

# Uso do Modelo de Fatores na Determinação da Alocação de Fundos Multimercado Brasileiros

Bergallo, Ignacio

Nascimbeni, Felipe

Paolucci, Arthur

Tiburcio, Carlos

---

## 1. Objetivo

Este trabalho tem por objetivo estimar, dada uma curta janela de tempo, a alocação de um fundo de investimentos multimercado no Brasil, ou seja, determinar de forma simples e prática a exposição da sua carteira a diferentes fatores de risco selecionados.

A motivação para tal, se dá pelo fato de que a Comissão de Valores Mobiliários (CVM) divulga a alocação dos fundos com uma defasagem de três meses, enquanto o mercado tem o interesse de saber como os fundos estão posicionados no momento. O formato de divulgação da CVM e a forma como as estratégias das carteiras dos fundos são compostas, utilizando posições compradas e vendidas de uma quantidade grande de ativos e derivativos, dificulta muito a leitura e o entendimento das suas exposições.

Esse interesse pode ser motivado pelo trabalho de monitoramento dos cotistas dos fundos, sendo estes alocadores de recursos profissionais ou mesmo pessoas físicas e por investidores profissionais como informação auxiliar para gestão de carteiras.

Dado o escopo e o tempo para se desenvolver o trabalho, um fundo do universo de fundos multimercados macro foi selecionado para ser usado como teste de validação do modelo. O Fundo Verde FIM, é um fundo multimercado macro carregamento, gerido pelo lendário gestor Luís Stuhlberger, mundialmente reconhecido pela sua excelente performance ao longo de mais de duas décadas.

A validação do modelo é feita com a comparação dos seus resultados com as cartas mensais escritas pelo gestor, onde são comentadas as principais posições e estratégia do fundo.

---

## 2. Revisão Bibliográfica

É amplamente conhecido que os retornos de uma carteira ou portfólio de mercado estão relacionados com diferentes fatores de risco. Observa-se na literatura a utilização de modelos de múltiplos fatores para medir e administrar a exposição a esses riscos. Esses fatores podem ser, por exemplo, indicadores macroeconômicos como taxa de juros, taxa de inflação, índices de preços de mercados internos ou externos, etc.<sup>1</sup>

Existe um consenso entre diversos especialistas que a alocação nas diferentes classes de ativos é a principal responsável pela composição dos retornos de uma carteira de investimentos. Isso é especialmente verdade se essa carteira é bem diversificada, ou seja, investe em vários fundos, que por sua vez investem em vários ativos.

Os fatores de risco utilizados neste trabalho foram obtidos a partir da “tropicalização” dos fatores utilizados por Sharpe<sup>2</sup> em sua publicação “Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement”. Em seu trabalho, o autor busca estimar o “estilo” (alocação em classes de ativos) de diferentes fundos a partir do seguinte modelo de fatores:

$$(1) R_i = [b_{i1}\widetilde{F}_1 + b_{i2}\widetilde{F}_2 + \dots + b_{in}\widetilde{F}_n] + \widetilde{e}_i$$

Neste modelo, cada fator representa o retorno de uma classe de ativos e interpreta-se os coeficientes como a sensibilidade da carteira aos fatores de risco escolhidos.

A escolha dos fatores tem grande influência no sucesso do modelo, por isso deve ser feita em linha com as classes e os ativos mais utilizados pelos gestores de fundos multimercados com estratégias macro. Outro fator importante é o equilíbrio correto com relação ao número de fatores. Se por um lado, um número muito alto dificultaria a análise e interpretação dos resultados, por outro, um número pequeno não traria informações relevantes para os interessados. Idealmente os fatores devem ser ativos ou índices, passíveis de investimento ou de fácil replicação, tanto para viabilizar as regressões, quanto para a informação ser útil aos interessados.

No mesmo trabalho, Sharpe propõe fatores amplamente discutidos e utilizados para carteiras de fundos americanos, com os diferentes títulos emitidos pelo governo americano e a separação dos ativos de renda variável em alguns índices para ativos americanos, ações europeias e ações japonesas.

---

<sup>1</sup> BODIE, KANE & MARCUS, 10.1 Multifactor Models: An Overview in Investments, Tenth Edition, New York, NY, 2014.

<sup>2</sup> SHARPE, WILLIAM F., Asset Allocation: Management Style and Performance Measurement, Reprinted from the Journal of Portfolio Management, Winter 1992, pp. 7-19.

