Cálculo

Ficha 11 2011/2012

1. Estude a natureza das seguintes séries numéricas:

(a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3+5}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3^n n^2}$

(d) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{n\ \sin n}{\mathrm{e}^n}$; (e) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{n^2\ \cos(n\pi)}{1+n^3}$; (f) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} (-1)^n\ \frac{4+\cos n}{n^3}$.

2. Em cada uma das alíneas seguintes, apresente um exemplo nas condições indicadas:

(a) uma série alternada divergente;

(b) uma sucessão $(u_n)_n$ tal que $u_n > 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\lim\limits_n u_n = 0$ e $\displaystyle\sum_{n\geq 1} u_n^3$ seja divergente;

(c) uma sucessão $(u_n)_n$ tal que $u_n < 0$, $\forall n \in \mathbb{N}$, $\lim\limits_n u_n = 0$ e $\displaystyle\sum_{n\geq 1} u_n^2$ seja divergente;

(d) uma sucessão $(u_n)_n$ tal que $\displaystyle\sum_{n\geq 1} u_n$ seja convergente e $\displaystyle\sum_{n\geq 1} u_n^2$ seja divergente;

(e) uma sucessão $(u_n)_n$ tal que $\displaystyle\sum_{n\geq 1} u_n$ seja divergente e $\displaystyle\sum_{n\geq 1} u_n^2$ seja convergente.

Soluções:
1.
(a) Série absolutamente convergente
(b) Série divergente
(c) Série absolutamente convergente
(d) Série absolutamente convergente
(e) Série simplesmente convergente
(f) Série absolutamente convergente