

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО СВЯЗИ**

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций  
им. проф. М. А. Бонч-Бруевича»**

---

Кафедра радиосистем и обработки сигналов

Дисциплина «Цифровая обработка сигналов»

**Лабораторная работа ЛР08**

**ЛИНЕЙНЫЕ ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ**

Выполнили:

ст. гр. ИКТ3-83  
Громов А.А.  
Миколаени М.С

Проверила:

Меркучева Т. В.

---

Санкт-Петербург  
2020

**Таблица исходных данных.**

Переменная	Назначение	Значение	Идентификатор
$N_{бр}$	Номер бригады	$N_{бр}$	Nb = 11
$b_0$ $b_1$ $b_2$	Коэффициенты числителя передаточной функции	$b_0 = 0,5 + 0,02N_{бр}$ $b_1 = b_0(-1)^{N_{бр}+1}(0,9822 + 0,0178N_{бр})$ $b_2 = b_0[0,8 + 0,2(N_{бр} \bmod 5)]$	Вектор b = [0.72 0.84816 0.72]
$a_0$ $a_1$ $a_2$	Коэффициенты знаменателя передаточной функции	$a_0 = 1$ $a_1 = (-1)^{N_{бр}}(0,7778 + 0,025N_{бр})$ $a_2 = 0,64 + 0,006N_{бр}$	Вектор a = [1 -1.053 0.706]
$N_1$	Длина ИХ	$N_1 = N_{бр} \bmod 10 + 20$	N1 = 21
$N_2$	Длина воздействия	$N_2 = N_{бр} \bmod 10 + 30$	N2 = 31
$f_d$	Частота дискретизации	$f_d = 1000N_{бр}$	Fs = 11000

**Цель работы:** изучить математическое описание линейных дискретных систем и овладеть программными средствами и их моделирование и анализа в MATLAB.

ПФ:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} = \frac{0.72 + 0.84816z^{-1} + 0.72z^{-2}}{1 - 1.053 z^{-1} + 0.706z^{-2}}$$

РУ:

$$y(n) = 0,72 * x(n) + 0,84816 * x(n-1) + 0,72 * x(n-2) + 1,053 * y(n-1) - 0,706 * y(n-2)$$

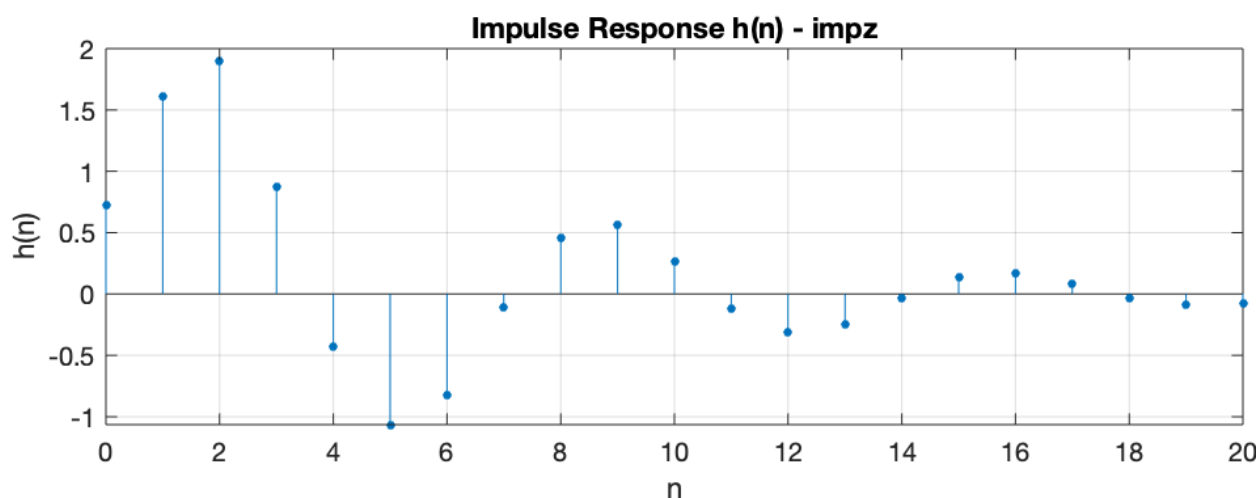
ИХ:

$$h(n) = 0,72 * 0,8402^n \frac{\sin((n+1)51,20^\circ)}{\sin(51,20^\circ)} + 0,84816 * 0,8402^{n-1} \frac{\sin(n * 51,20^\circ)}{\sin(51,20^\circ)} + 0,72 * 0,8402^{n-2} \frac{\sin((n-1)51,20^\circ)}{\sin(51,20^\circ)}$$

## ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

### П.1. ВЫЧИСЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ - функция `impz`

#### ГРАФИК ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ



Пояснение:

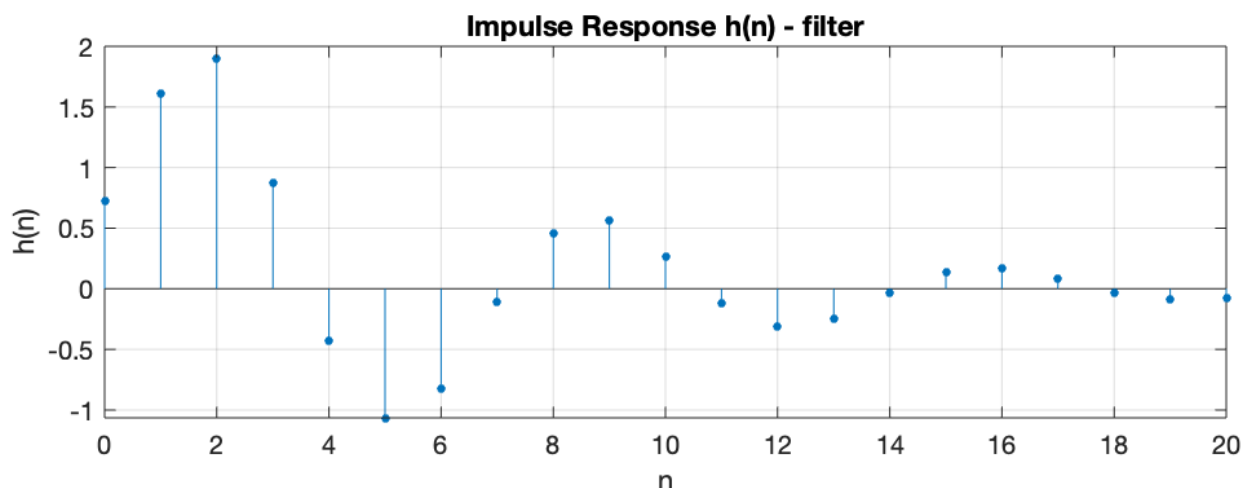
- Аналитическая формула ИХ рекурсивного звена 2-го порядка

$$h(n) = 0,72 * 0,8402^n \frac{\sin((n+1)51,20^\circ)}{\sin(51,20^\circ)} + 0,84816 * 0,8402^{n-1} \frac{\sin(n * 51,20^\circ)}{\sin(51,20^\circ)} + 0,72 * 0,8402^{n-2} \frac{\sin((n-1)51,20^\circ)}{\sin(51,20^\circ)}$$

- В действительности длина ИХ рекурсивных ЛДС бесконечна.