Tabela 1: Fatores utilizados por Sharpe (1992)

**TABLE 1**  
**Asset Classes**

Bills
Cash-equivalents with less than 3 months to maturity
Index: Salomon Brothers' 90-day Treasury bill index
Intermediate-term Government Bonds
Government bonds with less than 10 years to maturity
Index: Lehman Brothers' Intermediate-term Government Bond Index
Long-term Government Bonds
Government bonds with more than 10 years to maturity
Index: Lehman Brothers' Long-term Government Bond Index
Corporate Bonds
Corporate bonds with ratings of at least Baa by Moody's or BBB by Standard & Poo
Index: Lehman Brothers' Corporate Bond Index
Mortgage-Related Securities
Mortgage-backed and related securities
Index: Lehman Brothers' Mortgage-Backed Securities Index
Large-Capitalization Value Stocks
Stocks in Standard and Poor's 500-stock index with high book-to-price ratios
Index: Sharpe/BARRA Value Stock Index
Large-Capitalization Growth Stocks
Stocks in Standard and Poor's 500-stock index with low book-to-price ratios
Index: Sharpe/BARRA Growth Stock Index
Medium-Capitalization Stocks
Stocks in the top 80% of capitalization in the U.S. equity universe after the ex
of stocks in Standard and Poor's 500 stock index
Index: Sharpe/BARRA Medium Capitalization Stock Index
Small-Capitalization Stocks
Stocks in the bottom 20% of capitalization in the U.S. equity universe after the
of stocks in Standard and Poor's 500 stock index
Index: Sharpe/BARRA Small Capitalization Stock Index
Non-U.S. Bonds
Bonds outside the U.S. and Canada
Index: Salomon Brothers' Non-U.S. Government Bond Index
European Stocks
European and non-Japanese Pacific Basin stocks
Index: FTA Euro-Pacific Ex Japan Index
Japanese Stocks
Japanese Stocks
Index: FTA Japan Index

Para a realidade dos fundos multimercados de gestores brasileiros, foi necessário realizar algumas adaptações nos fatores de forma a adaptá-los aos fatores e ativos disponíveis no mercado local e presentes nas carteiras dos gestores.

Para as classes de Renda Fixa, além da segregação dos títulos emitidos pelo governo brasileiro pelos seus prazos, foi necessário a inclusão, além dos títulos pré-fixados, dos fatores relativos aos títulos indexados à inflação, ativos particularmente importantes no mercado brasileiro.

Na Renda Variável, é sabido que o mercado brasileiro é muito menos líquido e desenvolvido em relação ao mercado norte americano, por este motivo não é simples identificar a abertura de diferentes fatores dentro da classe e nem sequer temos os índices para utilizar na regressão. Portanto o fator único utilizado para a classe local foi o Ibovespa. Para representar a exposição em ações globais, foi utilizado o SP500 (principal índice da bolsa norte americana) porque é um ativo negociado localmente e amplamente utilizado pelos gestores. Isso acontece porque o índice inclui as 500 maiores empresas da bolsa americana, mas que são empresas com exposição global, gerando a diversificação desejada.

Outro fator incluído no modelo foi a exposição ao Dólar americano (USD), porque em países emergentes os gestores geralmente usam a venda da moeda local e a compra do USD como proteção para posições de risco.

Tabela 2: Fatores utilizados no modelo de regressão proposto, após a “tropicalização”

<b>Fator</b>	<b>Descrição</b>
<b>Ibovespa</b>	Exposição à bolsa local, por meio do principal índice da B3.
<b>SP500</b>	Exposição à bolsa global, por meio do principal índice da bolsa norte americana.
<b>IMA-B 5</b>	Exposição ao juro real de curto/médio prazo, por meio do índice da Anbima.
<b>IMA-B 5+</b>	Exposição ao juro real de longo prazo, por meio do índice da Anbima.
<b>USD</b>	Exposição à moeda norte americana.
<b>Contrato Futuro de DI de 1 ano</b>	Exposição ao juro pré-fixado de curto prazo, por meio do contrato futuro da expectativa da taxa de DI, com vencimento em 1 ano.
<b>Contrato Futuro de DI de 5 anos</b>	Exposição ao juro pré-fixado de curto prazo, por meio do contrato futuro da expectativa da taxa de DI, com vencimento em 5 anos.

Em seu trabalho “Estimando a Alocação de Fundos Multimercado Brasileiros – Métodos para Redução e Seleção de Modelos”, Lobo<sup>3</sup> avalia diferentes modelos e diferentes tamanhos de janelas para a estimação dos fatores de risco que explicam os retornos de vários fundos multimercado brasileiros.

Para o autor, as janelas de tempo não devem ser muito longas porque deseja-se determinar a posição do fundo em um momento específico, nem muito curtas, para que a Lei Dos Grandes Números seja válida (amostra maior ou igual a trinta elementos). Esta janela, limitada em número de amostras e

<sup>3</sup> LOBO BARBOSA DA SILVA, RAFAEL, Estimando a alocação de fundos multimercado brasileiros – Métodos para redução e seleção de modelos, Rio de Janeiro: PUC, 2019.

somado a quantidade de fatores do modelo fará com que o grau de liberdade do modelo seja diminuído.

