
Cálculo I

TESTE 1

18 Nov.2008

Licenciatura em Estatística Aplicada

Instruções:

- Os cálculos efectuados para obtenção dos resultados têm de ser **obrigatoriamente apresentados em folha de exame**.
- Pode consultar os formulários da disciplina.

Grupo I (4 valores)

Relativamente às questões seguintes, indique se são verdadeiras ou falsas, **justificando adequadamente**.

1. (*Cotação: 1.0 valores cada alínea*)

a) O valor de $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \arcsin\frac{4}{5}\right)$ é $\frac{3\sqrt{3}-4}{10}$.

b) No intervalo $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ a função cosseno admite inversa.

c) A expressão da inversa da função $f(x) = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right)$, $x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}]$, é $f^{-1}(x) = \frac{3\pi}{4} - \frac{1}{2}\arcsin x$.

d) A primitiva $\int \frac{x}{\sqrt{(x^2+3)}} dx$ é imediata.

Grupo II (16 valores)

2. (Cotação: a) 1.25 valores b) 1.25 valores c) 1.5 valores)

Considere a função real de variável real $f(x) = \frac{2}{3} \arccos \left(\frac{x}{2} - 3 \right) - 3$.

a) Determine o domínio e contradomínio da função f .

b) Caracterize a função inversa de f .

c) Resolva a inequação, $f(x) \leq -3 + \frac{\pi}{3}$.

3. (Cotação: a) 1.0 valores b) 1.0 valores c) 2.0 valores)

Determine as seguintes primitivas:

a) $\int \left(4x e^{x^2-7} + \frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} \right) dx$

b) $\int \left(\frac{6}{8x-3} + x^2 \cos(x^3) \right) dx$

c) $\int (7\operatorname{sh}^5 x - 3\operatorname{ch}(5x)) dx$

4. (Cotação: a) 2.0 valores b) 2.0 valores)

a) Calcule a primitiva:

$$\int (x \operatorname{arctg} x) dx$$

b) Determine a seguinte primitiva, usando a substituição indicada:

$$\int \frac{5x^2}{\sqrt{4-4x^2}} dx, \quad \text{substituição: } x = \cos t$$

5. (Cotação: a) 1.5 valores b) 2.5 valores valores)

a) Apresente a decomposição em fracções simples da seguinte função racional:

$$\frac{2x-7}{x^4+x^2} =$$

b) Calcule a primitiva da função $g(x) = \frac{2x-5}{(x+1)(x-3)}$