

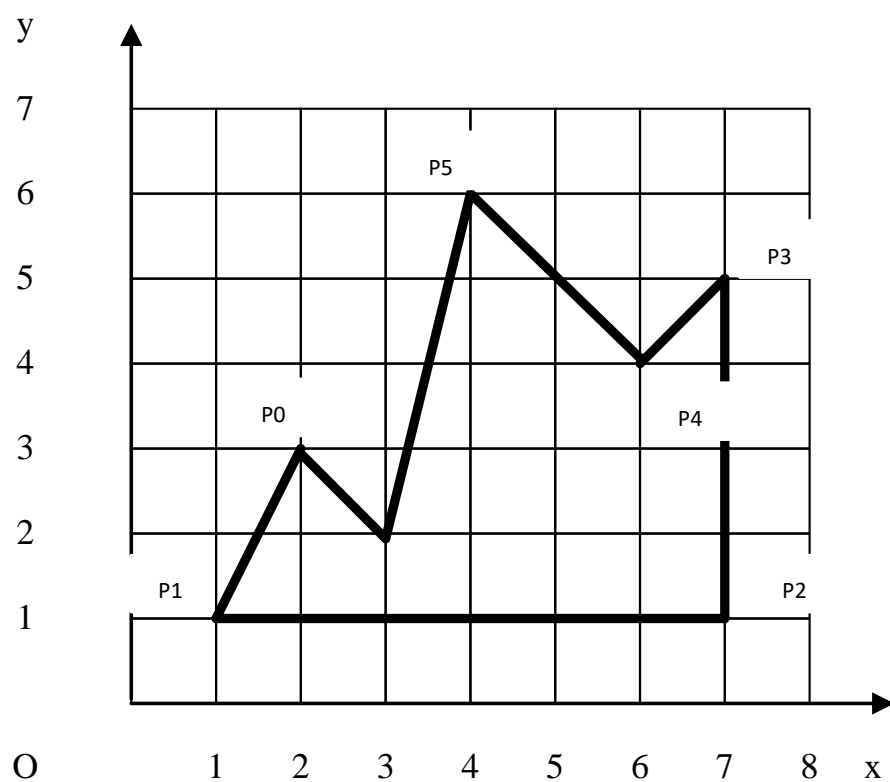
第二次作业及答案

姓名：

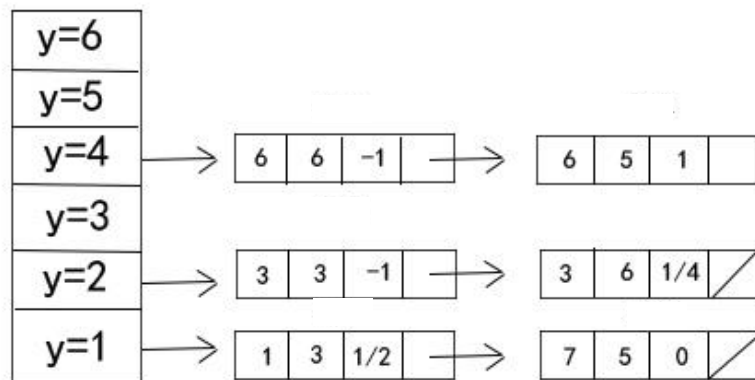
学号：

习题 4

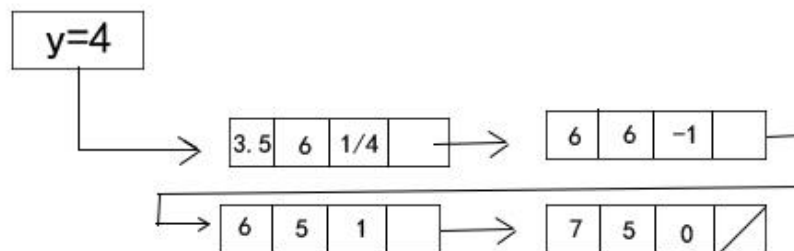
1、试写出图 4-33 所示多边形的边表和扫描线 $y=4$ 的有效边表。（25 分）



多边形的边表：



y=4的有效边表：



习题 5

1、如图 5-28 所示，求 P0 (4, 1)、P1 (7, 3)、P2 (7, 7)、P3 (1, 4) 构成的四边形绕 Q(5, 4) 逆时针旋转 45° 的变换矩阵和变换后图形的顶点坐标。(25 分)

(1) 将 Q(5, 4) 平移到原点

$$\text{变换矩阵 } T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -5 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 将四边形相对于原点逆时针旋转 45°

$$\text{变换矩阵 } T_2 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

(3) 将参考点 Q 移动回原位置，

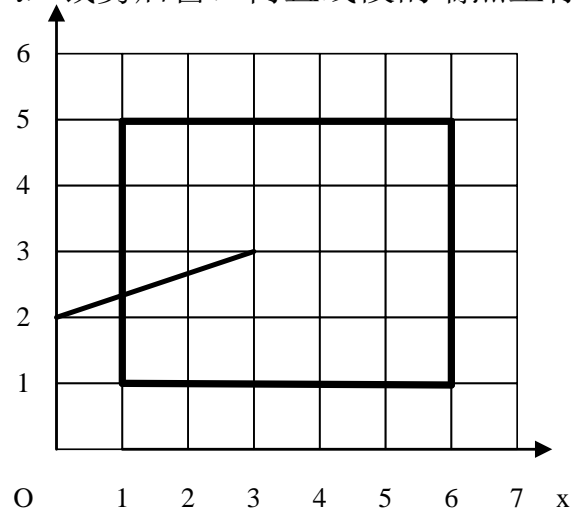
$$\text{变换矩阵}\mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}。$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{T}_3 = \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 5 - \sqrt{2}/2 & 4 - 9\sqrt{2}/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x'_1 & y'_1 & 1 \\ x'_2 & y'_2 & 1 \\ x'_3 & y'_3 & 1 \\ x'_4 & y'_4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 1 \\ 7 & 7 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 5 - \sqrt{2}/2 & 4 - 9\sqrt{2}/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 5 + \sqrt{2} & 4 - 2\sqrt{2} & 1 \\ 5 + 3\sqrt{2}/2 & 4 + \sqrt{2}/2 & 1 \\ 5 - \sqrt{2}/2 & 4 + 5\sqrt{2}/2 & 1 \\ 5 - 2\sqrt{2} & 4 - 2\sqrt{2} & 1 \end{bmatrix}。$$