Com isso, Lobo realiza regressões lineares em janelas de 20, 30, 40, 50, 60 e 70 dias úteis para avaliar cada modelo. Nota-se que, para o modelo de MQO em particular, quanto maior a janela utilizada, menor é a soma dos resíduos, o que determina a janela de 70 dias a escolha ótima.

Para fundos multimercado macro carregamento, como o estilo do Fundo Verde, podemos utilizar a janela mais longa testada por Lobo (de 70 dias), porque são fundos que não alteram suas posições com extrema frequência.

Para estimar os coeficientes do modelo de fatores, desenvolvemos no Item 4 a metodologia de estimadores de MQO para três janelas de tempo diferentes. Uma forma de determinar quando o ativo está exposto a um determinado risco é quando o coeficiente beta do fator é significativo e o teste de hipóteses diz que é diferente de zero com certo grau de significância.

Uma vez rodadas as regressões e determinados os fatores significantes comparamos os resultados com as cartas mensais do gerente do fundo e os dados parciais da posição da carteira na CVM.

---

### 3. Base de Dados

É amplamente conhecido que os retornos de uma carteira ou portfólio de mercado estão relacionados com diferentes fatores de risco. Observa-se na literatura a utilização de modelos de múltiplos fatores para medir e administrar a exposição a esses riscos. Esses fatores podem ser, por exemplo, indicadores macroeconômicos como taxa de juros, taxa de inflação, índices de preços de mercados internos ou externos, etc.

Tabela 3: Descrição das variáveis

<b>Atributo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Base/ Calculado</b>	<b>Fonte/ Calculo</b>	<b>Tipo</b>	<b>Domínio</b>
<b>Cota</b>	Preço da cota do fundo "Verde..." em reais dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .ibov</b>	Nível de fechamento do Ibovespa em pontos dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .snp</b>	Nível de fechamento do S&P500 em pontos dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .imab5</b>	Nível de fechamento do IMA-B5 em pontos dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .imab5p</b>	Nível de fechamento do IMA-B5+ em pontos dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .dolar</b>	Nível de fechamento do Dólar Futuro em reais por mil dólares a.d.	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .di17</b>	Preço de fechamento do contrato DI de 1 dia com vencimento em jan/2017 em reais dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$

Atributo	Descrição	Base/ Calculado	Fonte/ Calculo	Tipo	Domínio
<b>Fechamento .di19</b>	Preço de fechamento do contrato DI de 1 dia com vencimento em jan/2019 em reais dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .di21</b>	Preço de fechamento do contrato DI de 1 dia com vencimento em jan/2021 em reais dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .di23</b>	Preço de fechamento do contrato DI de 1 dia com vencimento em jan/2023 em reais dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Fechamento .di25</b>	Preço de fechamento do contrato DI de 1 dia com vencimento em jan/2025 em reais dia a dia	Base	Economática	Numérico	$\mathbb{R}^+$
<b>Ret.ibov</b>	Taxa de retorno diário do Ibovespa	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.snp</b>	Taxa de retorno diário do S&P500	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.imab5</b>	Taxa de retorno diário do IMA-B5	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.imab5p</b>	Taxa de retorno diário do IMA-B5+	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$



<b>Atributo</b>	<b>Descrição</b>	<b>Base/ Calculado</b>	<b>Fonte/ Calculo</b>	<b>Tipo</b>	<b>Domínio</b>
<b>Ret.dolar</b>	Taxa de retorno diário do Dólar Futuro	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.di17</b>	Taxa de retorno diário do DI de 1 dia com venc. em jan/17	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.di19</b>	Taxa de retorno diário do DI de 1 dia com venc. em jan/19	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.di21</b>	Taxa de retorno diário do DI de 1 dia com venc. em jan/21	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.di23</b>	Taxa de retorno diário do DI de 1 dia com venc. em jan/23	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$
<b>Ret.di25</b>	Taxa de retorno diário do DI de 1 dia com venc. em jan/25	Calculado	$Log(\frac{p_{i+1}}{p_i})$	Numérico	$\mathbb{R}$

Os fatores “tropicalizados” utilizados no modelo são as taxas de retorno calculadas, dessa forma a hipótese de independência entre as observações da amostra aleatória do MQO não é violada. No Item 4.3. a validade dessa hipótese é analisada em detalhe.

