

1. Calcule os seguintes integrais:

(a) $\int_1^2 e^{\pi x} dx$

(b) $\int_1^2 (5x^2 - 1) dx$

(c) $\int_{-1}^0 (x+1)^2 dx$

(d) $\int_0^3 (2y-5)^2 dy$

(e) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} |\sin x| dx$

(f) $\int_{-3}^5 |x-1| dx$

(g) $\int_0^2 |(x-1)(3x-2)| dx$

Nota: Recordar-se a definição de módulo de uma função real de variável real f :

$$|f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{se } f(x) \geq 0 \\ -f(x) & \text{se } f(x) < 0 \end{cases}$$

2. Calcule os seguintes integrais:

(a) $\int_1^2 x \ln x dx$

(b) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt$

(c) $\int_0^2 f(x) dx$, com $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 3-x & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$

(d) $\int_0^2 f(x) dx$, com $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \sqrt{2-x} & \text{se } 1 \leq x < 2 \end{cases}$

3. Determine todos os valores de $c \in \mathbb{R}$, para os quais:

$$\int_0^c x(1-x) \, dx = 0$$

4. Determine um polinómio quadrático tal que

$$p(0) = p(1) = 0 \quad \text{e} \quad \int_0^1 p(t) \, dt = 1$$

Soluções:

1.

$$(a) \frac{e^{2\pi} - e^{\pi}}{\pi} \quad (b) \frac{32}{3} \quad (c) \frac{1}{3} \quad (d) 21 \quad (e) 2 \quad (f) 16 \quad (g) \frac{55}{27}$$

2.

$$(a) 2 \ln 2 - \frac{3}{4} \quad (b) -\frac{\sqrt{2}\pi}{8} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \quad (c) \frac{11}{6} \quad (d) \frac{17}{12}$$

3.

$$c = 0 \vee c = \frac{3}{2}$$

4.

$$p(t) = -6t^2 + 6t$$