第九章 机器无关的优化

许畅

南京大学计算机系

2017年春季

主要内容

- 引言
- 优化的来源
- 数据流分析
- 部分冗余消除
- 循环的识别、分析和优化

引言

- 代码优化或者代码改进
  - 在目标代码中消除不必要的指令
  - 把一个指令序列替换为一个完成相同功能的更快的指令序列
- 全局优化
  - 具体的优化实现基于数据流分析技术
  - 用以收集程序相关信息的算法

优化的主要来源

- 编译器只能通过一些相对低层的语义等价转换来优化代码
  - 冗余运算的原因
    - 源程序中的冗余
    - 高级程序设计语言编程的副产品，比如"A[i][j].f = 0; A[i][j].k = 1;"中的冗余运算
  - 语义不变的优化
    - 公共子表达式消除
    - 复制传播
    - 死代码消除
    - 常量折叠

优化的例子(1)

- 快速排序算法

```
void quicksort(int m, int n)
    /* 递归地对 a[m]和a[n]之间的元素排序 */
{
    int i, j;
    int v, x;
    if (n <= m) return;
    /* 片断由此开始 */
    i = m-1; j = n; v = a[n];
    while (1) {
        do i = i+1; while (a[i] < v);
        do j = j-1; while (a[j] > v);
        if (i >= j) break;
        x = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = x; /* 对换a[i]和a[j]*/
    }
    x = a[i]; a[i] = a[n]; a[n] = x; /* 对换a[i]和a[n] */
    /* 片断在此结束 */
    quicksort(m,j); quicksort(i+1,n);
}
```

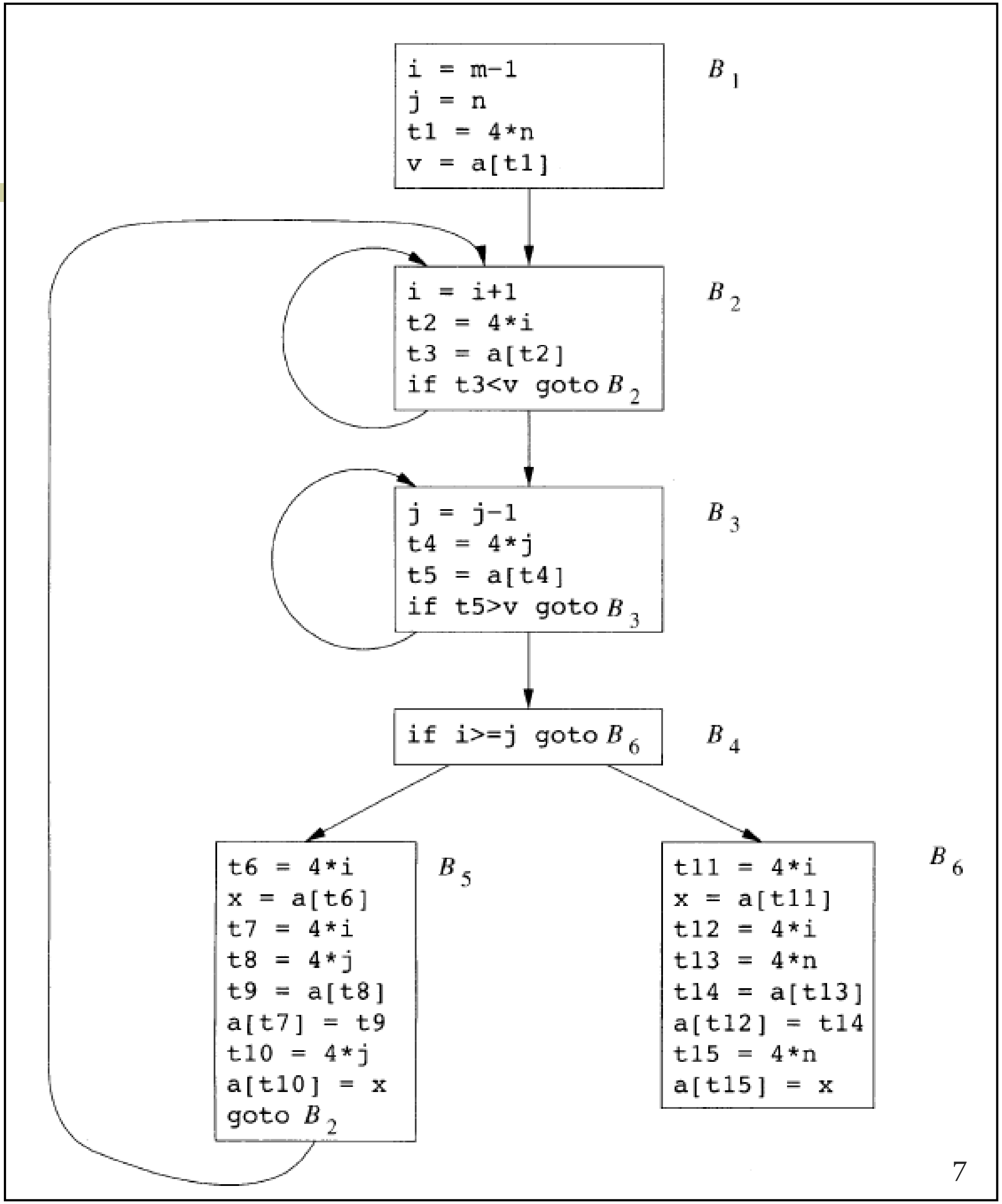
优化的例子(2)

- 三地址代码

```
(1)   i = m-1                (16)   t7 = 4*i
(2)   j = n                  (17)   t8 = 4*j
(3)   t1 = 4*n               (18)   t9 = a[t8]
(4)   v = a[t1]              (19)   a[t7] = t9
(5)   i = i+1                (20)   t10 = 4*j
(6)   t2 = 4*i               (21)   a[t10] = x
(7)   t3 = a[t2]             (22)   goto (5)
(8)   if t3<v goto (5)       (23)   t11 = 4*i
(9)   j = j-1                (24)   x  = a[t11]
(10)  t4 = 4*j               (25)   t12 = 4*i
(11)  t5 = a[t4]             (26)   t13 = 4*n
(12)  if t5>v goto (9)       (27)   t14 = a[t13]
(13)  if i>=j goto (23)      (28)   a[t12] = t14
(14)  t6 = 4*i               (29)   t15 = 4*n
(15)  x = a[t6]              (30)   a[t15] = x
```

流图

- 循环
  - B_2
  - B_3
  - B_2, B_3, B_4, B_5



全局公共子表达式

- 如果*E*
  - 在某次出现之前必然已被计算过，且
  - *E*的运算分量在该次计算之后没有被改变
  - 那么，*E*的本次出现就是一个**公共子表达式**
- 如果上一次*E*的值赋给了x，且x的值没有被修改过，那么我们可以使用x，而不需要计算*E*

```
t6 = 4*i
x = a[t6]
t7 = 4*i
t8 = 4*j
t9 = a[t8]
a[t7] = t9
t10 = 4*j
a[t10] = x
goto B2
```

B_5

a) 消除之前

```
t6 = 4*i
x = a[t6]
t8 = 4*j
t9 = a[t8]
a[t6] = t9
a[t8] = x
goto B2
```

B_5

b) 消除之后

t7 => t6

t10 => t8

例子：

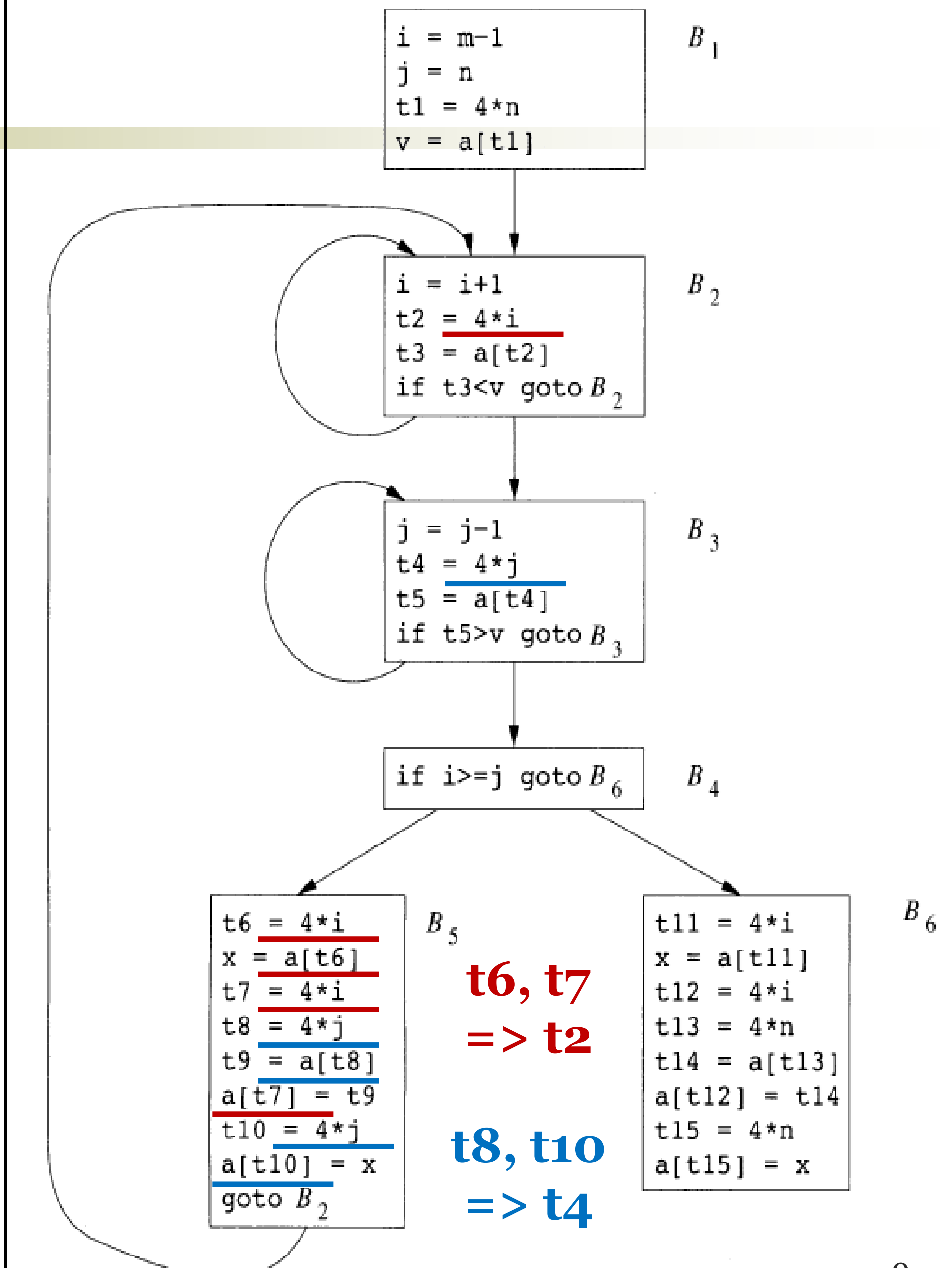
t7 = 4 * i

t10 = 4 * j

不需要重新计算

例子

- B_2、B_3中计算了4 * i和4 * j，且到达B_5之前必然经过B_2、B_3
- t2、t4在赋值后没有被改变过，因此B_5中可直接使用它们
- B_5中赋给x的值 (a[t6]) 和B_2中赋给t3的值 (a[t2]) 相同
- t4替换t8后，B_5中a[t8]和B_3中a[t4]又相同
- B_6中的a[t13]和B_1中的a[t1]不同，因为B_5可能改变a的值



