

Integrais impróprios

1. Para os integrais impróprios dados seguidamente, investigue se são convergentes ou divergentes e calcule o seu valor, no caso de serem convergentes.

a) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx;$

b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx;$

c) $\int_0^1 \ln x dx;$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{1+\sin^2 x} dx;$

e) $\int_{-1}^1 \frac{1}{2x-1} dx;$

f) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x}} dx;$

g) $\int_0^{+\infty} \frac{t}{t^2+1} dt;$

h) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} dx;$

i) $\int_1^2 \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}} dx;$

2. Determine a área da região dada em cada uma das alíneas seguintes:

a) região definida pelas condições $y \geq 0$, $x \geq 1$ e situada abaixo da curva $y = \frac{4}{2x+1} - \frac{2}{x+2}$;

b) região situada abaixo da recta $y = 0$, acima da curva $y = \ln x$ e à direita da recta $x = 0$;

c) região situada abaixo da curva $y = e^{-x}$, acima da curva $y = e^{-2x}$ e à direita da recta $x = 0$.

Soluções:

1.

a) 2 b) $\frac{\pi}{2}$ c) -1 d) divergente

e) divergente f) 2 g) divergente h) divergente i) $\frac{3}{2}$

2.

a) $2\ln 2$ b) 1 c) $\frac{1}{2}$