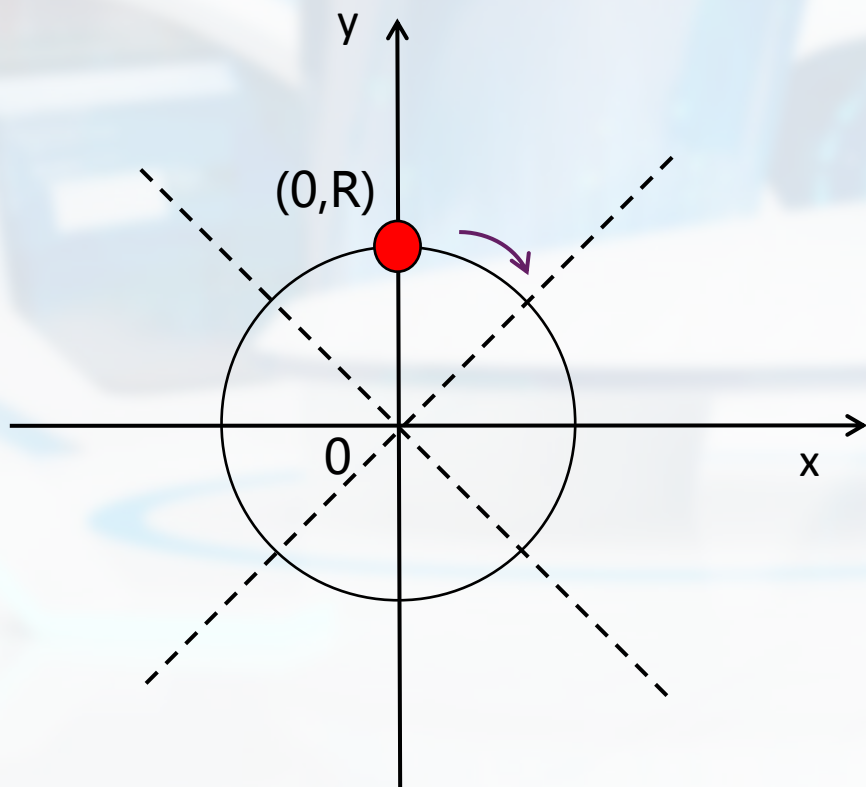


1

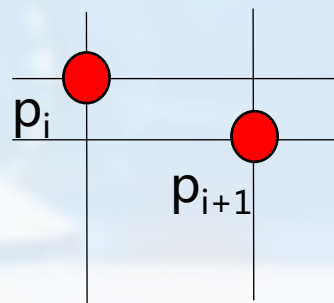
## 中点画圆法画法思想分析

**问题描述：**绘制 $x^2+y^2=R^2$ 的圆

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧



与八分法画圆一样，最大位移是x方向！



$$\Delta x > \Delta y$$



2

## 中点Bresenham画圆法

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

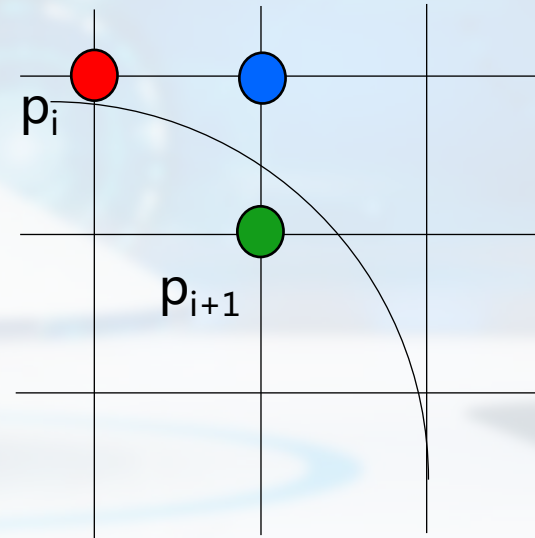
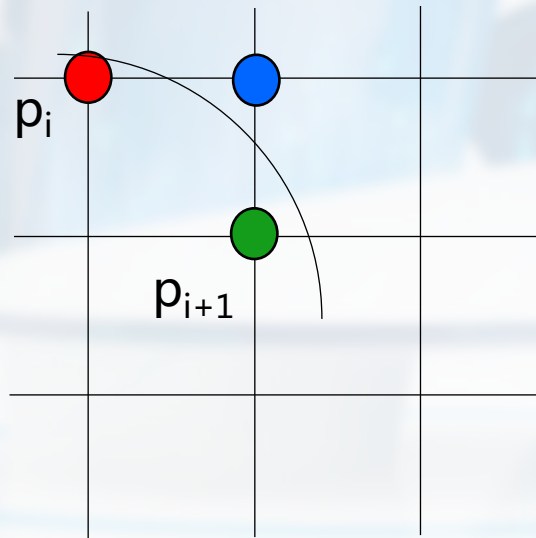
X每次增加1，y减少1或者不变