### П.2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ - функция `filter`

#### ГРАФИК ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

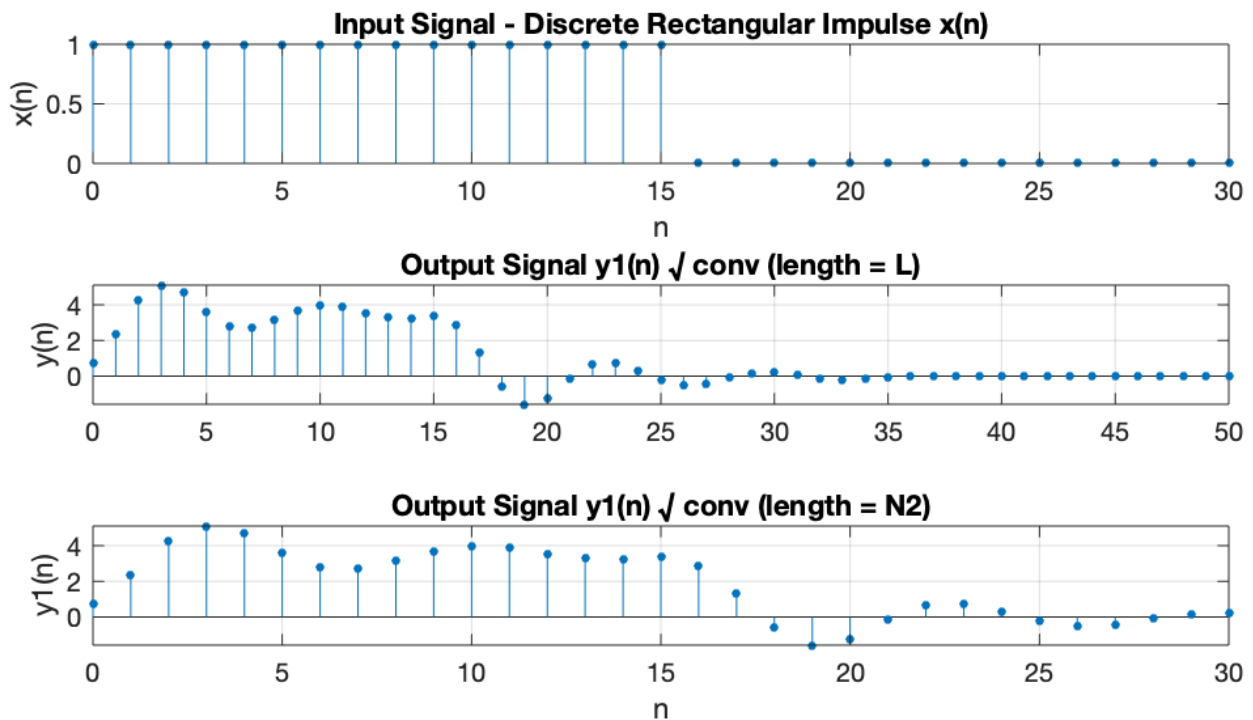


Пояснение:

- Импульсная характеристика – реакция на цифровой единичный импульс. Поэтому в качестве воздействия поступает цифровой единичный импульс длины  $N_I-1$ . Длина цифрового единичного импульса ограничивается ИХ.

### П.3. ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ПО ФОРМУЛЕ СВЕРТКИ

## ГРАФИКИ ВОЗДЕЙСТВИЯ И РЕАКЦИИ, ВЫЧИСЛЕННОЙ ПО ФОРМУЛЕ СВЕРТКИ



Формула свертки:

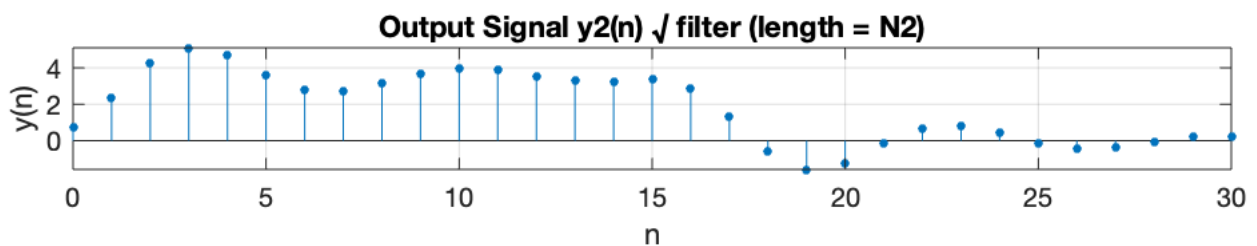
$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(n-m)x(m) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m)$$

Пояснение:

- Длина импульса равна  $\text{int}(N_2/2)$ , в данном случае 16.
- Длина реакции ограничена  $(L=N_2+N_1-1)=51$ .

