

# PROYECTO FINAL

## Alejandro Arango Giraldo

### 1. INTRODUCCIÓN

Se implementa un proceso de validación y verificación de un marco metálico por medio de herramientas de análisis y diseño fundadas en el contenido del curso de métodos de elementos finitos. El caso de estudio consistió en la aplicación de una carga de 38.38 kg en la posición 1 del tubo del marco (Fig. 1). La carga es aplicada por medio de un sistema comprendido por las pesas y el gancho en S que permite suspender las pesas del tubo. Este gancho tiene un diámetro de área transversal de aproximadamente 1 cm.



Figura 1. Posición de aplicación de carga 1.

Empleando una roseta de deformación en la posición B (Fig. 2), se registró el estado de deformaciones planos del marco metálico en esta ubicación. En la figura 2 se pueden apreciar las dimensiones globales de la pieza analizada, con un largo de 843.05 mm, un ancho de 841 mm y un alto de 158 mm. El marco está compuesto por 4 secciones: una tubería de **1 ½ pulgadas de diámetro exterior y espesor de 1.5 mm**, un ángulo de 841 mm de largo y espesor de 6.75 mm, 2 soportes o aletas laterales, y platinas inferiores para brindar estabilidad estructural al marco.

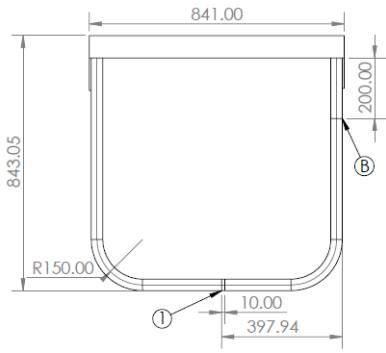


Figura 2. Geometría del ensamble y posición de aplicación de la carga (1) y lectura por roseta (B).

La geometría tridimensional del marco metálico es modelada en el software SolidWorks para crear el

modelo estático de elementos finitos del sistema estructural. Se aplican las condiciones de carga y frontera que mejor replican las condiciones reales del marco y se evalúa el modelo. Se compara la distribución de los esfuerzos y deformaciones unitarias principales calculados a partir de las lecturas de la roseta, con los valores obtenidos en el modelo FEM. Se detallan los materiales y métodos implementados y el proceso de verificación y validación del modelo. Esta información es interpretada y discutida, analizando y graficando los resultados, y reportando posibles causas de error, mejoras y recomendaciones al modelo.

### 2. MATERIALES Y MÉTODOS

Se modelan los 10 componentes del ensamble, 1 tubería, 1 perfil en L o ángulo, 2 soportes laterales o aletas, y 6 platinas inferiores, considerando las dimensiones obtenidas en el levantamiento geométrico. La geometría de los componentes principales (la tubería y el ángulo) se pueden observar en las figuras 3 y 4.

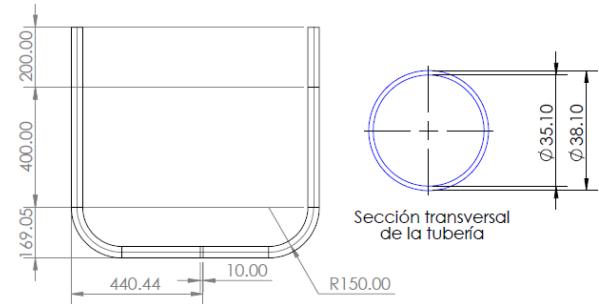


Figura 3. Plano de la tubería.



Figura 4. Plano del perfil en L.

Se ensamblan las diferentes piezas para replicar la estructura del marco metálico, empleando relaciones de posición propias de SolidWorks como coincidencia, paralelismo, entre otras. Todas las piezas son tratadas como sólidos, con una condición de contacto global de unión rígida con mallado independiente pues todos los elementos del ensamble se encuentran soldados entre sí.