y减少1



y不变

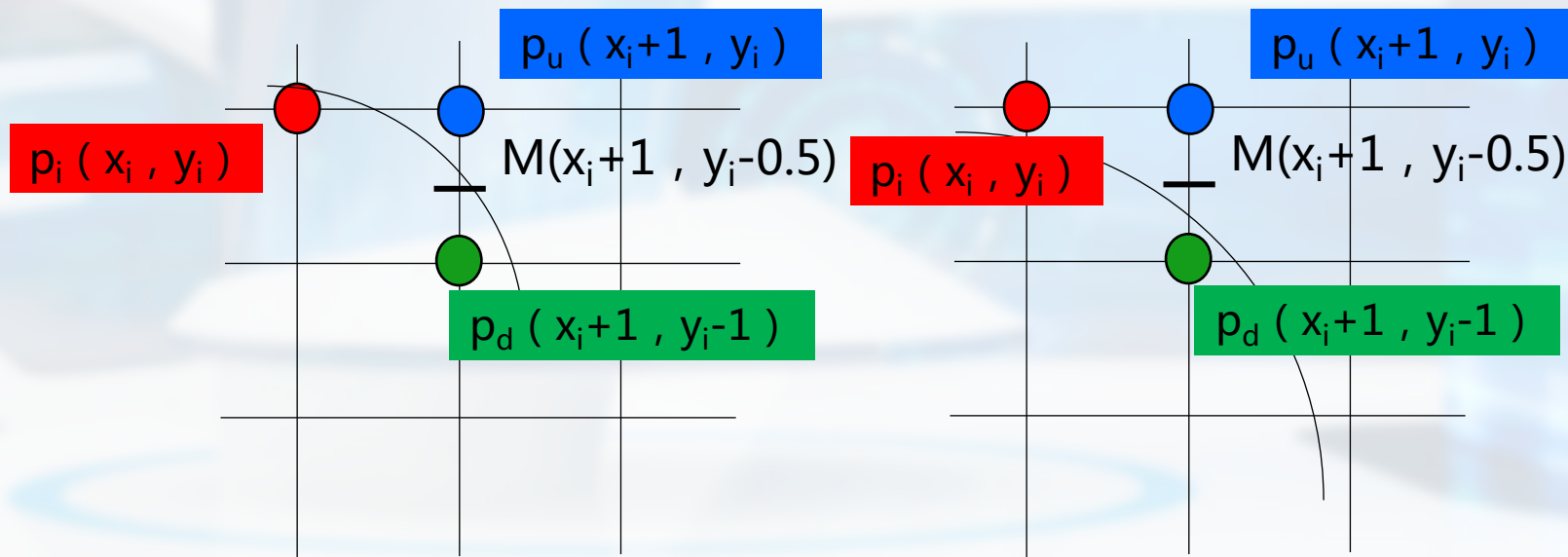


## 2

## 中点Bresenham画圆法

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

依据什么来取点呢？

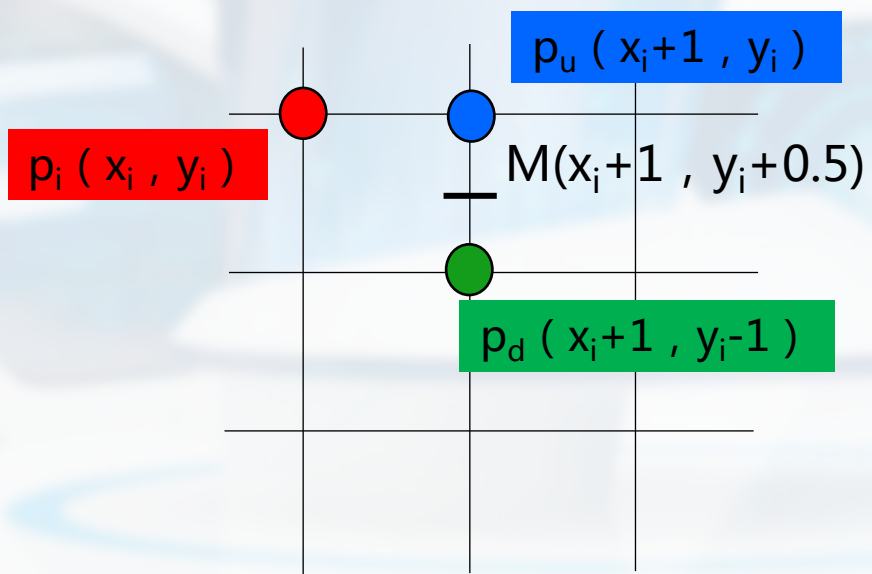


2

## 中点Bresenham画圆法

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

依据什么来取点呢？



构造判别式：

将点M带入圆的隐式方程  $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$

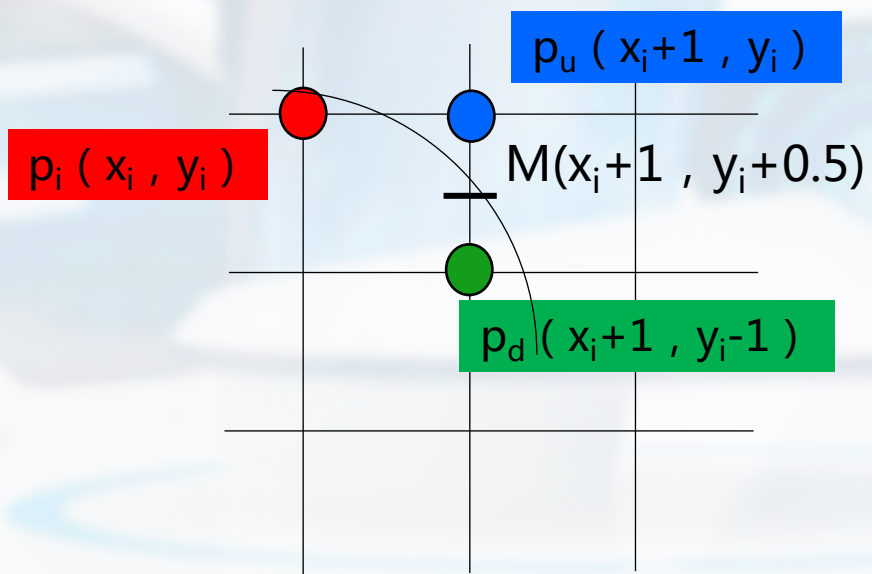
$$d = F(M) = (x_i+1)^2 + (y_i-0.5)^2 - R^2$$

