

## Integração usando substituição

1. Calcule as seguintes primitivas, usando a substituição aconselhada em cada caso.

a)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ . Substituição aconselhada:  $x = \sin t$ .

b)  $\int_{-3}^0 x(x+3)^{\frac{1}{3}} dx$ . Substituição aconselhada:  $x+3 = t^3$ .

c)  $\int_2^8 \frac{\sqrt{x}}{x - \sqrt[3]{x}} dx$ . Substituição aconselhada:  $x = t^6$ .

d)  $\int_0^1 \frac{3^x}{3^{2x} - 3^x - 2} dx$ . Substituição aconselhada:  $3^x = t$ .

e)  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+9}}$ . Substituição aconselhada:  $x = 3 \sinh t$ .

2. Usando o método de substituição da variável, calcule os integrais indicados.

(a)  $\int_{-1}^{-\frac{1}{2}} \frac{1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx$ ; (b)  $\int_0^1 \frac{3e^u}{1+e^{2u}} du$ ;

(c)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x + \cos x} dx$ ; (d)  $\int_{-1}^0 t \sqrt{1+t} dt$ ;

(e)  $\int_1^2 \sin \sqrt{x+1} dx$ ; (f)  $\int_0^{\sqrt{2}} \frac{1}{(t^2+2)^2} dt$ ;

Consulte a tabela de primitivas por substituição para verificar que a substituição aconselhada, em cada caso, é a definida por:

(a)  $x = 2 \cos t$ ; (b)  $e^u = t$ ; (c)  $t = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ ; (d)  $1+t = u^2$ ; (e)  $x = t^2 - 1$ ; (f)  $\frac{t}{\sqrt{2}} = \operatorname{tg} u$ .

**Soluções:**

1.

(a)  $\frac{2\pi-3\sqrt{3}}{24}$  (b)  $\frac{-81\sqrt[3]{3}}{28}$  (c) (d)  $-\frac{1}{3} \frac{\ln 2}{\ln 3}$  (e)  $\ln(1+\sqrt{2})$

2. (a)  $\frac{\sqrt{15}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$  (b)  $3 \operatorname{arctg}(e) - \frac{3}{4}\pi$  (c) (d)  $-\frac{4}{15}$  (e) (f)  $\frac{\sqrt{2}}{32}\pi + \frac{\sqrt{2}}{16}$