Por facilidad, la tubería es modelada como elemento tipo viga con perfil tubular, modificando la sección transversal para cumplir con las dimensiones establecidas. El elemento tipo viga divide la tubería en una cantidad reducida de elementos finitos cilíndricos, simplificando considerablemente la estructura al

considerar los valores promedio en cada elemento finito. Empíricamente, las galgas extensiométricas determinan el estado de deformaciones en el plano de la pieza, por tanto, una lectura promedio de toda la sección transversal no sería comparable a los resultados experimentales. Para obtener resultados significativos y comparables, la tubería es tratada como un elemento tipo sólido en el ensamble. Los elementos tetraédricos del tipo sólido dan un mayor grado de precisión a los resultados y permiten realizar lecturas en puntos particulares que son comparables con las lecturas de la roseta.

Se establece una condición de frontera de geometría fija en el área interior de las perforaciones por las que pasan los tornillos que soportan la estructura (Fig. 4). Ya que los esfuerzos y deformaciones de los tornillos no nos interesan, se omite la consideración de estos en el estudio y, por el contrario, se aplica una condición de frontera equivalente en las perforaciones. Se establece una condición de frontera que restringe un grado de libertad de traslación en dirección  $-\hat{k}$  (z negativo) de todas las caras en contacto con la pared (Fig. 4). Las caras del perfil en L y las platinas inferiores en contacto con la pared no pueden trasladarse en dirección de la pared de la cual está soportada la estructura, por tanto, se restringe este grado de libertad.

Se aplica una carga distribuida de 376.5078N perpendicular al eje centroidal de la tubería a lo largo del área de la posición 1 (Fig. 4). La posición 1 constituye un área entre dos arcos de circunferencia que cubren la mitad de la circunferencia de la tubería y están separados por 1 cm. Esta área es la mejor representación del método de aplicación de la carga, la cual consta de una barra en S de aproximadamente 1 cm de diámetro, que se soporta sobre la cara superior de la tubería y la cual sostiene a su vez el peso de 38.38kg.

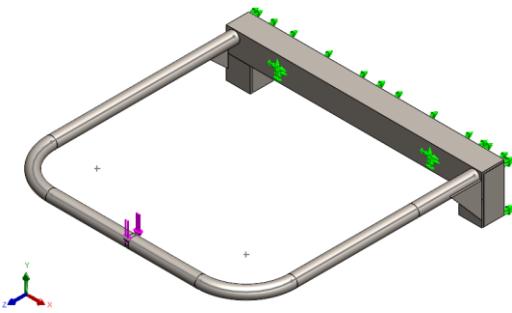


Figura 4. Condiciones de frontera (flechas verdes) y cargas (flechas violetas).

**Todas las piezas del ensamble son de acero ASTM-A36.** La determinación de este material se fundó inicialmente en las siguientes 3 apreciaciones a partir de la observación, la experimentación y la racionalización, respectivamente: 1. Todos los componentes del marco, a

excepción de las arandelas, las tuercas, y los tornillos, están soldados entre sí. 2. Todas las piezas son magnéticas. 3. Los aceros estructurales son comúnmente empleados en la construcción para el soporte de cargas. Habiendo descartado los metales no ferrosos, los aceros mecánicos, y las tuberías de cerramiento y conducción, se investiga en los catálogos comerciales de empresas distribuidoras de aceros en Medellín. Se identifica, tras aplicar una matriz de evaluación para cada pieza considerando: precio/kg, popularidad, fácil adquisición, y sobre resistencia, que el material de todas las piezas es acero estructural ASTM A36 con **200 GPa de módulo de elasticidad ( $E$ )**, **79.3 GPa de módulo de rigidez ( $G$ )**, y **0.26 de módulo de Poisson ( $\nu$ )**.

Para la verificación del modelo se realizaron 8 simulaciones con una malla tipo blended basada en curvatura de densidad fina, constituida por elementos tetraédricos de 4 nodos. Para cada simulación subsecuente se redujo el tamaño máximo del elemento, lo que en consecuencia incrementó el número de elementos de la malla. El esfuerzo principal normal (P1) fue la variable de análisis para la determinación de la convergencia del modelo, registrando en cada simulación el resultado en el mismo nodo.

