

Duração: 90 minutos

Teste de Cálculo B

Nome: _____

Nr.: _____

Curso: MIEMec

- Pode consultar os “formulários” da disciplina.
- **Apresentação OBRIGATÓRIA dos resultados no próprio enunciado do teste.**
- Bom Trabalho.

GRUPO I (4 valores)

Relativamente as questões seguintes, indique se são verdadeiras ou falsas, justificando adequadamente. Cada pergunta vale 1.0 valores. Cada pergunta não justificada vale 0.0 valores.

1. O valor de $\sin\left(\arccos\frac{2\sqrt{6}}{7}\right)$ é $\frac{5}{7}$.
2. Calculando a primitiva $\int (x\sqrt{2x+1})dx$ através da substituição $2x+1 = t^2$, $t \geq 0$, somos conduzidos a $\int \left(\frac{t^2-1}{2}t\right)dt$.
3. Considere a função $f(x) = \frac{4}{4-x^2}$ definida num intervalo I . Então $F(x) = -\arctg\left(\frac{x}{2}\right)$ é uma primitiva de f em I .
4. Sejam F e G duas primitivas (que nunca se anulam) da mesma função f tais que $G(x) = F(x) + 3$, então tem-se que $\left(\frac{F}{G}\right)'(x) = 3f(x)$.

$$\bullet \sin \frac{\pi}{6} = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \sin \frac{\pi}{3} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\bullet \sin \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

GRUPO II (10 valores)
Apresente todos os cálculos.

1. Considere a função $f(x) = -2 \arccos(1 - \frac{x}{3}) + \frac{\pi}{4}$.

(a) Determine o domínio e o contradomínio da função f .

(b) Determine a expressão da função f^{-1} .

2. Determine as seguintes primitivas:

(a) $\int \left(\frac{2}{7\sqrt[3]{x}} + \frac{4}{3-2x} + \sqrt{4x-3} \right) dx$

(b) $\int \left(\sin x \cdot e^{\cos x} + \frac{\cos(5x)}{\sin^4(5x)} \right) dx$

(c) $\int \left(\frac{5}{\sqrt{1-9x^2}} + \frac{e^x}{\sqrt{4+e^{2x}}} \right) dx$

(d) $\int x \ln(x^2) dx$

3. **Sem determinar as constantes**, apresente a decomposição da função racional $\frac{1}{(x-1)^2(x^2+2x)(x^2+3)}$ em fracções elementares:

GRUPO III (6 valores)
Apresente todos os cálculos.

1. Determine a função f definida em \mathbb{R}^+ que verifica $f'(t) = \frac{1}{t} + t^2$ e tal que $f(1) = 2$.

2. Calcule $\int \frac{x^4 - 8}{x^3 - 2x^2} dx$

3. Calcule $\int \sin^3 x \, dx$