

## Primitivação de funções racionais

1. Determine a primitiva das seguintes funções racionais, :

a) $\int \frac{1}{2(x-1)(x+3)} dx$	b) $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx$
c) $\int \frac{x+1}{x(x-1)^2} dx$	d) $\int \frac{x}{(x^2+1)(x-1)^2} dx$
e) $\int \frac{x-1}{x^2-5x-6} dx$	f) $\int \frac{1}{x^3+2x^2+x} dx$
g) $\int \frac{x^4-x+1}{x^3-x^2} dx$	h) $\int \frac{5x^2-2x+2}{x^3+1} dx$

## Primitivação por substituição

2. Determine a primitiva das seguintes funções, usando a substituição aconselhada em cada caso:

a) $\int x\sqrt{1+3x} dx$	substituição: $1+3x = t^2$
b) $\int \sqrt{4+x^2} dx$	substituição: $x = 2\sinh t$
c) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$	substituição: $x = \sin t$
d) $\int x \sqrt[3]{x+3} dx$	substituição: $x+3 = t^3$
e) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt[3]{x}} dx$	substituição: $x = t^6$
f) $\int \frac{3^x}{3^{2x}-3^x-2} dx$	substituição: $3^x = t$
g) $\int \frac{1}{e^x+1} dx$	substituição: $e^x = t$
h) $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x + \cos x} dx$	substituição: $\cos x = t$
i) $\int \frac{1}{1+\sin x - \cos x} dx$	substituição: $\tan(\frac{x}{2}) = t$

**Soluções:****1.**

a)  $\ln \sqrt[8]{\left| \frac{x-1}{x+3} \right|} + \mathcal{C}$

b)  $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x + \ln \frac{x^2|x-2|^5}{|x+2|^3} + \mathcal{C}$

c)  $\ln \left| \frac{x}{x-1} \right| - \frac{2}{x-1} + \mathcal{C}$

d)  $-\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2(x-1)} + \mathcal{C}$

e)  $\frac{2}{7} \ln|x+1| + \frac{5}{7} \ln|x-6| + \mathcal{C}$

f)  $\ln|x| - \ln|x+1| + \frac{1}{x+1} + \mathcal{C}$

g)  $\frac{x^2}{2} + x + \frac{1}{x} + \ln|x-1| + \mathcal{C}$

h)  $3 \ln|x+1| + \ln|x^2 - x + 1| + \mathcal{C}$

**2.**

a)  $\frac{2}{45}(1+3x)^{5/2} - \frac{2}{25}(1+3x)^{3/2} + \mathcal{C}$

b)  $x\sqrt{1+\frac{x^2}{4}} + 2\operatorname{argsh}\left(\frac{x}{2}\right) + \mathcal{C}$

c)  $\frac{1}{2}\arcsin(x) - \frac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \mathcal{C}$

d)  $\frac{3}{7}(x+3)^{7/3} - \frac{9}{4}(x+3)^{4/3} + \mathcal{C}$

e)  $2\sqrt{x} + \frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt[6]{x}-1}{\sqrt[6]{x}+1} \right| + 3\operatorname{arctg} \sqrt[6]{x} + \mathcal{C}$

f)  $\frac{1}{3} \ln|3^x - 2| - \frac{1}{3} \ln|3^x + 1| + \mathcal{C}$

g)  $\ln \left| \frac{e^x}{e^x + 1} \right| + \mathcal{C}$

h)  $\ln \left| \frac{\cos x + 1}{\cos x} \right| + \mathcal{C}$

i)  $\ln \left| \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) + 1} \right| + \mathcal{C}$