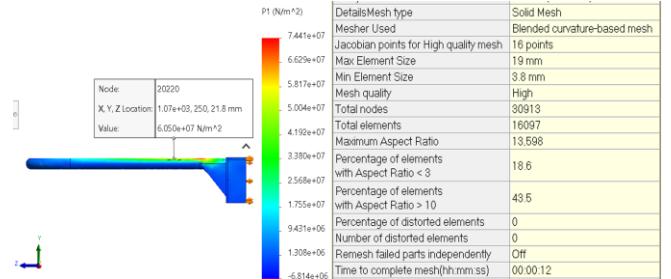


Figura 5. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 19mm.

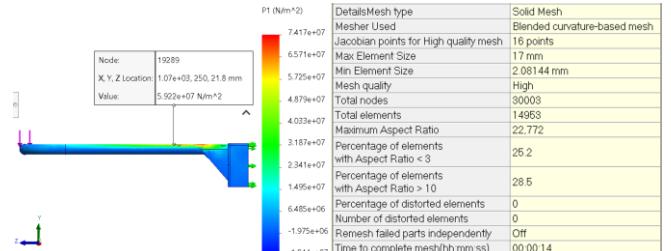


Figura 6. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 17mm.

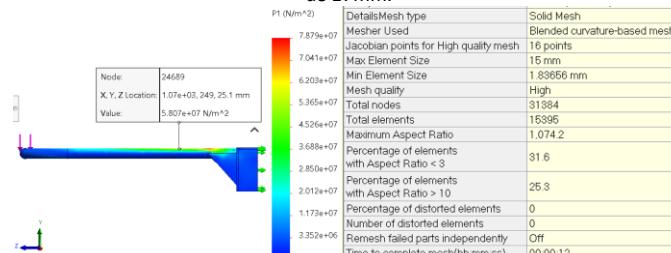


Figura 7. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 15mm.

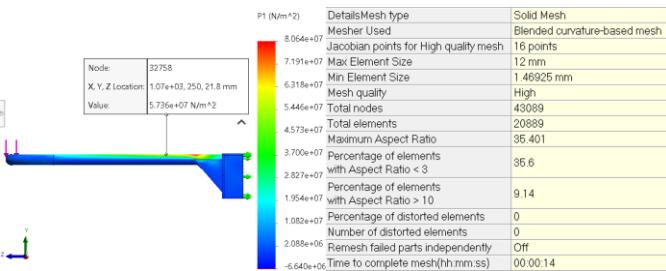


Figura 8. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 12mm.

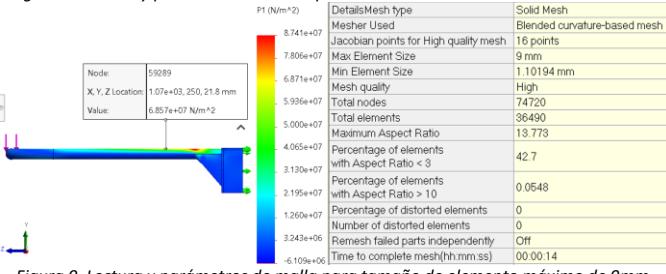


Figura 9. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 9mm.

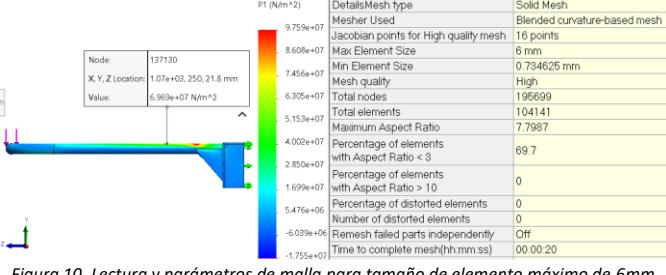


Figura 10. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 6mm.