消除以后

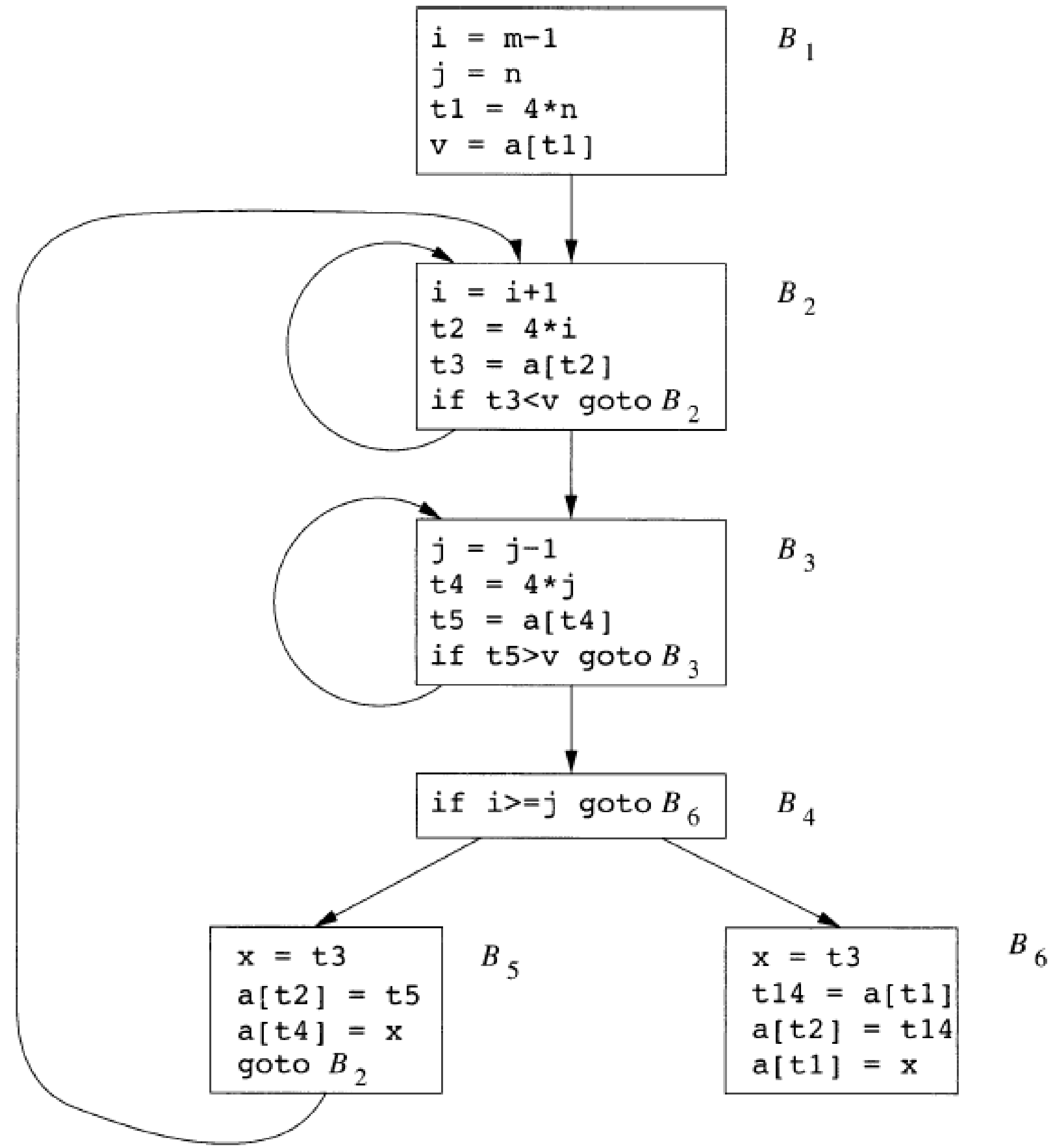
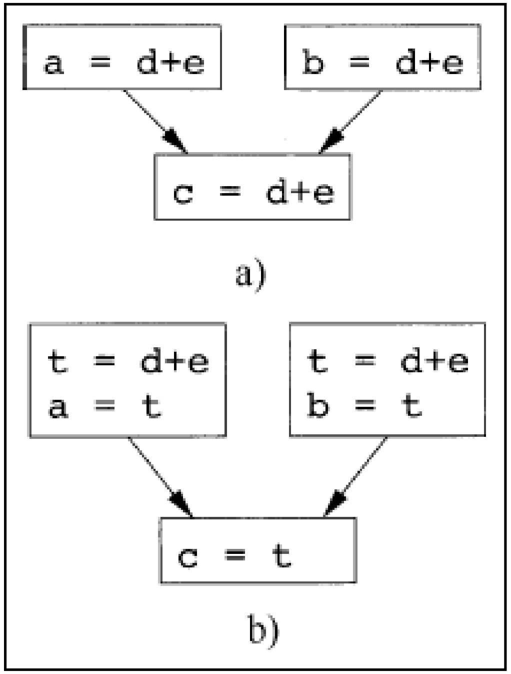


图 9-5　经过公共子表达式消除之后的 B_5 和 B_6

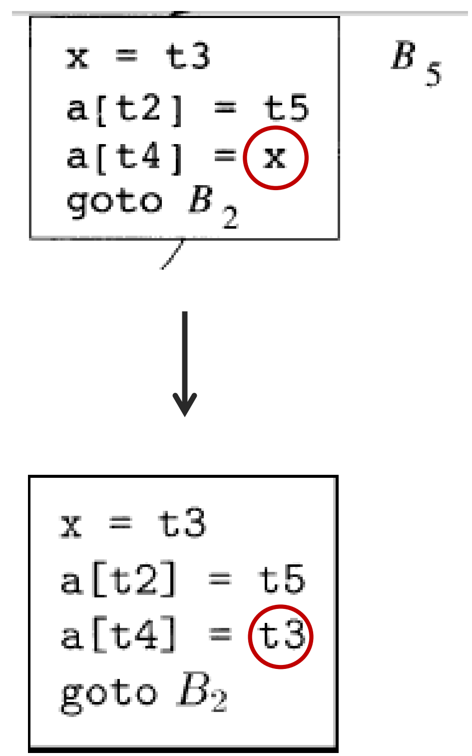
复制传播

- 形如$u = v$的复制语句使得语句后面的程序点上，u的值等于v的值
  - 如果在某个位置上u一定等于v，那么可以把u替换为v
  - 有时可以彻底消除对u的使用，从而消除对u的赋值语句
- 右图所示，消除公共子表达式时引入了复制语句
- 如果尽可能用t来替换c，可能就不需要c = t这个语句了



复制传播的例子

- 右图显示了对B_5进行复制传播处理的情况
  - 可能消除所有对x的使用



死代码消除

- 如果一个变量在某个程序点上的值可能会在之后被使用，那么这个变量在这个点上**活跃的**；否则这个变量就是**死的**，此时对该变量的赋值就是没有用的死代码
- 死代码多半是因为前面的优化而形成的
- 比如，B_5中的x = t3就是死代码
- 消除后得到

```
x = t3
a[t2] = t5
a[t4] = t3
goto B2
```

➔

```
a[t2] = t5
a[t4] = t3
goto B2
```

代码移动

- 循环中的代码会被执行很多次
  - **循环不变表达式**：循环的同一次运行的不同迭代中，表达式的值不变
- 把循环不变表达式移动到循环入口之前计算可以提高效率
  - 循环入口：进入循环的跳转都以这个入口为目标
- while (i <= limit – 2) …
  - 如果循环体不改变limit的值，可在循环外计算limit – 2

    t = limit – 2

    while (i <= t) …

归纳变量和强度消减

- 归纳变量
  - 每次对x赋值都使x增加c
  - 把赋值改为增量操作，可消减计算强度
  - 两个归纳变量步调一致，可删除一个
  - 例子
    - 循环开始保持t4 = 4 * j
    - j = j – 1后面的t4 = 4 * j每次赋值使t4减4
    - 可替换为t4 = t4 – 4
    - t2也可同样处理

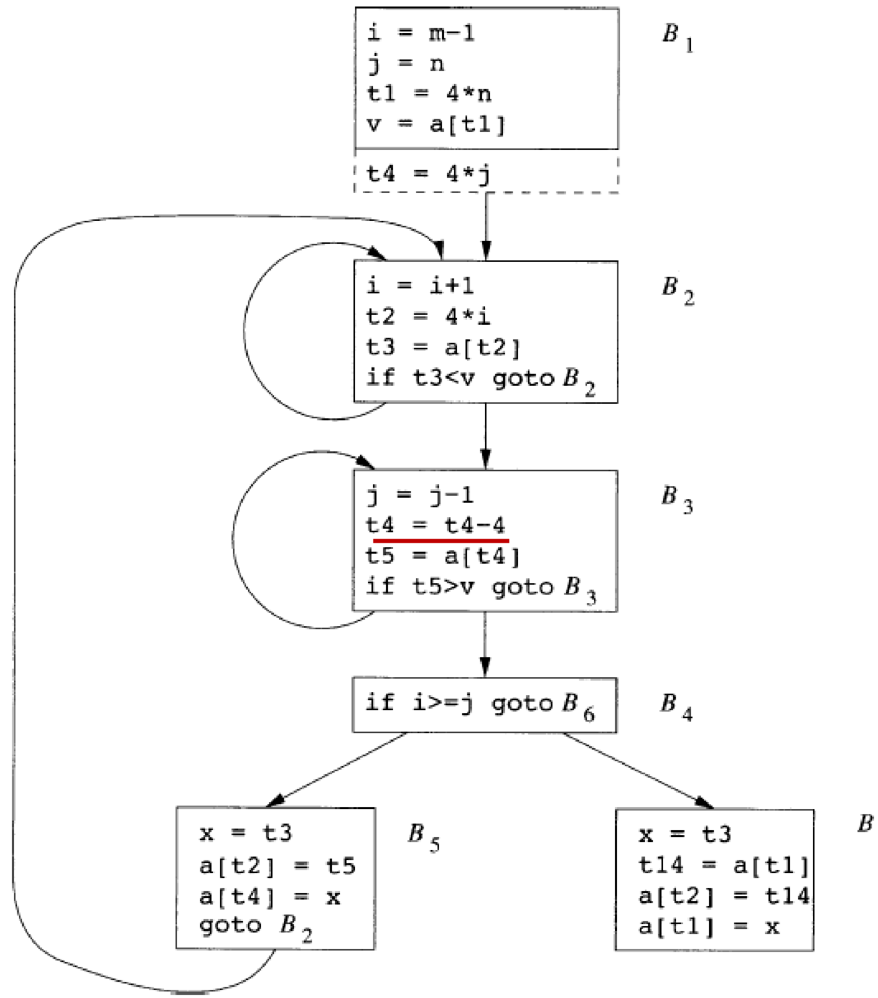


图 9-8　对基本块 B_3 中的 $4*j$ 应用强度消减优化

数据流分析

- **数据流分析**
  - 用于获取数据沿着程序执行路径流动信息的相关技术
  - 是优化的基础
- 例如
  - 两个表达式是否一定计算得到相同的值? (公共子表达式)
  - 一个语句的计算结果是否可能被后续语句使用? (死代码消除)

数据流抽象 (1)

- **程序点**
  - 三地址语句之前或之后的位置
  - 基本块内部：一个语句之后的程序点等于下一个语句之前的程序点
  - 如果流图中有B_1到B_2的边，那么B_2的第一个语句之前的点可能紧跟在B_1的最后语句之后的点后面执行
- 从p_1到p_n的**执行路径**：$p_1, p_2, \ldots, p_n$
  - 要么p_i是一个语句之前的点，且p_{i+1}是该语句之后的点
  - 要么p_i是某个基本块的结尾，且p_{i+1}是该基本块的某个后继的开头

数据流抽象(2)

- 出现在某个程序点的**程序状态**
  - 在某个运行时刻，当指令指针指向这个程序点时，各个变量和动态内存中存放的值
  - 指令指针可能多次指向同一个程序点，因此一个程序点可能对应多个程序状态
- 数据流分析把可能出现在某个程序点上的程序状态集合总结为一些特性
  - 不管程序怎么运行，当它到达某个程序点时，程序状态总是满足分析得到的特性
  - 不同的分析技术关心不同的信息

例子

- 路径
  - 1, 2, 3, 4, 9
  - 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 3, 4, 9
- 第一次到达(5)，a = 1
- 第二次到达(5)，a = 243
  - 之后都是243
- 我们可以说
  - (5)具有特性a = 1或a = 243
  - 表示成为<a, {1, 243}>

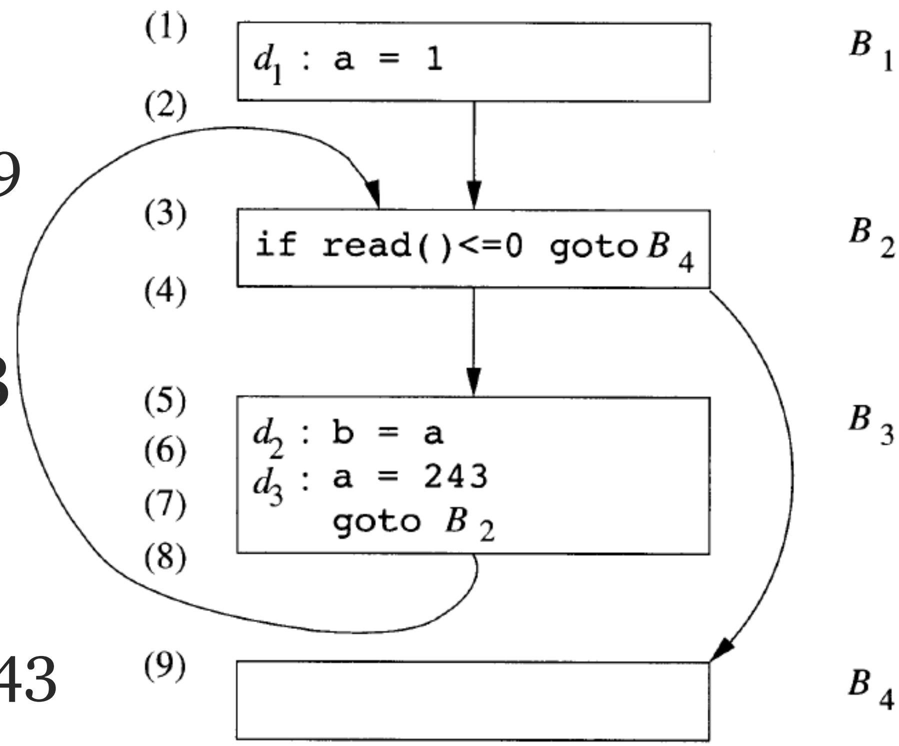


图 9-12　说明数据流抽象的例子程序

性质和算法

- 根据不同的需要来设置不同的性质集合，然后设计分析算法
  - 程序点上的性质被表示成为数据流值，求解这些数据流值实际上就是推导这些性质的过程
- 例子
  - 如果要求出变量在某个点上的值可能在哪里定值，可以使用**到达定值 (Reaching Definition)**
    - 性质形式：x由d_1定值
  - 如果希望实现常量折叠优化，我们关心的是某个点上变量x的值是否总是由某个常量赋值语句赋予
    - 性质形式：$x = c$，以及$x = \mathrm{NAC}$