## П.4. ВЫЧИСЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ПО РАЗНОСТНОМУ УРАВНЕНИЮ

ГРАФИК РЕАКЦИИ, ВЫЧИСЛЕННОЙ ПО РАЗНОСТНОМУ УРАВНЕНИЮ



Пояснение:

- $y(n) = 0,72 * x(n) + 0,84816 * x(n-1) + 0,72 * x(n-2) + 1,053 * y(n-1) - 0,706 * y(n-2)$
- Длина реакции равна длине воздействия  $N_2=31$  потому, что длина реакции без ограничения бесконечна

## П.5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ В ВИДЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ПРОСТЕЙШИХ МНОЖИТЕЛЕЙ

Пояснение:

- Нули и полюсы в алгебраической форме и коэффициент усиления:  
( $q$  – нули,  $p$  – полюсы,  $K$  – коэффициент усиления)

$$q =$$

$$-0.5890 + 0.8081i$$

$$-0.5890 - 0.8081i$$

$$p =$$

$$0.5265 + 0.6548i$$

$$0.5265 - 0.6548i$$

$$K =$$

$$0.7200$$

- Нули в показательной форме:  
( $r_q$  – радиусы комплексно сопряженных нулей,  $w_q$  – аргументы комплексно сопряженных нулей)

$$r_q =$$

$$1.0000$$

$$1.0000$$

$$w_q =$$

$$2.2006$$

$$-2.2006$$

- Полюсы в показательной форме:  
( $r_p$  – радиусы комплексно сопряженных полюсов,  $w_p$  – аргументы комплексно сопряженных полюсов)

$$r_p =$$

$$0.8402$$

$$0.8402$$

$$w_p =$$

$$0.8936$$

$$-0.8936$$

- Значение аргумента полюса

$$w_q = 0,7\pi$$

$$-0,7\pi$$

$$w_p = 0,284\pi$$

$$-0,284\pi$$

- Передаточная функция в виде произведения простейших множителей с нулями и полюсами в показательной форме:

$$H(z) = b_0 \cdot \prod_{k=1}^{M-1} \frac{1 - b_k z^{-1}}{1 - a_k z^{-1}} = 0,72 \cdot \prod_1^2 \frac{1 - z^{-1} * 1 * e^{\pm 2,2006j}}{1 - z^{-1} * 0,8402 * e^{\pm 0,8936j}}$$

## П.6. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ В ВИДЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ МНОЖИТЕЛЕЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Матрица коэффициентов (s) и коэффициента усиления (G):

$$s = \begin{bmatrix} 1.0000 & 1.1780 & 1.0000 & 1.0000 & -1.0530 & 0.7060 \\ 0.7200 \end{bmatrix}$$

Передачная функция в виде произведения множителей 2-го порядка:

$$H(z) = \prod_{k=1}^L \frac{b_{0k} + \tilde{b}_{1k}z^{-1} + \tilde{b}_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}$$

где  $b_{0k}$ ,  $\tilde{b}_{1k}$ ,  $\tilde{b}_{2k}$ ,  $a_{1k}$ ,  $a_{2k}$  — вещественные коэффициенты;  $L$  — количество звеньев 2-го порядка.

В MATLAB используется представление передаточной функции в эквивалентном виде, получаемом при вынесении за скобки коэффициентов  $b_{0k}$ :

$$H(z) = G \prod_{k=1}^L \frac{1 + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}}$$

где  $G = b_{01} \cdot b_{02} \cdot \dots \cdot b_{0L}$  — коэффициент усиления, а соответствующие коэффициенты связаны соотношениями:

$$b_{1k} = \tilde{b}_{1k}/G; \quad b_{2k} = \tilde{b}_{2k}/G;$$

$$H(z) = 0.72 * \frac{1 + 1.178 * z^{-1} + 1 * z^{-2}}{1 - 1.053 * z^{-1} + 0.706 * z^{-2}}$$

## П.7. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ В ВИДЕ СУММЫ ПРОСТЫХ ДРОБЕЙ

Коэффициенты разложения (r), полюсов (p) в алгебраической форме и целой части (c)

r =	p =	c =
-0.1499 - 1.3471i	0.5265 + 0.6548i	1.0198
-0.1499 + 1.3471i	0.5265 - 0.6548i	

КОЭФФИЦИЕНТЫ РАЗЛОЖЕНИЯ (r) в ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФОРМЕ

(rr — радиусы комплексно сопряженных коэффициентов разложения, wr — аргументы комплексно сопряженных коэффициентов разложения, rp — радиусы комплексно сопряженных полюсов, wp — аргументы комплексно сопряженных полюсов)

rr =	wr =	rp =	wp =
1.3554	-1.6816	0.8402	0.8936
1.3554	1.6816	0.8402	-0.8936

- Значение аргумента коэффициента разложения и аргумента полюса

$$wr = \begin{bmatrix} -0.53527\pi \\ 0.53527\pi \end{bmatrix}$$

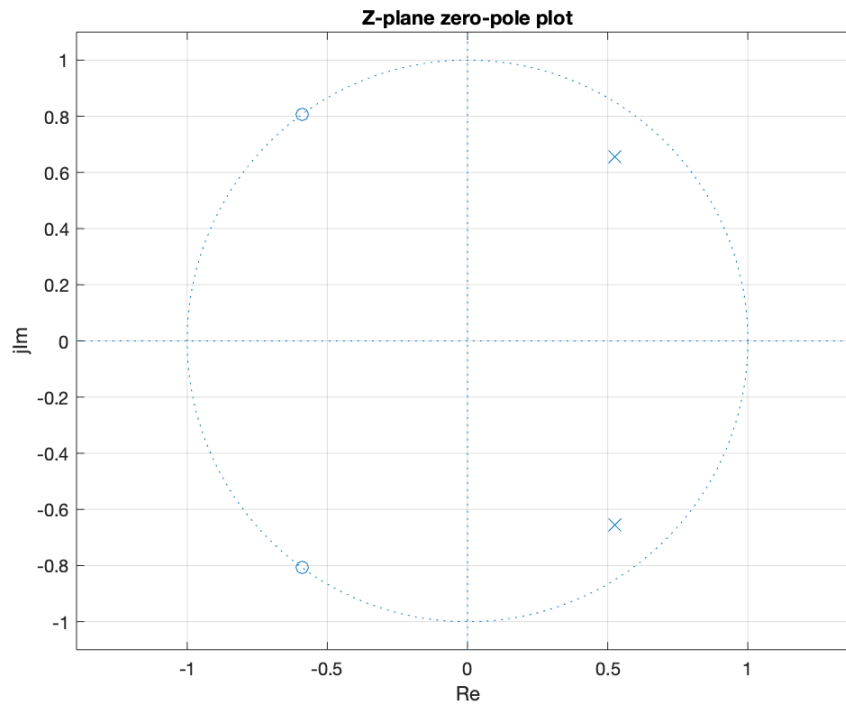
$$wp = \begin{bmatrix} 0.284\pi \\ -0.284\pi \end{bmatrix}$$

- Передаточная функция в виде суммы простых дробей с полюсами и коэффициентами разложения в показательной форме:

$$H(z) = \sum_{n=1}^{M-1} \frac{(-0.1499 \pm 1.3471i)}{1 - (0.5265 \pm 0.6548i) * z^{-1}} + 1.0198, M = 3$$

## П.8. ВЫВОД КАРТЫ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ

### КАРТЫ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ



Пояснение:

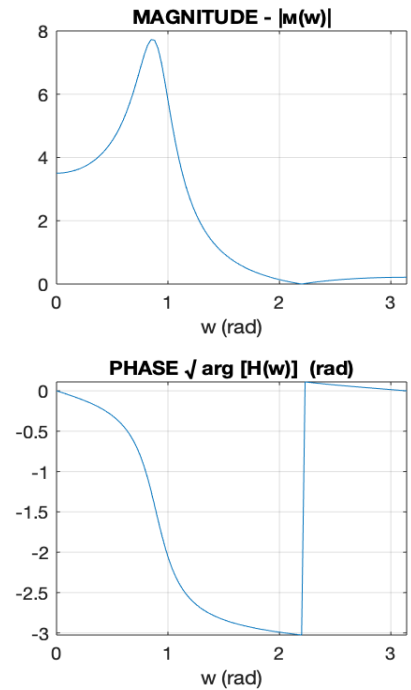
- По второму критерию устойчивости данное рекурсивное звено является устойчивым (так как все полюса лежат внутри единичного круга)
- Значения нулей и полюсов совпадают с вычисленными в пункте 5.

