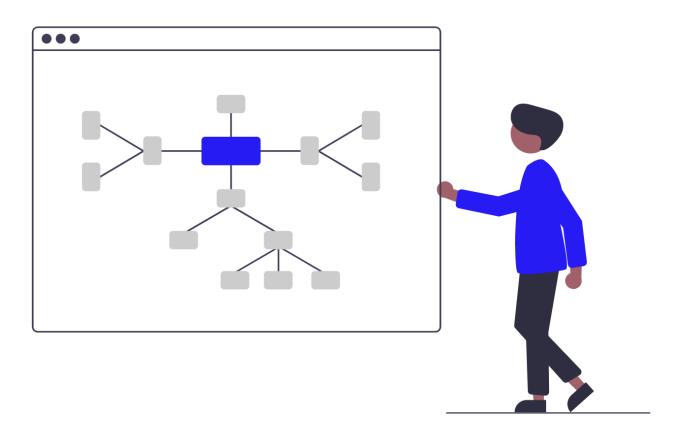
# Arboles Binarios Parte II

#### Equipo 2

- Alfonso Ruiz
- Manuel García
- Danahe Guillen

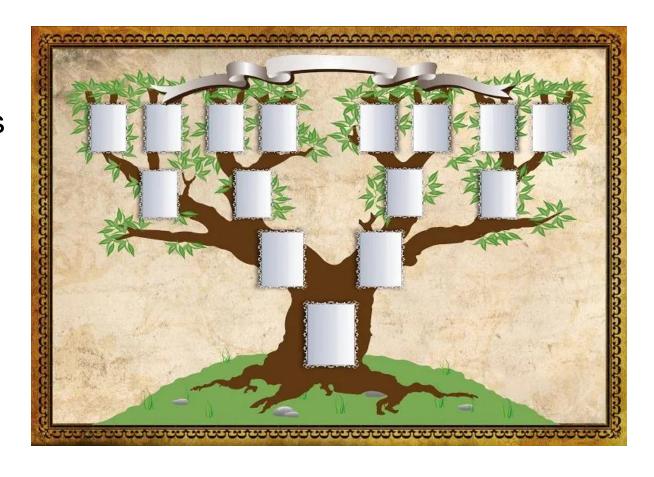


# ¿Que es un árbol?

Estructura en la que los datos se organizan de modo que los elementos de información están relacionados a través de ramas.

#### Componentes

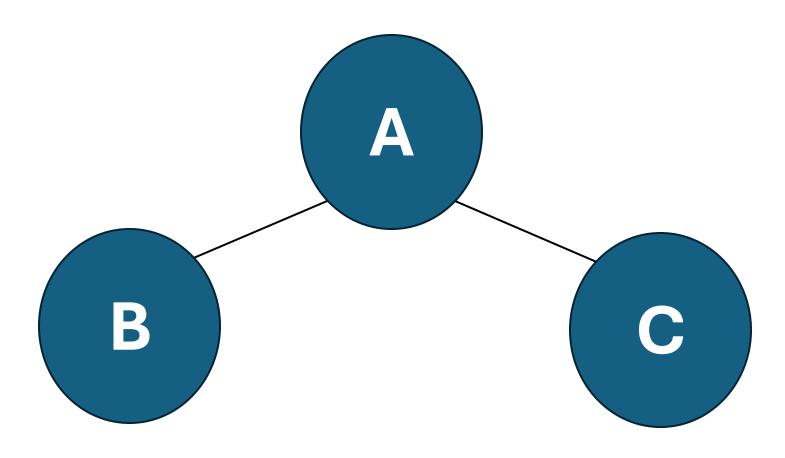
- 1. Nodos
- 2. Ramas





#### Lo definimos como:

Un conjunto finito de elementos, llamados nodos y un conjunto finito de líneas dirigidas, denominadas ramas, que conectan nodos.



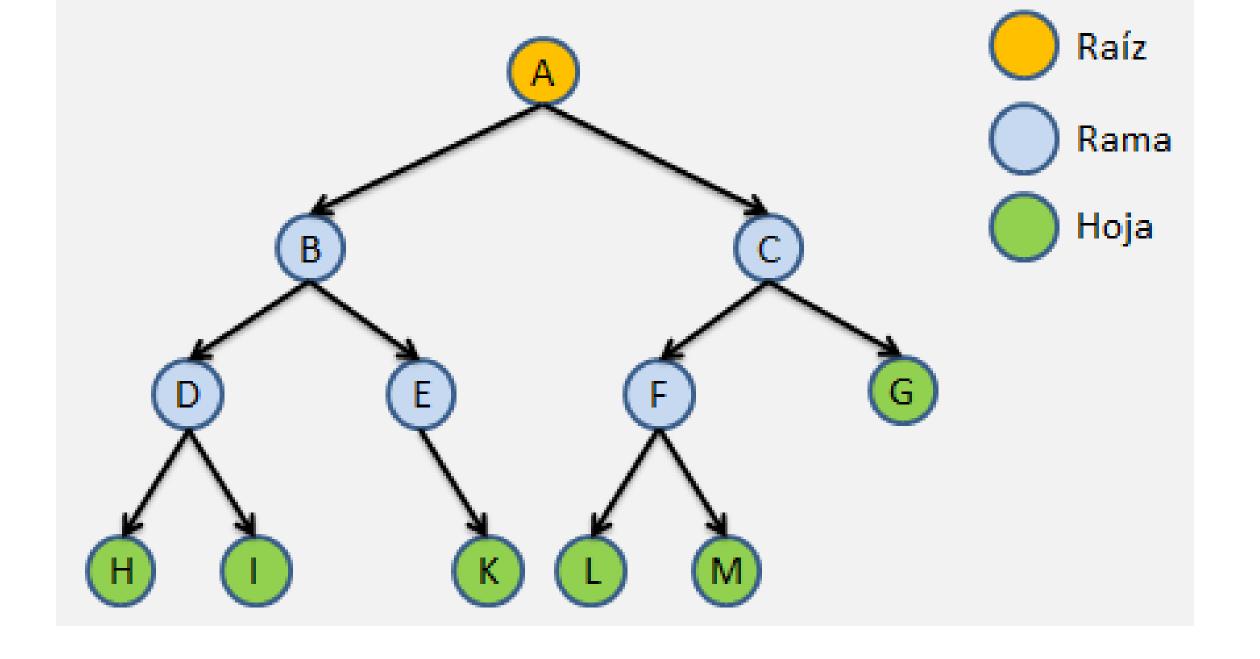
## **TERMINOLOGIA**







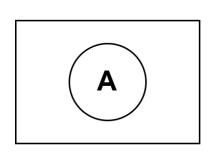


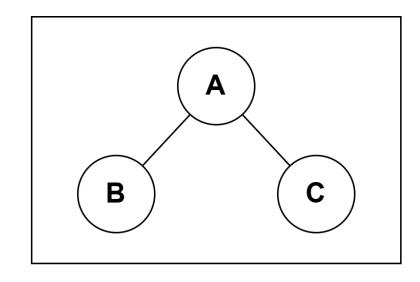


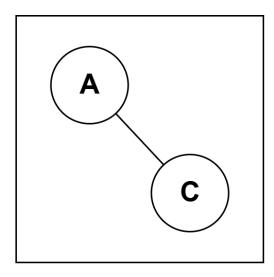


#### **ARBOL BINARIO**

DEF. Es un árbol en el que <u>ningún nodo puede tener más de dos subárbole</u>s. Cada nodo puede tener, **cero**, **uno** o **dos hijos** (<u>subárboles</u>). Se conoce el nodo de la izquierda como *hijo izquierdo* y el nodo de la derecha como *hijo derecho*.







#### Componentes

- 1. Nodo raíz
- 2. Subárbol izquierdo de R
- 3. Subárbol derecho de R

#### Estructura

Su estructura se construye con nodos. Cada nodo debe contener el campo dato (datos a almacenar) y dos campos punteros, uno para el subárbol izquierdo y otro al subárbol derecho, conocidos como **puntero izquierdo** y **puntero derecho** respectivamente. Un valor NULL indica un árbol vacío.



#### Donde:

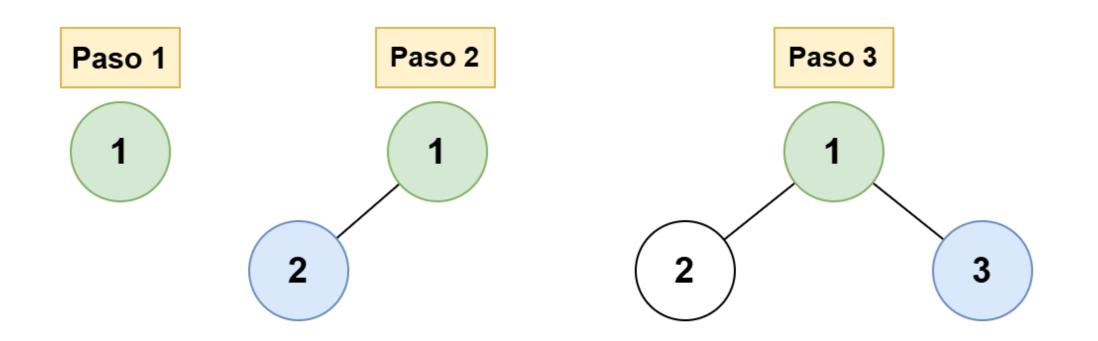
- IZQ: Campo donde se almacena la dirección del subárbol izquierdo del nodo T
- INFO: Representa donde se almacena la información del nodo.
- DER: Almacena la dirección del subárbol derecho del nodo T.

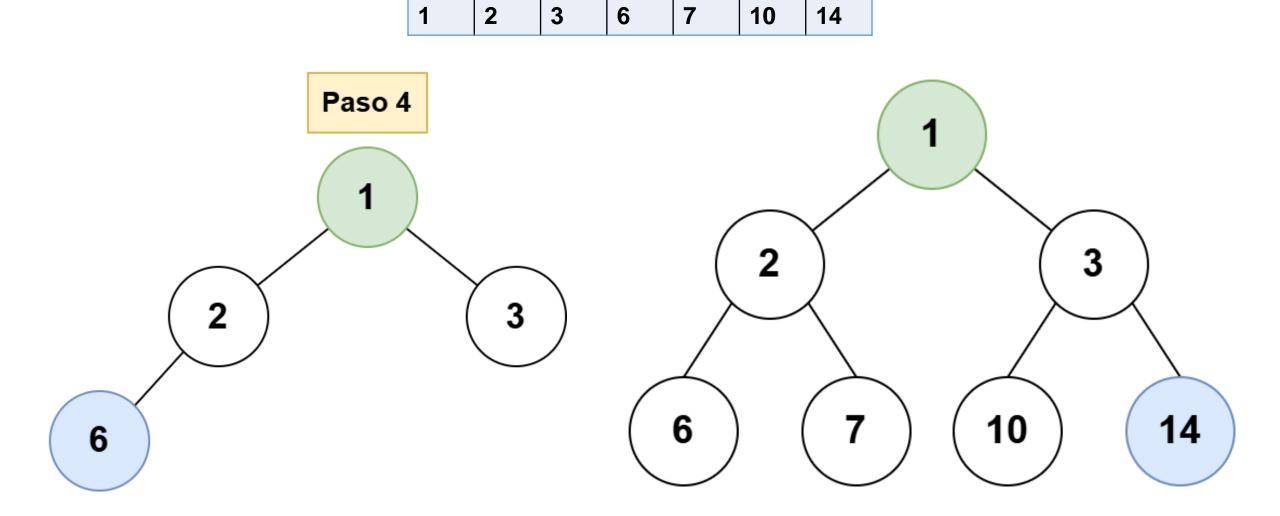
# **EE CONSTRUCCION EE**

Su construcción se realiza en consideración de un vector, recorriéndolo de izquierda a derecha. (Construcción por niveles)

Construya un árbol binario con los siguientes valores:

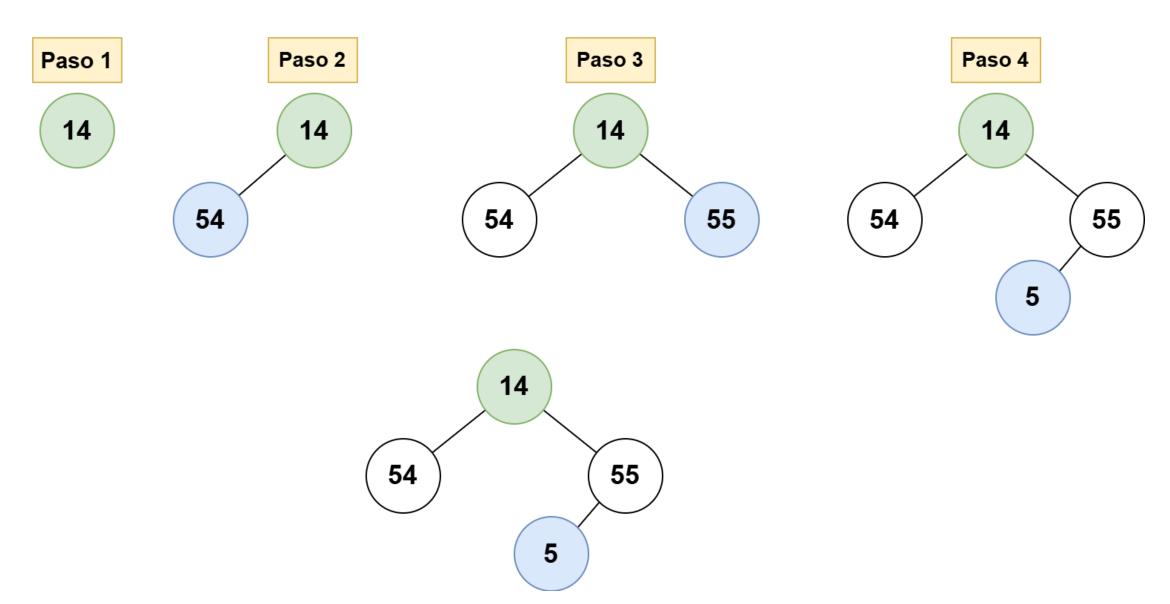
1 2 3 6 7 10 14





#### Construya un árbol binario con los siguientes valores:

14 54 55 5



## PARTICIPACIONES \*\*\*\*



Construya un árbol binario con los siguientes valores:

45   23   12   36   10
------------------------

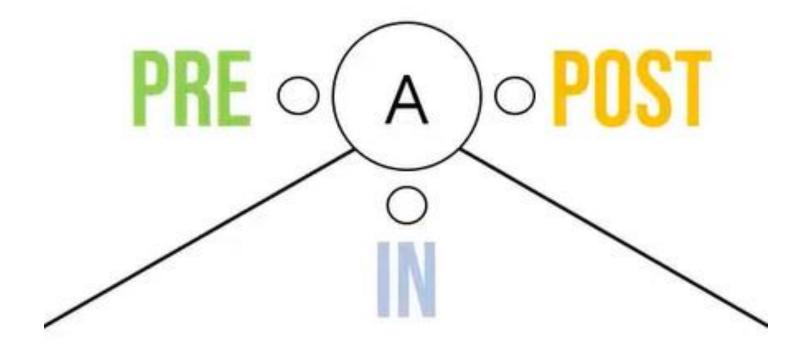
6	4	74	13	43	12	92	

## RECORRIDOS EN ARBOLES

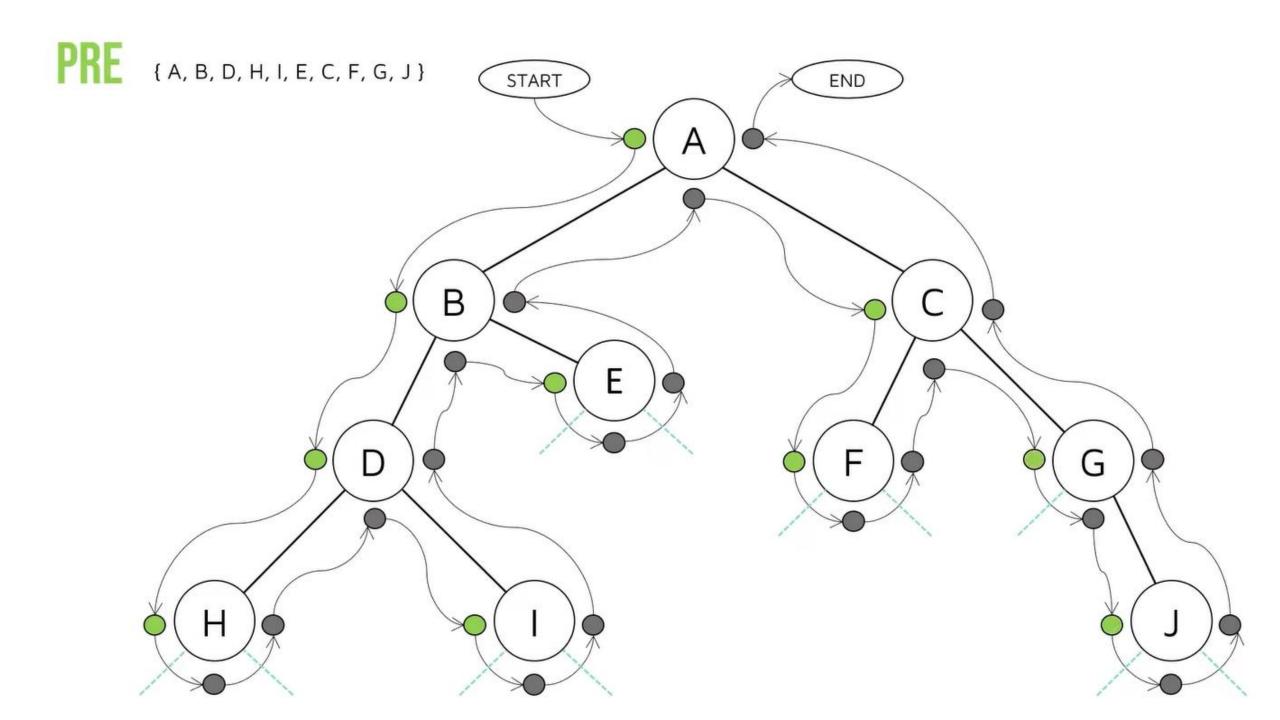
Se le llama recorrido al orden establecido en el que se debe visitar los nodos de un árbol.

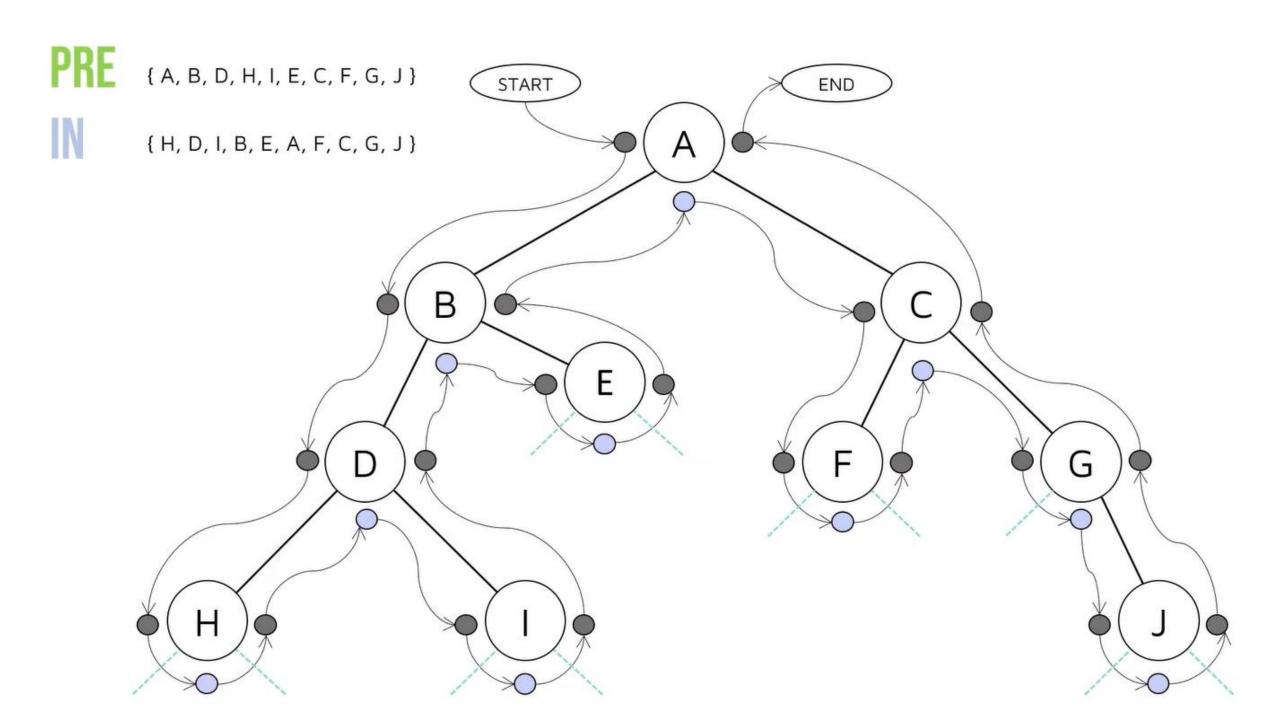
RECORRIDO	ORDEN	DESCRIPCIÓN
Pre-orden	Raíz → Izquierda → Derecha	Empieza en nodo actual, después izquierdo y finalmente derecho.
In-orden	Izquierda → Raíz → Derecha	Empieza lado izquierdo, después actual y finalmente derecho.
Post-orden	Izquierda → Derecha → Raíz	Empieza de lado izquierdo, después derecho y finalmente nodo actual (TERMINA EN NODO RAIZ)
Por nivel	Se recorren los nodos nivel por nivel de izo	quierda a derecha, de arriba hacia abajo.

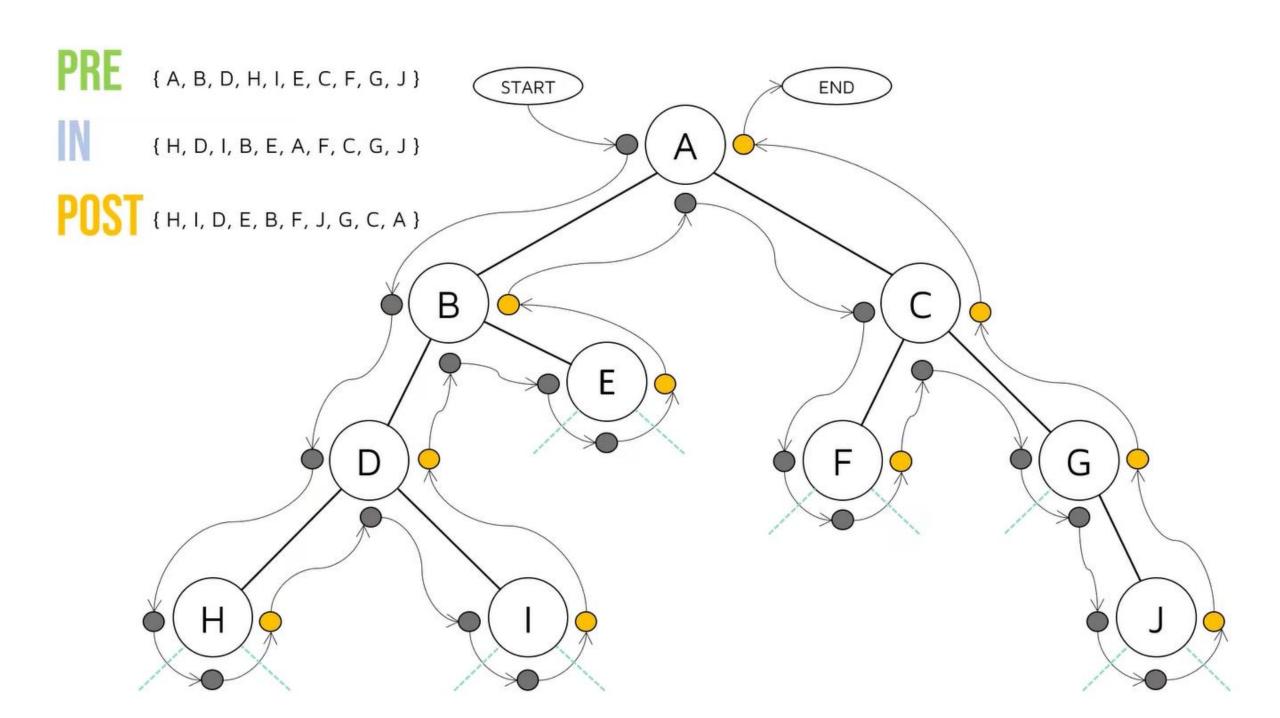
Alternativamente podemos realizar los recorridos estableciendo para cada nodo tres posiciones:

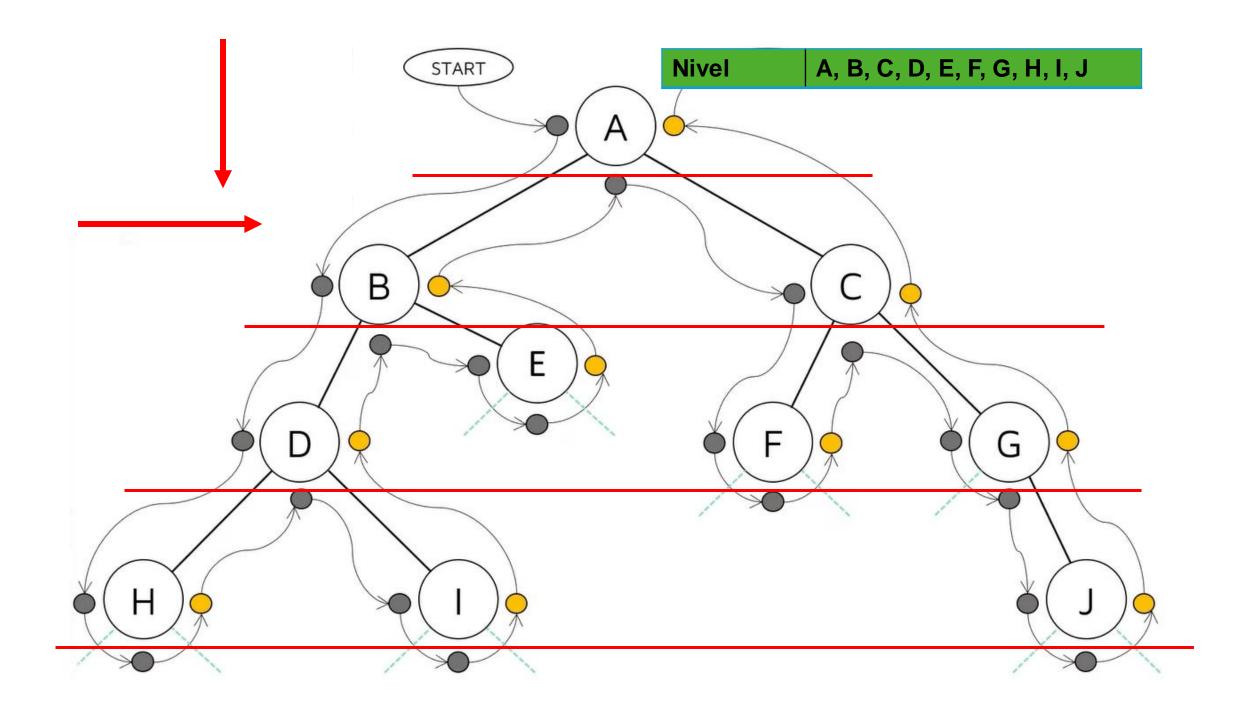


De tal forma que dependiendo del recorrido a realizar activaremos la posición correspondiente. Veamos ejemplos.

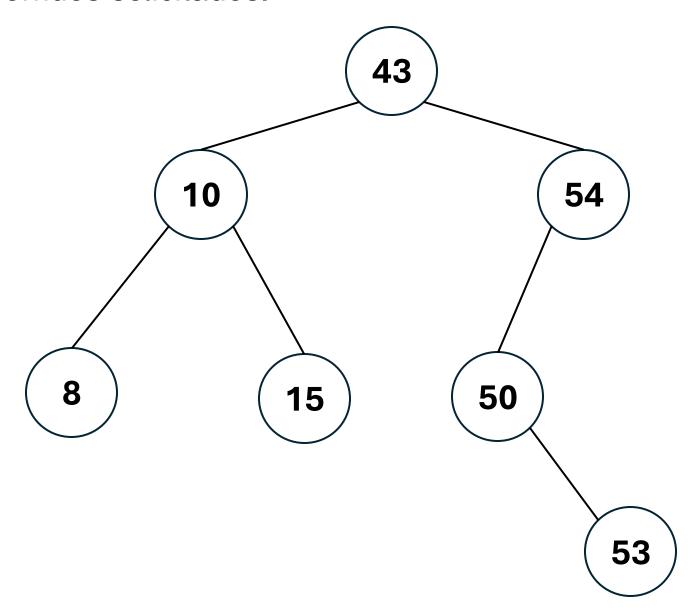


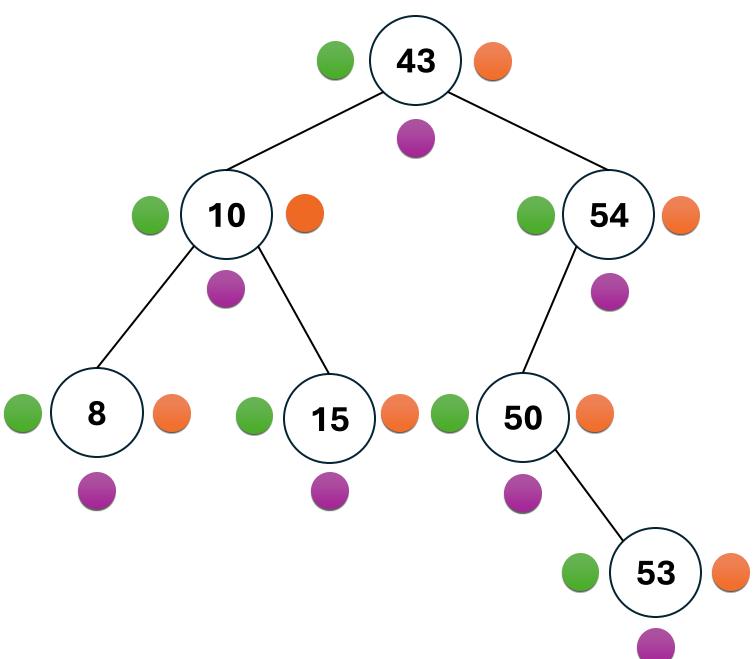




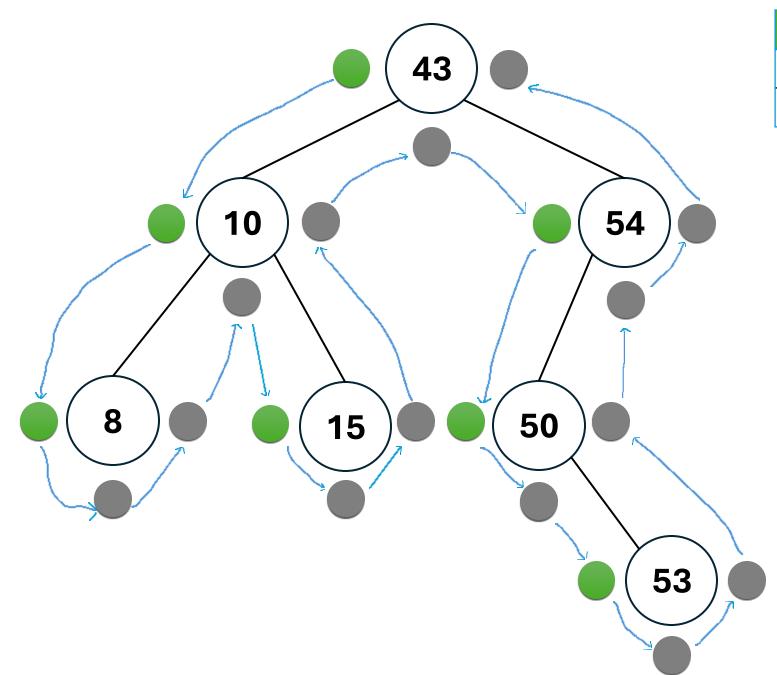


Determine los recorridos solicitados.