数据流分析模式

- 数据流分析中，程序点和数据流值关联起来
  - **数据流值**表示了程序点具有的性质
  - 和某个程序点关联的数据流值：程序运行中经过这个点时必然满足的条件(安全)
- 域
  - 某个数据流所有可能值的集合称为该数据流值的**域**
  - 不同的应用选用不同的域，比如到达定值
    - 目标是分析在某个点上，各个变量的值由哪些语句定值
    - 因此其数据流值是定值(即三地址语句)的集合

数据流分析

- 对一组约束求解，得到各个点上的数据流值
  - 两类约束：基于语句语义和基于控制流
- **基于语句语义的约束**
  - 一个语句之前和之后的数据流值受到其语义的约束
  - 语句语义通常用**传递函数**表示，它把一个数据流值映射为另一个数据流值
    - $\text{OUT}[s] = f_s(\text{IN}[s])$ // 正向　$\text{IN}[s] = f_s(\text{OUT}[s])$ // 逆向
- **基于控制流的约束**
  - 在基本块内部，一个语句的输出 = 下一语句的输入
  - 流图的控制流边也对应新的约束

例子

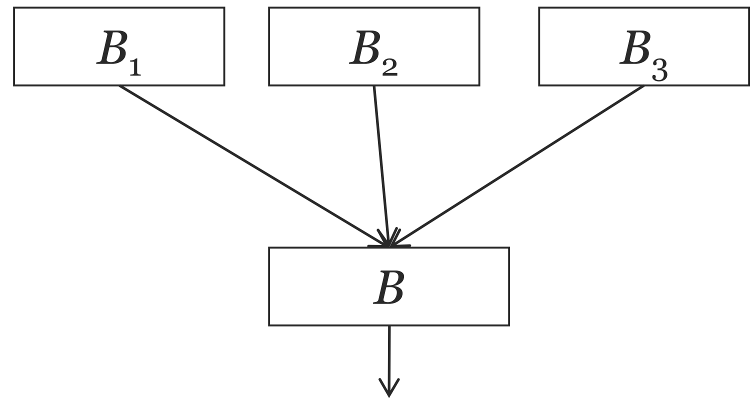
- 考虑各个变量在某个程序点上是否为常量
  - s是语句$x = 3$
  - 考虑变量x, y, z
  - 如果IN[s]：　x: NAC; y: 7; z: 3
  - 那么OUT[s]：　x: 3; y: 7; z: 3
- 如果
  - s是$x = y + z$，那么OUT[s]是?
  - s是$x = x + y$，那么OUT[s]是?

基本块内的数据流模式

- 基本块内的控制流非常简单
  - 从头到尾不会中断
  - 没有分支
- 基本块的效果就是各个语句的效果的复合
- 可以预先处理基本块内部的数据流关系，给出基本块对应的**传递函数**
  - $\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$ 或 $\text{IN}[B] = f_B(\text{OUT}[B])$
- 设基本块包含语句$s_1, s_2, \ldots, s_n$
  - $f_B = f_{s_n} \circ \ldots \circ f_{s_2} \circ f_{s_1}$

基本块之间的控制流约束

- **前向**数据流问题
  - B的传递函数根据IN[B]计算得到OUT[B]
  - IN[B]和B的各前驱基本块的OUT值之间具有约束关系
- **逆向**数据流问题
  - B的传递函数根据OUT[B]计算得到IN[B]
  - OUT[B]和B的各后继基本块的IN值之间具有约束关系



前向数据流的例子

假如

OUT[B_1]: x: 3; y: 4; z: NAC

OUT[B_2]: x: 3; y: 5; z: 7

OUT[B_3]: x: 3; y: 4; z: 7

则

IN[B]: x: 3; y: NAC; z: NAC

数据流方程解的精确性和安全性

- 数据流方程通常没有唯一解
- 目标是寻找一个最“精确”且满足约束的解
  - 精确：能够进行更多的改进
  - 满足约束：根据分析结果来改进代码是安全的

到达定值 (1)

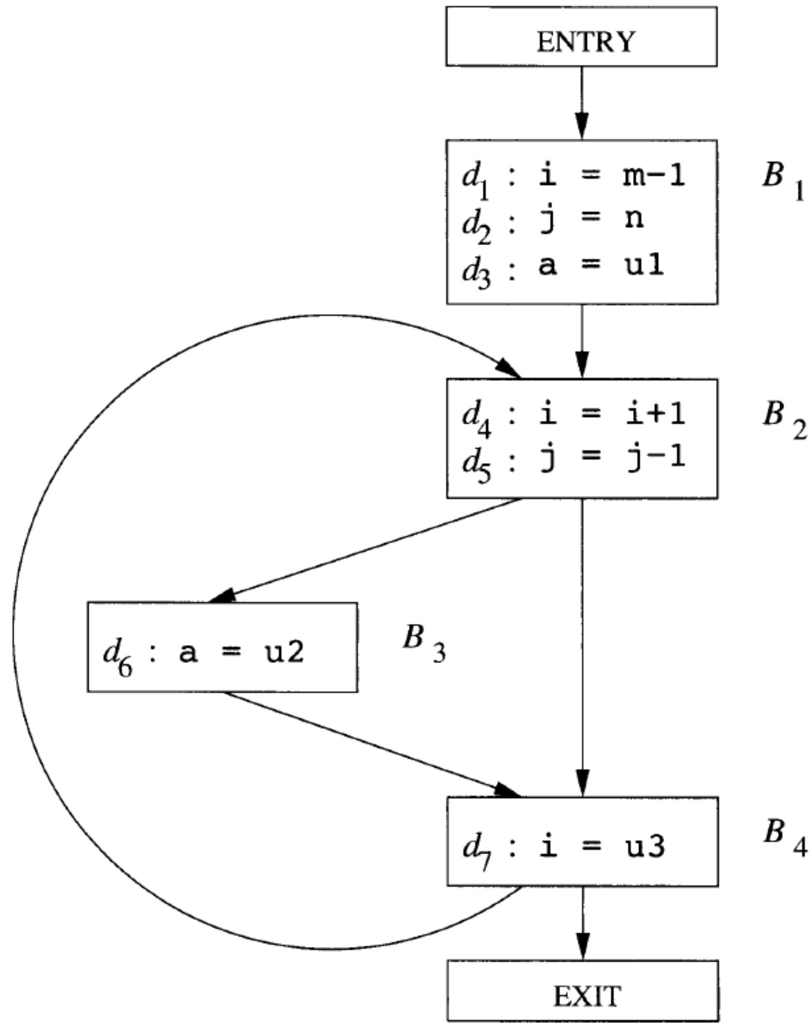
- **到达定值**
  - 假定x有定值d，如果存在一个路径，从紧随d的点到达某点p，并且此路径上面没有x的其他定值点，则称x的定值d到达p
  - 如果在这条路径上有对x的其它定值，我们说变量x的这个定值d被**杀死**了
- 如果某个变量x的一个定值d到达了点p，在p点使用变量x的时候，x的值是由d最后定值的

到达定值 (2)

- 到达定值的解允许不精确，但必须是安全的
  - 分析得到的到达定值可能实际上不会到达
  - 但是实际到达的一定被分析出来，否则不安全
- 比如确定x在p点是否为常量
  - 忽略实际的到达定值使得变化的值被误认为常量，将这些值替换为常量会引起错误，不安全
  - 过多估计则相反

到达定值的例子

- B_1全部定值到达B_2的开头
- d_5到达B_2的开头（循环）
- d_2被d_5杀死，不能到达B_3、B_4的开头
- d_4不能到达B_2的开头，因为被d_7杀死
- d_6到达B_2的开头



语句/基本块的传递方程 (1)

- 定值 d: $u = v + w$
  - 生成了对变量u的定值d，杀死其它对u的定值
  - 生成-杀死形式：$f_d(x) = gen_d \cup (x - kill_d)$
  - $gen_d = \{ d \}$，$kill_d = \{$ 程序中其它对u的定值 $\}$
- 生成-杀死形式的函数复合仍具有该形式
  - $f_2(f_1(x)) = gen_2 \cup (gen_1 \cup (x - kill_1) - kill_2)$

    $= (gen_2 \cup (gen_1 - kill_2)) \cup (x - kill_1 \cup kill_2))$
  - 生成的定值：由第二部分生成、以及由第一部分生成且没有被第二部分杀死
  - 杀死的定值：被第一部分杀死、以及被第二部分杀死的定值

语句/基本块的传递方程 (2)

- 设B有n个语句，第i个语句的传递函数为f_i
- $f_B(x) = gen_B \cup (x - kill_B)$
  - $gen_B = gen_n \cup (gen_{n-1} - kill_n) \cup \ldots \cup (gen_1 - kill_2 - kill_3 - \ldots - kill_n)$
  - $kill_B = kill_1 \cup kill_2 \cup \ldots \cup kill_n$

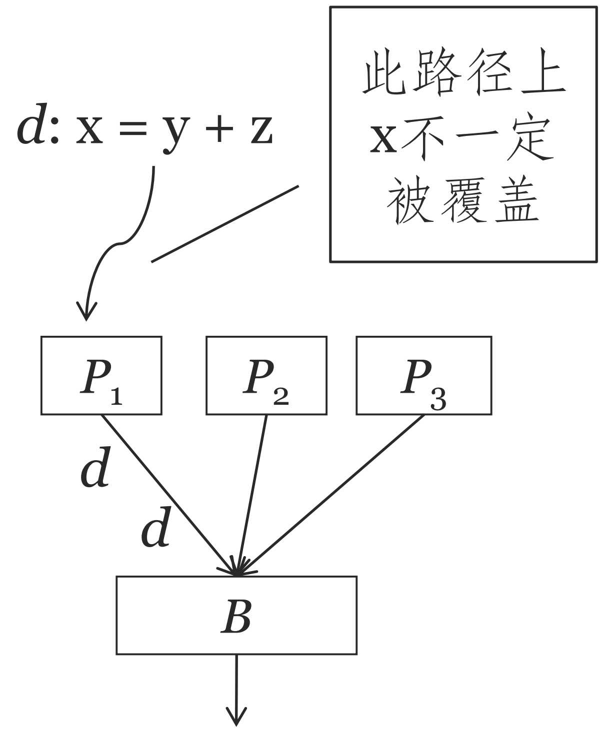
  - gen_B是被第i个语句生成，且没有被其后的句子杀死的定值的集合
  - $kill_B$为被B各个语句杀死的定值的并集

*gen*和*kill*的例子

- 基本块
  - d_1: a = 3
  - d_2: a = 4
- *gen*集合：{ d_2 }
- *kill*集合：{ 流图中所有针对a的定值 }

到达定值的控制流方程

- 只要一个定值能够沿某条路径到达一个程序点，这个定值就是到达定值
- $\text{IN}[B] = \cup_{P\text{是}B\text{的前驱基本块}} \text{OUT}[P]$
  - 如果从基本块P到B有一条控制流边，那么OUT[P]在IN[B]中
  - 一个定值必然先在某个前驱的OUT值中，才能出现在B的IN中
- ∪称为到达定值的**交汇运算符**



控制流方程的迭代解法 (1)

- ENTRY基本块的传递函数是常函数
  - OUT[ENTRY] = 空集
- 其他基本块
  - $\text{OUT}[B] = gen_B \cup (\text{IN}[B] - kill_B)$ // 基本块内部
  - $\text{IN}[B] = \cup_{P\text{是}B\text{的前驱基本块}} \text{OUT}[P]$ // 基本块之间
- 迭代解法
  - 首先求出各基本块的gen_B和$kill_B$
  - 令所有的OUT[B]都是空集，然后不停迭代，得到最小不动点的解

控制流方程的迭代解法 (2)