## 2

## 中点Bresenham画圆法

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

依据什么来取点呢？



构造判别式：

将点M带入圆的隐式方程  $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$

$$d = F(M) = (x_i + 1)^2 + (y_i - 0.5)^2 - R^2$$

如果  $d < 0$  M在圆内，取哪个点？

**取  $p_u$  !**

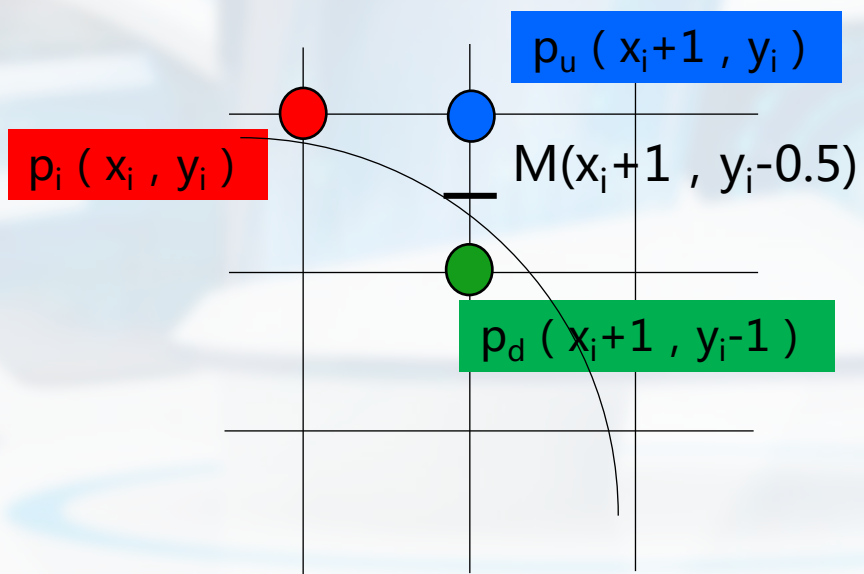


## 2

## 中点Bresenham画圆法

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

依据什么来取点呢？



构造判别式：

将点M带入圆的隐式方程  $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$

