	<b>EXAMEN PARCIAL DE LA ASIGNATURA CONTROL DIGITAL</b> <b>(VALOR 20%)</b> Ingeniería Mecatrónica
	<b>NOMBRE:</b>  <b>FECHA:</b>

**Elementos prohibidos:** Para el desarrollo del parcial, el estudiante NO puede utilizar ningún material externo de apoyo (cuadernos, notas de clase, fotocopias, etc), todo lo necesario lo tiene en las hojas de anexos del parcial. **NO SE PERMITEN APUNTES DE NINGUN TIPO, INCLUYENDO EN ARCHIVOS DE MATLAB.**

**Uso Software Matlab y/o Mupad:** El estudiante tiene la posibilidad de usar la herramienta de cómputo. No es necesario entregar ningún archivo por parte del estudiante, esta herramienta sólo se usa como ayuda en la verificación de las respuestas. El estudiante NO puede tener acceso a ningún otro programa ni a Internet durante el parcial.

**Duración del parcial:** 2 horas.

Las soluciones son válidas si se obtienen a partir de las tablas anexas del parcial, todas las expresiones de solución se deben llevar a la mínima expresión algebraica posible y si son numéricas se deben llevar hasta 4 cifras decimales. Una vez iniciado el tiempo de solución no se debe permitir el préstamo de implementos de ningún tipo.

Las ecuaciones necesarias para el desarrollo están dadas a continuación:

Ecuaciones de soporte:

$$Mp = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \cdot 100[\%] \quad w_d = w_n \sqrt{1-\xi^2}$$

$$t_s \cong \frac{4,6}{\xi w_n} : \frac{4}{\xi w_n} : \frac{3}{\xi w_n}$$

Ecuaciones como criterios de selección de periodos de muestreo, donde T es el periodo de muestreo:

- Criterio de ancho de banda en lazo cerrado:

$$8\omega_c \leq \omega_s \leq 12\omega_c \quad T_s = \frac{2\pi}{\omega_s}$$

- Criterio de  $\tau$  equivalente en lazo cerrado:

$$0.2\tau_{eq} \leq T_s \leq 0.6\tau_{eq}$$

- Criterio de tiempo de establecimiento  $t_s$  en lazo cerrado:

$$0.05t_s \leq T_s \leq 0.15t_s$$

Diferencias hacia atrás (Método de Euler hacia atrás):

$$s = \frac{1-z^{-1}}{T} = \frac{z-1}{zT}$$

Teorema de error en estado estable

$$e_{ss} = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)E(z)$$

Retenedor de orden cero

$$H_{ZOH}(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s} \quad \therefore HG(z) = (1-z^{-1})Z\left[\frac{G(s)}{s}\right]$$

Linealización aproximada de sistemas no lineales. Sea un sistema no lineal:

$$\dot{x} = f(x, u) \\ y = g(x, u)$$

1. Evaluar puntos de equilibrio
2. Linealización alrededor de punto de equilibrio seleccionados

$$\dot{x}\delta = Ax\delta + Bu\delta \\ y\delta = Cx\delta$$

Donde

$$A = \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \\ B = \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_i} \right|_{\bar{x}, \bar{u}} \\ C = \left. \frac{\partial g_i}{\partial x_i} \right|_{\bar{x}, \bar{u}}$$

Éxitos!!!

1. (2 puntos) El principal interés para la utilización de la levitación magnética en ingeniería aplicada radica en que son sistemas sin contacto, por lo que no requieren lubricantes, y su coste de mantenimiento es muy bajo. De aquí que el propósito es evaluar el modelo de un levitador magnético simple, que está formado por un sensor de posición, un sistema de medición de corriente, un electroimán y un objeto metálico (esfera) que se hace levitar.

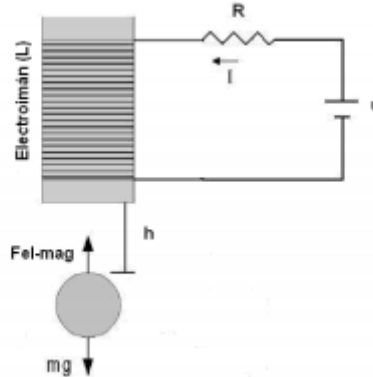


Fig. 1 Modelo Levitador magnético

Con el fin de determinar la corriente en la bobina en función al voltaje de alimentación se plantea la componente del modelo eléctrico del sistema:

$$v(t) = i(t) * R_l + L \frac{di(t)}{dt}$$

Donde  $i(t)$  es la corriente que circula por la bobina,  $L$  y  $R$  la inductancia y resistencia de la bobina respectivamente. Por otro lado, la fuerza experimentada por la esfera influenciada por el campo producido por el electroimán nos permite plantear el componente mecánico del modelo:

$$m\ddot{h}(t) = mg - k_f \left[ \frac{i(t)}{h(t)} \right]^2$$

Donde  $k_f$  es la constante magnética entre el par electroimán-esfera,  $g$  la constante gravitacional,  $h(t)$  la distancia entre la esfera y el electroimán,  $m$  la masa y finalmente  $\ddot{h}(t)$  la segunda derivada de la posición con respecto al tiempo.

Para el sistema modelado con las expresiones anteriores:

- a. (5%) Plantee las variables de estado del sistema y las ecuaciones de las derivadas de dichas variables estado.
- b. (40%) Usando los datos de la tabla 1 y el modelo de un levitador magnético simple, determine, ¿cuál sería la corriente necesaria para mantener la esfera

metálica a una altura ( $h$ ) en estado estable de 5mm? Justifique el procedimiento.