- 输入：流图、各基本块的*kill*和*gen*集合
- 输出：IN[*B*]和OUT[*B*]
- 方法

$\mathrm{OUT}[\mathrm{ENTRY}] = \emptyset;$

for（除 ENTRY 之外的每个基本块 B）$\mathrm{OUT}[B] = \emptyset;$

while（某个 OUT 值发生了改变）

  for（除 ENTRY 之外的每个基本块 B）{

    $\mathrm{IN}[B] = \bigcup_{P\text{是}B\text{的一个前驱}} \mathrm{OUT}[P];$

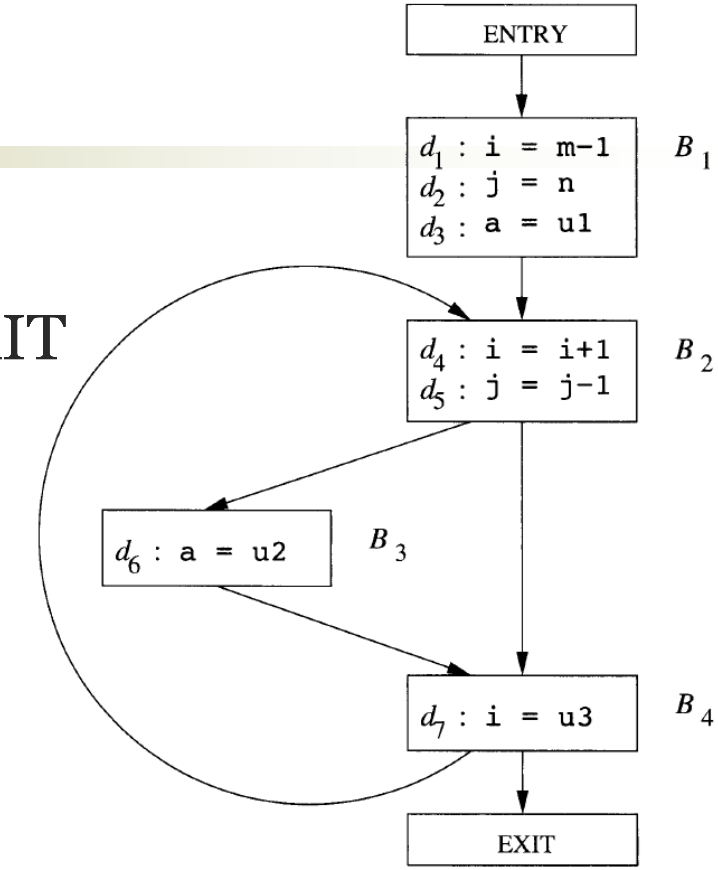
    $\mathrm{OUT}[B] = gen_B \cup (\mathrm{IN}[B] - kill_B);$

  }

控制流方程的迭代解法(3)

- 解法的正确性
  - 不断向前传递各个定值，直到该定值被杀死为止
- 为什么不会出现死循环?
  - 各个OUT[B]在算法执行过程中不会变小
  - 且OUT[B]显然有有穷的上界
  - 只有一次迭代之后增大了某个OUT[B]的值，算法才会进行下一次迭代
- 最大的迭代次数是流图的结点个数n
  - 定值经过n步必然已经到达所有可能到达的结点
- 结束时，各个OUT/IN值必然满足数据流方程

到达定值求解的例子



- 7个bit从左到右表示$d_1, d_2, ..., d_7$
- for循环时依次遍历B_1, B_2, B_3, B_4, EXIT
- 每一列表示一次迭代计算
- B_1生成d_1, d_2, d_3，杀死d_4, d_5, d_6, d_7
- B_2生成d_4, d_5，杀死d_1, d_2, d_7
- B_3生成d_6，杀死d_3
- B_4生成d_7，杀死d_1, d_4

Block B	OUT$[B]^0$	IN$[B]^1$	OUT$[B]^1$	IN$[B]^2$	OUT$[B]^2$
B_1	000 0000	000 0000	111 0000	000 0000	111 0000
B_2	000 0000	111 0000	001 1100	111 0111	001 1110
B_3	000 0000	001 1100	000 1110	001 1110	000 1110
B_4	000 0000	001 1110	001 0111	001 1110	001 0111
EXIT	000 0000	001 0111	001 0111	001 0111	001 0111

活跃变量分析

- 活跃变量分析
  - x在p上的值是否会在某条从p出发的路径中使用
  - 变量x在p上活跃，当且仅当存在一条从p开始的路径，该路径的末端使用了x，且路径上没有对x进行覆盖
- 用途
  - 寄存器分配/死代码删除/…
- 数据流值
  - (活跃)变量的集合

基本块内的数据流方程

- 基本块的传递函数仍然是生成-杀死形式，但是从OUT值计算出IN值 (逆向)
  - use_B：可能在B中先于定值被使用
  - def_B：在B中一定先于使用被定值

- 例子
  - 基本块B_2：i = i + 1; j = j − 1;
    - $use = \{ i, j \}$
    - $def = \{ \}$

use_B和def_B的用法

- 语句的传递函数
  - $s: x = y + z$
  - $use_s = \{ y, z \}$
  - $def_s = \{ x \} - \{ y, z \}$ // y, z可能与x相同

- 假设基本块中包含语句$s_1, s_2, \ldots, s_n$，那么
  - $use_B = use_1 \cup (use_2 - def_1) \cup (use_3 - def_1 - def_2) \cup \ldots \cup (use_n - def_1 - def_2 \ldots - def_{n\text{-}1})$
  - $def_B = def_1 \cup (def_2 - use_1) \cup (def_3 - use_1 - use_2) \cup \ldots \cup (def_n - use_1 - use_2 \ldots - use_{n\text{-}1})$

活跃变量数据流方程

- 任何变量在程序出口处不再活跃
  - IN[EXIT] = 空集
- 对于所有不等于EXIT的基本块
  - $\mathrm{IN}[B] = use_B \cup (\mathrm{OUT}[B] - def_B)$ // 基本块内部
  - $\mathrm{OUT}[B] = \cup_{S\text{是}B\text{的后继基本块}} \mathrm{IN}[S]$ // 基本块之间
- 和到达定值相比较
  - 都使用并集运算∪作为交汇运算
  - 数据流值的传递方向相反，因此初始化的值 (IN) 不一样

活跃变量分析的迭代方法

- 这个算法中IN[B]总是越来越大，且IN[B]都有上界，因此必然会停机

$\mathrm{IN}[\mathrm{EXIT}] = \emptyset$;
for（除 EXIT 之外的每个基本块 B）$\mathrm{IN}[B] = \emptyset$;
while（某个IN值发生了改变）
    for（除 EXIT 之外的每个基本块 B）{
        $\mathrm{OUT}[B] = \bigcup_{S\text{是}B\text{的一个后继}} \mathrm{IN}[S]$;
        $\mathrm{IN}[B] = use_B \cup (\mathrm{OUT}[B] - def_B)$;
    }

可用表达式分析

- $x+y$在p点**可用**的条件
  - 从流图入口结点到达p的每条路径都对$x+y$求值，且在最后一次求值之后再没有对x或y赋值
- 主要用途
  - 寻找全局公共子表达式
- 生成-杀死
  - **生成**：基本块求值$x+y$，且之后没有对x或者y赋值，那么它生成了$x+y$
  - **杀死**：基本块对x或y赋值，且没有重新计算$x+y$，那么它杀死了$x+y$

计算基本块生成的表达式

- 初始化$S = \{\}$
- 从头到尾逐个处理基本块中的指令$x = y + z$
  - 把$y + z$添加到S中
  - 从S中删除任何涉及变量x的表达式
- 遍历结束时得到基本块生成的表达式集合
- 杀死的表达式集合
  - 表达式的某个分量在基本块中被定值，并且该表达式没有被再次生成

基本块生成/杀死的表达式的例子

语　　句	可用表达式
	$\emptyset$
`a = b + c`	
	$\{b+c\}$
`b = a - d`	
	$\{a-d\}$
`c = b + c`	
	$\{a-d\}$
`d = a - d`	
	$\emptyset$

可用表达式的数据流方程

- ENTRY结点的出口处没有可用表达式
  - OUT[ENTRY] = 空集
- 其他基本块的方程
  - OUT[B] = $e\_gen_B \cup$ (IN[B] − e_kill_B) // 基本块内部
  - IN[B] = $\cap_{P\text{是}B\text{的前驱基本块}}$OUT[$P$] // 基本块之间
- 和其他方程类比
  - 前向传播
  - 交汇运算是交集运算

可用表达式分析的迭代方法

- 注意：OUT值的初始化值是全集

$$
\begin{array}{l}
\text{OUT[ENTRY]} = \emptyset; \\
\textbf{for}\ (\text{除 ENTRY 之外的每个基本块}\ B\ )\ \text{OUT}[B] = \underline{U}\,; \\
\textbf{while}\ (\text{某个 OUT 值发生了改变}) \\
\qquad \textbf{for}\ (\text{除 ENTRY 之外的每个基本块}\ B\ )\ \{ \\
\qquad\qquad \text{IN}[B] = \bigcap_{P\text{是}B\text{的一个前驱}} \text{OUT}[P]; \\
\qquad\qquad \text{OUT}[B] = e\_gen_B \cup (\text{IN}[B] - e\_kill_B); \\
\qquad \}
\end{array}
$$

三种数据流方程的总结

	到达定值	活跃变量	可用表达式
域	Sets of definitions	Sets of variables	Sets of expressions
方向	Forwards	Backwards	Forwards
传递函数	$gen_B \cup (x - kill_B)$	$use_B \cup (x - def_B)$	$e\_gen_B \cup (x - e\_kill_B)$
边界条件	$\text{OUT}[\text{ENTRY}] = \emptyset$	$\text{IN}[\text{EXIT}] = \emptyset$	$\text{OUT}[\text{ENTRY}] = \emptyset$
交汇运算(∧)	$\cup$	$\cup$	$\cap$
方程组	$\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$ $\text{IN}[B] = \bigwedge_{P,pred(B)} \text{OUT}[P]$	$\text{IN}[B] = f_B(\text{OUT}[B])$ $\text{OUT}[B] = \bigwedge_{S,succ(B)} \text{IN}[S]$	$\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$ $\text{IN}[B] = \bigwedge_{P,pred(B)} \text{OUT}[P]$
初始值	$\text{OUT}[B] = \emptyset$	$\text{IN}[B] = \emptyset$	$\text{OUT}[B] = U$

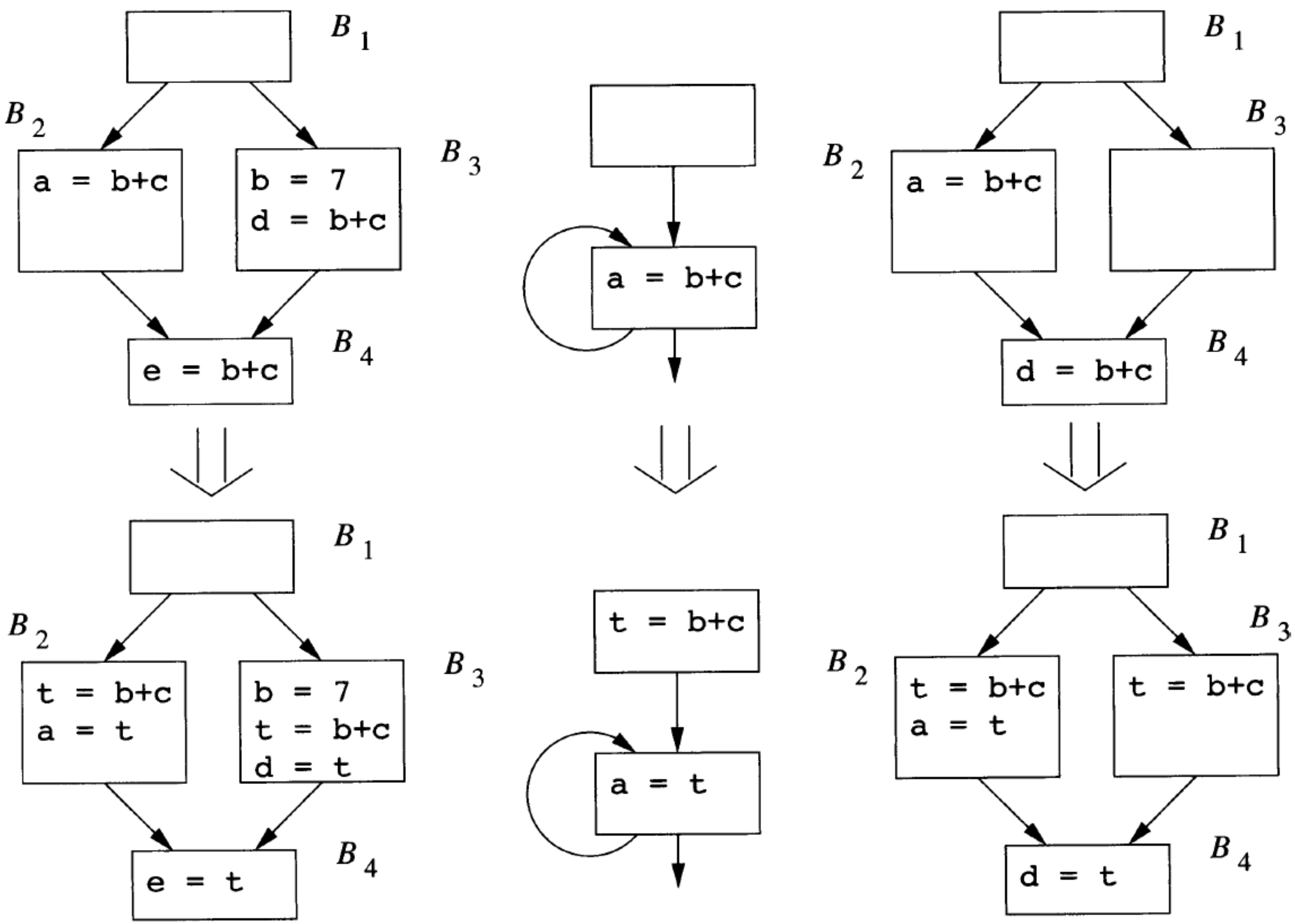
数据流分析的理论基础

- 问题
  - 数据流分析中的迭代算法在什么情况下正确?
  - 得到的解有多精确?
  - 迭代算法是否收敛?
  - 方程组的解的含义是什么?
- 通过定义一个数据流分析框架，利用离散数学中半格、偏序等概念和性质，给出数据流分析算法的理论依据