$$d = F(M) = (x_i+1)^2 + (y_i-0.5)^2 - R^2$$

如果  $d > 0$  M在圆外，取哪个点？

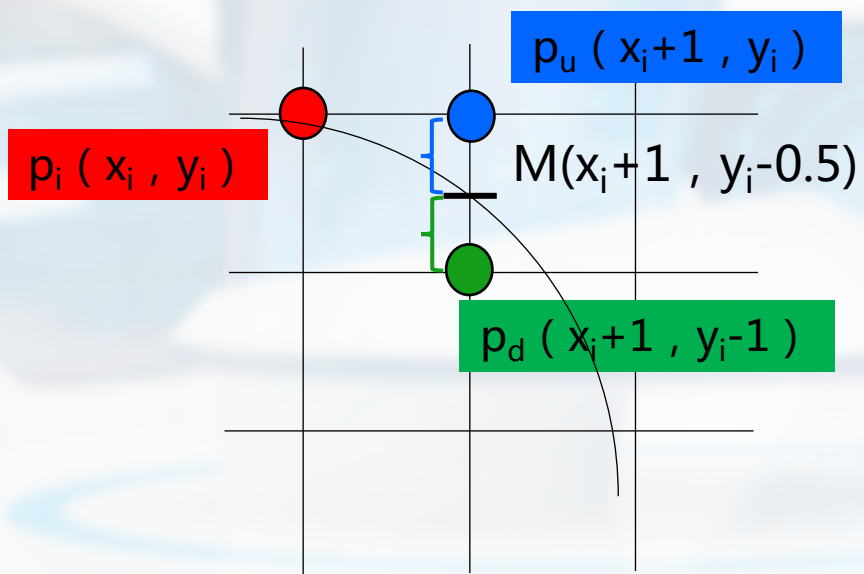
**取  $p_d$  !**

## 2

## 中点Bresenham画圆法

问题的简化：只考虑这1/8段圆弧

依据什么来取点呢？



构造判别式：

将点M带入圆的隐式方程  $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$

$$d = F(M) = (x_i+1)^2 + (y_i-0.5)^2 - R^2$$

如果  $d=0$  M在圆上，取哪个点？

**任取一个，约定取  $p_u$  ！**

## 2

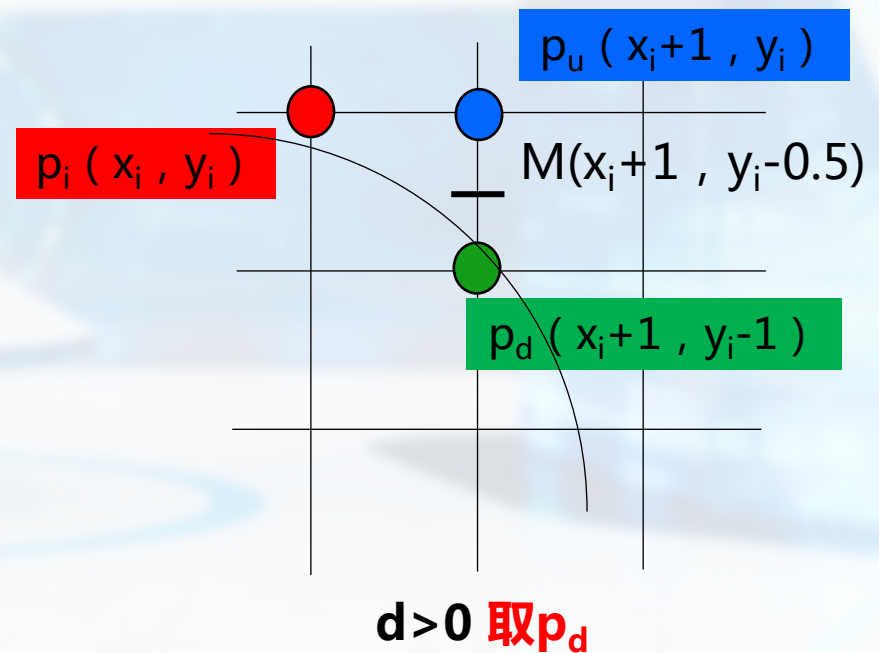
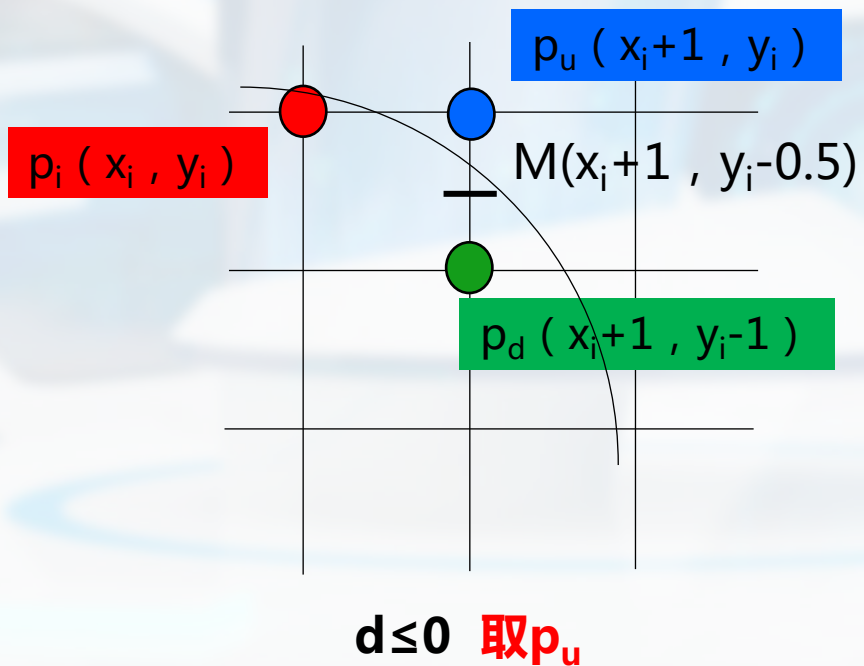
## 中点Bresenham画圆法

