Лабораторная работа №5

Научное программирование

Бирюкова Анастасия

Содержание

Список иллюстраций

1 Цель работы

Изучить в Octave методы подгонки полиномиальной кривой, способы представления изображения в виде матрицы и действия над ним: вращение, отражение и дилатацию.

2 Теоретическое введение

Интерполяция - способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений. Интерполяция функций часто встречается при ограниченности возможностей при проведении эксперимента. В частности из-за дороговизны и трудоемкости проведения эксперимента размер соответствующей выборки может быть достаточно мал.

Аппроксимация - замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близкими к исходным. При интерполировании интерполирующая функция строго проходит через узловые точки таблицы вследствие того, что количество коэффициентов в интерполирующей функции равно количеству табличных значений. Аппроксимация – метод приближения, при котором для нахождения дополнительных значений, отличных от табличных данных, приближенная функция проходит не через узлы интерполяции, а между ними.

Более подробно см. в [@Octave_1:bash] и [@Octave_2:bash].

3 Выполнение лабораторной работы

Найдем параболу по методу наименьших квадратов для набора точек, заданных матрицей

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 5 \\ 4 & 4 \\ 5 & 2 \\ 6 & -3 \end{bmatrix}.$$

В матрице заданы значения x в столбце 1 и значения y в столбце 2. Введем матрицу данных в Octave и извлечем вектора x и y, затем нарисуем точки на графике (рис. fig. 3.1).

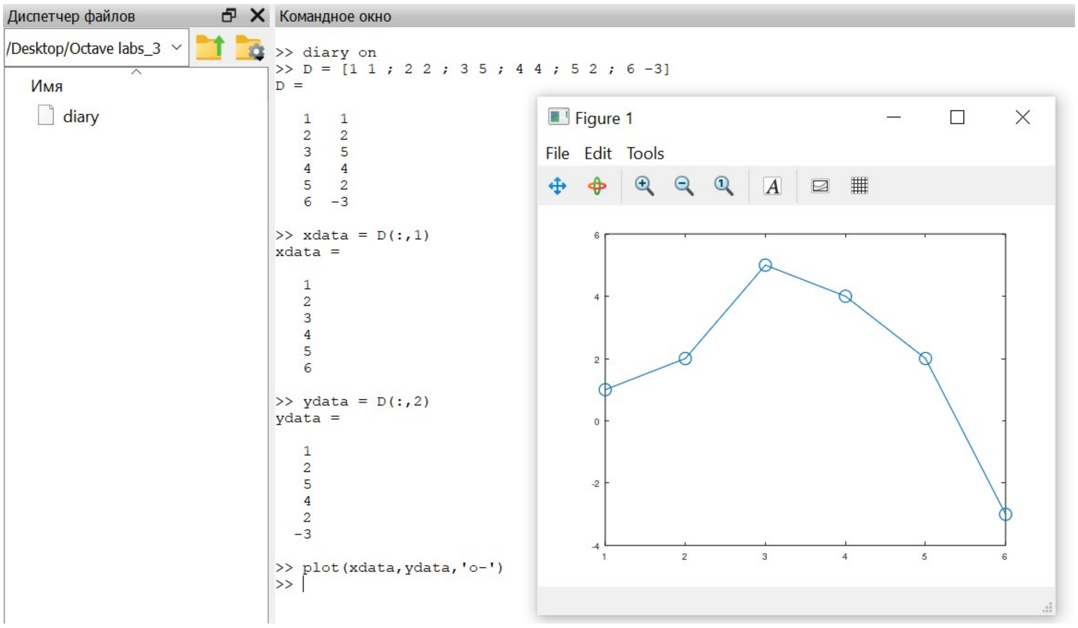

Рис. 3.1: Построение на графике точек из матрицы

Строим уравнение вида $y = ax^2 + bx + c$. Подставляя данные, получаем следующую систему линейных уравнений

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 16 & 4 & 1 \\ 25 & 5 & 1 \\ 36 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \\ 4 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}.$$

Решение по методу наименьших квадратов получается из решения уравнения $A^TAb = A^Ty$, где b - вектор коэффициентов полинома. Строим соответствующие уравнения. Затем решаем задачу методом Гаусса, записав предварительно расширенную матрицу

$$B = \begin{bmatrix} 2275 & 441 & 91 & 60 \\ 441 & 91 & 21 & 28 \\ 91 & 21 & 6 & 11 \end{bmatrix}.$$

В итоге получаем искомое квадратное уравнение вида:

$y = -0.89286x^2 + 5.65x - 4.4.$

Строим соответствующий график параболы (рис. fig. 3.2) - (рис. fig. 3.5).