Foram escolhidas janelas de 70 dias em 3 anos distintos, de forma a testar o modelo em diferentes contextos macroeconômicos. Decidiu-se utilizar a janela no 2º trimestre de cada ano por não ser um trimestre de final de ano, não ser marcado por eleições e por ser um trimestre que historicamente os gestores não fazem grandes movimentações nas carteiras dos fundos.

Esses trimestres também ficaram marcados por relevantes eventos macroeconômicos, como i) aprovação pela Câmara dos Deputados do impeachment da ex-presidente Dilma, em abril de 2016; ii) greve dos caminhoneiros, em maio de 2018; e iii) pandemia da Covid-19, em curso durante todo o 2º trimestre de 2020.

As tabelas abaixo apresentam as estatísticas descritivas, para cada janela, de cada variável incluída no modelo de fatores:

Tabela 4: Estatísticas descritivas da janela 1 (2º tri/16)

Fator	Mean	Standard Deviation	Skewness	Kurtosis	Corr(Ret.verde)
Ret.verde	$7.2914810^{-4}$	0.0025	0.17683	-0.11601	1
Ret.ibov	$7.2250210^{-4}$	0.01675	0.08879	-0.32057	0.30804
Ret.snp	$4.6262110^{-4}$	0.00834	-1.10564	4.33331	0.26019
Ret.imab5	$4.7373210^{-4}$	0.00153	-0.33008	0.37232	0.51465
Ret.imab5p	0.00108	0.00638	-0.13693	0.28799	0.46484
Ret.dolar	-0.00237	0.01279	-0.22905	-0.3774	-0.20607
Ret.di17	$3.6120710^{-5}$	0.00374	0.45357	1.92209	-0.30126
Ret.di21	-0.00205	0.01211	-0.18815	-0.31403	-0.48217

Tabela 5: Estatísticas descritivas da janela 2 (2º tri/18)

Fator	Mean	Standard Deviation	Skewness	Kurtosis	Corr(Ret.verde)
Ret.verde	$-1.530810^{-4}$	0.00261	0.56725	0.74125	1
Ret.ibov	-0.00222	0.01394	-0.55792	0.33693	0.57737
Ret.snp	$3.6164110^{-4}$	0.008	-0.56696	0.6379	0.5139
Ret.imab5	$-6.0018910^{-5}$	0.0025	-0.80765	4.94592	0.44209
Ret.imab5p	$-9.4961310^{-4}$	0.00501	0.11619	0.56857	0.64233
Ret.dolar	0.0022	0.01026	-1.92269	8.88002	-0.21302
Ret.di19	0.00123	0.01543	0.9759	4.56927	-0.31915
Ret.di23	0.0025	0.01439	0.28702	1.75795	-0.51348

Tabela 6: Estatísticas descritivas da janela 3 (2º tri/20)

Fator	Mean	Standard Deviation	Skewness	Kurtosis	Corr(Ret.verde)
Ret.verde	0.00196	0.00946	0.69417	2.96592	1
Ret.ibov	0.00357	0.02285	-0.15094	0.23776	0.77174
Ret.snp	0.00329	0.02117	-8.3419210 <sup>-4</sup>	1.53933	0.81666
Ret.imab5	7.5527110 <sup>-4</sup>	0.00263	-3.06574	17.47893	0.20285
Ret.imab5p	0.0012	0.01172	-1.69967	10.64168	0.40333
Ret.dolar	8.1872610 <sup>-4</sup>	0.0169	-0.23034	-0.84309	-0.41428
Ret.di21	-0.00735	0.02467	0.0717	3.76123	0.05015
Ret.di25	-0.00423	0.03006	0.40232	5.39411	-0.42292

## 4. Metodologia (MQO)

Cochrane<sup>4</sup> (p. 435, 2005) explica que os retornos podem ser observados como um conjunto de dados “cross section” ou dados em séries temporais, dependendo da pergunta que se queira responder. Neste caso, estuda-se o nível de retorno dado certos fatores de risco num instante  $t$ , dito isso é adequado o uso do método clássico de MQO para obter os coeficientes dos fatores do modelo.

A seguir, vamos escrever o modelo a estimar pelo método de MQO, calculamos a regressão linear para cada janela de tempo e vemos se são cumpridas as propriedades algébricas dos estimadores de OLS para que sejam aceitas como certas as hipóteses de Gauss-Markov.

### 4.1. Relação Linear

O modelo populacional é descrito como:

$$(2) \text{ret.verde} = \beta_1 \text{ret.ibov} + \beta_2 \text{ret.snp} + \beta_3 \text{ret.imab5} + \beta_4 \text{ret.imab5p} + \beta_5 \text{ret.dolar} + \beta_6 \text{ret.di}_{1\text{ano}} + \beta_7 \text{ret.di}_{3\text{anos}} + \mu$$

O modelo é linear nos parâmetros, vamos estimar os coeficientes do modelo utilizando os estimadores de MQO. As hipóteses de Gauss-Markov para que o método de MQO seja não-viesado são:

<sup>4</sup> COCHRANE, 20.2. The Cross Section: CAPM and Multifactor Models in Asset Pricing, Revised Edition, Princeton, New Jersey, 2005.

