

Домашняя работа по курсу «Теория риска и стохастическая финансовая математика»

Артемий Сазонов

19 декабря 2022 г.

ДЗ 8

Виды и механизмы перестрахования. Пропорциональное перестрахование, квотный договор. Уравновешенность договора, экономические и финансовые условия

Задача 1.

Нарисовать кривую Лоренца для распределения Парето с $F(x) = 1 - (x/\sigma)^{-\alpha}$, $x \geq \sigma > 0$.

Решение

Задача 2.

Проверить, что если $X \prec_{Lor} Y$, то $CV(X) \leq CV(Y)$. Верно ли обратное утверждение?

Решение

Задача 3.

Пусть X и Z - независимые случайные величины, $X \sim \Gamma(1, \lambda^{-1})$, $Z \sim \Gamma(\alpha, 1)$. Проверить, что $Y = X/Z$ имеет распределение Парето с функцией распределения $F(x) = 1 - (x/\sigma)^{-\alpha}$, $x \geq \sigma > 0$.

Решение

Задача 4.

Показать, что $X <_{st} Y \not\Rightarrow X <_k Y$. (Указание: рассмотреть $X \sim U(0, 2), Y \sim U(1, 2)$, где $U(a, b)$ - равномерное распределение на (a, b) .)

Решение

Задача 5.

Показать, что $X <_k Y \not\Rightarrow X <_{st} Y$. (Указание: рассмотреть $X \sim Exp(1), Y \sim Exp(2)$, где $Exp(a)$ - показательное распределение с параметром a .)

Решение

Задача 6.

Проверить, что гамма-распределение с $\alpha \geq 1$ и равномерное имеют тип IFR.

Решение

Задача 7.

Показать, что если $X_i <_{mor} Y_i, i \geq 1$, то $\min_i X_i <_{mor} \min_i Y_i$.

Решение

ДЗ 9

Непропорциональное страхование. Экцедент убытка по рisku/катастрофе. Финансовые и экономические условия.

Задача 1.

Рассматривается договор экцедента убытка по риску $XL: 5 \times 2$. Предполагается, что возможны 4 возобновления. Добавочные премии за возобновление полосы: 25%, 50%, 100%, 200%. Произошло 8 убытков, их размеры: 5, 10, 7, 4, 6, 8, 3, 9. Первоначальная премия равна 4. Подсчитать размер добавочных премий. Все размеры в млн.

Решение

Пусть X_i – указанные убытки, $Y := \min \{5, (X_i - 2)_+\}$ – перестраховое покрытие, $L = 5 \cdot (4 + 1) = 25$ – максимальное значение гарантий перестраховщика, $Y = \sum_{i=1}^8 Y_i$ – суммарные выплаты по обязательствам перестраховщика.

i	X_i	Y_i	Y	XL	добавочная премия
1	3	3	3	3	0.6
2	10	5	8	5	1.6
3	7	5	13	5	3.2
4	4	2	15	2	1.6
5	6	4	19	4	6.4
6	8	5	24	5	1.6
7	3	1	25	1	—
8	9	5	30	—	—

Добавочные премии закончились на 7-м убытке, т.к. мы достигли максимальных гарантий перестраховщика.

Задача 2.

Подсчитать, чему равна премия по договору 3 *xs* 2 (млн.), если размеры последовательных убытков равнялись 3, 3.4, 3.2, 4.8, 4.4, 7. Предполагается, что применяется скользящая ставка премии от 2% до 5% (при коэффициенте надбавки 100/80 убытков на гарантии перестраховщика, уже оплаченных или еще не урегулированных). Премия прямого страховщика равна $200 \cdot 10^6$.

Решение

Пусть X_i – указанные убытки, $Y := \min \{3, (X_i - 2)_+\}$ – перестраховое покрытие, $Y = \sum_{i=1}^6 Y_i = 11.8$.

$$r = \min \left\{ \underbrace{r_{\max}}_{5\%}, \max \left\{ \underbrace{r_{\min}}_{2\%}, \underbrace{\frac{dY}{A}}_{= \frac{100 \times 11.8}{8 \times 200} = 73.75\%} \right\} \right\} = 5\%. \quad (9.1)$$

Итого, $P = rA = .05 \times 200 = 10$.

ДЗ 10

**Оптимальное перестрахование.
Порядки рационального
перестраховщика, эксцедента
богатства и рассеивания.**

ДЗ 11

Апостериорная тарификация. Теория ограниченных флуктуаций. Модель Бюлмана.

Задача 1.

Найти наилучшее приближение X_{t+1} с помощью неоднородной линейной комбинации X_1, \dots, X_t .

Решение

Задача 2.

Найти наилучшее приближение $\mu(\Theta)$ с помощью однородной линейной комбинации X_1, \dots, X_t .

Решение

Задача 3.

Проверить, пользуясь тем, что X_{t+1} и X_1, \dots, X_t условно независимы при данной Θ , равенство

$$E(X_{t+1}|X_1, \dots, X_t) = E(\mu(\Theta)|X_1, \dots, X_t).$$

Решение