- c. (40%) Plantee el sistema linealizado en espacio de estados alrededor de los puntos de equilibrio  $(\bar{X}, \bar{U})$ .
- d. (15%) Si se quisiera linealizar el sistema, ¿cree usted que sería válido proponer un punto de equilibrio para una distancia  $h(t)$  igual o menor a cero? Justifique su respuesta.

Tabla 1 Parámetros modelo de un levitador magnético simple

Descripción	Símbolo	Valor	Unidades
Inductancia bobina	$R_l$	10	Ohm
Resistencia bobina	$L$	0.4125	H
Constante de fuerza electromagnética	$k_f$	32654	$\frac{mN - mm^2}{A^2}$
Constante gravitacional	$g$	9810	$\frac{mm}{s^2}$
Masa esfera	$m$	0.068	kg

2. (2 puntos) El dispositivo con el que es actuado el péndulo invertido de Quanser es un servomecanismo (motor DC controlado en posición). El modelo que representa la dinámica del motor con las inercias acopladas de los engranajes, asumiendo una entrada de voltaje [V] y una salida en velocidad angular  $[\frac{rad}{s}]$ :

$$G_p(s) = \frac{\dot{\theta}}{V} = \frac{1.53}{0.0248s + 1}$$

La figura 2, muestra el diagrama de control continuo del sistema:

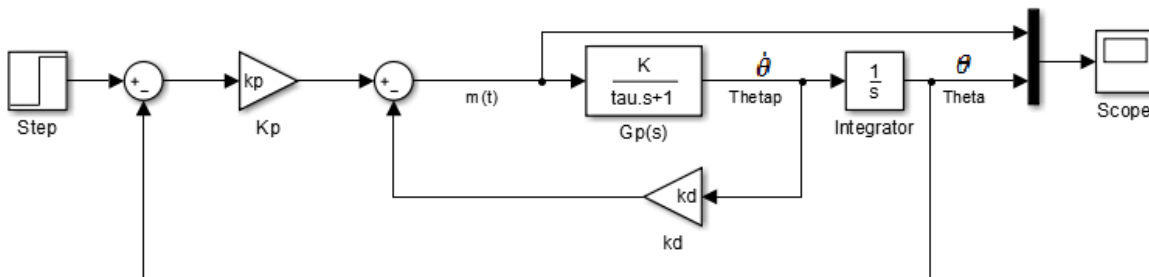


Fig. 2 Servomecanismo SRV 02 controlado en posición

- a. (20%) La estructura de control dada en la figura 2, es clásica para servo posicionamiento con dos grados de libertad. (Posición y velocidad)
  - i. (10%) Describa el tipo de señales y los elementos con los que podría medir las mismas en el esquema dado del sistema de control.
  - ii. (90%) Calcule los parámetros del controlador dado para garantizar las siguientes especificaciones de desempeño: (De la respuesta dinámica se debe cumplir al menos uno de los dos)
    1. Error nulo ante entrada posición

2. Tiempo de establecimiento menor o igual a 500ms en posición.
  3. Máximo sobre impulso menor o igual al 1%.
- b. (40%) Si la posición y la velocidad son medidas y estimadas a partir de un Encoder de cuadratura, entradas digitales del sistema de adquisición. De acuerdo al diagrama de bloques del sistema de control discreto (figura 3), plantee la señal de control  $m(k)$  en términos de  $k_p$ ,  $k_d$  y  $T$ . (Para la estimación de la velocidad use el método de integración numérica de Euler de Atraso)

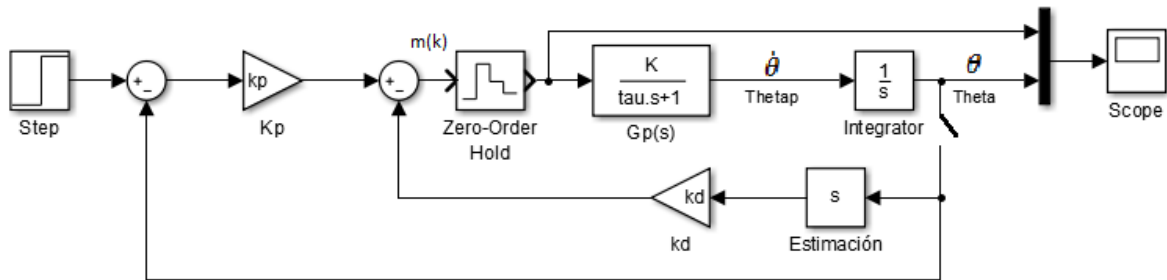


Fig. 3 Servomecanismo SRV02 controlado en posición discreto

- c. (40%) Para el sistema de la figura 3, si  $k_p = 2.01266$ ,  $k_d = -0.35367$  y el periodo de muestreo es de 2ms. ¿Cuál sería el error en estado estable ante una entrada tipo rampa para el sistema de control discreto de posición?
3. (1 punto)
- a. (40%) Cuál es la justificación de realizar el proceso de identificación de un sistema fuera de línea.
  - b. (60%) Un robot por cables es actuado por dos motores DC iguales e instrumentados con un par de encoder relativos de 4096 pulsos por revolución. La velocidad máxima de los motores es de 880 *rpm*. A cada motor se le realizó un proceso de identificación usando un sistema de adquisición puede muestrear hasta un periodo mínimo de 2ms. Para los datos obtenidos se diseñó un algoritmo de control, pero los resultados no fueron los esperados. ¿Cuál puede ser la fuente del error? Justifique su respuesta.