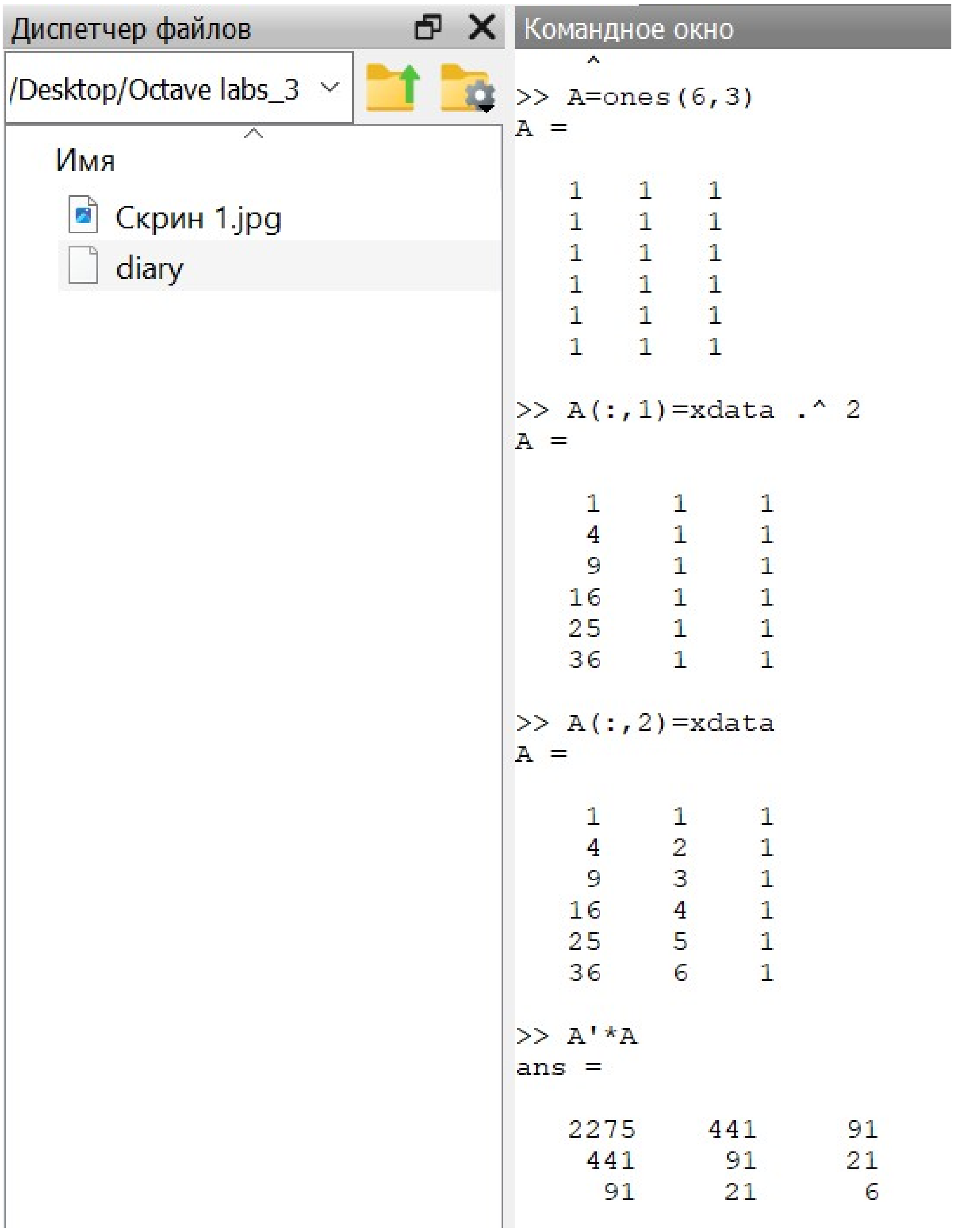

Рис. 3.2: Подгонка полиномиальной кривой

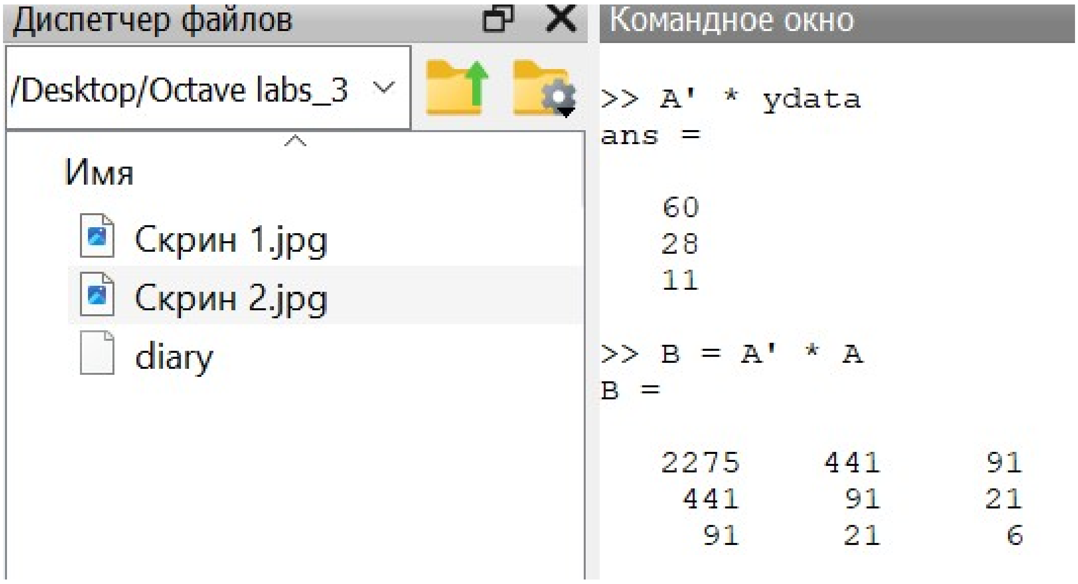

Рис. 3.3: Подгонка полиномиальной кривой

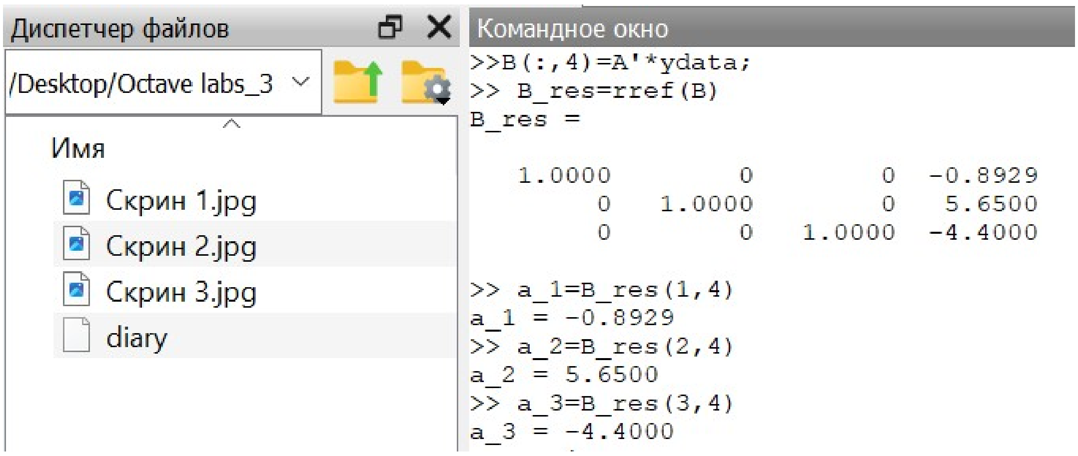

Рис. 3.4: Подгонка полиномиальной кривой