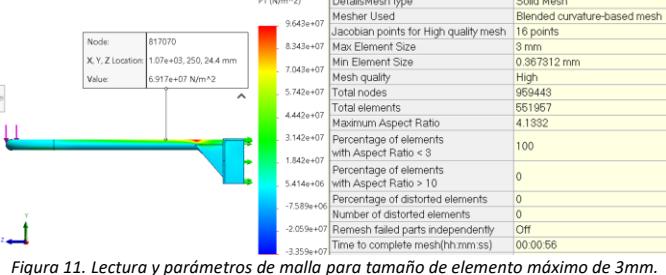


Figura 11. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 3mm.

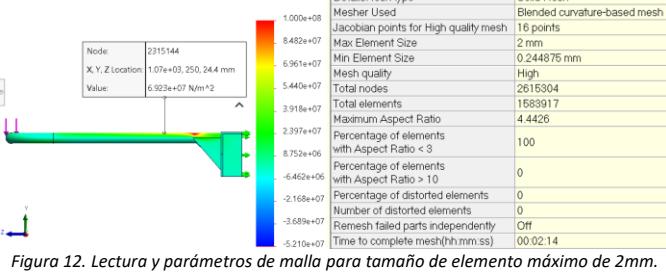


Figura 12. Lectura y parámetros de malla para tamaño de elemento máximo de 2mm.

Las características de malla del último análisis, el cual será empleado para la determinación de las demás variables, correspondieron a un tamaño máximo de elemento de 2 mm con un total de 1582917 elementos (Fig. 13).

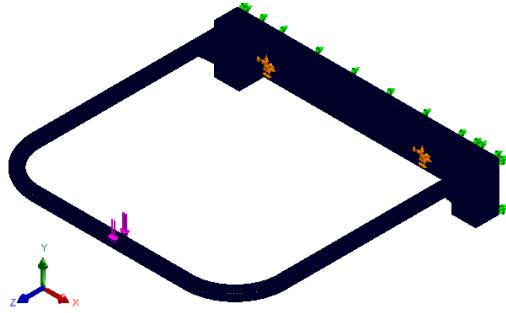


Figura 13. Malla con tamaño de elemento máximo de 2mm.

Para la validación del modelo se empleó una roseta de deformación ubicada en la posición B de la tubería, la cual registró  $\epsilon_a$ ,  $\epsilon_b$  y  $\epsilon_c$  en micrómetro/metro ( $\times 10^{-6}$ ) para la carga en la posición 1.

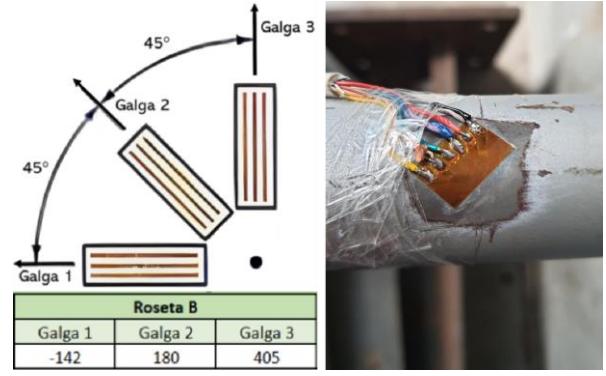


Figura 14. Posición, orientación y lectura de roseta de deformación.

La galga 3 está orientada paralela al eje del tubo y en dirección  $\hat{k}$  (z positivo) del sistema coordenado del modelo de elementos finitos. Para los cálculos analíticos de los esfuerzos y deformaciones principales se emplearon las siguientes ecuaciones considerando el sistema coordenado del modelo FEM:

$$\epsilon_a = \epsilon_x \cos^2 \theta_a + \epsilon_z \sin^2 \theta_a + \gamma_{xz} \sin \theta_a \cos \theta_a$$

$$\epsilon_b = \epsilon_x \cos^2 \theta_b + \epsilon_z \sin^2 \theta_b + \gamma_{xz} \sin \theta_b \cos \theta_b [1]$$

$$\epsilon_c = \epsilon_x \cos^2 \theta_c + \epsilon_z \sin^2 \theta_c + \gamma_{xz} \sin \theta_c \cos \theta_c$$

Con [1] se obtiene:  $\epsilon_x = -1.42 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_z = 4.05 \times 10^{-4}$  y  $\gamma_{xz} = 9.70 \times 10^{-5}$ . Se aplica la ley de Hooke general dada por las siguientes ecuaciones y con los valores  $E = 200 GPa$ ,  $G = 79.3 GPa$  y  $\nu = 0.26$ :

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E}, \epsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} [2]$$

$$\tau_{xz} = G \times \gamma_{xz} [3]$$

Tabla 1. Parámetros de malla y lecturas para las 8 simulaciones.