4、用 Cohen-Sutherland 算法裁剪线段 $P_0(0, 2)$, $P_1(3, 3)$, 裁剪窗口为 $w_{xl}=1$, $w_{xr}=6$, $w_{yb}=1$, $w_{yt}=5$, 如图 5-31 所示。要求写出: (1) 窗口边界划分的 9 个区间的编码原则。(2) 线段端点的编码。(3) 裁剪的主要步骤。(4) 裁剪后窗口内直线段的端点坐标。(25 分)



解:

(1) 首先对直线段的端点进行编码, 即对直线段的任一端点 (x, y) , 根据其坐标所在的区域, 赋予一个四位的二进制码 $C_3C_2C_1C_0$ 若 $x < w_{xl}$, 则 $C_0=1$, 否则 $C_0=0$; 若 $x > w_{xr}$, 则 $C_1=1$, 否则 $C_1=0$; 若 $y < w_{yb}$, 则 $C_2=1$, 否则 $C_2=0$; 若 $y > w_{yt}$, 则 $C_3=1$, 否则 $C_3=0$.

(2) 线段端点的编码: $code_1=0001$ $code_2=0000$

(3) 裁剪的主要步骤:

1) 输入直线的两端点坐标: $P_0(0, 2)$, $P_1(3, 3)$, 以及窗口的四边界坐标: $w_{xl}=1$, $w_{xr}=6$, $w_{yb}=1$, $w_{yt}=5$

2) 对 P_0, P_1 进行编码: 点 P_0 的编码为 $code_1=0001$, 点 P_1 的编码为 $code_2=0000$

3) 若 $code_1 \mid code_2 = 0$, 对直线应减取之, 转(6): 否则 $code_1 \& code_2 \neq 0$, 对直线段可简弃之, 转(7): 当上述两条不满足时, 进行步骤 4)

4) 确保 P_0 在窗口外部: 若 P_0 在窗口内, 则交换 P_0 和 P_1 的坐标值和编码。

5) 按左、右、下、上的顺序检查编码并要求出直线段与窗口边界的交点, 用该交点的坐标值替换 P_0 的坐标值。求线段 $P_0 (0, 2)$ $P_1 (3, 3)$ 和窗口左界 $w_{x1}=1$ 的交点, 把 $w_{x1}=1$ 代入直线方程求出 $y=kx+b= (1/3) * x+2=2.3$ 交点坐标 $S (1, 2.3)$ 替换端点坐标 $P_0 (0, 2)$, 使 P_0 坐标为 $(1, 2.3)$; 也即为交点, 假定为 s , s 处把线段一分为二, 并去掉 P_0s 这一段(考虑 P_0 是窗口外的一点, 因此可以去掉 P_0s) 转(2)

6) 用直线扫描转换算法画出当前的 P_0P_1

7) 算法结束

(4) 裁剪后窗口内直线段的端点坐标 $P_0 (1, 2.3)$, $P_1 (3, 3)$

5、窗视变换公式也可以使用窗口和视区的相似原理进行推导，但要求点 $P(x_w, y_w)$ 在窗口中的相对位置等于点 $P'(x_v, y_v)$ 在视区中的相对位置，请推导以下的窗视变换 (25分)

解: (1) 将窗口左下角点 (w_{x1}, w_{yb}) 平移到观察坐标系原点。

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -w_{x1} & -w_{yb} & 1 \end{bmatrix}$$

(2) 对原点进行比例变换，使窗口变换为视区。

$$T_2 = \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{其中} \quad \begin{cases} S_x = \frac{v_{xr} - v_{xl}}{w_{xr} - w_{xl}} \\ S_y = \frac{v_{yt} - v_{yb}}{w_{yt} - w_{yb}} \end{cases}$$

(3) 进行反平移，将视区的右下角点平移到 (v_{xl}, v_{yb}) 点。

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ v_{xl} & v_{yb} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{窗视变换矩阵 } T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -w_{x1} & -w_{yb} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ v_{xl} & v_{yb} & 1 \end{bmatrix}$$

代入 S_x, S_y :

$$\begin{bmatrix} x_v & y_v & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_w & y_w & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ v_{xl} - w_{x1}S_x & v_{yb} - w_{yb}S_y & 1 \end{bmatrix}$$

写成方程:

$$\begin{cases} x_v = S_x x_w + v_{xl} - w_{x1} S_x \\ y_v = S_y y_w + v_{yb} - w_{yb} S_y \end{cases} \quad \text{令} \quad \begin{cases} a = S_x = \frac{v_{xr} - v_{xl}}{w_{xr} - w_{xl}} \\ b = v_{xl} - w_{x1} a \\ c = S_y = \frac{v_{yt} - v_{yb}}{w_{yt} - w_{yb}} \\ d = v_{yb} - w_{yb} c \end{cases}$$

则窗视变换公式:

$$\begin{cases} x_v = a \cdot x_w + b \\ y_v = c \cdot y_w + d \end{cases}$$