部分冗余消除

- 目标：尽量减少表达式求值的次数
- 对于表达式$x + y$
  - **全局公共子表达式**：如果对$x + y$求值前的程序点上$x + y$可用，那么不需要再对$x + y$求值
  - **循环不变表达式**：循环中的表达式$x + y$的值不变，可以只计算一次
  - **部分冗余**：在程序按照某些路径到达这个点的时候$x + y$已经被计算过，但沿着另外一些路径到达时，$x + y$尚未计算过
- 需要更复杂的数据流分析技术

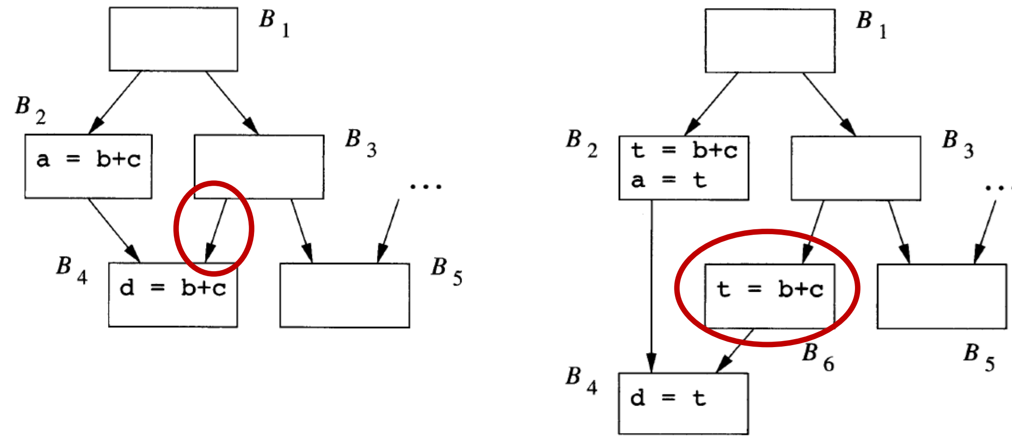
冗余的例子



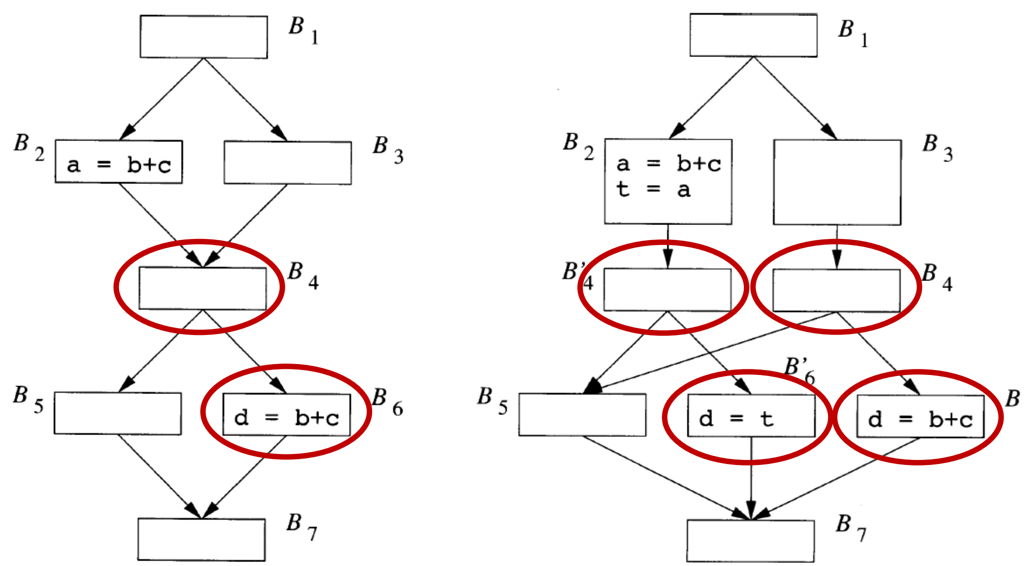
a) 公共子表达式　b) 循环不变代码移动　c) 部分冗余消除

需要添加基本块来消除的冗余

- 允许进行两种操作
  - 在关键边上增加基本块
  - 进行代码复制
- **关键边**
  - 从具有多个后继的结点到达具有多个前驱的结点



a) b)



a) b)

懒惰代码移动

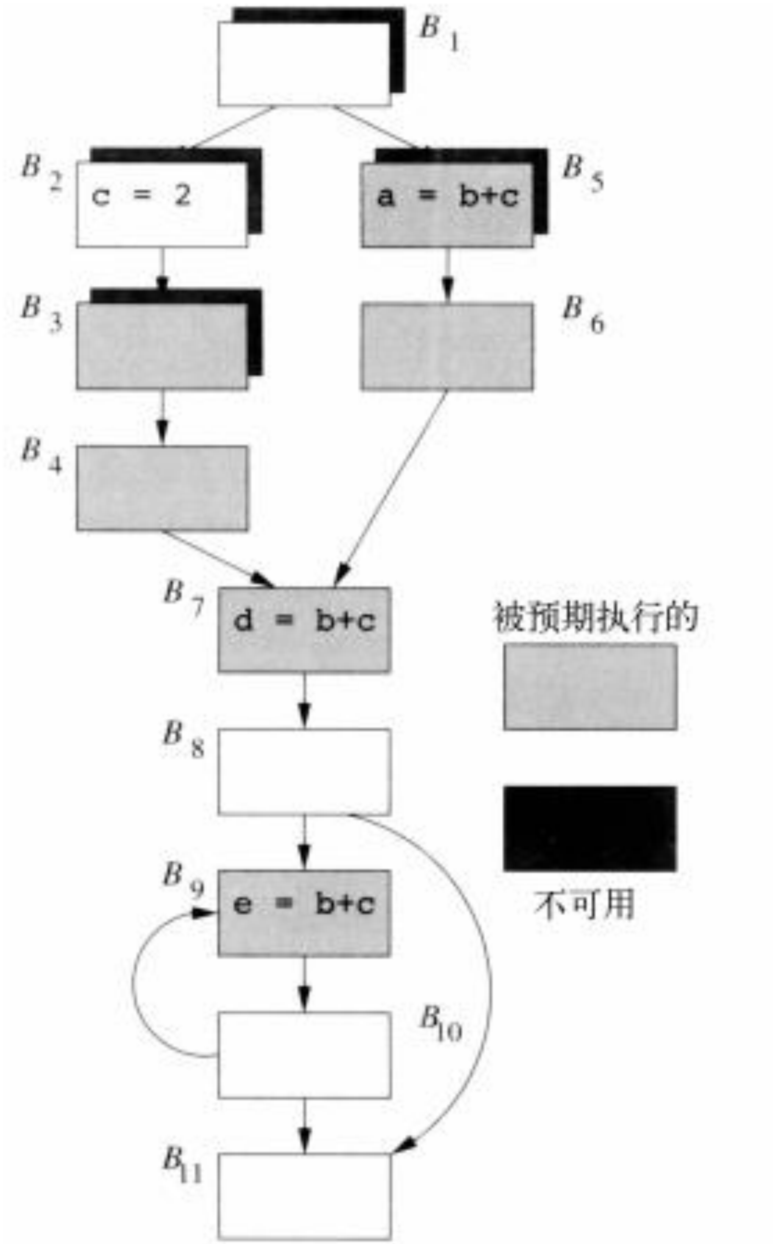
- 目标
  - 所有不复制代码就可消除的冗余计算都被消除
  - 优化后的代码不会执行原程序中不执行的任何计算
  - 表达式的计算应该尽量靠后，以利于寄存器的分配
- 冗余消除
  - 完全冗余
  - 部分冗余：在流图中放置表达式$x+y$的拷贝，使得某处的$x+y$成为完全冗余，从而删除

基本步骤

- 按照如下四个步骤进行处理
  - 1. 找出各程序点上预期执行的所有表达式
  - 2. 在表达式被预期执行但是不可用的程序点上，放置表达式的计算
  - 3. 把表达式尽量后延到某个程序点，在到达这个点的所有路径上，这个表达式在这个程序点之前被预期执行，但是还没有使用这个值
  - 4. 消除只使用一次的临时变量

1. 预期执行表达式 (1)

- 被预期执行
  - 如果从程序点p出发的所有路径都会计算表达式b + c的值，并且b和c在那时的值就是它们在点p的值，那么表达式b + c在点p上被预期执行
- 例子
  - 表达式b + c在B_3、B_4、B_5、B_6、B_7和B_9的入口点被预期执行



1. 预期执行表达式 (2)

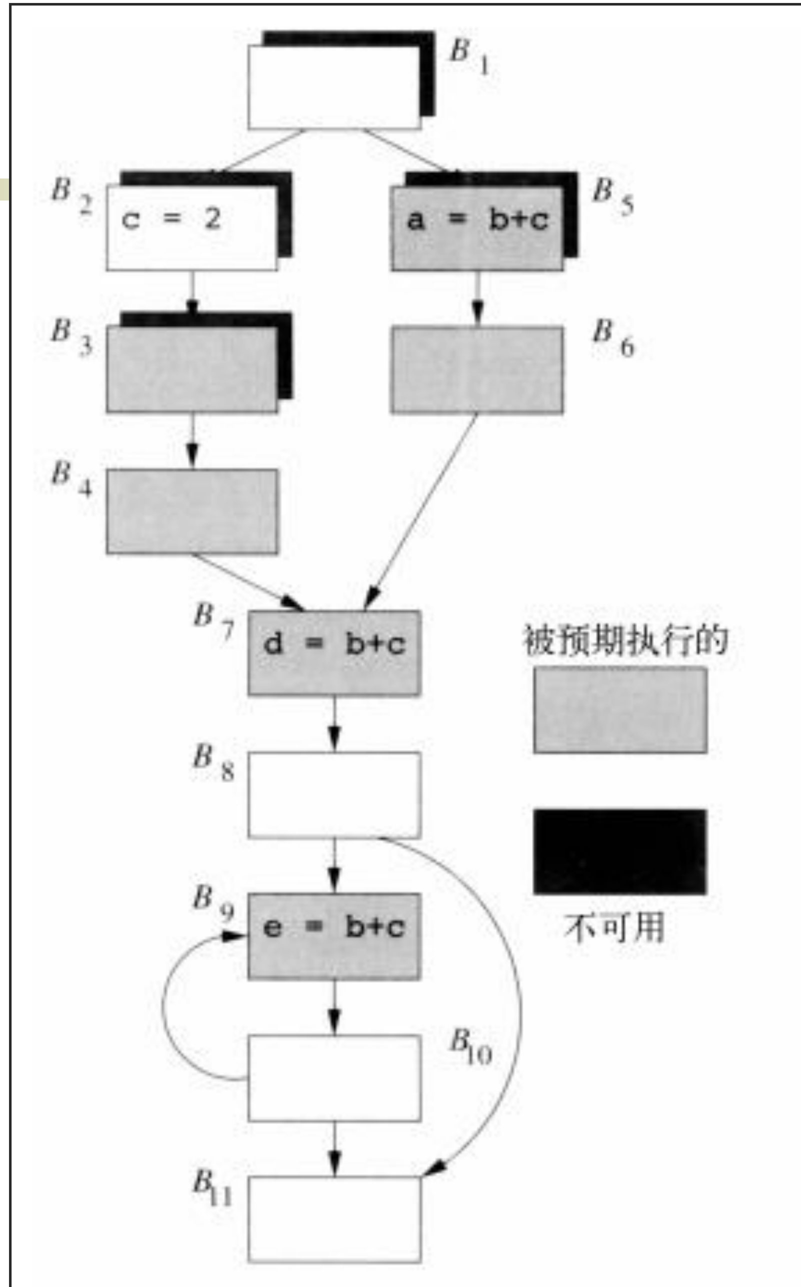
- 数据流分析框架
  - 逆向分析
  - 基本块内部：当表达式在B出口处被预期执行，且它没有被B杀死，那么它在B入口处也被预期执行
  - 基本块之间：当在B的所有后继基本块的入口处都被预期执行，那么表达式在B出口处被预期执行
  - 在整个程序的出口处，没有表达式被预期执行
- 求出预期执行点之后，表达式被放置到首次被预期执行的程序点上
  - 此时一些表达式变得完全冗余

2. 可用表达式

- 和前面的可用表达式类似，但假设代码已经被复制到了预期执行点上
- 表达式在基本块的出口处**可用**的条件
  - 在基本块的入口处可用，或在基本块的入口处的预期执行表达式中
  - 且没有被这个基本块杀死