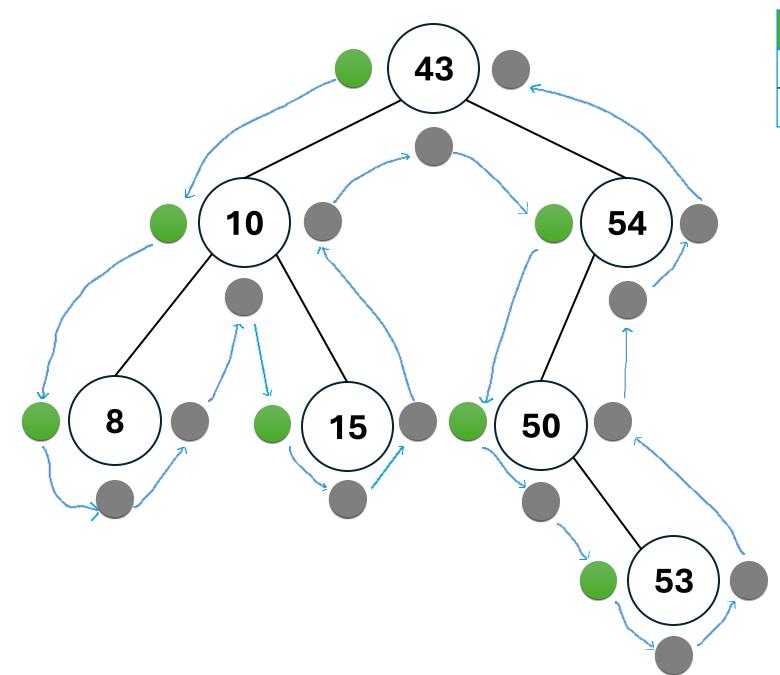




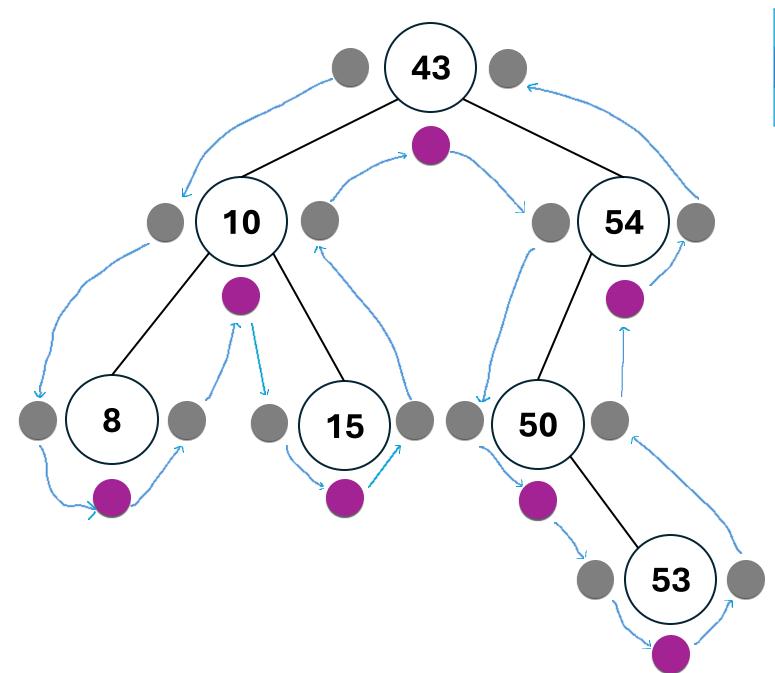
Pre-orden	
In-orden	
Post-orden	



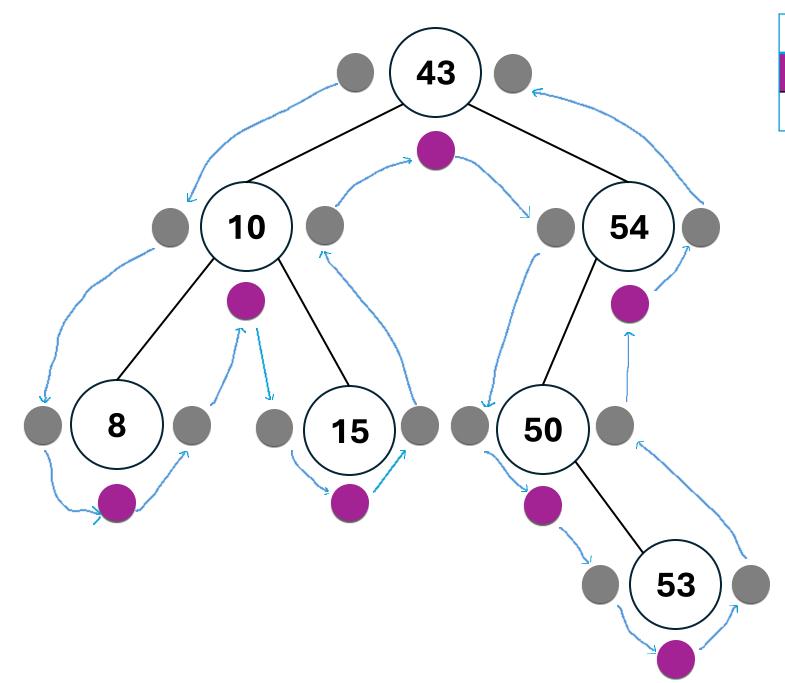
Pre-orden	
In-orden	
Post-orden	



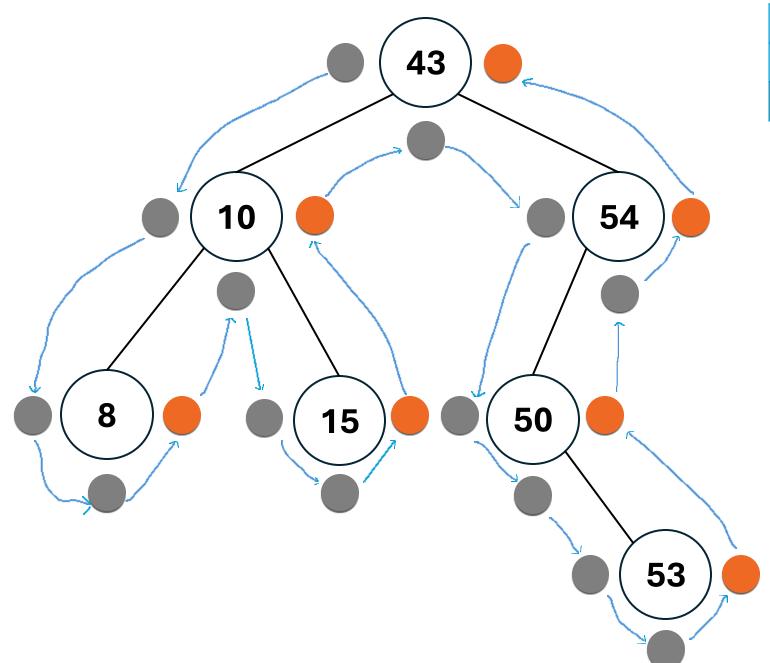
Pre-orden	43, 10, 8, 15, 54, 50, 53
In-orden	
Post-orden	



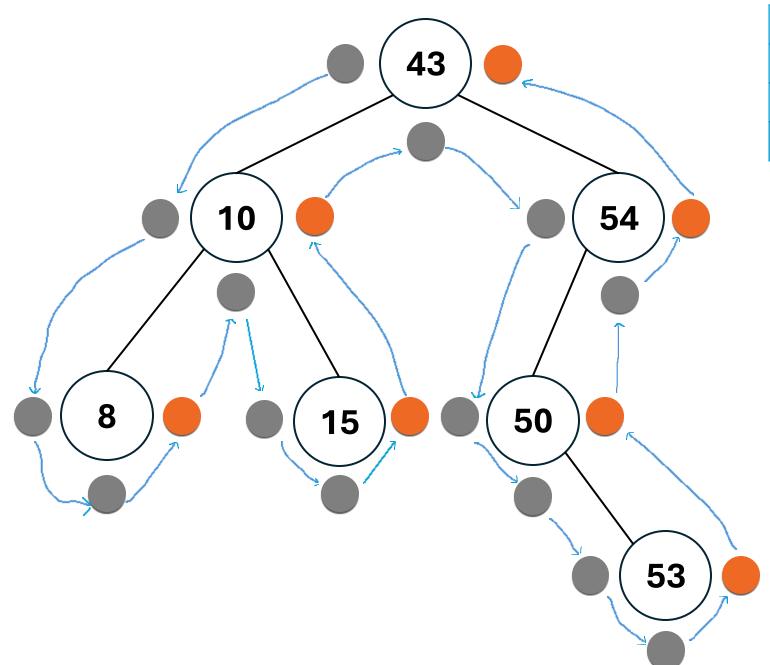
Pre-orden	43, 10, 8, 15, 54, 50, 53
In-orden	
Post-orden	



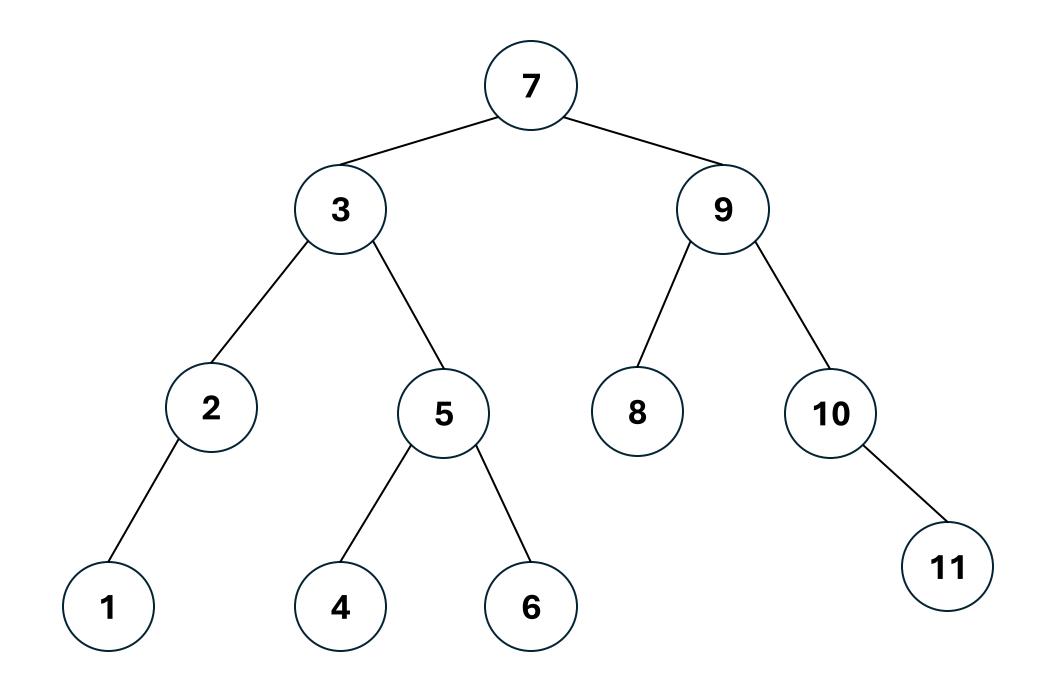
Pre-orden	43, 10, 8, 15, 54, 50, 53
In-orden	8, 10, 15, 43, 50, 53, 54
Post-orden	