如何依据判别式取点：

将点M带入圆的隐式方程 $F(x, y) = x^2 + y^2 - R^2$

判别式 $d = F(M) = (x_i + 1)^2 + (y_i - 0.5)^2 - R^2$

如何递推？

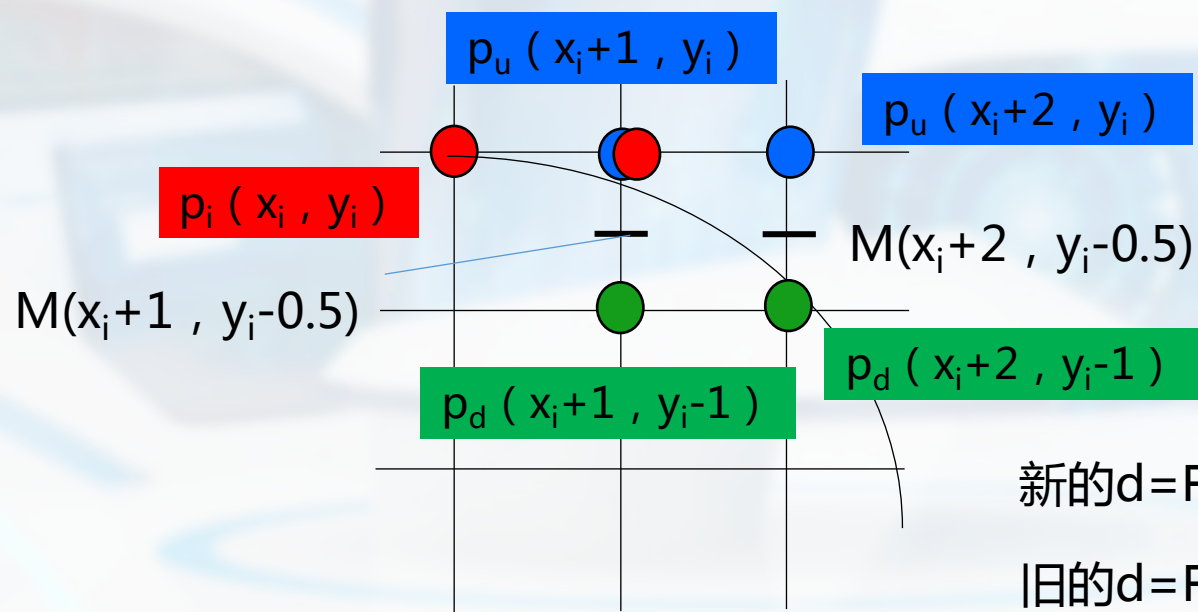


2

## 中点Bresenham画圆法

第一种情况  $d \leq 0$  取  $p_u$

$$F(M) = x^2 + y^2 - R^2$$



$$\text{新的 } d = F(\text{新的 } M) = (x_i+2)^2 + (y_i-0.5)^2 - R^2$$

$$\text{旧的 } d = F(\text{旧的 } M) = (x_i+1)^2 + (y_i-0.5)^2 - R^2$$

$$\Rightarrow \Delta d = 2x_i + 3$$

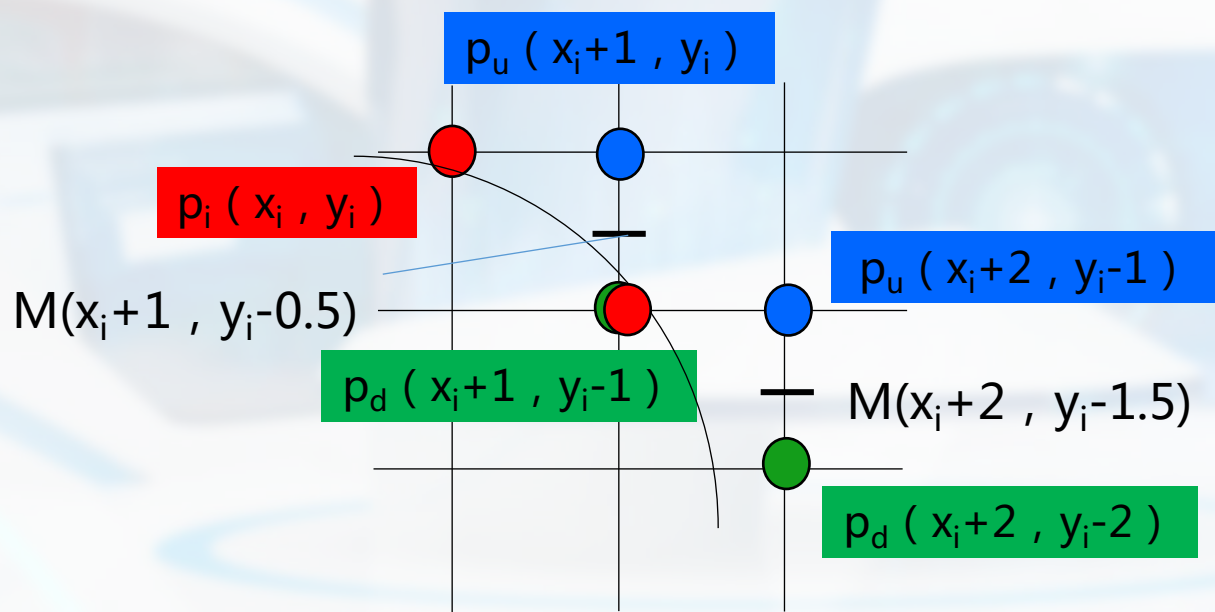


2

## 中点Bresenham画圆法

第二种情况  $d > 0$  取  $p_d$

$$F(M) = x^2 + y^2 - R^2$$



$$\text{新的} d = F(\text{新的} M) = (x_i+2)^2 + (y_i-1.5)^2 - R^2$$

$$\text{旧的} d = F(\text{旧的} M) = (x_i+1)^2 + (y_i-0.5)^2 - R^2$$

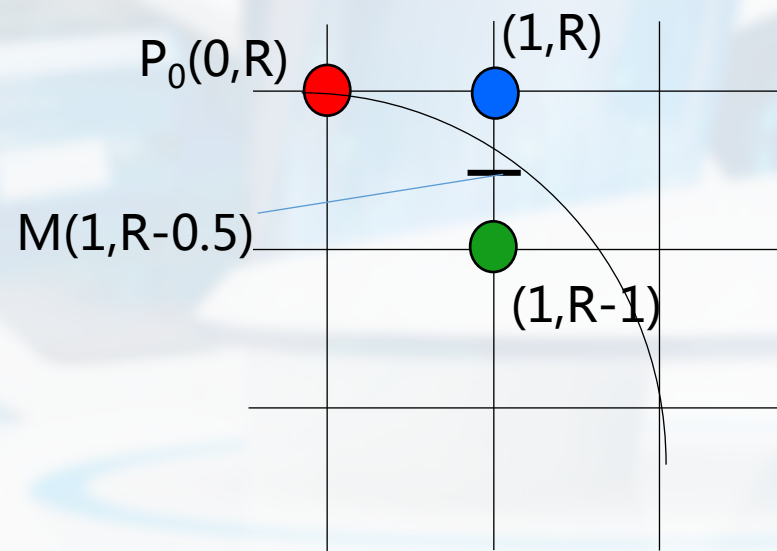
$$\Delta d = 2(x_i - y_i) + 5$$

## 2

## 中点Bresenham画圆法

**d的初值**

$$F(M) = x^2 + y^2 - R^2$$



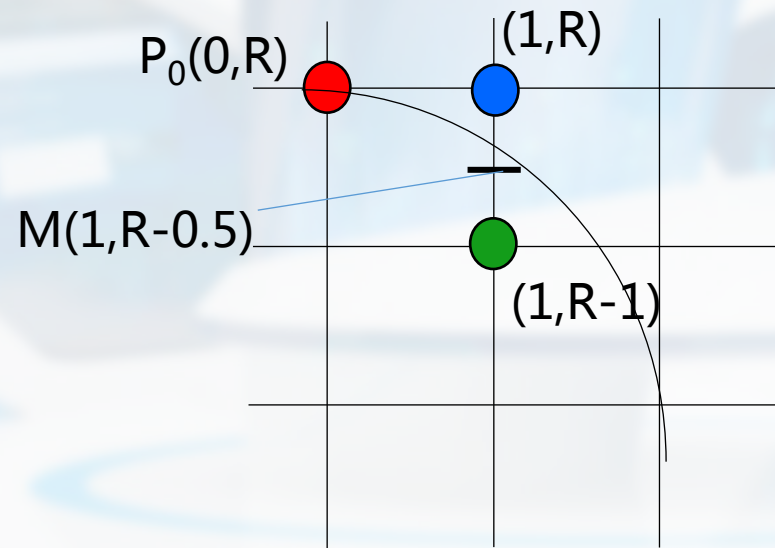