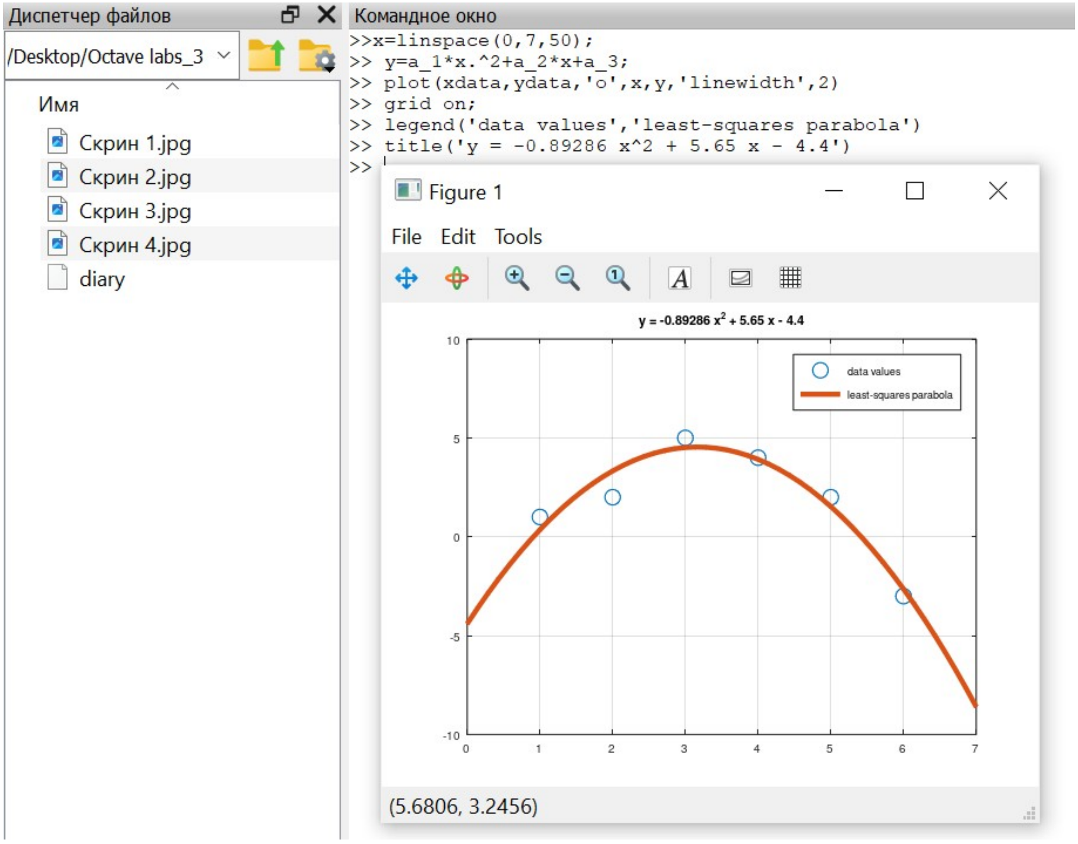

Рис. 3.5: Подгонка полиномиальной кривой

Процесс подгонки может быть автоматизирован встроенными функциями Octave. Для этого используется встроенная функция для подгонки полинома polyfit. Значения полинома P в точках, задаваемых вектором-строкой x можно получить с помощью функции polyval. Получим подгоночный полином и рассчитаем значения полинома в точках, а затем построим исходные и подгоночные данные на графике (рис. fig. 3.6).