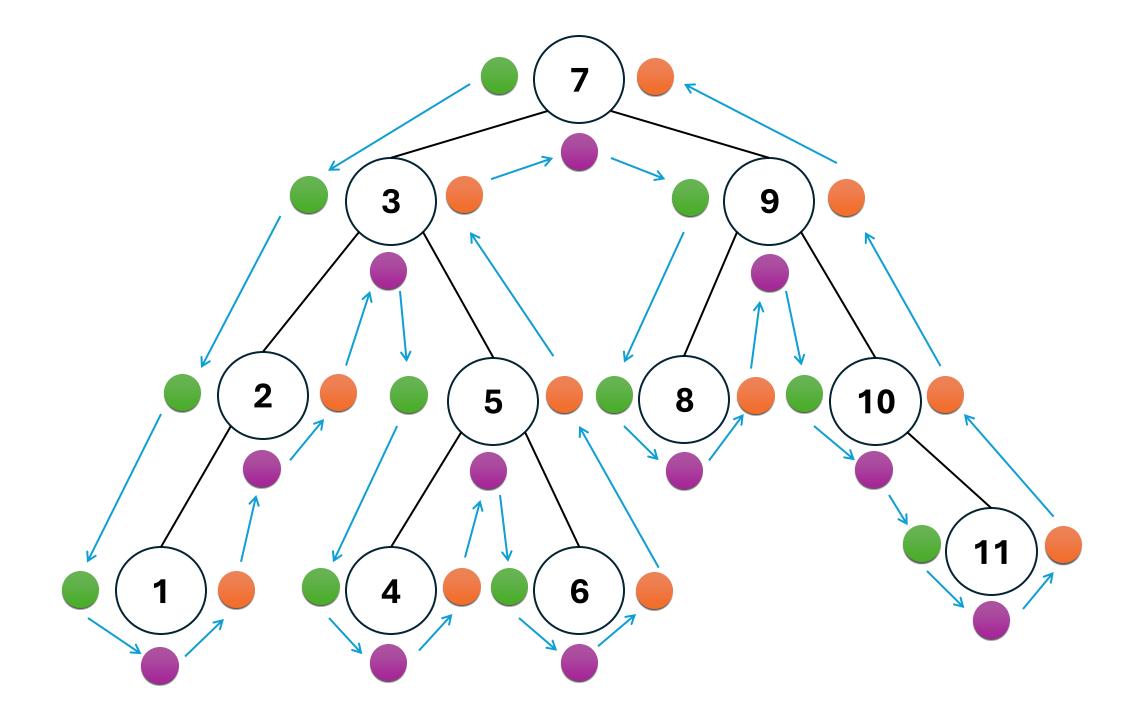


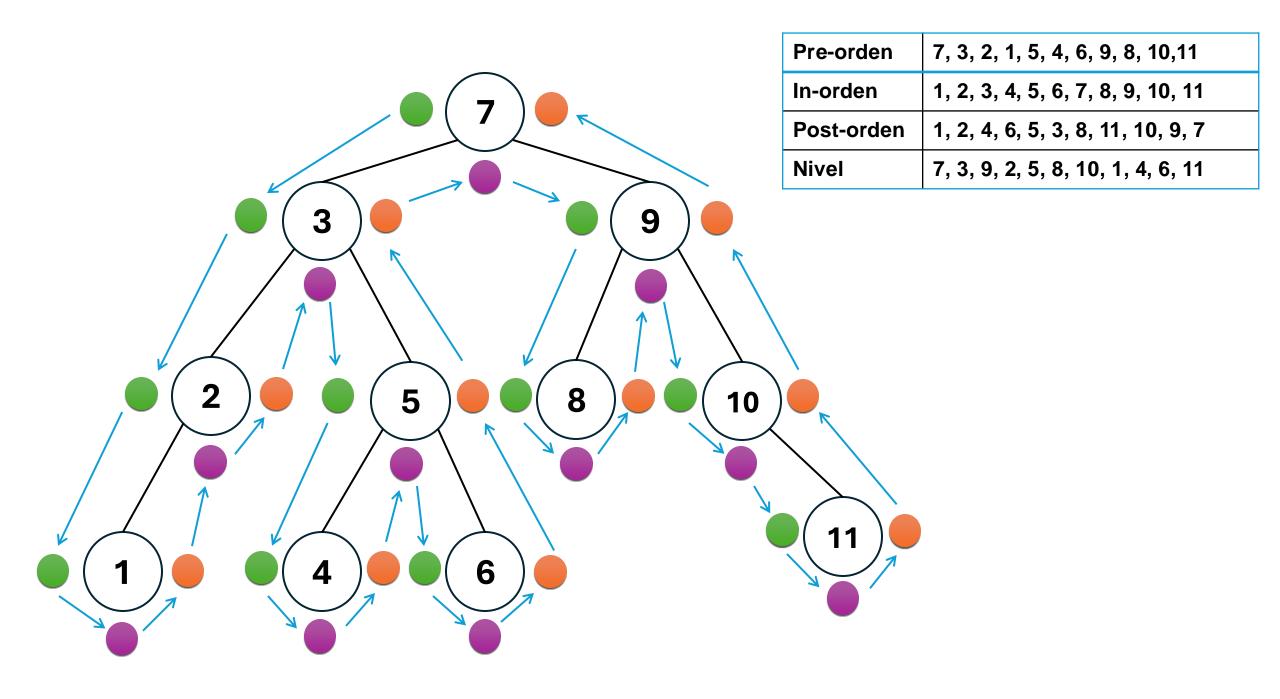
Pre-orden	43, 10, 8, 15, 54, 50, 53
In-orden	8, 10, 15, 43, 50, 53, 54
Post-orden	

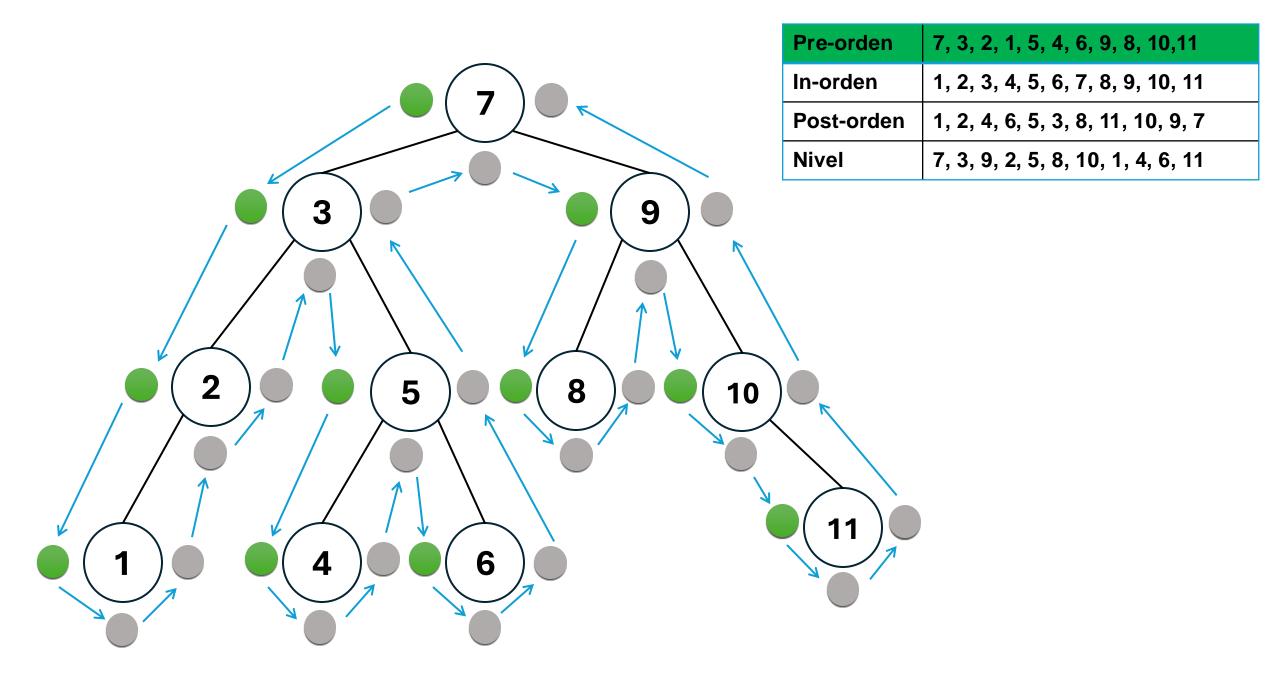


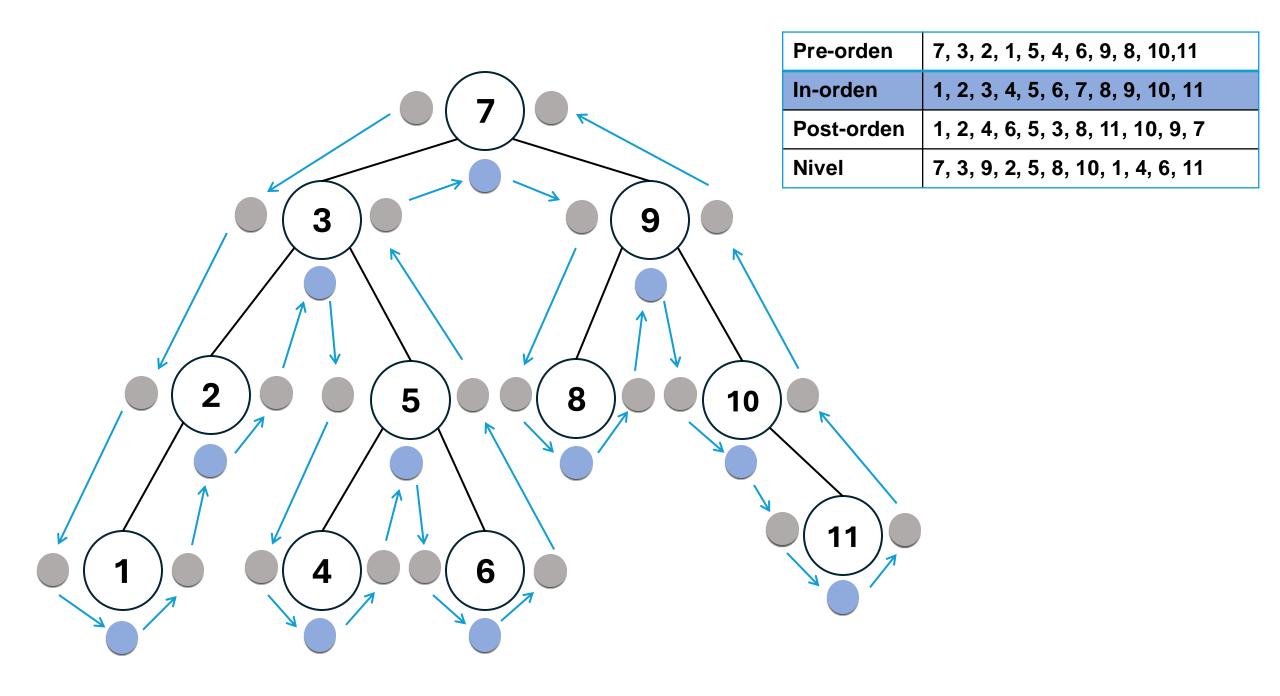
Pre-orden	43, 10, 8, 15, 54, 50, 53
In-orden	8, 10, 15, 43, 50, 53, 54
Post-orden	8, 15, 10, 53, 50, 54, 43
Nivel	43, 10, 54, 8, 15, 50, 53

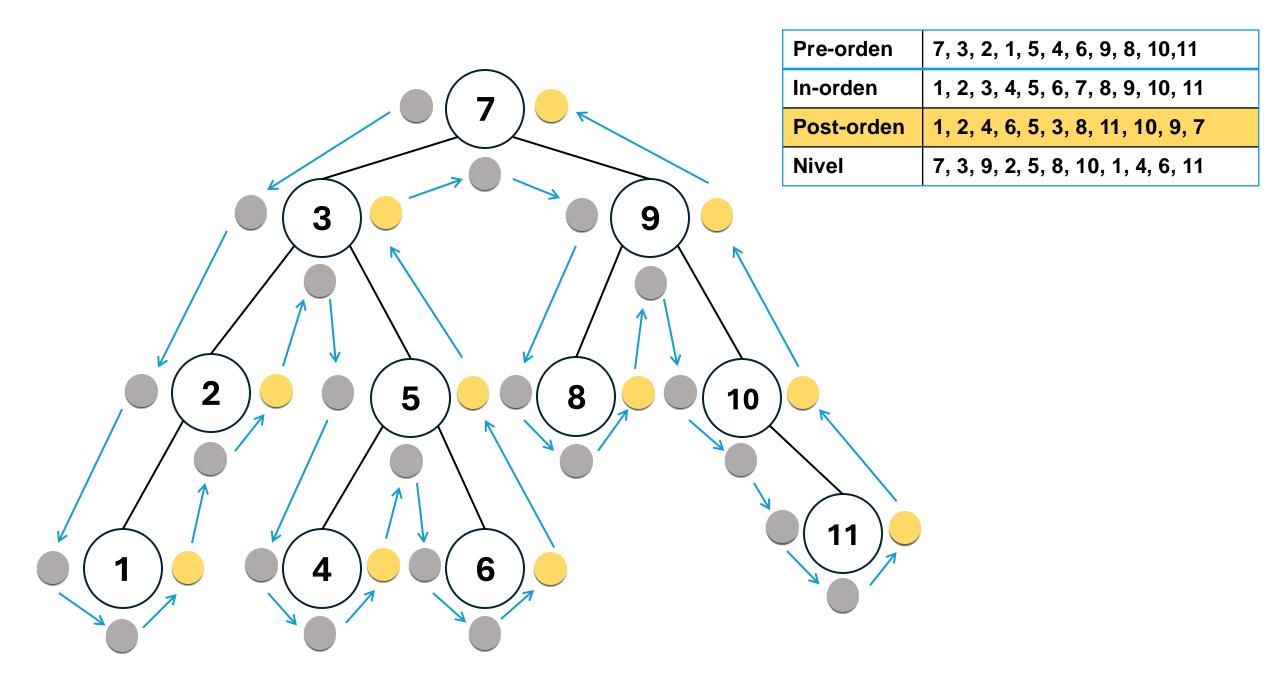


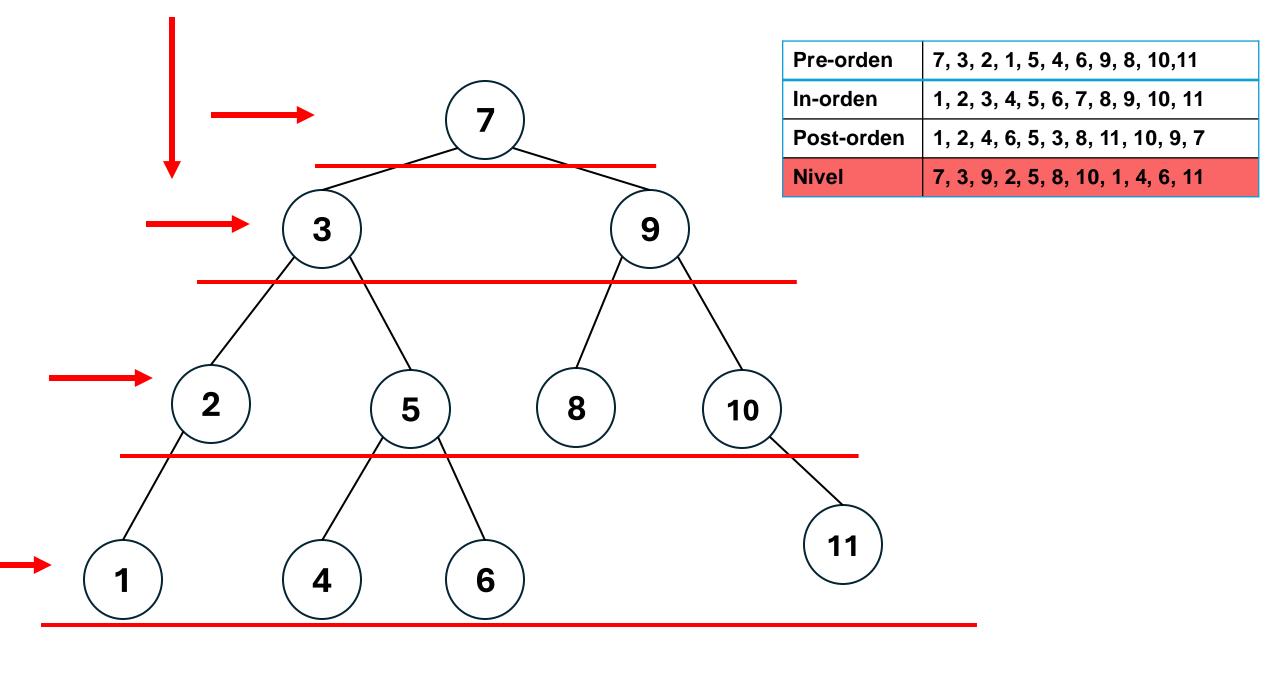




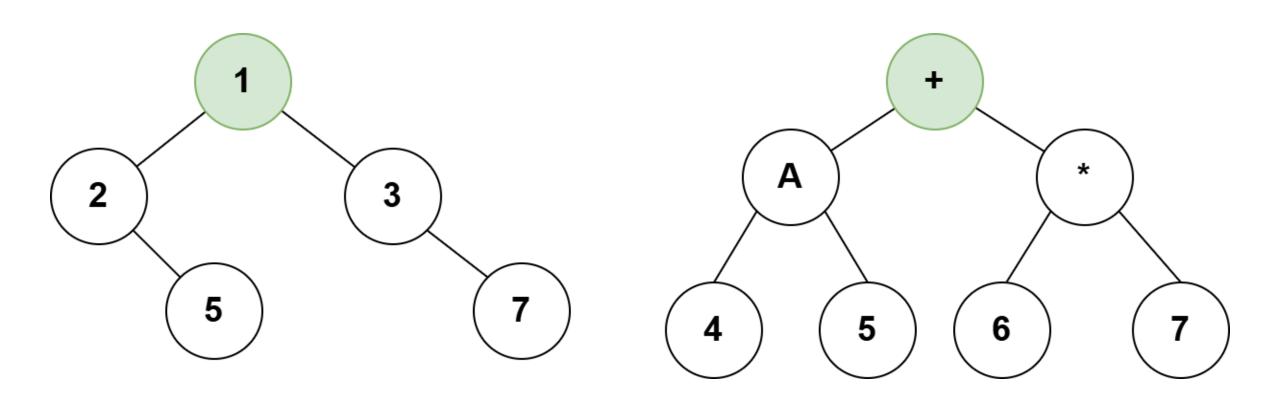








Determine los recorridos in-orden, post-orden y pre-orden de los siguientes árboles:

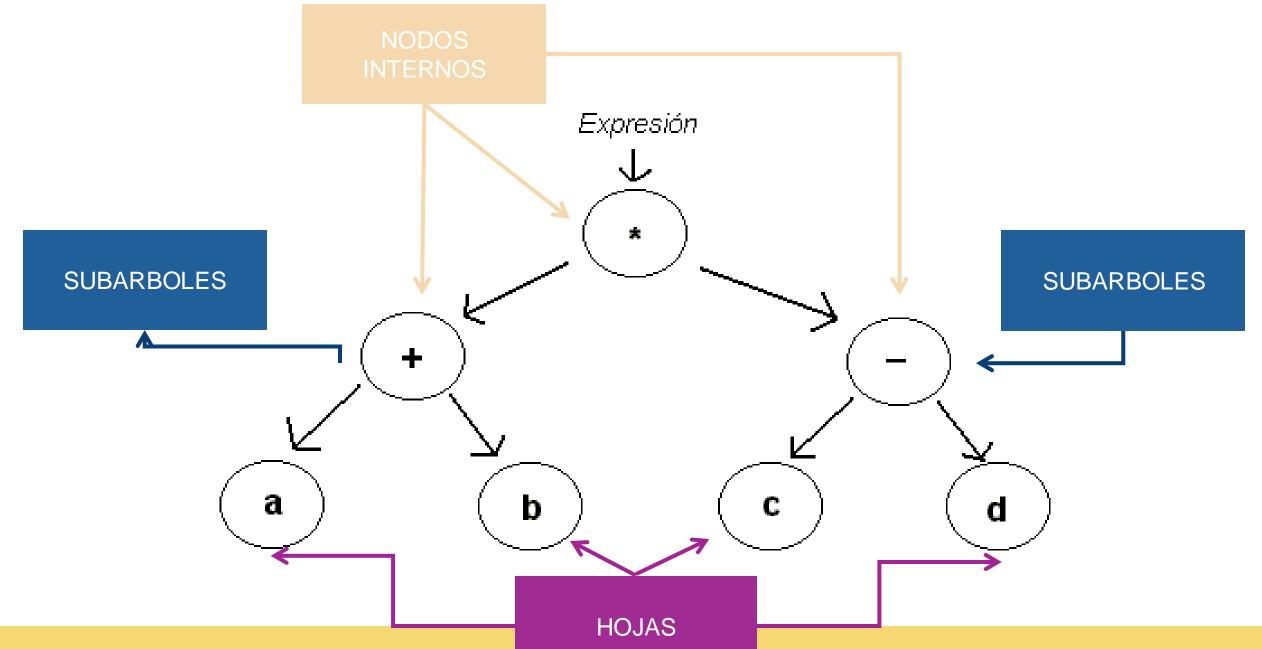


# Árboles de expresión

DEF. Los árboles de expresión son estructuras de datos utilizadas para representar expresiones, comúnmente en el contexto de lenguajes de programación y compiladores. Estas estructuras permiten almacenar y manipular expresiones aritméticas o lógicas de manera jerárquica, facilitando su evaluación y transformación.

### Están conformados por:







#### 1. Análisis de la Expresión:

- Identificar los operandos y operadores en la expresión.
- Considerar la jerarquía de los operadores y el uso de paréntesis para determinar el orden de evaluación.

Jerarquía de operadores					
Mayor	()				
	* , /				
	+, -				
Menor					

#### 2. Creación de Nodos:

- Para cada operando, crear un nodo hoja.
- > Para cada operador, crear un nodo interno que tendrá como hijos los nodos correspondientes a sus operandos.

#### 3.Ensamblado del Árbol:

- Comenzar con los operadores de menor precedencia (o los que están dentro de los paréntesis más internos) y avanzar hacia los de mayor precedencia.
- Conectar los nodos de acuerdo con la estructura de la expresión.

#### Ejemplo. Construya un árbol de expresión con la siguiente expresión:

$$(3 + 5) * (7 - 2)$$

#### Paso 1. Identificar operandos y operadores:

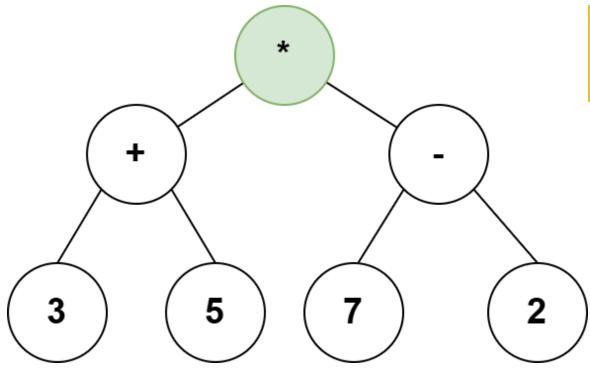
Operadores	Operandos			
+	3			
*	5			
_	7			
()	2			

#### Paso 2. Considerar jerarquía:

- •Primero evaluar (3 + 5) y (7 2).
- Luego multiplicar los resultados.

#### Paso 3. Construir el Árbol:

- •Crear nodos para los operandos: 3, 5, 7, 2.
- •Crear nodos para los operadores + y -, conectándolos a sus operandos.
- •Crear un nodo para el operador \*, conectándolo a los nodos de + y -.



Para su evaluación se sigue un recorrido postorden.

- 1. Evaluar el subárbol izquierdo (3 + 5), resultado 8.
- 2. Evaluar el subárbol derecho (7 2), resultado 5.
- 3. Aplicar el operador raíz (\*), multiplicando 8 y 5 para obtener 40.

# PARTICIPACIONES V



Construya un árbol de expresión para las siguientes expresiones:

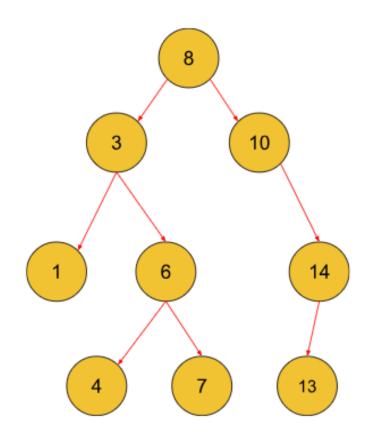
1. Expresión: 4 \* (5 + 3) - 6

2. Expresión: (7 + 2) \* (3 - 1) / 4

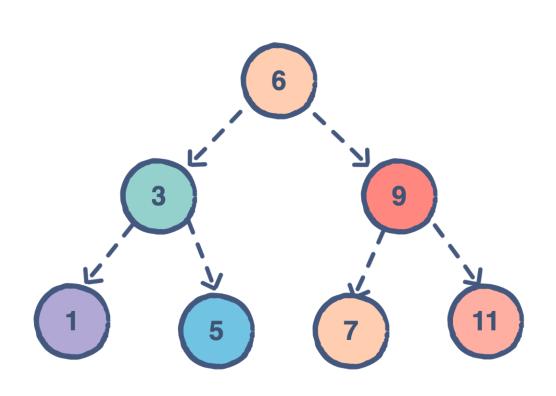
# Árboles binarios de búsqueda y características

Un tipo de árbol binario que cumple con una propiedad específica nombrada la propiedad del árbol binario de búsqueda.

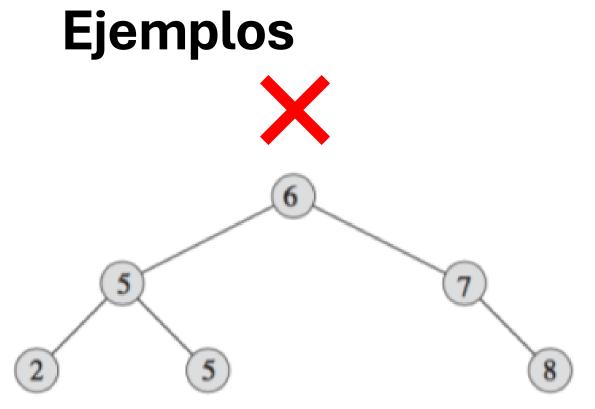
Contiene una clave y punteros para el hijo izquierdo, derecho y el padre de cada nodo.

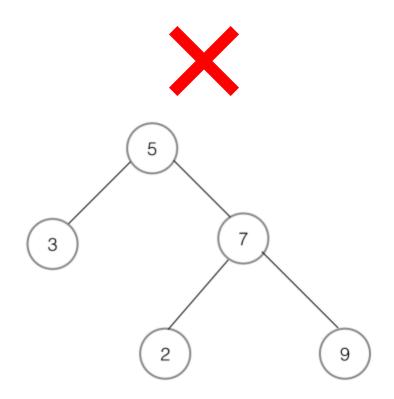


### Propiedad del árbol binario de búsqueda

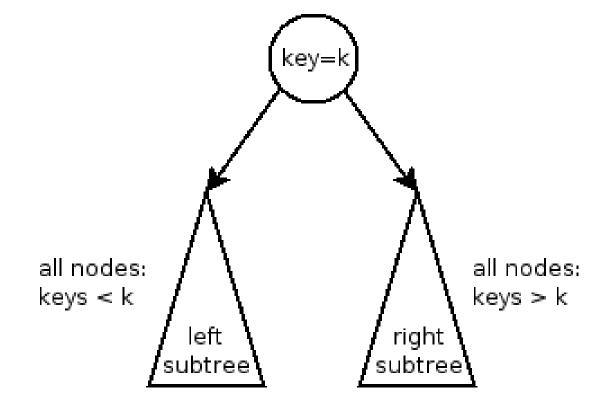


• **DEF**. Sea x un nodo cualquiera en un árbol binario de búsqueda. Si y es un nodo en el subárbol izquierdo de x, entonces y.dato < x.dato. Si y es un nodo en el subárbol derecho de x, entonces y.dato > x.dato.

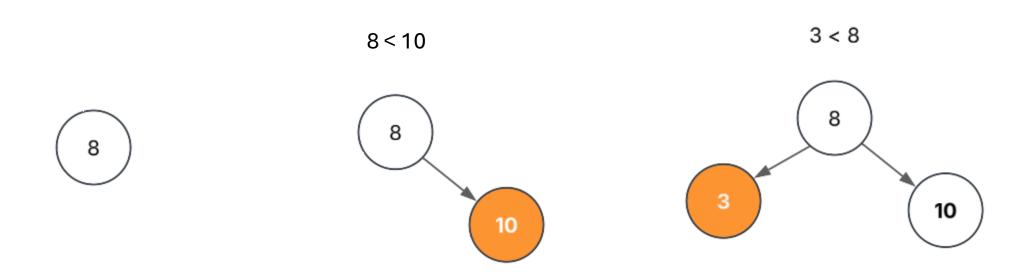




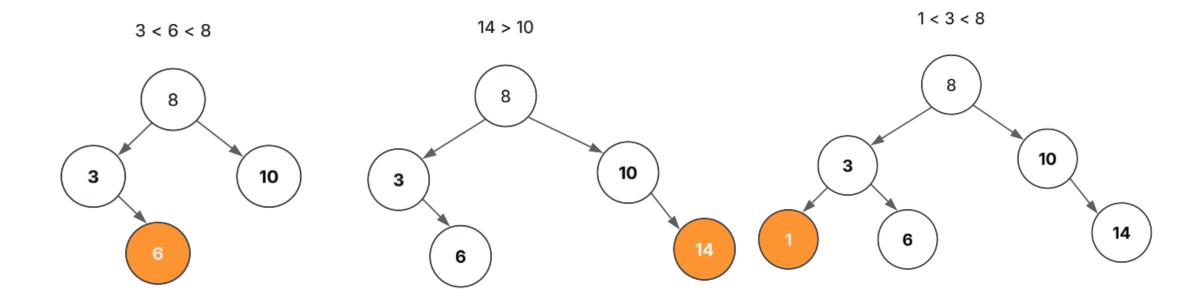
- El lado izquierdo contiene elementos estrictamente menores que la raíz.
- El lado derecho contiene elementos estrictamente mayores que la raíz.
- Se compara cada elemento con la raíz para saber en qué lado o subárbol irá.
- El primer nodo en el arreglo es la raíz.



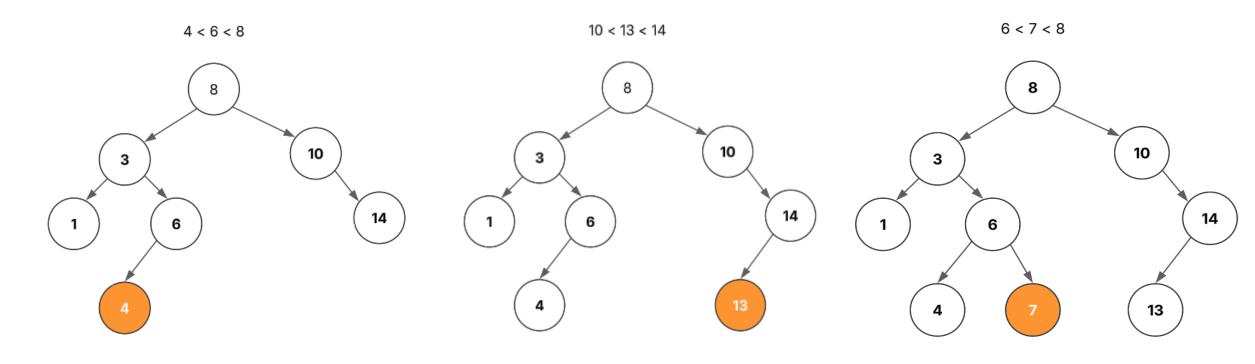
8	10	3	6	14	1	4	13	7
1								



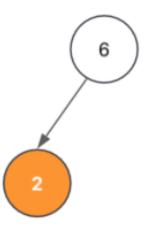
8	10	3	6	14	1	4	13	7

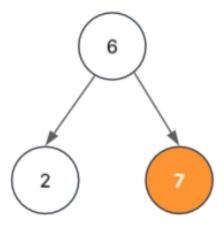


8	10	3	6	14	1	4	13	7

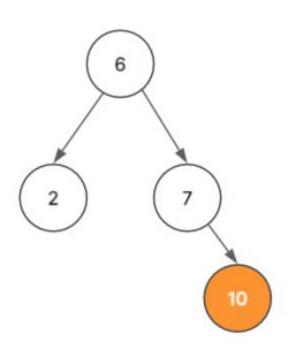


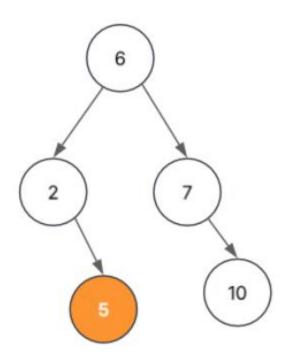


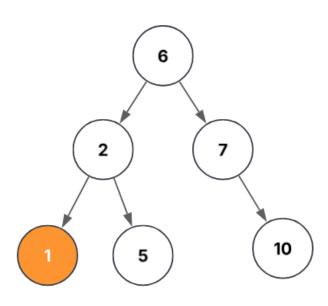












# Operaciones en árboles binarios de búsqueda



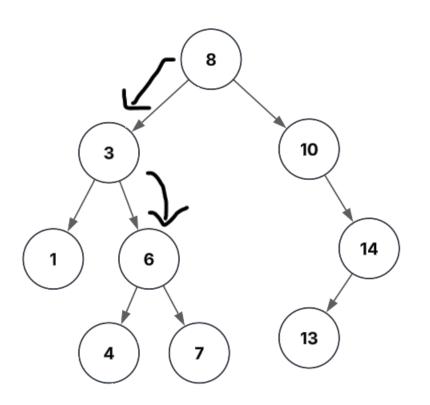
Las tres operaciones principales:

- Búsqueda
- Inserción
- Eliminación



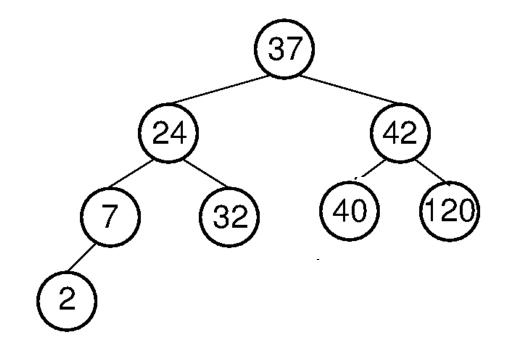
- Si la clave no se encuentra en la raíz:
- Va hacia la izquierda si la clave deseada es menor que la raíz.
- Va hacia la derecha si la clave deseada es mayor que la raíz.
- Si no existe, el valor será nulo.