$$\begin{aligned}d_0 &= F(M) \\&= 1^2 + (R-0.5)^2 - R^2 \\&= 1.25 - R\end{aligned}$$

2

## 中点Bresenham画圆法

### d的整数化尝试

$$F(M) = x^2 + y^2 - R^2$$



$$\begin{aligned}d_0 &= F(M) \\&= 1^2 + (R-0.5)^2 - R^2 \\&= 1.25 - R\end{aligned}$$

令新的 $d = d - 0.25$

2

## 中点Bresenham画圆法

**d的整数化尝试 : 令新的 $d = d - 0.25$**

$$d_0 = 1.25 - R$$

$$d \leq 0$$

$$\Delta d = 2(x_i - y_i) + 5$$

.....

$$d > 0$$

$$\Delta d = 2x_i + 3$$

.....

$$d_0 = 1 - R$$

$$d \leq 0.25$$

$$\Delta d = 2(x_i - y_i) + 5$$

.....

$$d > 0.25$$

$$\Delta d = 2x_i + 3$$

.....



2

## 中点Bresenham画圆法

**d的整数化尝试 : 令新的 $d = d - 0.25$**

$$d_0 = 1.25 - R$$

$$d \leq 0$$

$$\Delta d = 2(x_i - y_i) + 5$$

.....

$$d > 0$$

$$\Delta d = 2x_i + 3$$

.....



$$d_0 = 1 - R$$

$$d \leq 0.25$$

$$\Delta d = 2(x_i - y_i) + 5$$

.....

$$d > 0.25$$

$$\Delta d = 2x_i + 3$$

.....