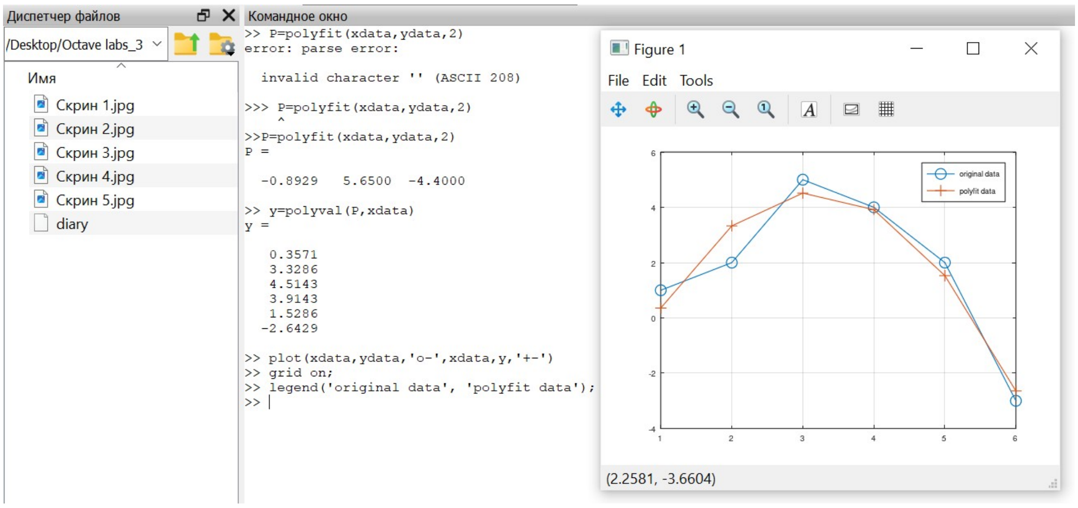

Рис. 3.6: Подгонка с помощью встроенных функций

Строим граф-домик с помощью матрицы, выбрав путь, который проходит по каждому ребру ровно один раз (цикл Эйлера) (рис. fig. 3.7):

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

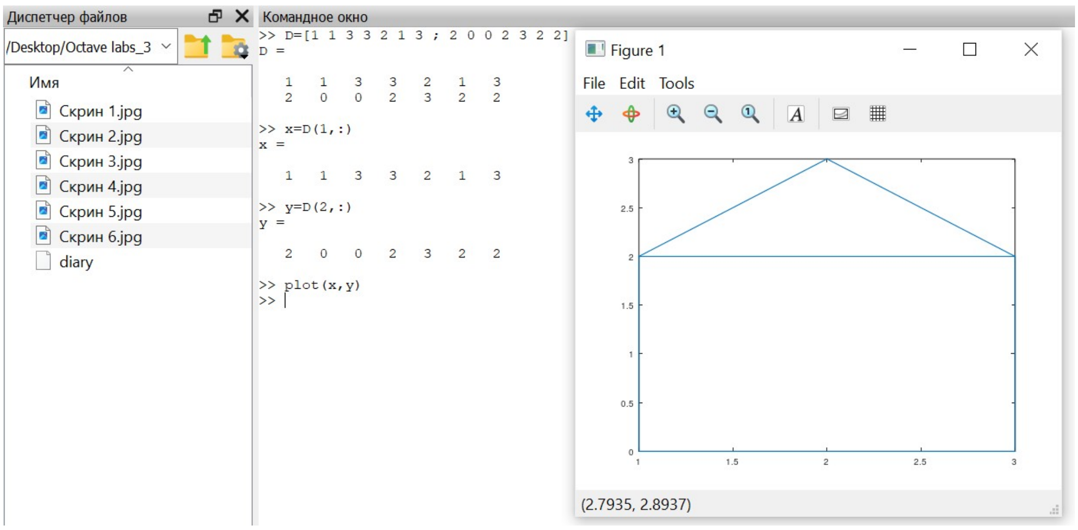

Рис. 3.7: Построение изображения по матрице

Осуществим поворот графа дома на 90 и 225 градусов, переведя углы в радианы, и построим соответствующие графики (рис. fig. 3.8) и (рис. fig. 3.9).