Objetivo: Encontrar el número 6



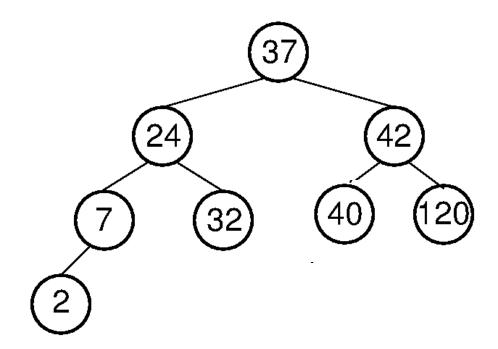
- 1. Empezar en el nodo 8 (raíz)
- 2. 6 < 8, entonces se busca a la izquierda
- 3. 6 > 3, entonces se busca a la derecha
- 4. Se encuentra 6, que es el hijo derecho de 3.

Objetivo: Encontrar el número 120



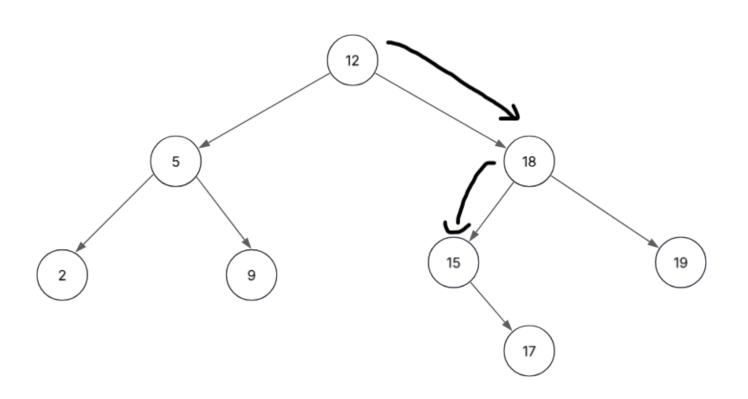
- 1. Empezar en el nodo 37 (raíz)
- 2. 120 > 37, entonces se busca a la derecha
- 3. 120 > 42, entonces se busca a la derecha
- 4. Se encuentra 120, que es el hijo derecho del nodo 42.

• Objetivo: Encontrar el número 40 y encontrar el número 32.

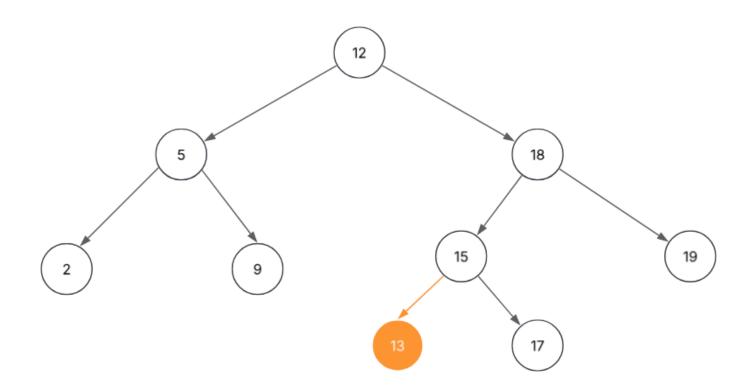


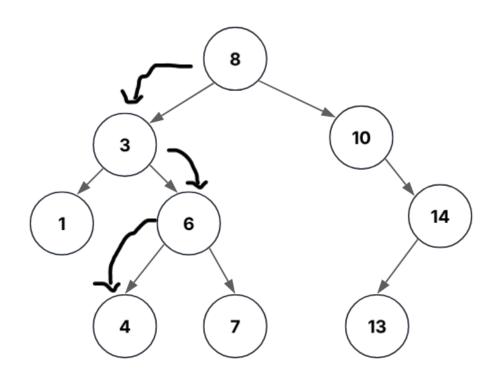
- Se crea un nodo nuevo, con los hijos apuntando a NULL.
- Hace un recorrido desde el nodo raíz.
- Si la clave del nodo nuevo es menor, va a la izquierda. De lo contrario, va a la derecha.
- Al no encontrar más nodos que recorrer, se inserta.



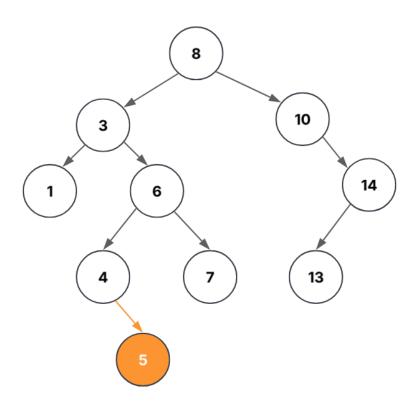


- 1. 13 > 12, se mueve a la derecha.
- 2. 13 < 18, se mueve a la izquierda
- 3. Se inserta 13 como hijo izquierdo de 15, ya que 13 < 15.

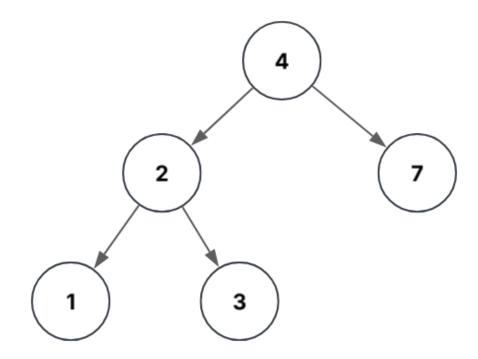


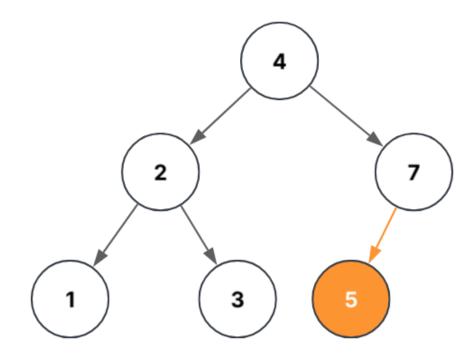


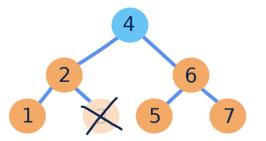
- 1. 5 < 8, se mueve a la izquierda.
- 2. 5 > 3, se mueve a la derecha.
- 3. 5 < 6, se mueve a la izquierda.
- 4. Se inserta 5 como hijo derecho de 4, ya que 5 > 4.



# Participación







Para eliminar un nodo **x** se tienen tres casos base:

- Si x no tiene hijos, se reemplaza por NULL.
- Si x tiene un solo hijo, se reemplaza la posición de x por su hijo (izquierdo o derecho).
- Si tiene dos hijos, se encuentra el sucesor de x (llamado y) el cual es el número más pequeño del subárbol derecho para preservar el orden de conexiones.

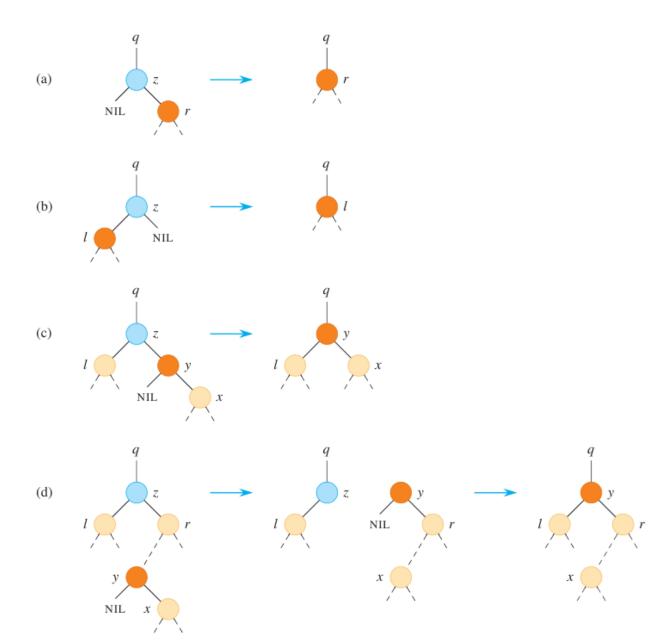
En este último caso, solamente puede haber un hijo izquierdo, ya que el derecho sería mas grande que x.

La implementación del algoritmo toma los casos base anteriores:

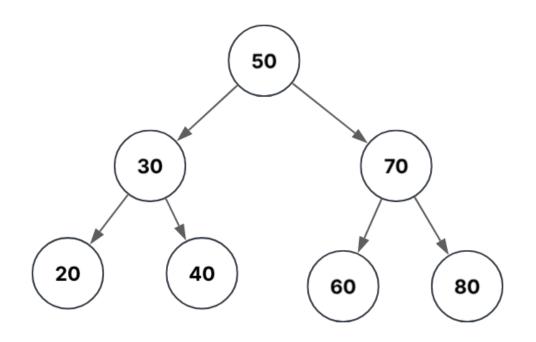
- Si x no tiene un hijo izquierdo, se reemplaza por su hijo derecho.
   Si es nulo, se borra x.
- Si x no tiene un hijo derecho, entonces tiene un hijo izquierdo. Se reemplaza x por su hijo izquierdo.
- Si x tiene dos hijos, se encuentra su sucesor y. Se separa y de su ubicación actual y se reemplaza x por y.

El tercer caso tiene dos formas de hacerse:

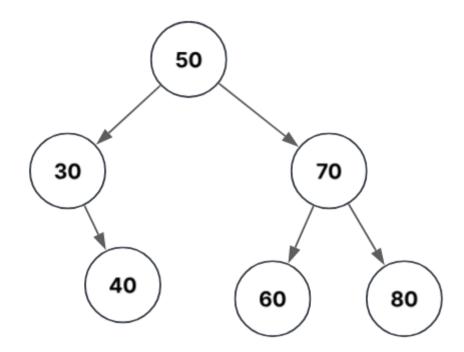
- 1. Si y es el hijo derecho de x, se reemplaza x por y sin modificar el hijo derecho.
- 2. Si y no es el sucesor directo de x, se encuentra en el subárbol derecho. Se reemplaza y por su hijo derecho, y el nodo y toma la posición de x.

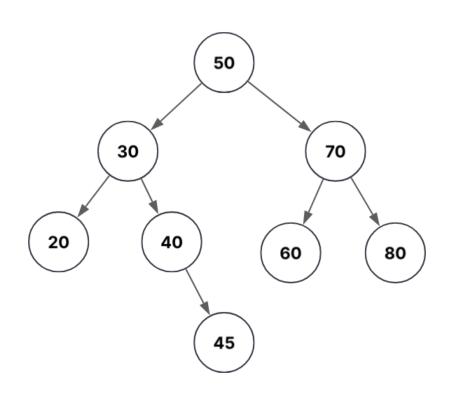


Objetivo: eliminar el nodo 20

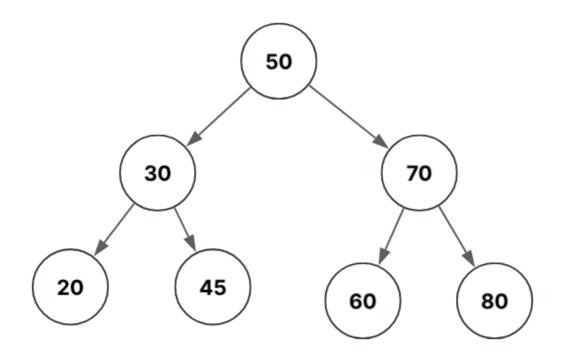


Como el nodo 20 no tiene hijos, sólamente se elimina sin modificar el árbol.

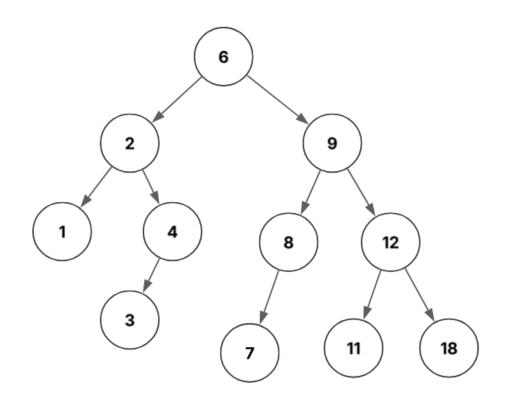




- Se recorre el nodo 45 un espacio hacia arriba, reemplazando al de clave 40
- 2. Se elimina el nodo 40

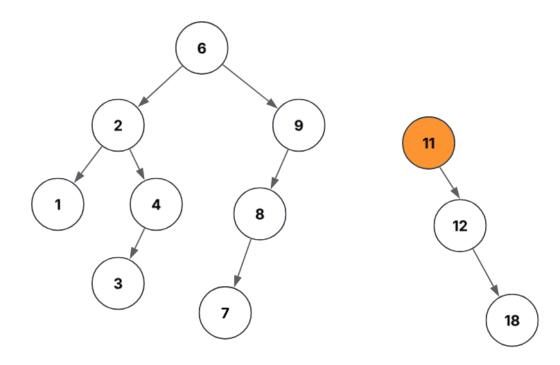


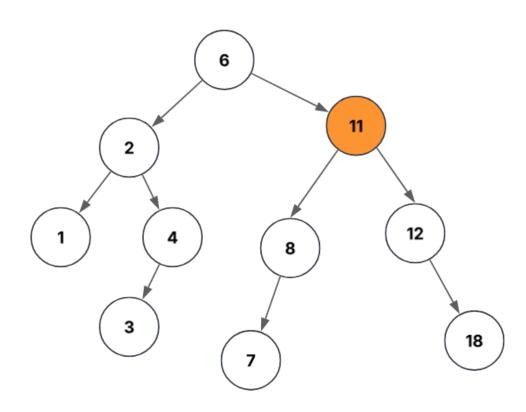
Objetivo: eliminar el nodo 9



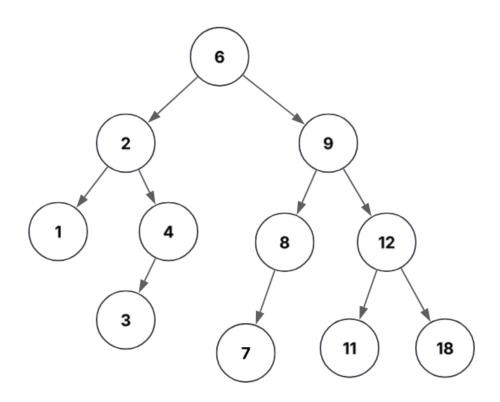
Se toma el tercer caso como sigue:

11 es el sucesor de 9, y se vuelve el padre de 11.