都不会再产生浮点数

2

## 中点Bresenham画圆法

**d的整数化分析 : 令新的 $d = d - 0.25$**



**只需要判断d的符号！**

2

## 中点Bresenham画圆法

### 算法步骤：

(1) 输入圆的半径R

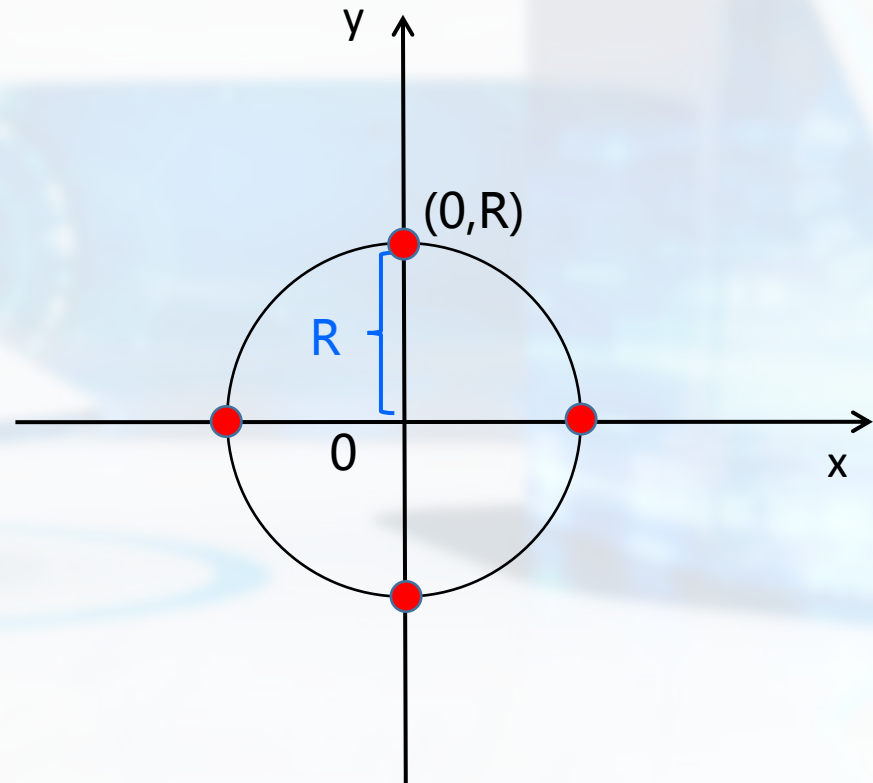
(2) 计算初始值

$$d = 1.25 - R$$

$$x = 0$$

$$y = R$$

(3) 绘制点(x,y)及其  
在八分圆中的另外七个对称点



2

## 中点Bresenham画圆法

算法步骤：

(4) 判断d的符号

若 $d \leq 0$

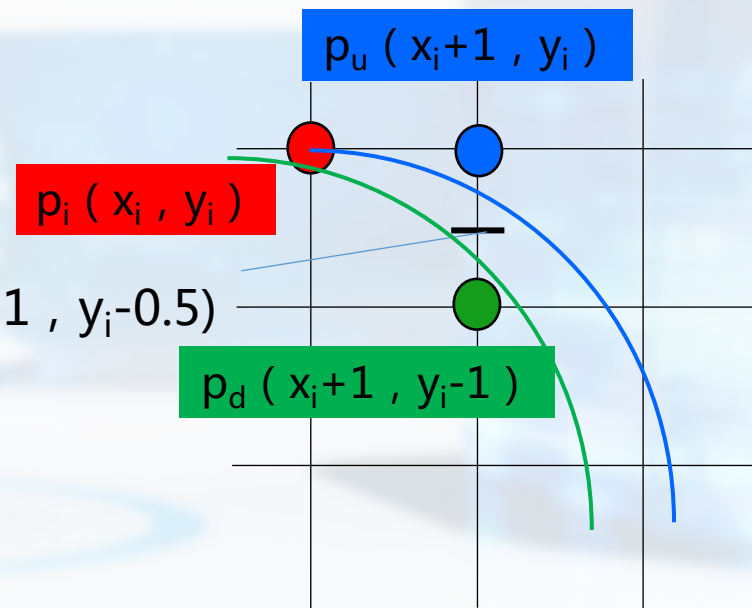
