Departamento de Matemática e Aplicações 17 Jan. 2011

Duração: 90 minutos

2º Teste de Cálculo B

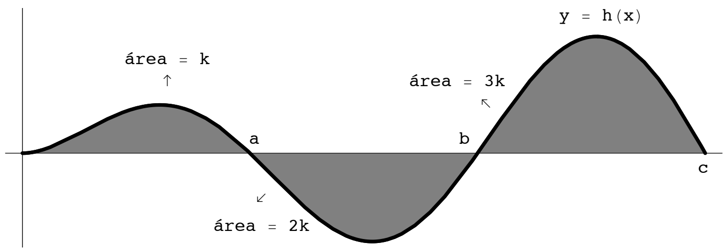
Nome: ______________________________ Nr.: __________ Curso: MIEMec

- Pode consultar os "formulários" da disciplina.
- **Apresentação OBRIGATÓRIA dos resultados no próprio enunciado do teste.**
- Bom Trabalho.

GRUPO I (4 valores)

Relativamente as questões seguintes, indique se são verdadeiras ou falsas, justificando adequadamente. Cada pergunta vale 1.0 valores. Cada pergunta não justificada vale 0.0 valores.

1. Com base na figura, o valor de k que verifica a igualdade indicada é:



se $\displaystyle\int_0^c h(t)dt=6$ então $k=1$.

2. Seja f uma função definida e contínua em R tal que $\displaystyle\int_0^x \mathrm{e}^{f(t)}t^2dt = x^3 - x^4$. Nestas condições tem-se que $f(x) = x^4$.

3. A área da região plana, limitada pela espiral em coordenadas polares definida por $\rho = \sqrt{\theta}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$, é $2\pi^2$.

4. A soma da série $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}$ é $\dfrac{4}{3}$

GRUPO II (10 valores)

Apresente todos os cálculos.

1. Calcule o integral $\int_{-3}^{1} x\sqrt{x+3}dx$, usando a substituição $x+3=t^2$.

2. Classifique o integral impróprio $\int_{0}^{4} \frac{2}{(x-4)^3}dx$ e estude a sua natureza.

3. Considere a região plana limitada pelas curvas $y=x$, $y=x^2$ e $0 \leq x \leq 2$.

   (a) Represente, geometricamente, a região referida.

   (b) Determine a medida da área dessa região.

   (c) Escreva a expressão que permite calcular o volume do corpo gerado pela rotação dessa região em torno do eixo OX.

4. Escreva o integral que permite calcular o comprimento do arco da curva definida por $f(x) = \frac{x^2}{2} + 1$ entre os pontos de abcissa $x=0$ e $x=1$.

5. Estude a natureza das seguintes séries numéricas

   (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2 e^n}$.

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}$.