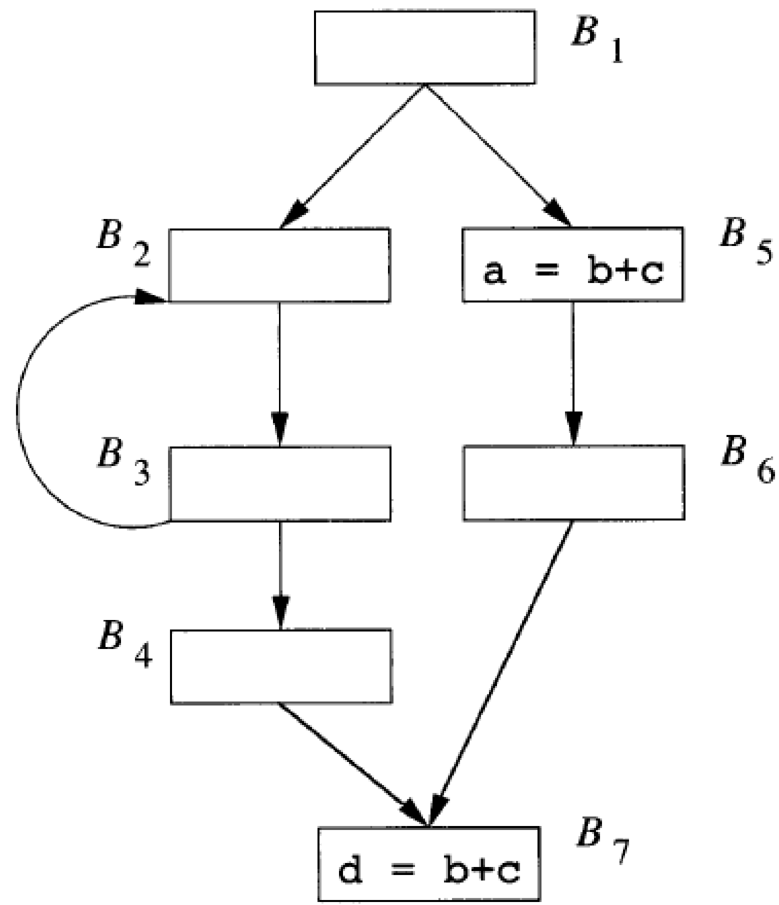
2. 例子

- 表达式b + c在B_1、B_2、B_3和B_5不可用



3. 可后延表达式 (1)

- 在保持程序语义的情况下，尽可能延后计算表达式
- $x+y$可后延到p的条件
  - 所有从程序入口到达p的路径中都会碰到一个位置较前的$x+y$，且在最后一个这样的位置到p之间没有使用$x+y$
- 右边的例子
  - b + c在B_1被预期执行
  - b + c可后延到$B_4 \rightarrow B_7$的边上

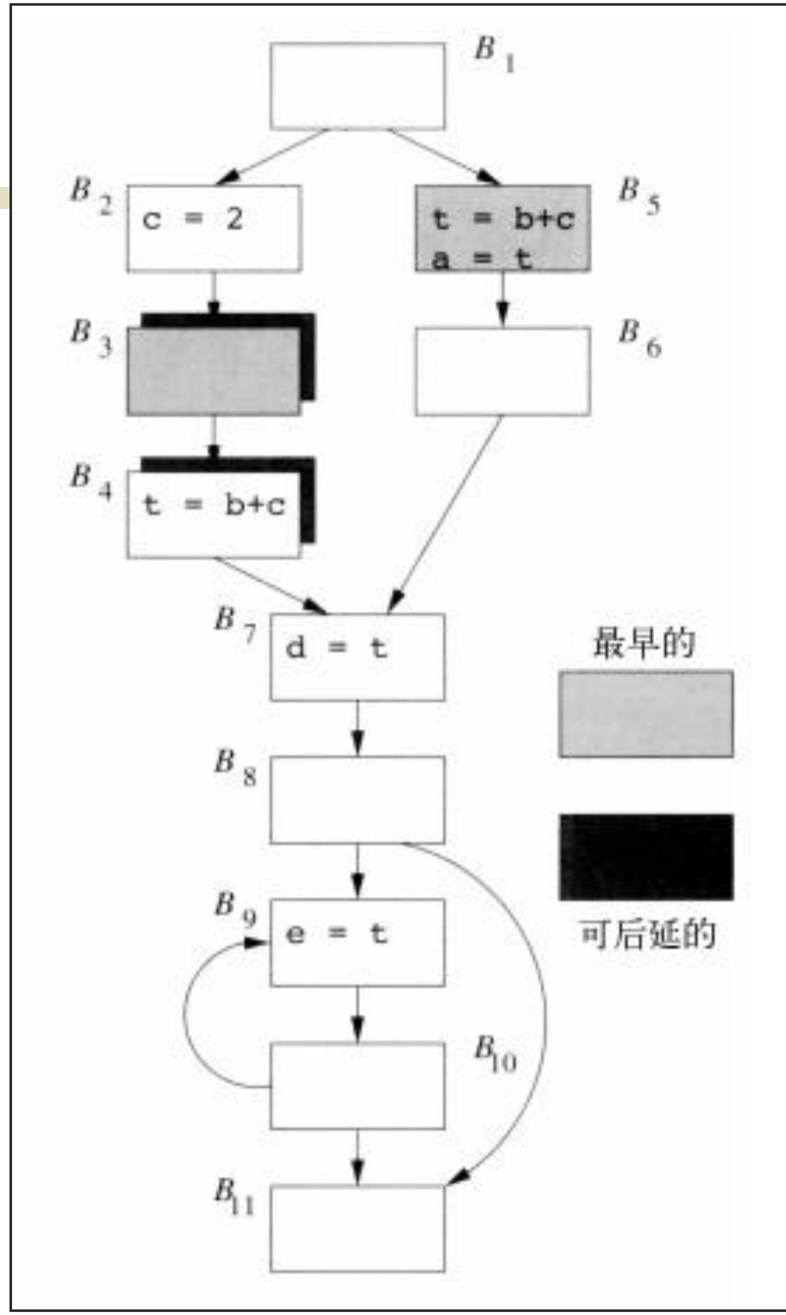


3. 可后延表达式 (2)

- 粗略地说，一个表达式将被放置在**边界**上，即一个表达式从可后延变成不可后延的地方

3. 例子

- 可放置b + c的两个最早的点是B_3和B_5
  - 不能从B_5后延到B_6
  - 但可以从B_3后延到B_4



4. 被使用的表达式

- 确定一个被引入的临时变量是否在它所在基本块之外的其它地方使用
  - 对表达式的活跃性分析
  - 如果从程序点$\boldsymbol{p}$出发的一条路径在表达式被重新求值之前使用了该表达式，那么该表达式在点$\boldsymbol{p}$上被使用

	a) 被预期执行的表达式	b) 可用表达式
域	Sets of expressions	Sets of expressions
方向	逆向	Forwards
传递函数	$f_B(x) =$ $e\_use_B \cup (x - e\_kill_B)$	$f_B(x) =$ $(anticipated[B].in \cup x) - e\_kill_B$
边界条件	$\text{IN}[\text{EXIT}] = \emptyset$	$\text{OUT}[\text{ENTRY}] = \emptyset$
交汇运算($\wedge$)	$\cap$	$\cap$
方程组	$\text{IN}[B] = f_B(\text{OUT}[B])$ $\text{OUT}[B] = \bigwedge_{S,succ(B)} \text{IN}[S]$	$\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$ $\text{IN}[B] = \bigwedge_{P,pred(B)} \text{OUT}[P]$
初始化	$\text{IN}[B] = U$	$\text{OUT}[B] = U$

	c) 可后延表达式	d) 被使用的表达式
域	Sets of expressions	Sets of expressions
方向	前向	Backwards
传递函数	$f_B(x) =$ $(earliest[B] \cup x) - e\_use_B$	$f_B(x) =$ $(e\_use_B \cup x) - latest[B])$
边界条件	$\text{OUT}[\text{ENTRY}] = \emptyset$	$\text{IN}[\text{EXIT}] = \emptyset$
交汇运算($\wedge$)	$\cap$	$\cup$
方程组	$\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$ $\text{IN}[B] = \bigwedge_{P,pred(B)} \text{OUT}[P]$	$\text{IN}[B] = f_B(\text{OUT}[B])$ $\text{OUT}[B] = \bigwedge_{S,succ(B)} \text{IN}[S]$
初始化	$\text{OUT}[B] = U$	$\text{IN}[B] = \emptyset$

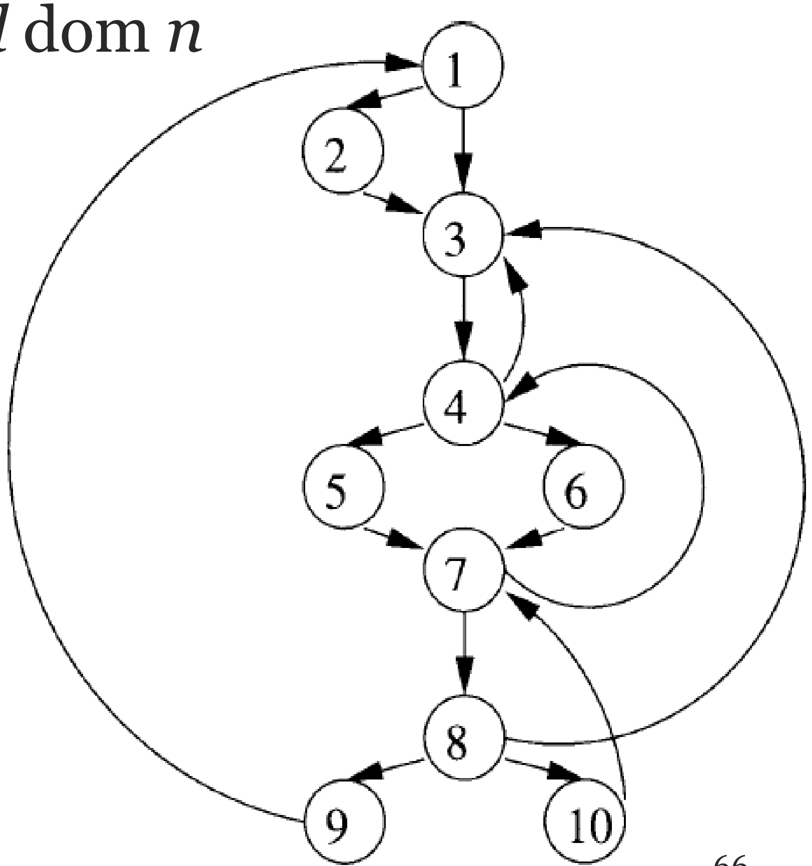
$$
\begin{aligned}
earliest[B] &= anticipated[B].in - available[B].in \\
latest[B] &= (earliest[B] \cup postponable[B].in) \cap \\
&\quad \Big(e\_use_B \cup \neg\big(\textstyle\bigcap_{S,succ[B]} (earliest[S] \cup postponable[S].in)\big)\Big)
\end{aligned}
$$

流图中的循环

- 循环的重要性
  - 程序的大部分执行时间都花在循环上
  - 也是数据流分析需要经过若干次迭代的原因
- 相关概念
  - 支配结点
  - 深度优先排序
  - 回边
  - 图的深度
  - 可归约性

支配结点

- 支配 (Dominate)
  - 如果每条从入口结点到达n的路径都经过d，那么d支配n，记为d dom n
  - 例子
    - 1支配所有结点
    - 2只支配自己
    - 3支配除了1、2外的其它结点
    - 4支配1、2、3外的其它结点
    - 5、6只支配自身
    - 7支配7、8、9、10
    - 8支配8、9、10
    - 9、10只支配自身