## 4.2. Média Condicional Zero

O erro  $\mu$  tem valor esperado zero, dados quaisquer valores das variáveis independentes. Em fórmula  $E(\mu|F_1, F_2, \dots, F_7)$ .

## 4.3. Amostra Aleatória (iid)

Assumimos que nossa amostra é aleatória e independente. Segundo Cochrane, o preço de um ativo é dado por  $p_{t+1} = p_t + \varepsilon_{t+1}$ , ou seja, se  $\sigma^2(\varepsilon) = \text{constante}$  os preços seguem um "random walk". Essa definição é amplamente utilizada na teoria de finanças tradicionais e quer dizer que, se os mercados financeiros são eficientes, o preço de amanhã deve ser explicado pelo preço de hoje (que reflete toda a informação disponível sobre esse ativo) mais um choque imprevisível. Intuitivamente, caso o preço hoje fosse muito menor que o preço de amanhã, os agentes antecipariam esse aumento de preço e tentariam comprar esse ativo, levando a um aumento de preço ainda hoje, e não amanhã. Sendo assim, os retornos de um ativo devem ser tão imprevisíveis como jogar uma moeda.

## 4.4. Multicolinearidade/ Variância Amostral

A hipóteses RLM.3 Colinearidade não perfeita diz:

“Na amostra (e, portanto, na população) nenhuma das variáveis independentes é constante, e não há relações lineares exatas entre as variáveis independentes”

Testando as propriedades algébricas:

### 4.4.1. Propriedade 1 ( $E(\mu|F_1, F_2, \dots, F_7) = 0$ ):

Os valores esperados dos resíduos da Janela 1, 2 e 3 são:

- $E(\widehat{\mu}_1|F_1, F_2, \dots, F_7) = 4.8792110^{-20}$
- $E(\widehat{\mu}_2|F_1, F_2, \dots, F_7) = 1.2151110^{-20}$
- $E(\widehat{\mu}_3|F_1, F_2, \dots, F_7) = -2.5550510^{-19}$

Podemos observar que os valores esperados dos resíduos para as três janelas de tempo estão muito perto de zero e por tanto a hipóteses de média condicional zero é cumprida.

#### 4.4.2. Propriedade 2 ( $cov(F_j, \hat{\mu}) = 0$ ):

Tabela 7: Covariância entre fatores e resíduos  $Cov(F_j, \hat{\mu}_j)$

Fator j	Janela 1 $Cov(F_j, \hat{\mu}_j)$	Janela 2 $Cov(F_j, \hat{\mu}_j)$	Janela 3 $Cov(F_j, \hat{\mu}_j)$
ret.ibov	$1.0454810^{-21}$	$1.9692510^{-22}$	$-2.2406810^{-21}$
ret.snp	$6.1114910^{-22}$	$1.521510^{-22}$	$-1.562210^{-22}$
ret.imab5	$-1.3478210^{-22}$	$1.2947410^{-22}$	$-2.9224210^{-22}$
ret.imab5p	$5.8843110^{-22}$	$1.5813410^{-22}$	$-2.8407110^{-22}$
ret.dolar	$-1.6962710^{-21}$	$-1.4913210^{-22}$	$2.5076810^{-21}$
ret.di17	$-2.7358110^{-22}$	$-1.6893210^{-22}$	$8.9248210^{-23}$
ret.di21	$2.847310^{-22}$	$1.0120410^{-22}$	$2.0914710^{-21}$

Podemos observar que todos os valores estão perto do zero, pelo qual assumimos que as hipóteses são verdadeiras.

#### 4.4.3. Propriedade 3 (O ponto $(\widetilde{F}_1, \widetilde{F}_2, \dots, \widetilde{F}_7)$ está sempre sobre a reta de regressão de MQO $\widetilde{R} = \widetilde{F}_1 + \widetilde{F}_2 + \dots + \widetilde{F}_7$ :

Tabela 8: 3 janelas

	Janela 1	Janela 2	Janela 3
Fitted Value =	$7.2914810^{-4}$	$-1.530810^{-4}$	0.00196
$\bar{Y} =$	$7.2914810^{-4}$	$-1.530810^{-4}$	0.00196

Também podemos observar que as correlações entre as variáveis independentes não são perfeitas:

Tabela 9: Matriz de correlações entre os fatores da janela 1

Fator	Ret.ibov	Ret.snp	Ret.imab5	Ret.imab5p	Ret.dolar	Ret.di17	Ret.di21
Ret.ibov	1	0.50746	0.24343	0.44399	-0.33297	-0.26606	-0.50344
Ret.snp	0.50746	1	-0.16683	0.01784	-0.30857	0.03415	-0.20014
Ret.imab5	0.24343	-0.16683	1	0.80795	0.04429	-0.67294	-0.63064
Ret.imab5p	0.44399	0.01784	0.80795	1	-0.15847	-0.58418	-0.86087
Ret.dolar	-0.33297	-0.30857	0.04429	-0.15847	1	-0.13961	0.28271
Ret.di17	-0.26606	0.03415	-0.67294	-0.58418	-0.13961	1	0.55903
Ret.di21	-0.50344	-0.20014	-0.63064	-0.86087	0.28271	0.55903	1

Tabela 10: Matriz de correlações entre os fatores da janela 2

Fator	Ret.ibov	Ret.snp	Ret.imab5	Ret.imab5p	Ret.dolar	Ret.di19	Ret.di23
Ret.ibov	1	0.27338	0.38453	0.44793	-0.23299	-0.40791	-0.29481
Ret.snp	0.27338	1	0.09631	0.18585	-0.09519	-0.04509	-0.08178
Ret.imab5	0.38453	0.09631	1	0.79508	-0.56285	-0.90885	-0.66199
Ret.imab5p	0.44793	0.18585	0.79508	1	-0.59193	-0.71605	-0.86147
Ret.dolar	-0.23299	-0.09519	-0.56285	-0.59193	1	0.62234	0.6629
Ret.di19	-0.40791	-0.04509	-0.90885	-0.71605	0.62234	1	0.67802
Ret.di23	-0.29481	-0.08178	-0.66199	-0.86147	0.6629	0.67802	1

Tabela 11: Matriz de correlações entre os fatores da janela 3

Fator	Ret.ibov	Ret.snp	Ret.imab5	Ret.imab5p	Ret.dolar	Ret.di21	Ret.di25
Ret.ibov	1	0.5552	0.41902	0.63003	-0.56217	-0.19588	-0.5584
Ret.snp	0.5552	1	0.10655	0.21534	-0.32727	0.06419	-0.26469
Ret.imab5	0.41902	0.10655	1	0.80462	-0.27185	-0.64949	-0.78415
Ret.imab5p	0.63003	0.21534	0.80462	1	-0.44815	-0.45354	-0.8637
Ret.dolar	-0.56217	-0.32727	-0.27185	-0.44815	1	0.04438	0.44756
Ret.di21	-0.19588	0.06419	-0.64949	-0.45354	0.04438	1	0.47842
Ret.di25	-0.5584	-0.26469	-0.78415	-0.8637	0.44756	0.47842	1

#### 4.5. Homocedasticidade

Para validar a hipóteses de homocedasticidade  $Var(\mu|F_1, F_2, \dots, F_7) = \sigma^2$ , vamos a considerar o teste de hipóteses:

$$(3) H_0: Var(\mu|F_1, F_2, \dots, F_7) = \sigma^2$$

Presumimos que a hipótese ideal de homocedasticidade se mantém e precisamos que os dados nos informem se isso é adequado o não. Utilizamos o teste de Breusch-Pagan (BP) para heteroscedasticidade, se não pudermos rejeitar a equação (3) em um nível de significância suficientemente pequeno, concluímos que a heterocedasticidade não é um problema.

##### Janela 1

```
bptest(regres1)
## studentized Breusch-Pagan test
## data: regres1
## BP = 11.2, df = 7, p-value = 0.13
```

## **Janela 2**

```
bptest(regres2)
## studentized Breusch-Pagan test
## data: regres2
## BP = 5.26, df = 7, p-value = 0.63
```

## **Janela 3**

```
bptest(regres3)
## studentized Breusch-Pagan test
## data: regres3
## BP = 4.76, df = 7, p-value = 0.69
```

Podemos observar que não teremos problemas de heterocedasticidade para nenhuma janela de tempo, não precisamos utilizar as estatísticas robustas para heterocedasticidade e podemos usar as estatísticas t e F da regressão de MQO homocedástica.

## 5. Report Results

Observa-se, nos resultados apresentados neste item, que a significância dos fatores em cada janela varia a partir dos valores do teste t para cada coeficiente. Para a primeira janela, os únicos fatores significativos apontados pelo modelo foram os referentes ao SP500, com significância 5%, e ao IMA-B5, com significância 0,1%. Já a significância do modelo como um todo é dada pela estatística F, que apontou a validade do modelo com significância 0,1%. O  $R^2$  obtido na regressão dessa janela foi de 0.426 (ou 42.6%), o que pode ser interpretado como a parcela dos retornos do fundo que são explicados pelos fatores escolhidos.