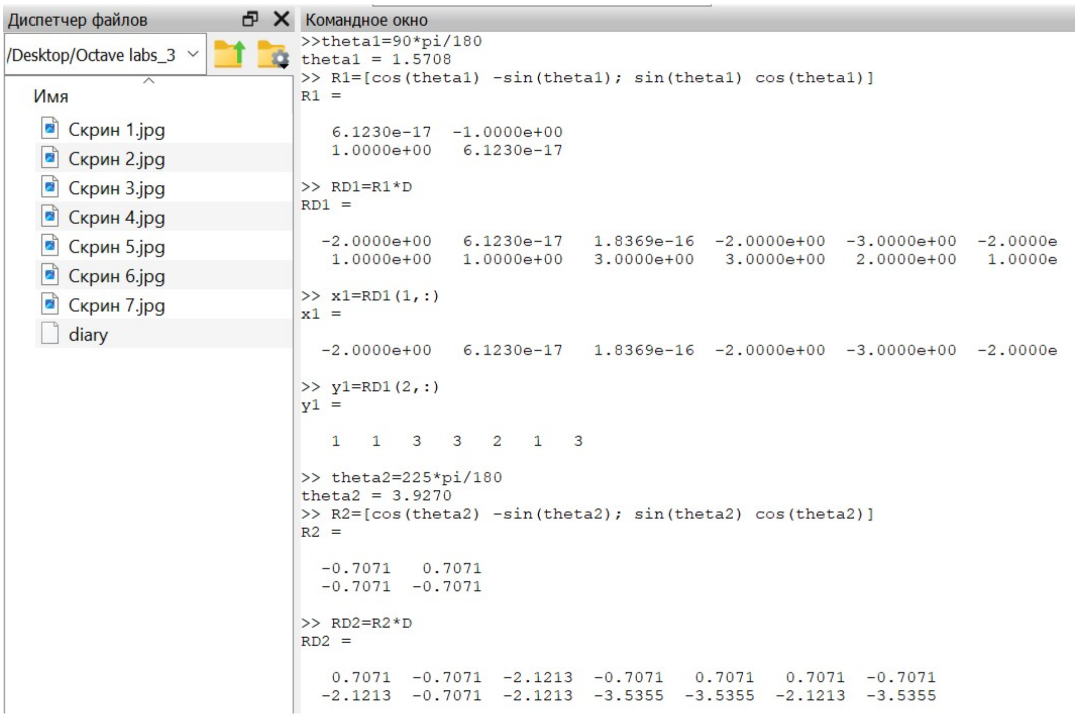

Рис. 3.8: Поворот изображения

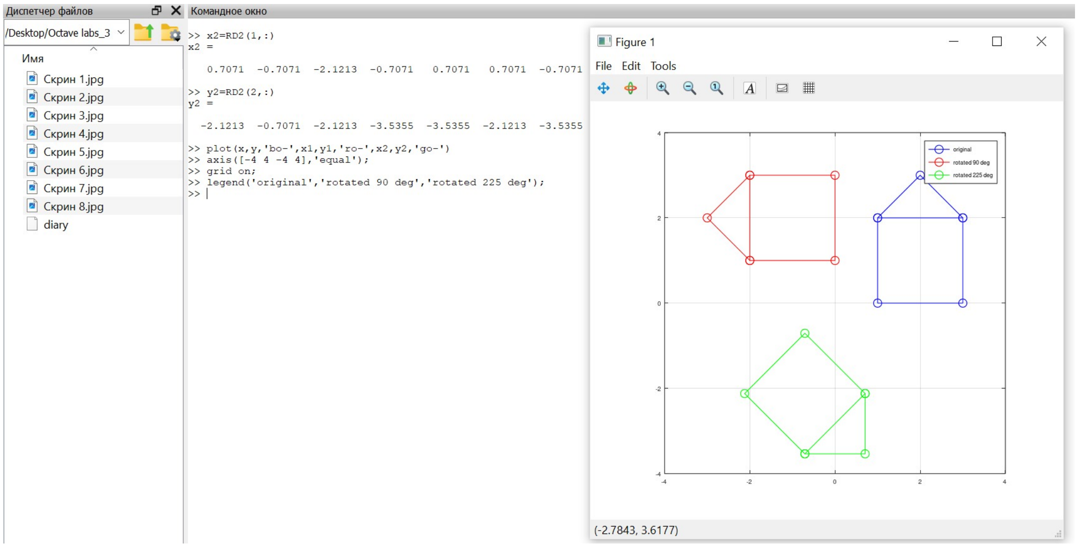

Рис. 3.9: Поворот изображения

Осуществим отражение графа дома относительно прямой $y = x$, задав матрицу отражения (рис. fig. 3.10).