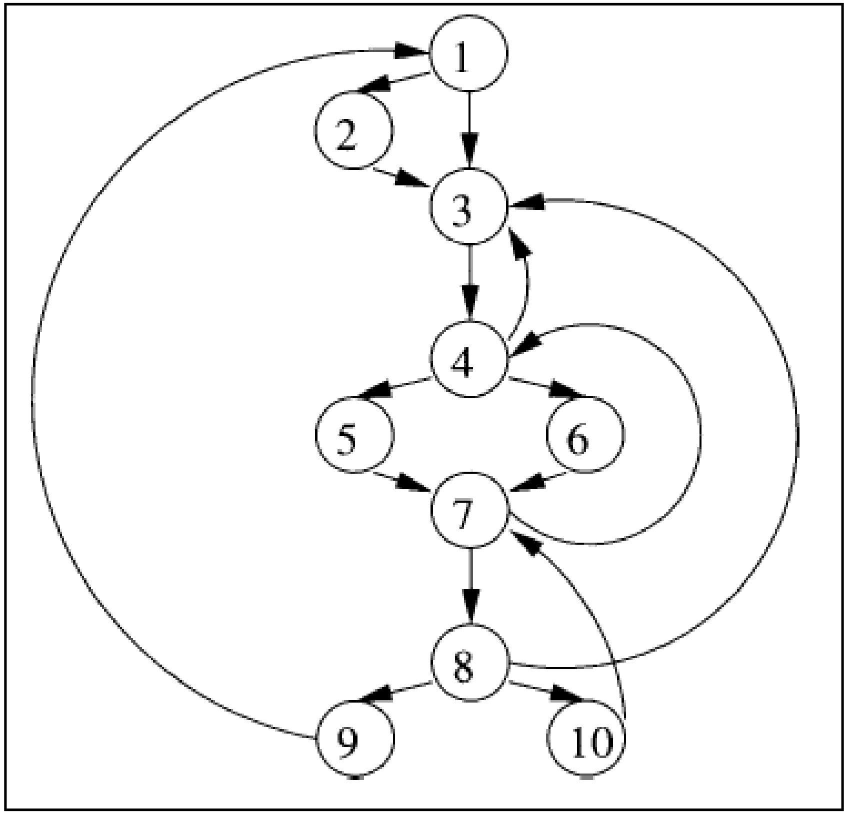


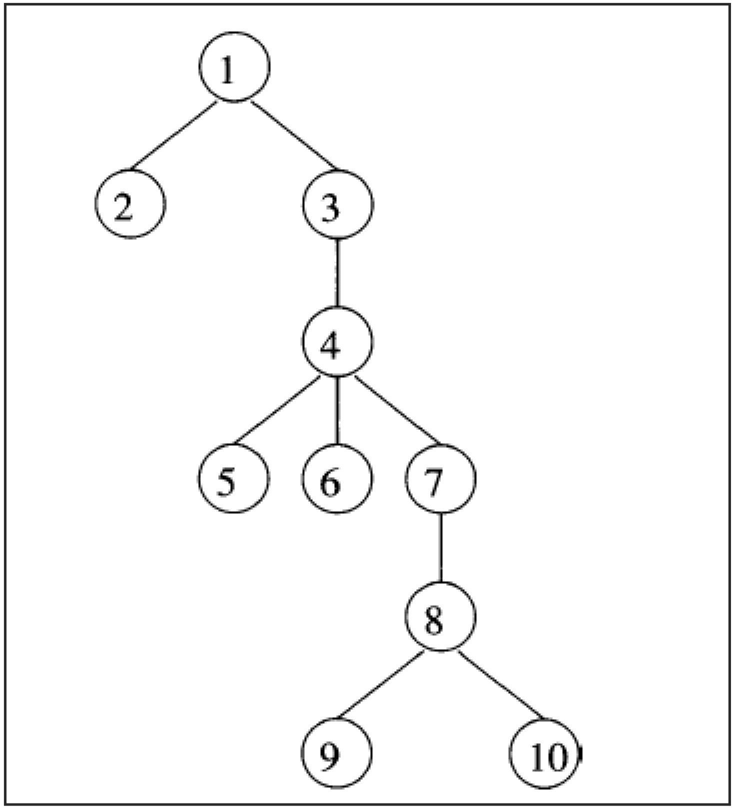
支配结点树 (1)

- **支配结点树**可以表示支配关系
  - 根结点：入口结点
  - 每个结点d支配且只支配树中的后代结点
- **直接支配结点**
  - 从入口结点到达n的任何路径 (不含n) 中，它是路径中最后一个支配n的结点
  - 前面的例子：1直接支配3，3直接支配4
  - n的直接支配结点m具有如下性质：如果$d \neq n$且d dom n，那么d dom m

支配结点树 (2)

- 例子





寻找支配结点算法 (1)

- 计算流图中各个结点n的所有支配结点
  - $p_1, p_2, \ldots, p_k$是n的所有前驱且$d \neq n$，那么$d \text{ dom } n$当且仅当$d \text{ dom } p_i \ (1 \leq i \leq k)$
- 一个结点的**支配结点集合**(它自己除外)是它的所有前驱的支配结点集合的交集
- 前向数据流分析问题

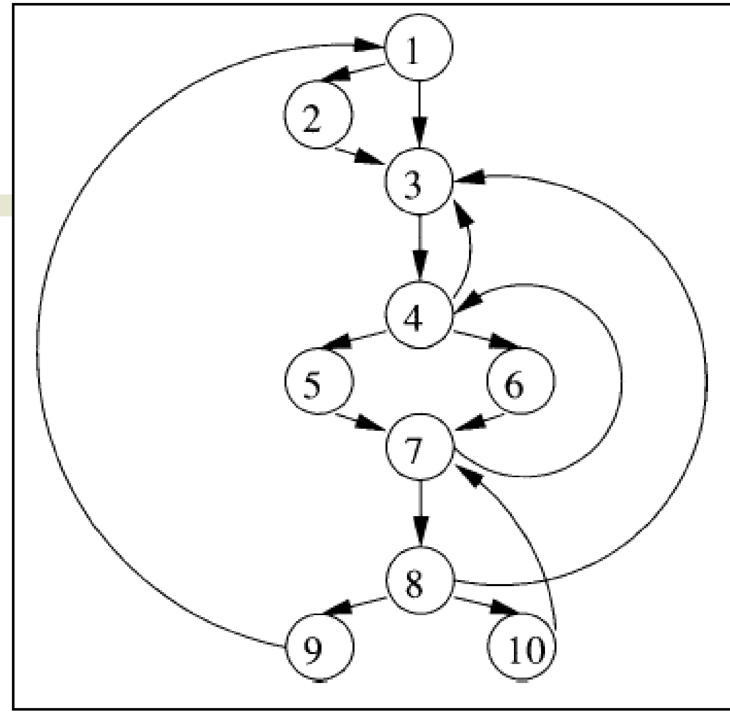
寻找支配结点算法 (2)

- 求解如图所示的数据流方程组，可以得到各结点对应的支配结点集合
- D(n) = OUT[n]

	支配结点
域	The power set of N
方向	Forwards
传递函数	$f_B(x) = x \cup \{B\}$
边界条件	$\text{OUT}[\text{ENTRY}] = \{\text{ENTRY}\}$
交汇运算($\wedge$)	$\cap$
方程式	$\text{OUT}[B] = f_B(\text{IN}[B])$ $\text{IN}[B] = \bigwedge_{P,pred(B)} \text{OUT}[P]$
初始化设置	$\text{OUT}[B] = N$

图 9-40　一个计算支配结点的数据流算法

例子




```
OUT[ENTRY] = v_ENTRY;
for (除 ENTRY 之外的每个基本块 B) OUT[B] = ⊤;
while (某个 OUT 值发生了改变)
        for (除 ENTRY 之外的每个基本块 B) {
                IN[B] = ∧_{P是B的一个前驱} OUT[P];
                OUT[B] = f_B(IN[B]);
        }
```

$D(1) = \{1\}$

$D(2) = \{2\} \cup D(1) = \{1, 2\}$

$D(3) = \{3\} \cup (\{1\} \cap \{1, 2\} \cap \{1, 2, \cdots, 10\} \cap \{1, 2, \cdots, 10\}) = \{1, 3\}$

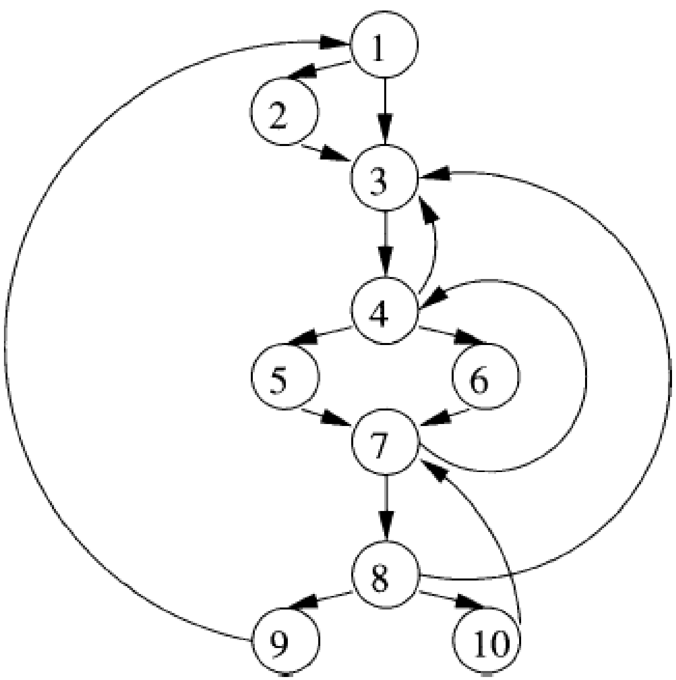
$$D(4) = \{4\} \cup (D(3) \cap D(7)) = \{4\} \cup (\{1,3\} \cap \{1,2,\ldots,10\}) = \{1,3,4\}$$
$$D(5) = \{5\} \cup D(4) = \{5\} \cup \{1,3,4\} = \{1,3,4,5\}$$
$$D(6) = \{6\} \cup D(4) = \{6\} \cup \{1,3,4\} = \{1,3,4,6\}$$
$$D(7) = \{7\} \cup (D(5) \cap D(6) \cap D(10))$$
$$= \{7\} \cup (\{1,3,4,5\} \cap \{1,3,4,6\} \cap \{1,2,\ldots,10\}) = \{1,3,4,7\}$$
$$D(8) = \{8\} \cup D(7) = \{8\} \cup \{1,3,4,7\} = \{1,3,4,7,8\}$$
$$D(9) = \{9\} \cup D(8) = \{9\} \cup \{1,3,4,7,8\} = \{1,3,4,7,8,9\}$$
$$D(10) = \{10\} \cup D(8) = \{10\} \cup \{1,3,4,7,8\} = \{1,3,4,7,8,10\}$$

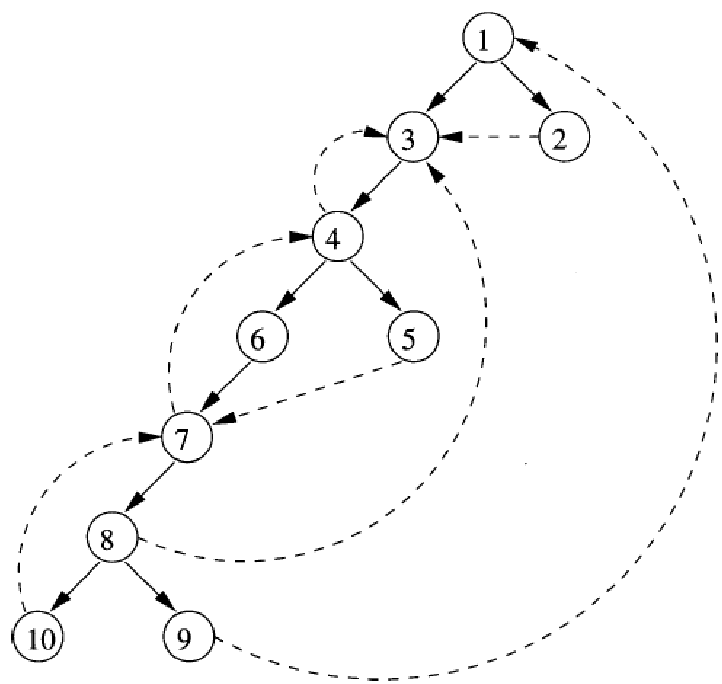
深度优先生成树

- **深度优先搜索 (Depth-First Search)**
  - 搜索过程从入口结点开始，并首先访问离入口结点最远的结点
- **深度优先生成树**
  - 一个深度优先过程中的搜索路线形成了一个深度优先生成树 (Depth-First Spanning Tree / DFST)

例子

- 左边：流图，右边：深度优先生成树
  - 实线边形成了这棵树，虚线边是流图中其它的边
  - 深度优先搜索：1-3-4-6-7-8-10-8-9-8-7-……



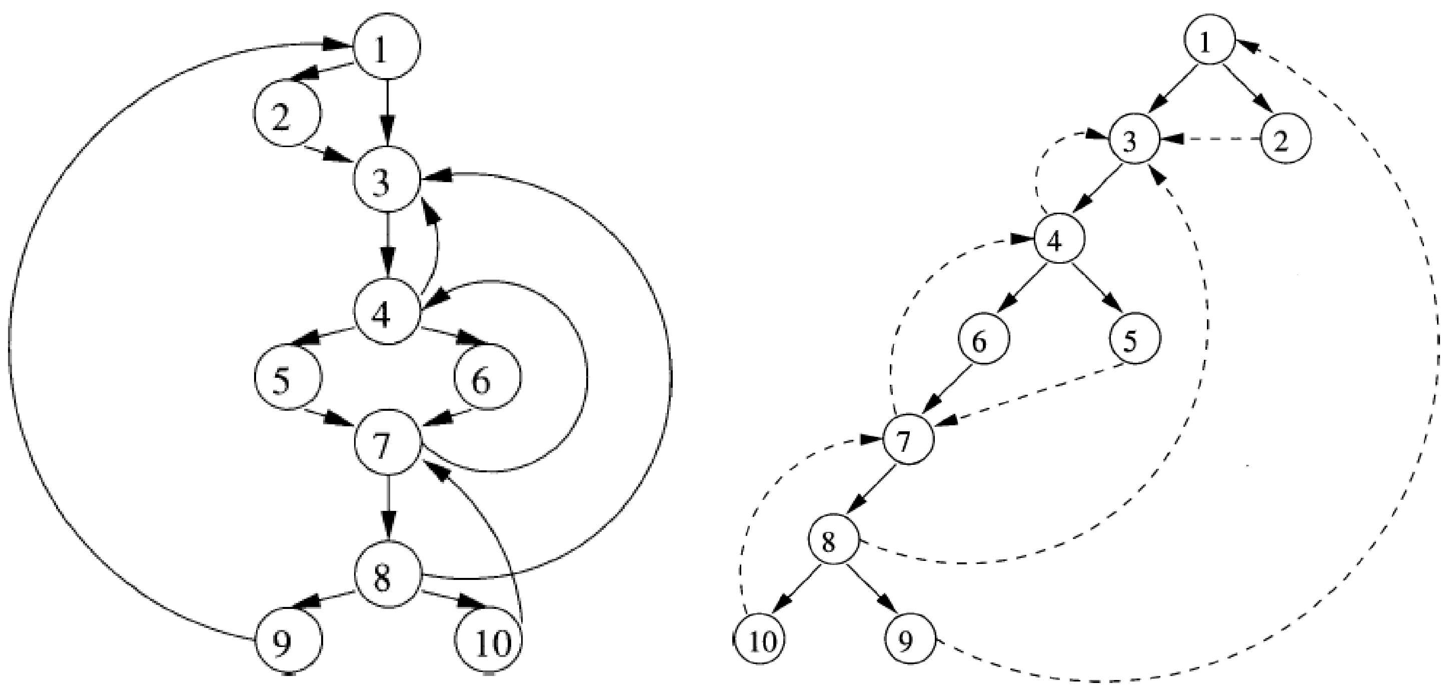


深度优先排序

- **前序遍历**
  - 先访问一个结点，然后从左到右递归地访问该结点的子结点
- **后序遍历**
  - 首先递归地从左到右访问一个结点的子结点，然后访问该结点
- **深度优先排序**
  - 首先访问一个结点，然后访问该结点的最右子结点，再访问这个子结点左边的子结点，依次类推(和后序遍历的顺序相反)