Tabela 12: Resultados da regressão na janela 1

```
## Regressão da janela 1 (2016)
summary(regres1)

##
## Call:
## lm(formula = Ret.verde ~ Ret.ibov + Ret.snp + Ret.imab5 + Ret.imab5p +
##      Ret.dolar + Ret.di17 + Ret.di21, data = jan1)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.00551 -0.00110  0.00005  0.00125  0.00462
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  7.26e-05   2.70e-04    0.27  0.78867
## Ret.ibov     -5.59e-03   1.97e-02   -0.28  0.77771
## Ret.snp       9.53e-02   3.70e-02    2.58  0.01233 *
## Ret.imab5     1.21e+00   3.19e-01    3.79  0.00034 ***
## Ret.imab5p    -1.10e-01   1.03e-01   -1.07  0.29002
## Ret.dolar     -2.00e-02   2.20e-02   -0.91  0.36706
## Ret.di17       9.69e-02   9.46e-02    1.02  0.30958
## Ret.di21     -5.51e-02   4.50e-02   -1.22  0.22551
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.002 on 62 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.426, Adjusted R-squared:  0.361
## F-statistic: 6.57 on 7 and 62 DF, p-value: 8.16e-06
```



Para a segunda, o único fator em que não se rejeita a hipótese nula ( $\beta=0$ ) foi o referente ao IMA-B5+, sendo os demais significantes a diferentes níveis. Já a significância do modelo como um todo é dada pela estatística F, que apontou a validade do modelo com significância 0,1%. O  $R^2$  obtido na regressão dessa janela foi de 0.717 (ou 71.7%), o que pode ser interpretado como a parcela dos retornos do fundo que são explicados pelos fatores escolhidos.

Tabela 13: Resultados da regressão na janela 2

```
## Regressão da janela 2 (2018)
summary(regres2)

##
## Call:
## lm(formula = Ret.verde ~ Ret.ibov + Ret.snp + Ret.imab5 + Ret.imab5p +
##      Ret.dolar + Ret.di19 + Ret.di23, data = jan2)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.002628 -0.000882 -0.000140  0.000448  0.004894
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  6.26e-05   1.87e-04    0.33   0.7393
## Ret.ibov      6.69e-02   1.53e-02    4.36 5.0e-05 ***
## Ret.snp       1.10e-01   2.34e-02    4.69 1.6e-05 ***
## Ret.imab5     4.09e-01   2.13e-01    1.92  0.0597 .
## Ret.imab5p    1.55e-01   9.84e-02    1.58  0.1196
## Ret.dolar     5.39e-02   2.43e-02    2.21  0.0305 *
## Ret.di19      8.85e-02   3.18e-02    2.78  0.0072 **
## Ret.di23     -6.51e-02   2.87e-02   -2.27  0.0268 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.00146 on 62 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.717, Adjusted R-squared:  0.685
## F-statistic: 22.5 on 7 and 62 DF, p-value: 8.15e-15
```

Para a terceira, os coeficientes referentes a SP500, IBOV, e juros (DI21 e DI25) se mostraram significativos, enquanto os demais não tiveram a hipótese nula rejeitada. Já a significância do modelo como um todo é dada pela estatística F, que apontou a validade do modelo com significância 0,1%. O  $R^2$  obtido na regressão dessa janela foi de 0.838 (ou 83.8%), o que pode ser interpretado como a parcela dos retornos do fundo que são explicados pelos fatores escolhidos.

Tabela 14: Resultados da regressão na janela 3

```
## Regressão da janela 3 (2020)
summary(regres3)

##
## Call:
## lm(formula = Ret.verde ~ Ret.ibov + Ret.snp + Ret.imab5 + Ret.imab5p +
##      Ret.dolar + Ret.di21 + Ret.di25, data = jan3)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.009777 -0.002261  0.000085  0.001897  0.013336
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)  0.000802   0.000528   1.52   0.134
## Ret.ibov     0.206224   0.034987   5.89 1.7e-07 ***
## Ret.snp      0.232716   0.028943   8.04 3.4e-11 ***
## Ret.imab5    -0.290666   0.383425  -0.76   0.451
## Ret.imab5p   -0.023524   0.101228  -0.23   0.817
## Ret.dolar     0.047402   0.036006   1.32   0.193
## Ret.di21     0.054057   0.026733   2.02   0.047 *
## Ret.di25    -0.063265   0.034788  -1.82   0.074 .
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.00402 on 62 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.838, Adjusted R-squared:  0.82
## F-statistic: 45.9 on 7 and 62 DF, p-value: <2e-16
```

## 6. Conclusão

A partir dos resultados apresentados na tabela resumo abaixo, é possível comparar as cartas dos gestores relativas a cada período analisado com os valores obtidos nas regressões.