Máximo tamaño de elemento [mm]	19	17	15	12	9	6	3	2
Número de elementos	16097	14953	15395	20889	36490	104141	551957	1583917
% de elementos con cociente de aspecto < 3	18.6	25.2	31.6	35.6	42.7	69.7	100	100
Esfuerzo principal normal P1 [MPa]	60.50	59.22	58.07	57.36	68.57	69.69	69.17	69.23

No se consideró utilizar el porcentaje de elementos con cociente de aspecto menor a 3 como un criterio de inclusión para las simulaciones debido a la variación de esta característica para cada simulación como consecuencia de la cantidad de elementos de la malla.

Con [2] y [3] se obtiene  $\sigma_x = -7.8722 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_z = 78.953 \text{ MPa}$ ,  $\tau_{xz} = 7.6921 \text{ MPa}$ . Con el círculo de Mohr se hallan los esfuerzos principales P1, P2 (en el modelo FEM es P3, pues este considera 3 dimensiones, pero los cálculos son realizados en el plano) y  $\gamma_{\max}$ . Las ecuaciones empleadas son:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}, \sigma_{\text{prom}} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \quad [4]$$

$$P1 = \sigma_{\text{prom}} + R, P2 = \sigma_{\text{prom}} - R, \gamma_{\max} = R \quad [5]$$

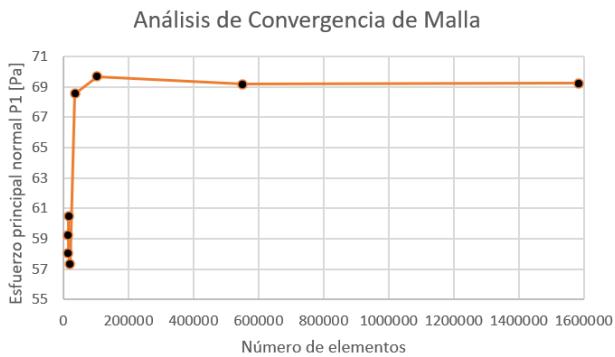
Para el cálculo de las deformaciones unitarias principales E1, E2 (misma explicación de P2) y  $\gamma_{\max}$  se aplica el círculo de Mohr con las siguientes ecuaciones:

$$R = \sqrt{\left(\frac{\epsilon_x - \epsilon_z}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xz}}{2}\right)^2}, \epsilon_{\text{prom}} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_z}{2} \quad [6]$$

$$E1 = \epsilon_{\text{prom}} + R, E2 = \epsilon_{\text{prom}} - R, \gamma_{\max} = R \quad [7]$$

### 3. RESULTADOS

El esfuerzo principal normal P1 se graficó frente al número de elementos de la malla. Con base en la gráfica 1, P1 alcanzó la convergencia en un número de elementos de 450000 aproximadamente.



Gráfica 1. Análisis de Convergencia de Malla. P1 vs Número de elementos.

Número de elementos	16097	14953	15395	20889	36490	104141	551957	1583917
Esfuerzo principal normal P1 [MPa]	60.50	59.22	58.07	57.36	68.57	69.69	69.17	69.23

Tabla 2. Puntos de la gráfica de convergencia de malla.

Empleando la malla con tamaño de elemento máximo de 2 mm y 1582917 elementos, se midió P1, P2, Intensidad, E1, y E2, y se calculó  $\gamma_{\max} = \frac{E1 - E2}{2}$  en el nodo 2091123 ubicado sobre la superficie del sólido.