例子

- 前序遍历：1, 3, 4, 6, 7, 8, 10, 9, 5, 2
- 后序遍历：10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1
- 深度优先排序：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10



深度优先生成树和深度优先排序算法

- T中记录了深度优先生成树的边集合
- $dfn[n]$表示n的深度优先编号
- c的值从n逐步递减到1

```
void search(n) {
        将 n 标记为“visited”;
        for (n 的各个后继 s)
                if (s 标记为“unvisited”) {
                        将边 n → s 加入到 T 中;
                        search(s);
                }
        dfn[n] = c;
        c = c − 1;
}

main() {
        T = ∅; /* 边集*/
        for (G 的各个结点 n)
                把 n 标记为 “unvisited”;
        c = G 的结点个数 ;
        search(n0);
}
```

流图中边的分类

- 为一个流图构造出DFST之后，流图中的边可以分为三类
  - **前进边**：从结点m到达m在DFST树中的一个真后代结点的边 (DFST中的所有边都是前进边)
  - **后退边**：从m到达m在DFST树中的某个祖先 (包括m) 的边
  - **交叉边**：边的src和$dest$都不是对方的祖先

  - 考虑：3 → 4, 10 → 7, 5 → 7

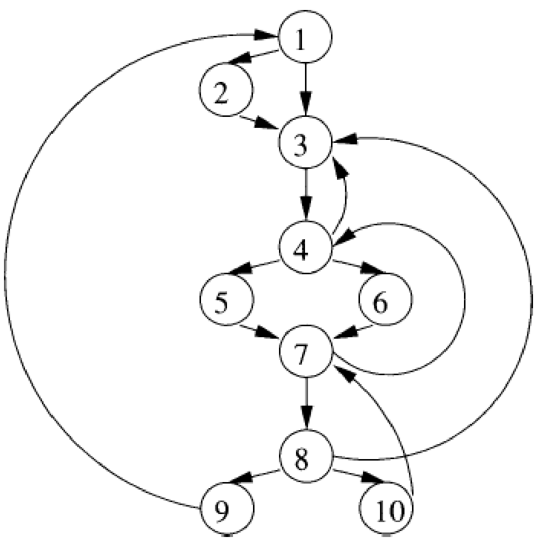
回边和可归约性 (1)

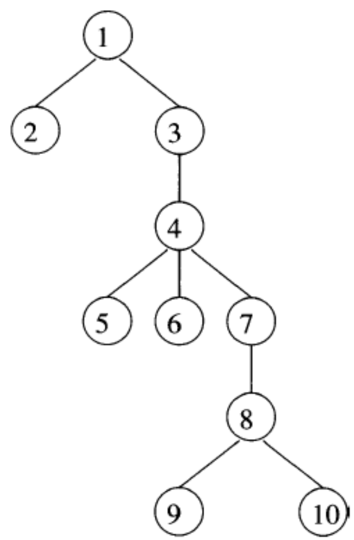
- **回边**
  - 边$a \rightarrow b$，头b支配了尾a
  - 每条回边都是后退边，但不是所有后退边都是回边

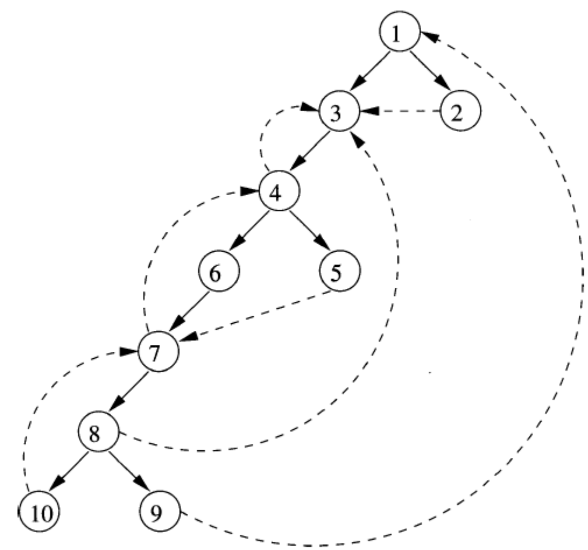
- 如果一个流图的任何深度优先生成树中的所有后退边都是回边，那么该流图就是**可归约**的
  - 可归约流图的DFST的后退边集合就是回边集合
  - 不可归约流图的DFST中可能有一些后退边不是回边

回边和可归约性 (2)

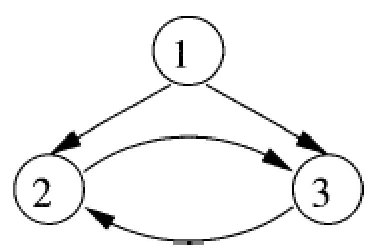
- 现实中出现的流图基本都是可归约的
  - 可归约的例子





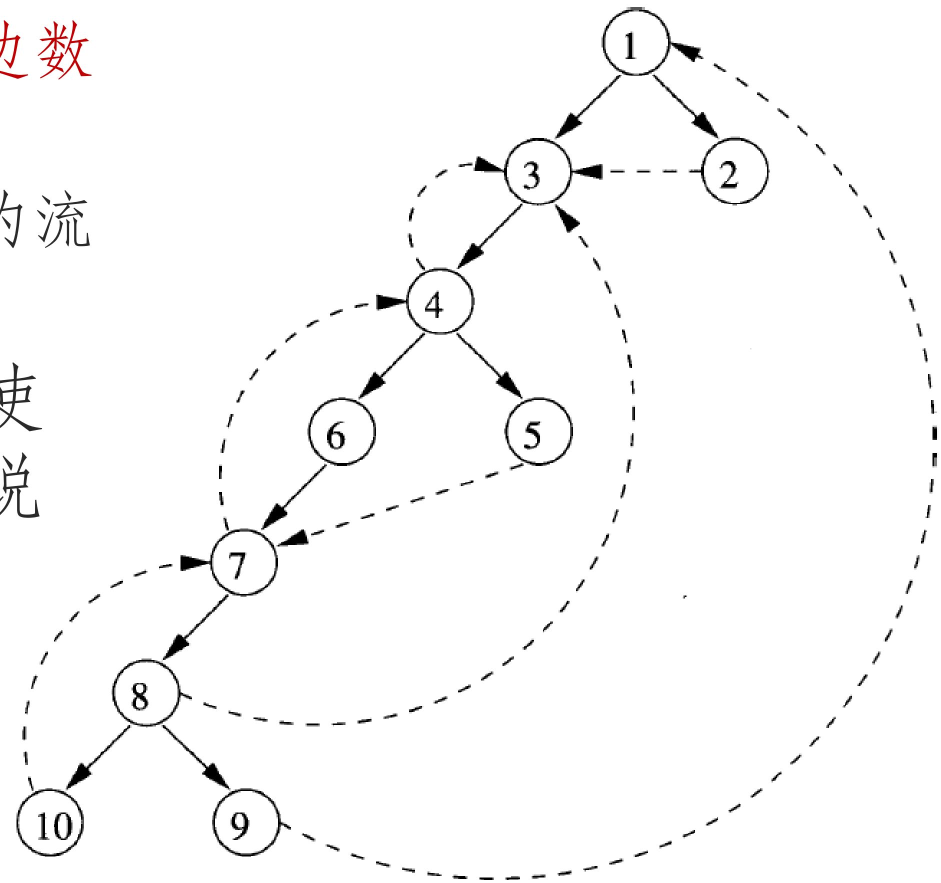


  - 不可归约的例子



流图的深度

- **流图相对于DFST的深度**
  - 各条无环路径上后退边数中的最大值
  - 不会大于直观上所说的流图中的循环嵌套深度
- 对可归约的流图，可使用回边来定义，且可说是**流图的深度**
- 右边的流图深度为3
  - 10 → 7 → 4 → 3



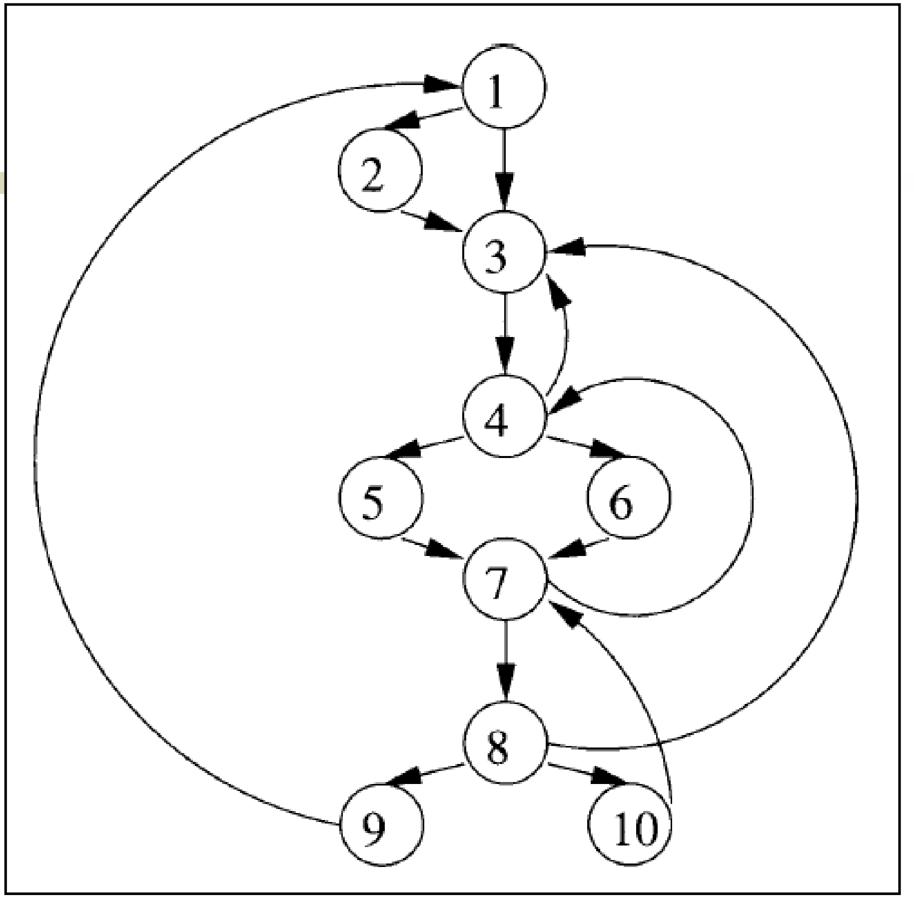
自然循环

- 自然循环的性质
  - 有一个唯一的入口结点 (循环头 Header)，这个结点支配循环中的所有结点
  - 必然存在进入循环头的回边
- **自然循环**的定义
  - 给定回边$n \rightarrow d$的自然循环是d，加上不经过d就能够到达n的结点的集合
  - d是这个循环的头

自然循环构造算法

- 输入：流图G和回边$n \to d$
- 输出：给定回边$n \to d$的自然循环中的所有结点的集合$loop$
- 方法
  - $loop = \{ n, d \}$，d标记为visited
  - 从n开始，逆向对流图进行深度优先搜索，把所有访问到的结点都加入$loop$，加入$loop$的结点都标记为visited
  - 搜索过程中，不越过标记为visited的结点

自然循环的例子



- 回边：10 → 7
  - { 7, 8, 10 }
- 回边：7 → 4
  - { 4, 5, 6, 7, 8, 10 }
  - 包含了前面的循环
- 回边4 → 3， 8 → 3
  - 同样的头
  - 同样的结点集合{ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 }
- 回边9 → 1
  - 整个流图