Tabela 15: Resumo dos resultados

Dependent variable:			
	2otri/2016	2otri/2018	2otri/2020
	(1)	(2)	(3)
Ret.ibov	-0.006 (0.020)	0.067*** (0.015)	0.206*** (0.035)
Ret.snp	0.095** (0.037)	0.110*** (0.023)	0.233*** (0.029)
Ret.imab5	1.209*** (0.319)	0.409* (0.213)	-0.291 (0.383)
Ret.imab5p	-0.110 (0.103)	0.155 (0.098)	-0.024 (0.101)
Ret.dolar	-0.020 (0.022)	0.054** (0.024)	0.047 (0.036)
Ret.di17	0.097 (0.095)		
Ret.di21	-0.055 (0.045)		0.054** (0.027)
Ret.di19		0.089*** (0.032)	
Ret.di23		-0.065** (0.029)	
Ret.di25			-0.063* (0.035)
Constant	0.0001 (0.0003)	0.0001 (0.0002)	0.001 (0.001)
Observations	70	70	70
R2	0.426	0.717	0.838
Residual Std. Error (df = 62)	0.002	0.001	0.004
F Statistic (df = 7; 62)	6.574***	22.470***	45.897***
Note:	*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01		

Nas cartas do gestor do fundo de abril, maio e junho de 2016 são apontadas posições compradas relevantes em bolsa americana e em NTN-B. O modelo previu as exposições nas duas posições, representado por betas positivos e significativos para as variáveis 'Ret.snp' e 'Ret.imab5'). A carta também cita uma posição importante em moedas, não identificada no modelo, o que pode ser explicado pela exposição do fundo em Dólar x Renminbi, que não foi um fator de risco considerado no modelo. De fato, observa-se que essa janela obteve o menor valor de  $R^2$  (0.426), o que indica que os fatores escolhidos explicaram apenas 42.6% dos retornos do fundo nesse período.

Nas cartas do gestor do fundo de abril, maio e junho de 2018 são apontadas posições compradas relevantes em NTN-B na parte intermediária da curva, em juros na parte curta da curva, em ações brasil e em ações globais. Observa-se, também, no modelo betas positivos e significativos para as variáveis 'Ret.imab5', 'Ret.di19', 'Ret.ibov' e 'Ret.snp'. No caso do fator de risco dólar, nesse trimestre não foi possível validar com as cartas dos gestores, porque houve uma mudança da posição de vendido em dólar para comprado em dólar no meio do período. Vale destacar ainda que o modelo apontou um beta negativo significativo para a variável 'Ret.di23', mas não foi possível validar com as cartas pois nenhuma posição em juros longo (comprada ou vendida) foi citada.

Nas cartas do gestor do fundo de abril, maio e junho de 2020 são apontadas posições compradas relevantes em ações brasileiras e globais, que estão de acordo com o apontado pelo modelo (betas positivos e significativos para as variáveis 'Ret.ibov' e 'Ret.snp'). A carta também aponta ganhos em juros, mas não especifica se assumia uma posição comprada ou vendida e nem em qual parte da curva o fundo estava posicionado (curta ou longa). Nosso modelo apontou beta positivo significativo para 'Ret.di21' e beta negativo significativo para 'Ret.di25', mas devido à informação incompleta nas cartas fica difícil interpretar se o modelo acertou. As cartas também citam posição comprada em dólar contra real, mas o modelo não previu a exposição a esse fator de risco (beta estatisticamente nulo).

O objetivo deste trabalho é estimar, dada uma janela de tempo, a alocação de um fundo de investimentos multimercado no Brasil. Considerando o escopo e os recursos adequados a este trabalho, concluímos que o modelo apresentado mostrou uma performance satisfatória já que conseguiu explicar a maior parte das exposições importantes apontadas nas cartas do gestor.

Vale destacar algumas sugestões a trabalhos futuros, que possam aprofundar mais as questões que fogem do escopo deste trabalho. Para melhorar a interpretação dos betas, outros trabalhos poderiam restringir que a soma dos fatores das classes seja um, assim como o Sharpe faz no seu trabalho, mas para isso deve-se modificar a metodologia de estimação e não utilizar o método de OLS clássico. Outros trabalhos, poderiam buscar aumentar o ajuste da regressão ( $R^2$ ) avaliando outros fatores de risco, não considerados neste modelo, que busquem capturar exposição a outros ativos como moeda europeia ou chinesa, debêntures, entre outros.