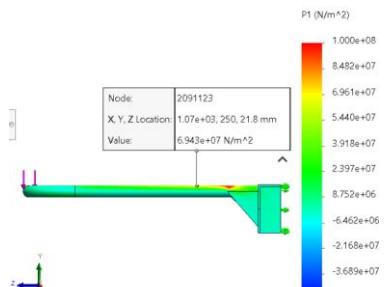


Figura 15. Esfuerzo principal P1 en posición B.

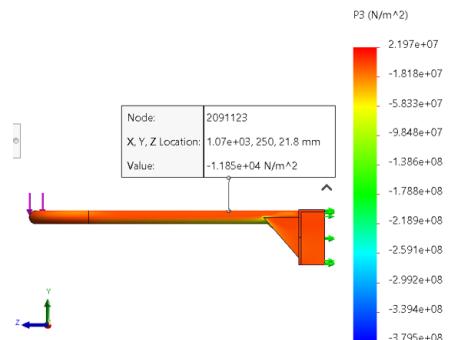


Figura 16. Esfuerzo principal P2 en posición B.

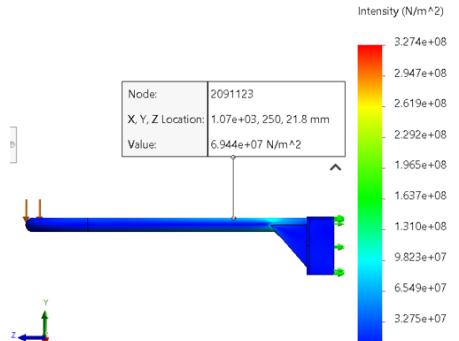


Figura 17. Intensidad (P1-P3) en posición B.

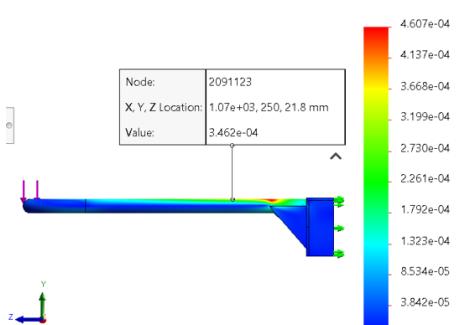


Figura 17. Deformación unitaria principal E1 en posición B.

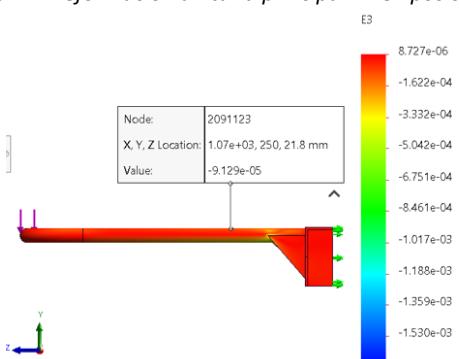


Figura 18. Deformación unitaria principal E2 en posición B.

	P1 [Pa]	P2 [Pa]	$\tau_{\max}$ [Pa]	E1	E2	$\gamma_{\max}$	Error Promedio
Analíticos (roseta)	7.96E+07	-8.55E+06	4.41E+07	4.22E-04	-1.59E-04	2.90E-04	
FEM	6.94E+07	-1.19E+04	3.47E+07	3.46E-04	-9.13E-05	2.19E-04	
Error	12.81%	99.86%	21.25%	17.90%	42.47%	24.62%	36.49%

Tabla 3. Resultados de validación del modelo.

### 4. DISCUSIÓN

El caso de estudio analizado representa un reto común en la ingeniería aplicada. Sistemas estructurales

sometidos a cargas deben ser constantemente estudiados para determinar el estado de esfuerzos y deformaciones que el sólido presenta. Esta práctica busca replicar uno de estos casos, donde se debe seguir un proceso de toma de medidas, geometrización, determinación de materiales, modelación en software, y verificación y validación del modelo. Dentro de este proceso, el punto fundamental lo comprende la representación del modelo físico como modelo computacional. Variables como la geometría, el material, el ensamble, las condiciones de contacto, las condiciones de frontera, la aplicación de la carga, el tipo de mallado, entre otras, son de gran importancia para construir un modelo computacional fiel al físico, permitiendo realizar predicciones precisas y exactas, y un análisis relevante y valioso.