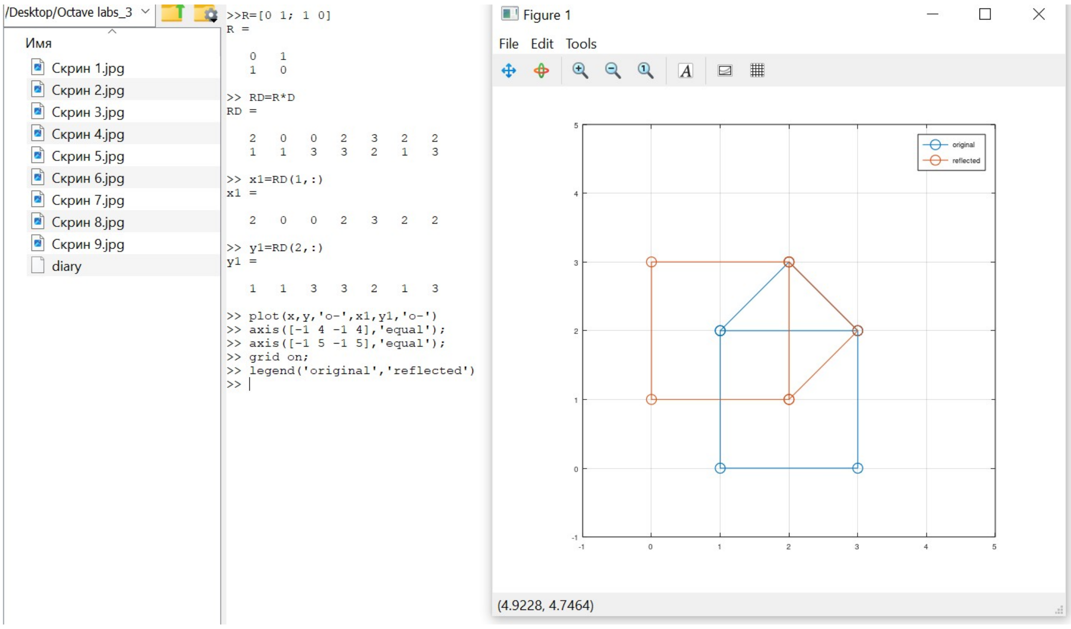

Рис. 3.10: Отражение изображения

Увеличим граф дома в 2 раза (рис. fig. 3.11).

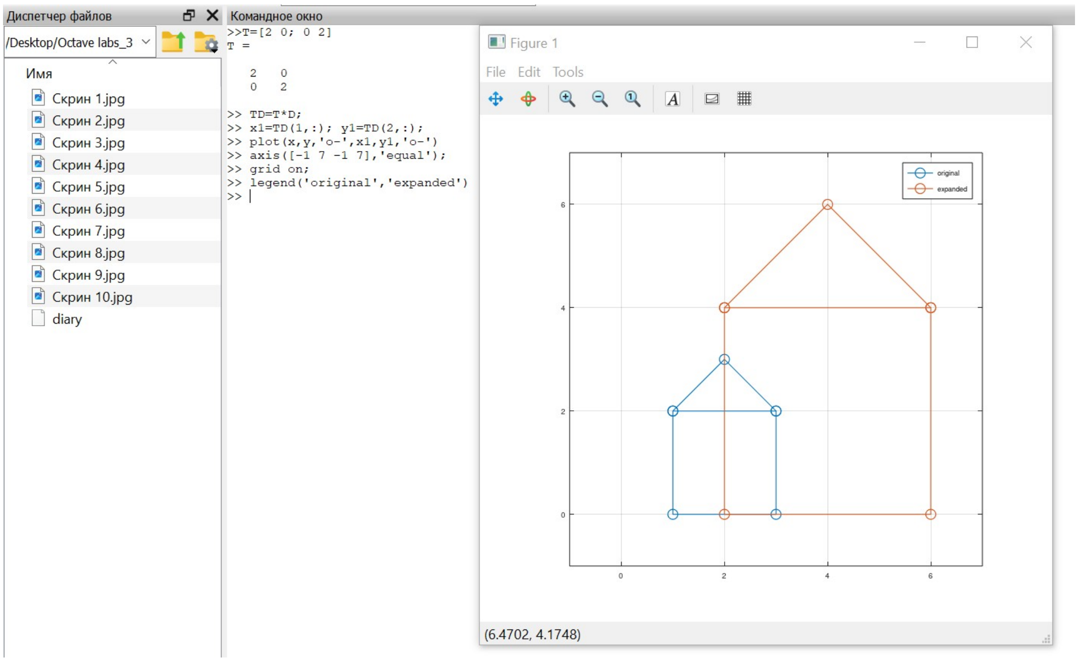

Рис. 3.11: Дилатация изображения

4 Вывод

В ходе выполнения данной лабораторной работы я изучил в Octave методы подгонки полиномиальной кривой, способы представления изображения в виде матрицы и действия над ним: вращение, отражение и дилатацию.