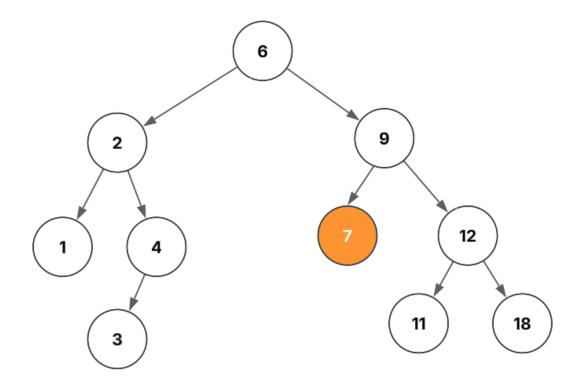


Participaciones: eliminar el nodo 8, 2 y 12



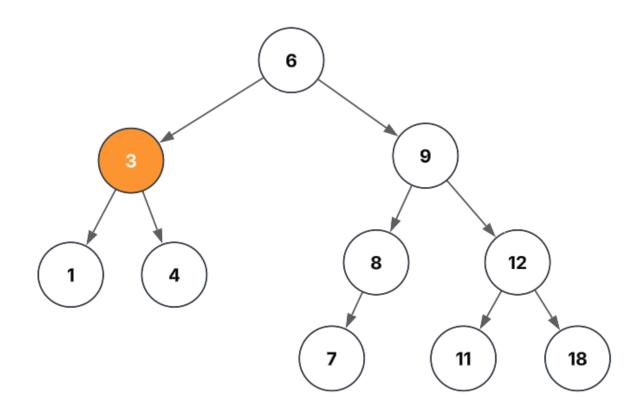
#### Eliminación

• Eliminando el nodo 8:



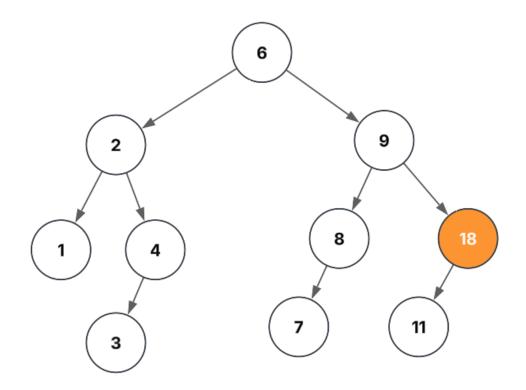
#### Eliminación

• Eliminando el nodo 2:



#### Eliminación

• Eliminando el nodo 12:

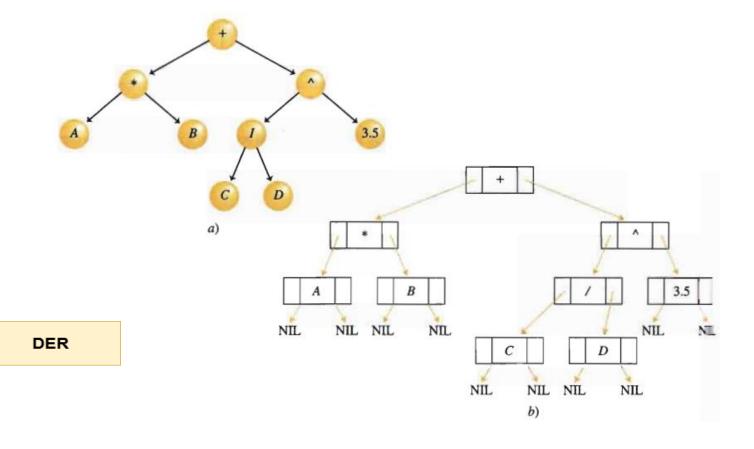


#### Representación de árboles binarios Representación de un árbol binario en memoria

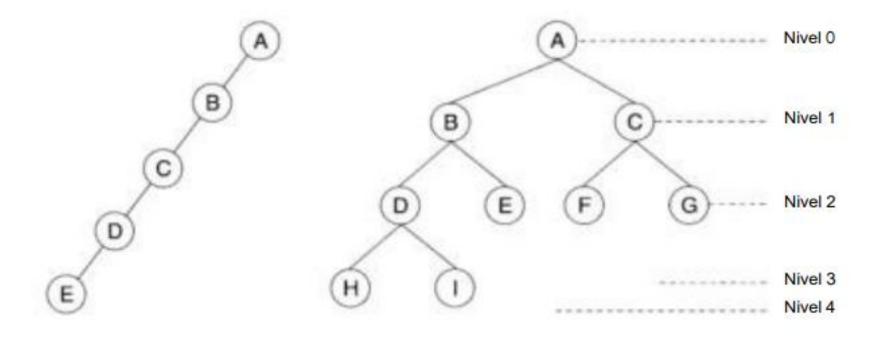
a) Árbol binariob) Surepresentaciónen memoria

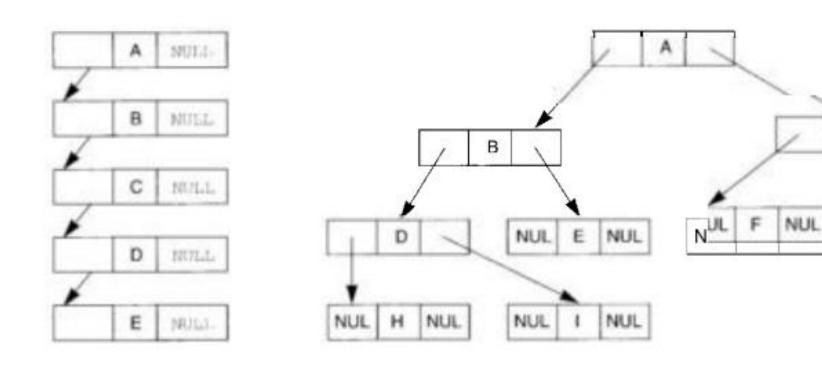
INFO

IZQ



Representar la estructura en nodos de los dos árboles binarios de raíz A:





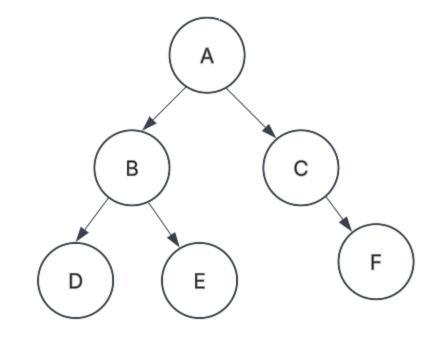
# Existen varias formas de representar los árboles binarios en la memoria, y las más comunes son:

- Representación estática (usando arreglos).
- Representación con nodos (estructura de datos con punteros).
- Representación con nodos encadenados.

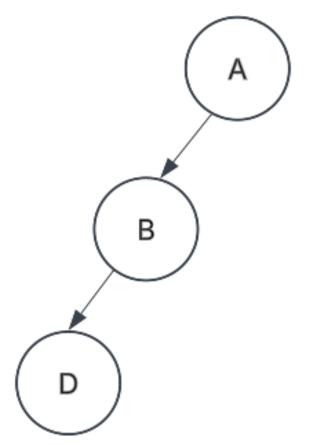
#### Representación estática (Arreglo)

Se utiliza un arreglo unidimensional en el que cada posición representa un nodo. Si el nodo está en la posición i, entonces:

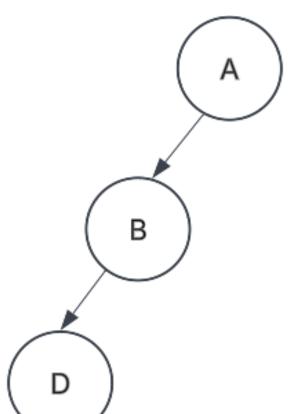
- Su hijo izquierdo está en la posición 2i+1.
- Su hijo derecho está en la posición 2i+2.
- La raíz siempre está en la posición 0.



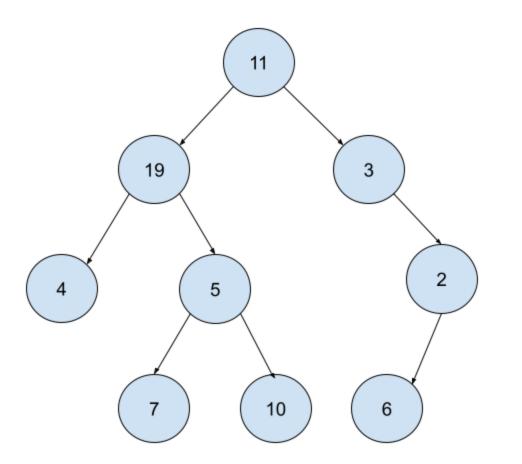
Índice	0	1	2	3	4	5	6
Nodo	А	В	С	D	Е	NULL	F



Índice	0	1	2	3	4	5	6
Nodo							

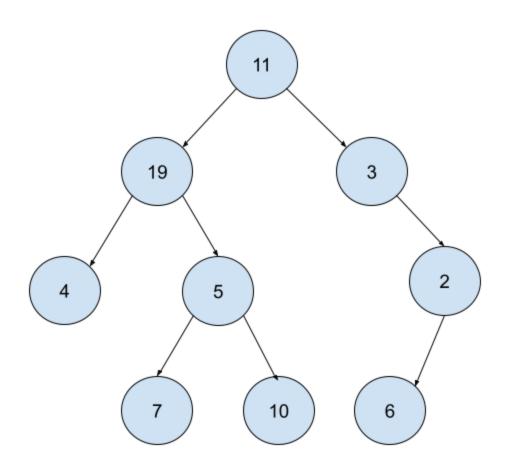


Índice	0	1	2	3	4	5	6	
Nodo	Α	В	NULL	С	NULL	NULL	NULL	



Índice	0	1	2	3	4	5	6
Nodo							

7	8	9	10	11	12	13	14



Índice	0	1	2	3	4	5	6
Nodo	11	19	3	4	5	NULL	2

7	8	9	10	11	12	13	14
NULL	NULL	7	10	NULL	NULL	6	NULL

# Representación con Nodos (Estructuras de Datos con Punteros)

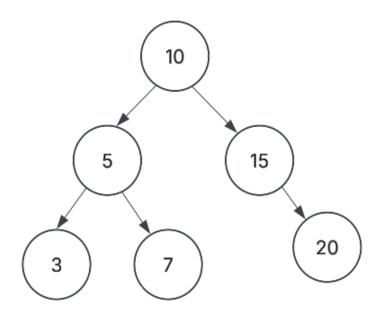
Aquí, cada nodo es un objeto o estructura con tres componentes:

- Dato: Guarda el valor del nodo.
- Puntero izquierdo:
   Apunta al hijo izquierdo.
- Puntero derecho: Apunta al hijo derecho.

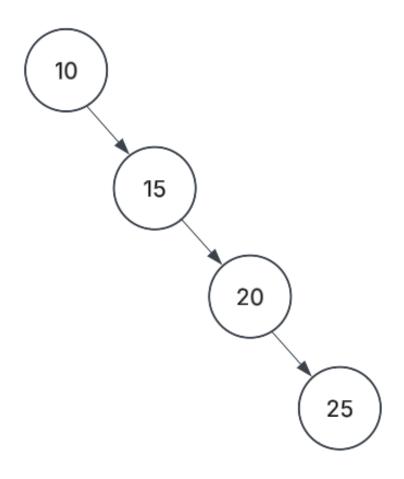
```
struct Nodo {
   int dato;
   struct Nodo* izq;
   struct Nodo* der;
};

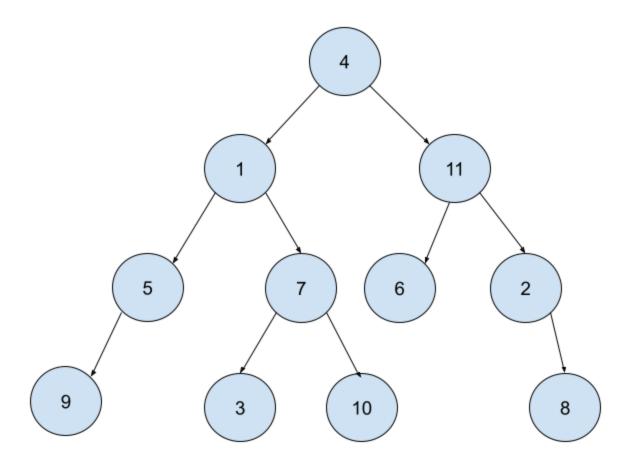
struct Nodo* nuevoNodo(int dato) {
   struct Nodo* nodo = (struct Nodo*)malloc(sizeof(struct Nodo));
   nodo->dato = dato;
   nodo->izq = nodo->der = NULL;
   return nodo;
}
```

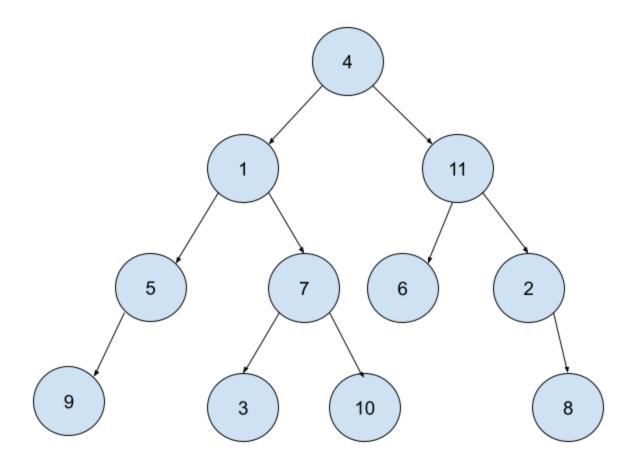
#### Ejemplo



```
struct Nodo* raiz = nuevoNodo(10);
raiz->izq = nuevoNodo(5);
raiz->der = nuevoNodo(15);
raiz->izq->izq = nuevoNodo(3);
raiz->izq->der = nuevoNodo(7);
raiz->der->der = nuevoNodo(20);
```







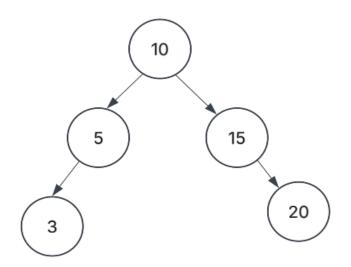
```
struct Nodo* raiz = nuevoNodo(4);
    raiz->izq = nuevoNodo(1);
    raiz->der = nuevoNodo(11);
    raiz->izq->izq = nuevoNodo(5);
    raiz->izq->der = nuevoNodo(7);
    raiz->der->izq = nuevoNodo(6);
    raiz->der->der = nuevoNodo(2);
    raiz->izq->izq->izq = nuevoNodo(9);
    raiz->izq->der->izq = nuevoNodo(3);
    raiz->izq->der->der = nuevoNodo(10);
    raiz->der->der->der = nuevoNodo(8);
```

#### Representación con Nodos Encadenados

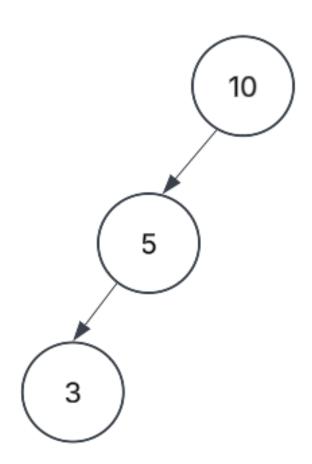
Cada nodo tiene un número y un arreglo de punteros a hijos (hijos[0] e hijos[1]).