El modelo computacional implementado tuvo un error promedio de **36.49%** en sus predicciones, con un error máximo del 99.86% para el esfuerzo principal normal P2 y un error mínimo para el esfuerzo principal normal P1 de 12.81%. Las predicciones para las deformaciones unitarias principales fueron las más cercanas al modelo real con un error promedio de 28.33%, mientras que el error promedio para los esfuerzos principales fue de 44.64%. Esto implica que las predicciones para las deformaciones unitarias principales fueron 1.576 veces más precisas que las predicciones para los esfuerzos normales principales. El elevado error promedio para ambas predicciones debe al esfuerzo normal principal P2 y la deformación unitaria principal E2, con un error porcentual de 99.86% y 42.47% respectivamente. Un error porcentual por encima del 5% en el campo de la ingeniería es inadmisible, y, por ende, un modelo computacional que es capaz de representar tan solo el 63.51% del modelo real debe ser descartado, pues la imprecisión de sus predicciones puede resultar en errores, daños o accidentes irreparables.

Las posibles fuentes de error que afectaron la precisión del modelo son: la selección de material de las piezas y determinación del espesor de la tubería, la imprecisión inherente de SolidWorks en las simulaciones, la condición de aplicación de la carga, y el punto y método de medición de resultados. La precisión de las galgas también puede considerarse como otra fuente de error, sin embargo, no una muy significativa. Por otra parte, la malla, gracias al proceso de verificación, se puede confirmar que no existe fuente de error debido al coeficiente de aspecto de los elementos o al numero de elementos, no obstante, el tipo y método de mallado pudieron afectar en cierta medida los resultados, aunque

se considera que el tipo y método de mallado blended empleado fue la opción óptima para el caso.

Con base en las entregas anteriores se realizaron 3 mejoras al modelo. Inicialmente, se definió completamente el croquis del perfil en L. Adicional a la condición de frontera de geometría fija en las caras interiores de los agujeros por donde pasan los tornillos, se aplicó una condición de frontera sobre las superficies en contacto con la pared para restringirles la traslación en dirección a la pared. Finalmente, se empleo una malla blended con un número de elementos alrededor de 112 veces mayor a la empleada en los resultados preliminares.

Para la mejora del modelo se pueden implementar algunos métodos para corregir o prevenir las posibles fuentes de error. Para la determinación del material de las piezas, se puede emplear ensayos no destructivos de espectrometría por emisión óptica, de fluorescencia de rayos X o de absorción atómica, así como ensayos de ultrasonido o radiografías. Para la determinación del espesor de la tubería, se pueden realizar ensayos por ultrasonido de espesor por contacto o por inmersión, o, de igual forma, mediciones electromagnéticas, radiografías o termografías. Estos ensayos no destructivos permiten caracterizar con mayor precisión los materiales y establecer un espesor de tubería más cercano a la realidad, y así crear un modelo computacional de mayor precisión. Para contrarrestar la imprecisión del software, se pueden emplear softwares de mayor precisión, potencia y rigurosidad matemática en la simulación de análisis de elementos finitos como lo son CREO o CATIA. Para la condición de aplicación de la carga, se debe determinar con mayor detalle el área de aplicación y como representarla con suficiente fidelidad en el modelo computacional. Finalmente, ya que no se conoce con total certeza el punto de medición de la roseta en el modelo físico, se debe hacer un promedio de las mediciones FEM del área en el que las galgas actúan.

## 5. REFERENCIAS

- Schwer, L.E. ASME. (2007) ‘An overview of the PTC 60/V&V 10: Guide for verification and validation in computational solid mechanics’, *Engineering with Computers*, 23(4), pp. 245–252.  
doi:10.1007/s00366-007-0072-z.
- Urrego, C. and Zapata, U. (2020) ‘Verification and validation of a finite element model of a human-powered vehicle chassis’, *International Journal of Emerging Trends & Technology in Computer Science (IJETTCS)*, 9(5), pp. 1–9.