## П.9.ВЫЧИСЛЕНИЕ АЧХ и ФЧХ В ШКАЛЕ НОРМИРОВАННЫХ ЧАСТОТ

### ГРАФИКИ АЧХ и ФЧХ в шкале НОРМИРОВАННЫХ частот

Пояснение:

- Границы основной полосы частот  $[0; \pi]$ .
- Вид АЧХ соответствует карте нулей и полюсов (на частоте комплексно-сопряженных нулей и полюсов мы наблюдаем минимум и максимум соответственно).
- В реакции оказались преимущественно подавлены высокие частотные составляющие.

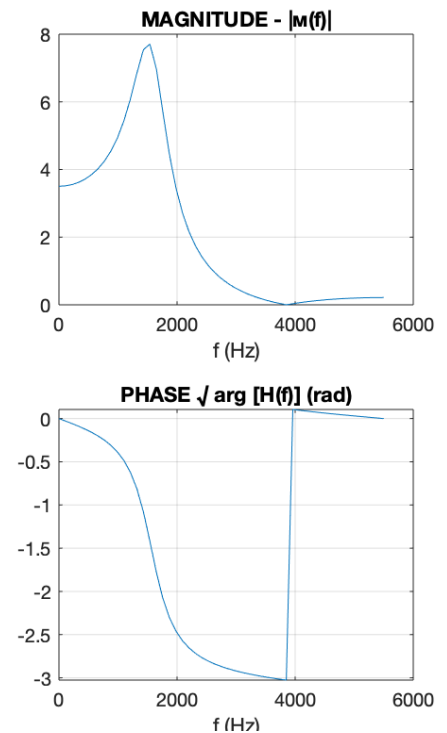


## П.10. ВЫЧИСЛЕНИЕ АЧХ и ФЧХ В ШКАЛЕ АБСОЛЮТНЫХ ЧАСТОТ

ГРАФИКИ АЧХ и ФЧХ в шкале АБСОЛЮТНЫХ частот

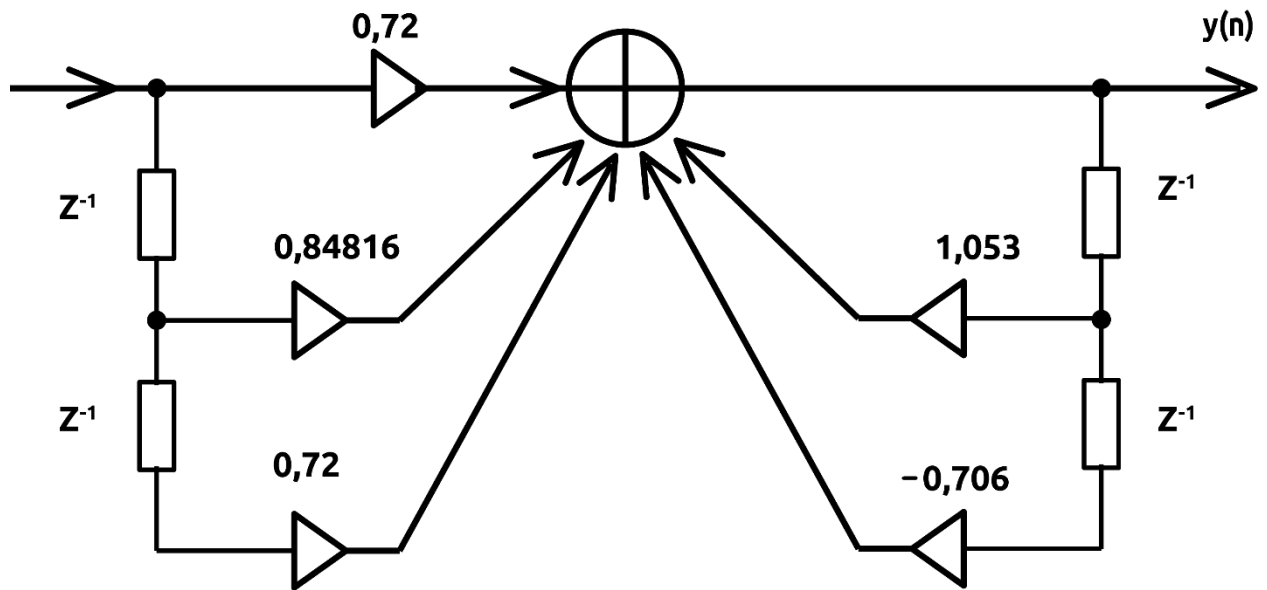
Пояснение:

- Границы основной полосы частот  $[0; f_d/2]$ .
- Графики АЧХ и ФЧХ в абсолютных и нормированных частотах соответствуют друг другу.