先将d更新为 $d + 2x + 3$

再将 $(x, y)$ 更新为 $(x + 1, y)$

否则

先将d更新为 $d + 2(x - y) + 5$

再将 $(x, y)$ 更新为 $(x + 1, y - 1)$



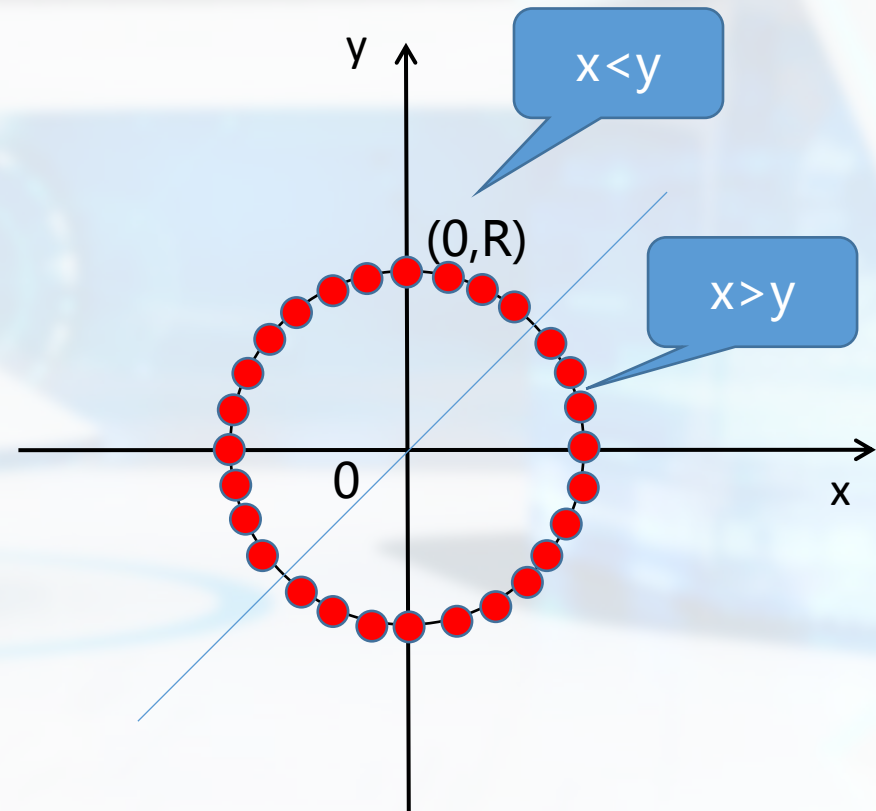


2

## 中点Bresenham画圆法

算法步骤：

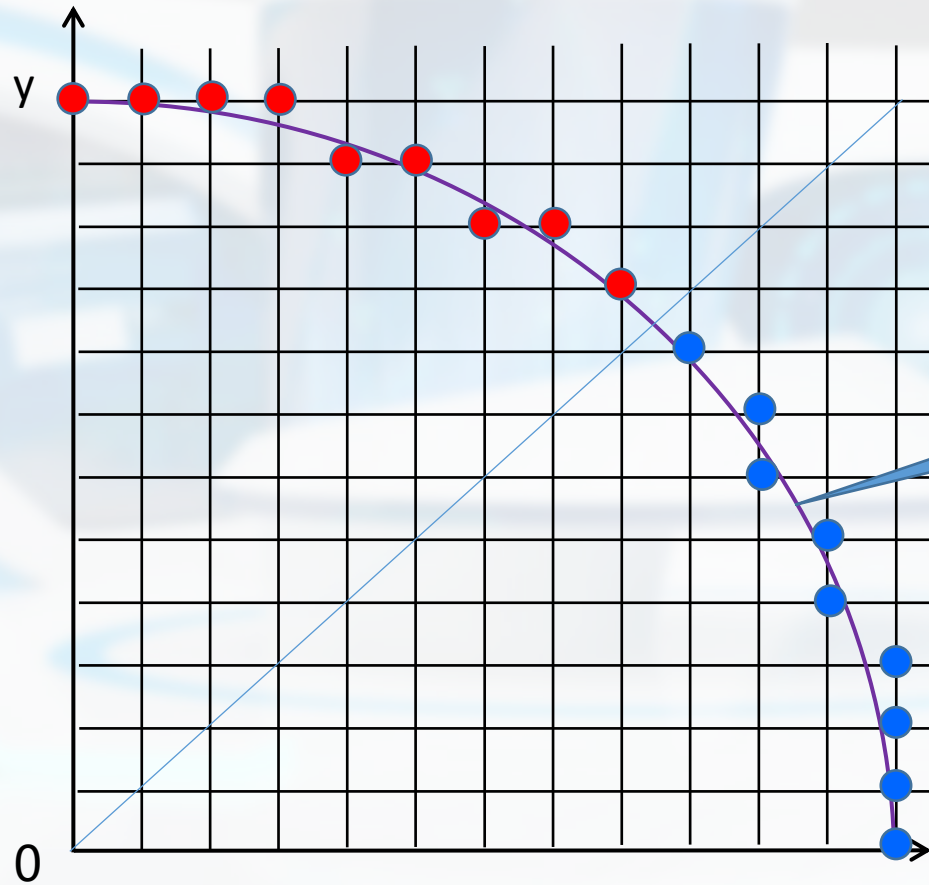
(5) 当 $x < y$ 时，重复步骤(3)和(4)  
否则结束



2

## 中点Bresenham画圆法

实例：R=12的圆





# 谢谢

软件学院 万琳