## 一、背景与问题

组装某产品有六道工序，由一条装配线完成。装配线由一系列工作站组成，被装配的产品在装配线上流动，每个工作站都要完成一道或几道工序，这些工序按先后次序在各工作站上完成。关于这些工序有如下的数据：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 工序 | 所需时间（分） | 前驱工序 |
| 1 | 3 | 无 |
| 2 | 5 | 无 |
| 3 | 2 | 2 |
| 4 | 6 | 1，3 |
| 5 | 8 | 2 |
| 6 | 3 | 4 |

另外工艺流程特别要求，在任一给定的工作站上，不管完成哪些工序，可用的总时间不能超过10分钟。如何将这些工序分配给各工作站，以使所需的工作站数为最少？

## 问题分析

对工序与工作站关系分析，建立0-1规划模型。

对任一工序而言，它要么属于工作站 j ，要么不属于工作站 j ，故决策变量 x 可定义为:

**x(i,j) = 1 (工序i在工作站j上运行)**

**0 (工序i不在工作站j上运行)**

工序1，2，3所需的工作时间不超过10分钟，故工序1，2，3的工作 可以在一个工作站上完成，此时，工序4，5，6只能分别在各自的工作站上工作， 该可行解对应的工作站数为4个。也就是说，对最优解而言，该装配线上所需的工作站个数不会多于4个。因此，我们再定义变量如下：

**w(j) = 1 (在最优解中需要工作站j)**

**0 (在最优解中不需要工作站j)**

目标函数为：

Min z = w1 + w2 + w3 + w4

考虑约束条件：

(1). 每道工序均隶属于一个工作站，且每一工序都必须完成，故有六个约束：

x(i,1) + x(i,2) + x(i,3) + x(i,4) = 1

(2). 在任一工作站上完成隶属工序所用的时间不能超过 10 分钟，有约束：

3x(1,j) + 5x(2,j) + 2x(3,j) + 6x(4,j) + 8x(5,j) + 3x(6,j) <= 10 (j = 1,2,3,4)

(3). 考虑工序进行先后顺序的约束:

x(2,1) + x(2,2) >= x(3,2)

x(2,1) >= x(3,1)

……等等等等

(4).如果没有工序在工作站上，对于w的约束条件：

x(1,j) + x(2,j) + x(3,j) + x(4,j) + x(5,j) + x(6,j) <= 6w(j) (i = 1,2,3,4)

## 模型求解

使用lingo编程将所有条件罗列：

model:

min = w1 + w2 + w3 + w4;

x11 + x12 + x13 + x14 = 1;

x21 + x22 + x23 + x24 = 1;

x31 + x32 + x33 + x34 = 1;

x41 + x42 + x43 + x44 = 1;

x51 + x52 + x53 + x54 = 1;

x61 + x62 + x63 + x64 = 1;

3 \* x11 + 5 \* x21 + 2 \* x31 + 6 \* x41 + 8 \* x51 + 3 \* x61 <= 10;

3 \* x12 + 5 \* x22 + 2 \* x32 + 6 \* x42 + 8 \* x52 + 3 \* x62 <= 10;

3 \* x13 + 5 \* x23 + 2 \* x33 + 6 \* x43 + 8 \* x53 + 3 \* x63 <= 10;

3 \* x14 + 5 \* x24 + 2 \* x34 + 6 \* x44 + 8 \* x54 + 3 \* x64 <= 10;

x21 + x22 + x23 >= x33;

x21 + x22 >= x32;

x21 >= x31;

x21 + x22 + x23 >= x53;

x21 + x22 >= x52;

x21 >= x51;

x11 + x12 + x13 >= x43;

x31 + x32 >= x42;

x31 >= x41;

x31 + x32 + x33 >= x43;

x31 + x32 >= x42;

x31 >= x41;

x41 + x42 + x43 >= x63;

x41 + x42 >= x62;

x41 >= x61;

x11 + x21 + x31 + x41 + x51 + x61 <= 6 \* w1;

x12 + x22 + x32 + x42 + x52 + x62 <= 6 \* w2;

x13 + x23 + x33 + x43 + x53 + x63 <= 6 \* w3;

x14 + x24 + x34 + x44 + x54 + x64 <= 6 \* w4;

@bin (x11);

@bin (x12);

@bin (x13);

@bin (x14);

@bin (x21);

@bin (x22);

@bin (x23);

@bin (x24);

@bin (x31);

@bin (x32);

@bin (x33);

@bin (x34);

@bin (x41);

@bin (x42);

@bin (x43);

@bin (x44);

@bin (x51);

@bin (x52);

@bin (x53);

@bin (x54);

@bin (x61);

@bin (x62);

@bin (x63);

@bin (x64);

@bin (w1);

@bin (w2);

@bin (w3);

@bin (w4);

end

求得结果为：

Global optimal solution found.

Objective value: 3.000000

Objective bound: 3.000000

Infeasibilities: 0.000000

Extended solver steps: 0

Total solver iterations: 142

Variable Value Reduced Cost

W1 1.000000 1.000000

W2 1.000000 1.000000

W3 1.000000 1.000000

W4 0.000000 1.000000

X11 1.000000 0.000000

X12 0.000000 0.000000

X13 0.000000 0.000000

X14 0.000000 0.000000

X21 1.000000 0.000000

X22 0.000000 0.000000

X23 0.000000 0.000000

X24 0.000000 0.000000

X31 1.000000 0.000000

X32 0.000000 0.000000

X33 0.000000 0.000000

X34 0.000000 0.000000

X41 0.000000 0.000000

X42 0.000000 0.000000

X43 1.000000 0.000000

X44 0.000000 0.000000

X51 0.000000 0.000000

X52 1.000000 0.000000

X53 0.000000 0.000000

X54 0.000000 0.000000

X61 0.000000 0.000000

X62 0.000000 0.000000

X63 1.000000 0.000000

X64 0.000000 0.000000

Row Slack or Surplus Dual Price

1 3.000000 -1.000000

2 0.000000 0.000000

3 0.000000 0.000000

4 0.000000 0.000000

5 0.000000 0.000000

6 0.000000 0.000000

7 0.000000 0.000000

8 0.000000 0.000000

9 2.000000 0.000000

10 1.000000 0.000000

11 10.00000 0.000000

12 1.000000 0.000000

13 1.000000 0.000000

14 0.000000 0.000000

15 1.000000 0.000000

16 0.000000 0.000000

17 1.000000 0.000000

18 0.000000 0.000000

19 1.000000 0.000000

20 1.000000 0.000000

21 0.000000 0.000000

22 1.000000 0.000000

23 1.000000 0.000000

24 0.000000 0.000000

25 0.000000 0.000000

26 0.000000 0.000000

27 3.000000 0.000000

28 5.000000 0.000000

29 4.000000 0.000000

30 0.000000 0.000000

得出结果为：

工序1，2，3工作台1号

工序5工作台2号

工序4，6工作台3号

共需3个工作台