## П.11. ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ РЕКУРСИВНОГО ЗВЕНА

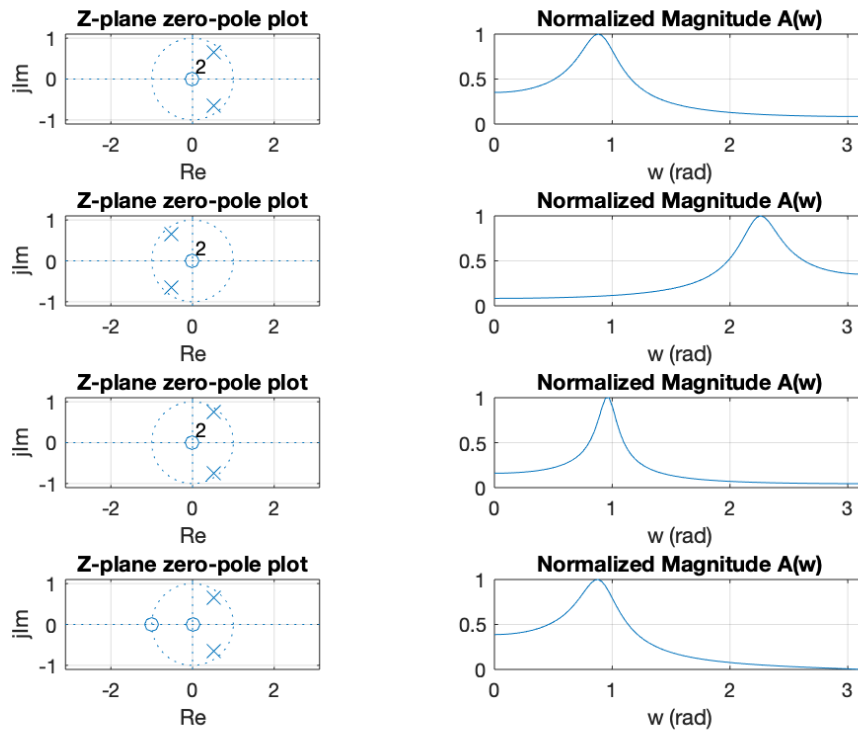


Структура ЛДС:

- Структура (структурная схема) ЛДС отображает алгоритм вычисления реакции по РУ и определяется видом передаточной функции.
- Свойства объектов *dfilt*:
  - *FilterStructure* – показывает структуру рекурсивного звена (прямая, обратная каноническая и т.д.).
  - *Arithmetic* – форма представления данных (вещественный *min double*).
  - *Numerator* – коэффициенты числителя передаточной функции.
  - *Denominator* – коэффициенты знаменателя передаточной функции.
  - *PersistentMemory* – начальные условия при вычислении реакции; значения *false* соответствует ННУ.

## П.12. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ НА ВИД АЧХ

### КАРТЫ НУЛЕЙ И ПОЛЮСОВ и НОРМИРОВАННОЙ АЧХ



Пояснение:

Вариант	Векторы коэффициентов передаточной функции	
	числителя	знаменателя
1	[1 0 0]	[1 a1 a2]
2	[1 0 0]	[1 -a1 a2]
3	[1 0 0]	[1 a1 1.2*a2]
4	[1 1 0]	[1 a1 a2]

- Матрица для коэффициентов  $a$  (знаменателя):  
 $[1 -1.053 0.706]$   
 $[1 1.053 0.706]$   
 $[1 -1.053 0.8472]$   
 $[1 -1.053 0.706]$
- Карты нулей и полюсов соответствует виду АЧХ (на частоте комплексно-сопряженных нулей и полюсов имеются минимумы и максимумы, при наличии вещественных нулей на границах АЧХ наблюдаются экстремумы).

**Вывод:** Лабораторная работа помогла изучить математическое описание линейных дискретных систем и познакомиться с программными средствами их моделирования и анализа в программе MATLAB.