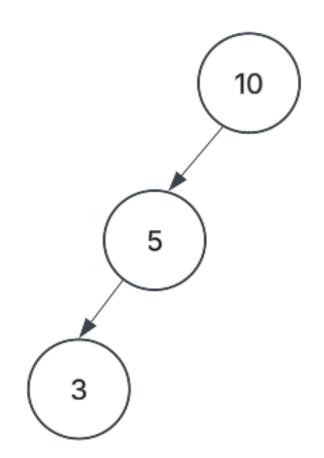
```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
struct Nodo {
    int dato;
    struct Nodo* hijos[2];
};
struct Nodo* nuevoNodo(int dato) {
    struct Nodo* nodo = (struct Nodo*)malloc(sizeof(struct Nodo));
    nodo->dato = dato;
    nodo->hijos[0] = nodo->hijos[1] = NULL;
    return nodo;
```

#### Ejemplo

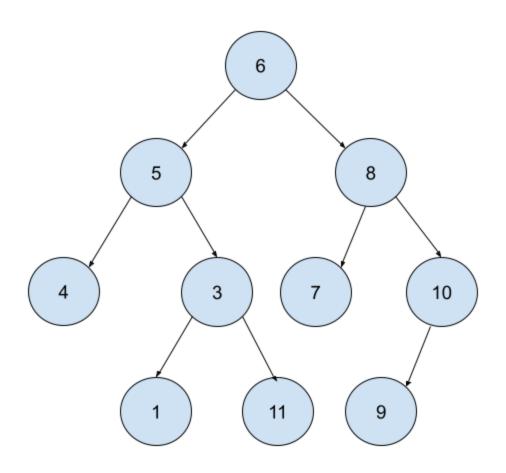


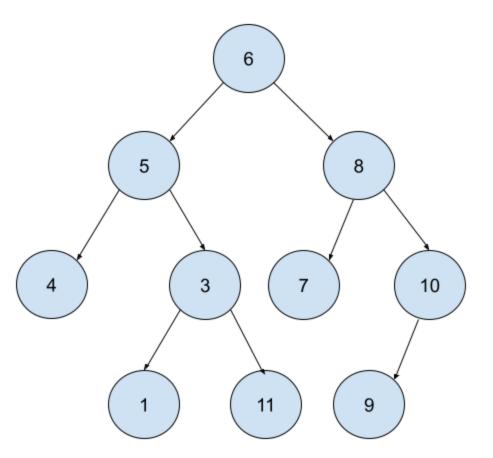
```
struct Nodo* raiz = nuevoNodo(10);
  raiz->hijos[0] = nuevoNodo(5);
  raiz->hijos[1] = nuevoNodo(15);
  raiz->hijos[0]->hijos[0] = nuevoNodo(3);
  raiz->hijos[1]->hijos[1] = nuevoNodo(20);
```





```
struct Nodo* raiz = nuevoNodo(10);
raiz->hijos[0] = nuevoNodo(5);
raiz->hijos[0]->hijos[0] = nuevoNodo(3);
```

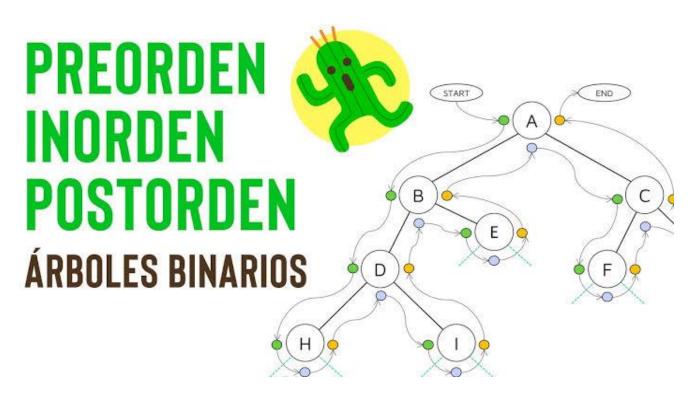




```
struct Nodo* raiz = nuevoNodo(6);
   raiz->hijos[0] = nuevoNodo(5);
   raiz->hijos[1] = nuevoNodo(8);
   raiz->hijos[0]->hijos[0] = nuevoNodo(4);
   raiz->hijos[0]->hijos[1] = nuevoNodo(3);
   raiz->hijos[1]->hijos[0] = nuevoNodo(7);
   raiz->hijos[1]->hijos[1] = nuevoNodo(10);
   raiz->hijos[0]->hijos[0] = nuevoNodo(1);
   raiz->hijos[0]->hijos[1]->hijos[0] = nuevoNodo(11);
   raiz->hijos[1]->hijos[0] = nuevoNodo(9);
```

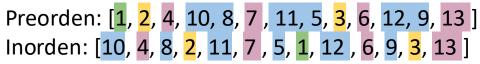
# Creación de árboles binarios a partir de los recorridos

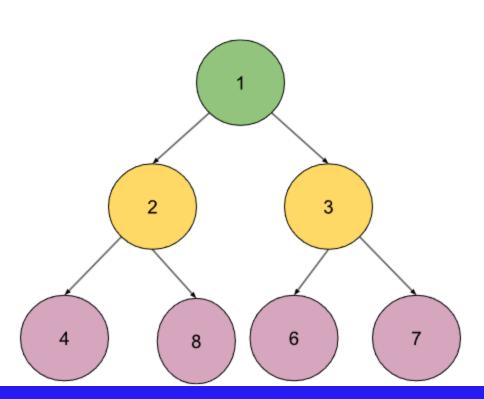


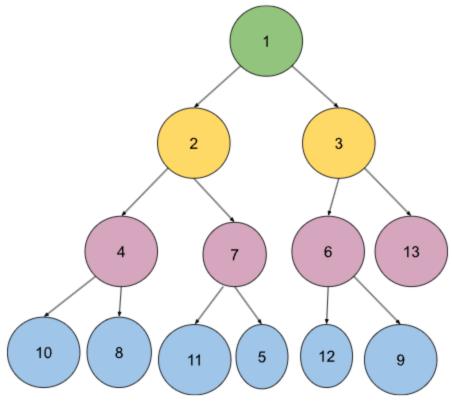


# Creación de árbol binario a partir del recorrido Pre-Orden e In-Orden

Preorden: [1, 2, 4, 8, 3, 6, 7] Inorden: [4, 2, 8, 1, 6, 3, 7]

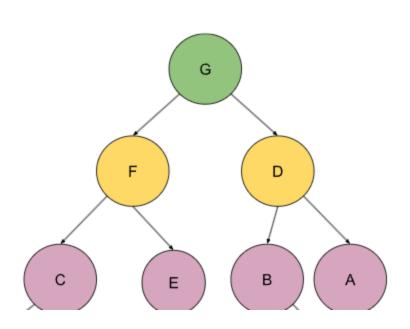




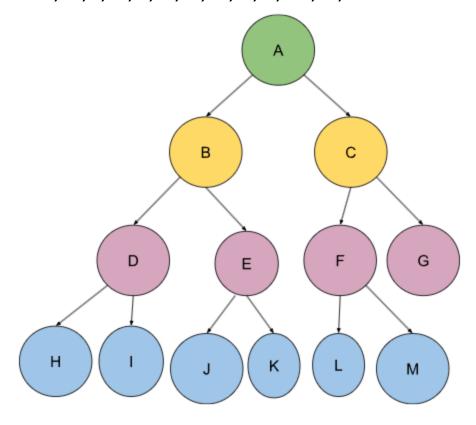


# Creación de árbol binario a partir del recorrido In-Orden

C, F, E, G, B, D, A

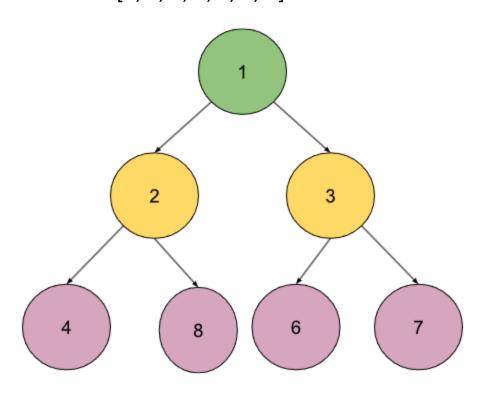


H, D, I, B, J, E, K, A, L, F, M, C, G

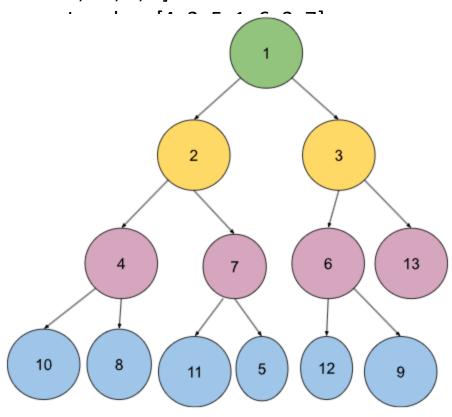


# Creación de árbol binario a partir del recorrido Pos-Orden

Postorden: [4, 5, 2, 6, 7, 3, 1] Inorden: [4, 2, 5, 1, 6, 3, 7]

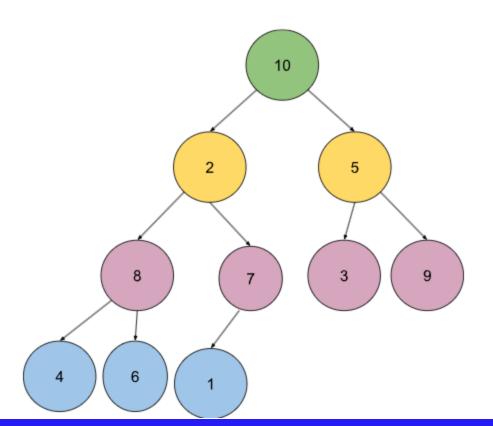


Postorden: [10, 8, 4, 11, 5, 7, 2, 12, 9, 6, 13, 3, 1]

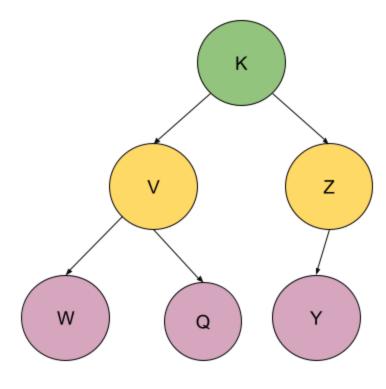


# Creación de árbol binario a partir del recorrido por Nivel

10, 2, 5, 8, 7, 3, 9, 4, 6, 1]



[K, V, Z, W, Q, Y]

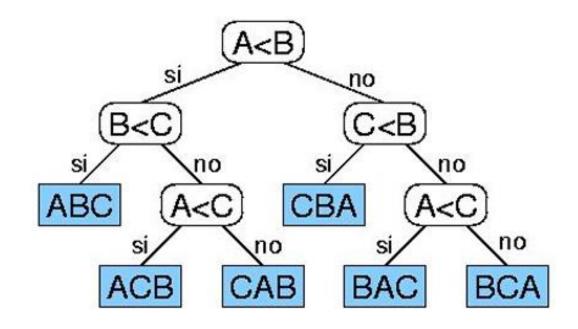


### **Aplicaciones**

#### Árboles de decisión

- Nodos internos: preguntas con respuestas sí/no
- Nodos hojas: decisiones

Ejemplo de árbol de decisión para ordenar tres números:

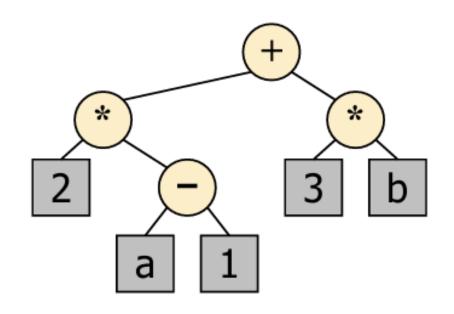


### **Aplicaciones**

# Representación de expresiones aritméticas

- Nodos internos: operadores
- Nodos hojas: operandos

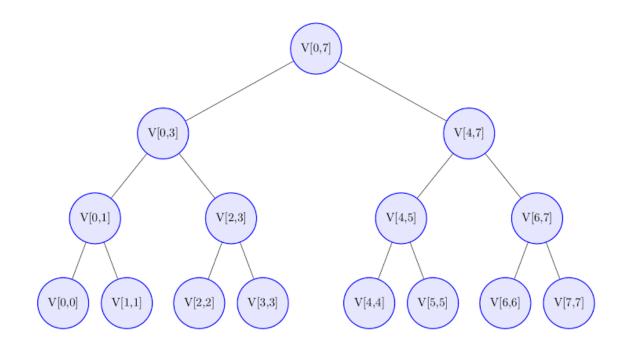
Ejemplo:



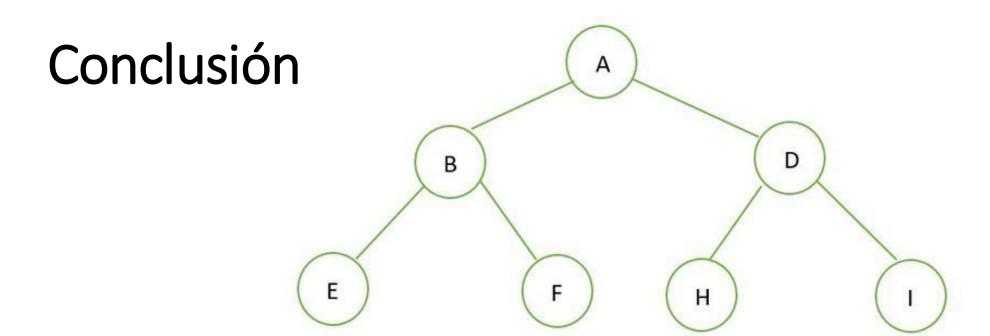
### **Aplicaciones**

#### Árboles de segmentos

Es una estructura de datos en forma de árbol binario que se utiliza para almacenar intervalos o segmentos. Cada nodo del árbol representa un segmento del arreglo, y las hojas representan elementos individuales del arreglo.



Ejemplo:



Desde árboles generales hasta árboles binarios de búsqueda y árboles de expresión, cada tipo tiene características y aplicaciones específicas que facilitan tareas como la búsqueda, inserción, eliminación, y evaluación de expresiones. La capacidad de representar árboles en memoria de diferentes maneras también destaca su adaptabilidad a diversas necesidades computacionales. En conclusión, los árboles son una herramienta esencial en el diseño de algoritmos y estructuras de datos, proporcionando soluciones elegantes y eficientes a problemas complejos en la programación y el manejo de datos.

### Bibliografía

- Lecture 8 Binary Search Trees (2025). Consultado 22 Febrero 2025, De https://web.stanford.edu/class/archive/cs/cs161/cs161.1168/lecture8.pdf
- Joyanes Aguilar, L., & Zahonero Martínez, I. (s.f.). Programación en C: Metodología, algoritmos y estructura de datos. McGraw-Hill.
- Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2022). Introduction to Algorithms, fourth edition. MIT Press.
- Aprendiendo sin espinas. 12 de septiembre de 2022. Algoritmos PREORDEN, INORDEN y POSTORDEN en 3 minutos. Youtube. https://www.youtube.com/watch?v=Jo2euX89Oz8
- Laura, V. (s. f.). ARBOLES DE EXPRESIONES. <a href="https://vilmalauramoraleszunun.blogspot.com/2019/08/arboles-de-expresiones.html">https://vilmalauramoraleszunun.blogspot.com/2019/08/arboles-de-expresiones.html</a>
- Danny, P. (2010). "¿Cuáles son las aplicaciones de los árboles binarios?". Recuperado de iteramos. URL: <a href="https://www.iteramos.com/pregunta/5134/cuales-son-las-aplicaciones-de-los-arboles-binarios">https://www.iteramos.com/pregunta/5134/cuales-son-las-aplicaciones-de-los-arboles-binarios</a>